Type-1

(দর্পণের বক্রতার ব্যাসার্ধ ও ফোকাস দূরত্বের সম্পর্ক)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
$f=\frac{r}{2}$	f = ফোকাস দূরত্ব r = বক্রতার ব্যাসার্ধ	মিটার (m)

⚠ Alert:
- ফোকাস দূরত্ব ও বক্রতার ব্যাসার্ধ উভয়ই m এককে নিতে হবে।
- অবতল আয়নার ক্ষেত্রে ফোকাস দূরত্ব ও, বক্রতার ব্যাসার্ধ উভয়ই ধনাত্মক এবং উত্তল আয়নার ক্ষেত্রে উভয়ই ঋণাত্মক ধরতে হবে।

Example:

প্রশ্ন-৬। একটি অবতল আয়নার ফোকাস দূরত্ব 15cm। এর বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $r=2f$
বা, $r=2\times 15cm$
$=30cm$

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f=15cm$
আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=?$

সুতরাং, আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ 30cm। [Ans.]

প্রশ্ন-৭। 0.5 m বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো আয়নার ফোকাস দূরত্ব কত সে.মি?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $f=\frac{0.5}{2}$
বা, $f=0.25$ m
$\therefore f=25$ cm [$\because 100cm=1m$]

এখানে,
আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=0.5$ m
ফোকাস দূরত্ব, $f=?$

সুতরাং, আয়নার ফোকাস দূরত্ব 25 সে.মি.। [Ans.]

প্রশ্ন-৮। একটি অবতল আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 25 cm। এর ফোকাস দূরত্ব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $f=\frac{25}{2}$
$\therefore f=12.5$ cm

এখানে,
আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=25$ cm
ফোকাস দূরত্ব, $f=?$

সুতরাং, আয়নার ফোকাস দূরত্ব 12.5 cm। [Ans.]

প্রশ্ন-৯। কোনো উত্তল আয়নার ফোকাস দূরত্ব 0.11 m। আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $r=2f$
বা, $r=2\times(-0.11)$
বা, $r=-0.22$ m
$\therefore r=-22$ cm [$\because 100$ cm $=1$m]

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f=-0.11$ m [উত্তল আয়না বলে ফোকাস দূরত্ব ঋণাত্মক]
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=?$

সুতরাং, আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 22 cm।

প্রশ্ন-১০। কোনো গোলীয় আয়নার ফোকাস দূরত্ব 125 mm। আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $r=2f$
বা, $r=2\times 0.125$ m
$\therefore r=0.25$ m

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব,
$f=125$ mm
$=0.125$ m [$\because 1000mm=1m$]
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=?$

সুতরাং, আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 0.25 m।

প্রশ্ন-১১। 28 cm ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট কোনো আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $r=2f$
বা, $r=2\times 28$ cm
$\therefore r=56$ cm

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f=28$ cm
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=?$

সুতরাং, আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 56 cm।

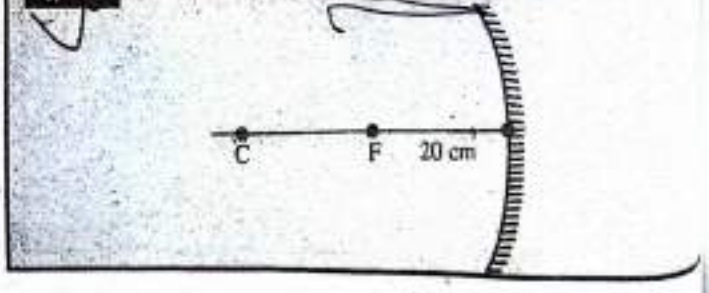
প্রশ্ন-১২। একটি মোটরসাইকেলের লুকিং গ্লাসের ব্যাস 6 cm। লুকিং গ্লাসের ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:
আমরা জানি,
উত্তল আয়নার ক্ষেত্রে ফোকাস দূরত্ব,
$f=\frac{r}{2}$
$=\frac{-3}{2}$
$=-1.5$cm

এখানে,
মোটর সাইকেলে ব্যবহৃত লুকিং গ্লাসের ব্যাস, $d=6$cm
$\therefore$ গ্লাসের বক্রতার ব্যাসার্ধ,
$r=\frac{-6}{2}=-3$cm
[উত্তল আয়না বলে বক্রতার ব্যাসার্ধ ঋণাত্মক]
লুকিং গ্লাসের ফোকাস দূরত্ব, $f=?$

সুতরাং, মোটর সাইকেলে ব্যবহৃত লুকিং গ্লাসের ফোকাস দূরত্ব 1.5 cm। [Ans.]

প্রশ্ন ১৩। চিত্রের আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?



সমাধান:

আমরা জানি, $f = \frac{r}{2}$

বা, $r = 2f$

$= 2 \times 20\ cm$

$= 40\ cm$

এখানে,
অবতল আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f = 20\ cm$
আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

সুতরাং, চিত্রে প্রদর্শিত দর্পণটির বক্রতার ব্যাসার্ধ 40 cm। [Ans.]

প্রশ্ন-১৪ একটি গাড়ির হেডলাইট গাড়ি থেকে 3m দূরে তীব্র আলো ফেলে। হেডলাইটের বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:

ধরি, হেডলাইটের বক্রতার ব্যাসার্ধ, r

গাড়ির হেডলাইট 3m দূরে তীব্র আলো ফেলছিল বলে এই দূরত্ব হবে হেডলাইটের ফোকাস দূরত্ব।

∴ ফোকাস দূরত্ব, $f = 3m$

আমরা জানি, $f = \frac{r}{2}$

বা, $r = 2f$

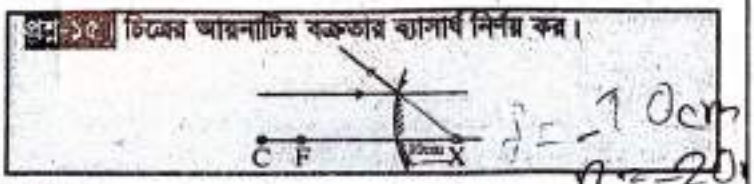
$= (2 \times 3)m$

$= 6m$

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f = 3\ m$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

সুতরাং, হেডলাইটের বক্রতার ব্যাসার্ধ 6m। [Ans.]

প্রশ্ন-১৫ চিত্রের আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।



সমাধান:

প্রধান অক্ষের সমান্তরাল রশ্মি আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে X বিন্দু থেকে আসছে বলে মনে হয়।

সুতরাং, আয়নার ফোকাস দূরত্ব,

$f = OX = -10\ cm$ [উত্তল আয়না বলে ফোকাস দূরত্ব ঋণাত্মক]

আমরা জানি,

$f = \frac{r}{2}$

বা, $r = 2f$

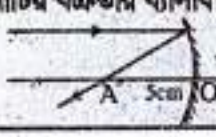
বা, $r = 2 \times (-10\ cm)$

∴ $r = -20\ cm$

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f = -10cm$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

সুতরাং, আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 20 cm. [Ans.]

প্রশ্ন-১৬ চিত্রের আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।



সমাধান:

প্রধান অক্ষের সমান্তরাল রশ্মি আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে A বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং A হচ্ছে আয়নার প্রধান ফোকাস।

∴ ফোকাস দূরত্ব, $f = OA = 5\ cm$

আমরা জানি,

$f = \frac{r}{2}$

বা, $r = 2f$

বা, $r = 2 \times 5\ cm$

∴ $r = 10\ cm$

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f = 5\ cm$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

প্রশ্ন-১৭ একটি আলোক রশ্মি কোনো গোলীয় আয়নার প্রধান অক্ষের সাথে তির্যকভাবে আপতিত হয়ে আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে আবার ঐ পথেই ফিরে যায়। রশ্মিটি আয়নার প্রধান অক্ষের উপরস্থ P বিন্দু দিয়ে যায়। আয়না হতে P বিন্দুর দূরত্ব 60 cm হলে আয়নার ফোকাস দূরত্ব কত?

সমাধান:

যেহেতু, আলোক রশ্মিটি দর্পণে প্রতিফলিত হয়ে ঐ পথেই ফিরে যায় সেহেতু, P বিন্দু হচ্ছে দর্পণের বক্রতার কেন্দ্র।

সুতরাং, দর্পণের বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = 60\ cm$

আমরা জানি,

$f = \frac{r}{2}$

বা, $f = \frac{60}{2}$

$= 30\ cm$

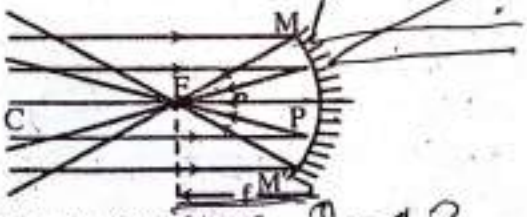
এখানে,
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = 60\ cm$
ফোকাস দূরত্ব, $f = ?$

সুতরাং, আয়নার ফোকাস দূরত্ব 30 cm. [Ans.]

প্রশ্ন-১৮ প্রধান অক্ষের সমান্তরাল একগুচ্ছ আলোক রশ্মি কোনো আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে আয়না হতে 12 cm দূরে একটি বিন্দুতে মিলিত হলো। আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:

আমরা জানি, অবতল আয়নার প্রধান অক্ষের সমান্তরাল একগুচ্ছ আলোকরশ্মি কোনো আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে আয়নার ফোকাস বিন্দুতে মিলিত হয়।



অতএব, ফোকাস দূরত্ব, $f = 12cm$ [Ans.]

আমরা জানি,

$f = \frac{r}{2}$

বা, $r = 2f$

বা, $r = 2 \times 12\ cm$

∴ $r = 24\ cm$

এখানে,
আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f = 12\ cm$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

সুতরাং, আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 24 cm। [Ans.]

Type-2

(আয়নার সমীকরণ থেকে লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, বিম্বের দূরত্ব ও ফোকাস দূরত্ব নির্ণয়)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$	u = বস্তুর দূরত্ব v = প্রতিবিম্বের দূরত্ব f = ফোকাস দূরত্ব	মিটার (m)

⚠ Alert:

- v, u ও f একই এককে নিতে হবে।
- সতর্কতার সাথে হিসাব করতে হবে।

Example:

প্রশ্ন-১৯ 10 cm ফোকাস দূরত্বের কোনো আয়নার 8 cm সামনে

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{0.1}-\frac{1}{0.08}$
বা, $\frac{1}{v}=10-12.5$
বা, $\frac{1}{v}=-2.5$
বা, $v=\frac{1}{-2.5}$
বা, $v=-0.4$ m
$\therefore v=-40$ cm [$\because$ 100 cm = 1m]

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, f = 10 cm = 0.1 m
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, u = 8 cm = 0.08 m
বিম্বের দূরত্ব, v = ?

সুতরাং, বিম্বের দূরত্ব 40 cm। [Ans.]

প্রশ্ন-২০। কোনো অবতল আয়না থেকে 5 m দূরে বস্তু রাখলে 5 m দূরেই বাস্তব বিম্ব গঠিত হয়। আয়নাটির ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{1+1}{5}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{2}{5}$
বা, $f=\frac{5}{2}$
$=2.5$ m

এখানে,
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, u = 5 m
বিম্বের দূরত্ব, v = 5 m
ফোকাস দূরত্ব, f = ?

সুতরাং, অবতল আয়নার ফোকাস দূরত্ব 2.5 m। [Ans.]

প্রশ্ন-২১। 2.5 m ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট কোনো অবতল আয়নার 10 m সামনে লক্ষ্যবস্তু রাখলে বিম্বের অবস্থান কোথায় হবে?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{2.5}-\frac{1}{10}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{4-1}{10}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{3}{10}$
বা, $v=\frac{10}{3}$
$\therefore v=3.3$ m

দেওয়া আছে,
ফোকাস দূরত্ব, f = 2.5 m
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, u = 10 m
বিম্বের দূরত্ব, v = ?

সুতরাং, বিম্ব 3.3 m দূরে গঠিত হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-২২। একটি আয়নার 20 cm সামনে লক্ষ্যবস্তু স্থাপন করলে 60 cm পেছনে বিম্ব গঠিত হয়। আয়নার ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর। আয়নাটি উত্তল না অবতল?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{1}{v}+\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{f}=-\frac{1}{60}+\frac{1}{20}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{-1+3}{60}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{2}{60}$
বা, $f=\frac{60}{2}$
$=30$ cm

এখানে,
বস্তুর দূরত্ব, u = 20 cm
বিম্বের দূরত্ব, v = – 60 cm [আয়না পিছনে বিম্ব সৃষ্টি হওয়ায় v ঋণাত্মক]
ফোকাস দূরত্ব, f = ?

সুতরাং, আয়নাটির ফোকাস দূরত্ব 30 cm
যেহেতু f ধনাত্মক, সেহেতু আয়নাটি অবতল। [Ans.]

প্রশ্ন-২৩। দূরবর্তী স্থানের কোনো গাছের প্রতিবিম্ব 6 cm বক্রতার ব্যাসার্ধের একটি আয়নার সাহায্যে দেয়ালে ফেলা হলো। আয়না থেকে দেয়ালের দূরত্ব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{\infty}=\frac{1}{3}$
বা, $\frac{1}{v}+0=\frac{1}{3}$
বা, $v=3$
$\therefore v=3$ cm

এখানে,
বস্তুর দূরত্ব, u = ∞ (অসীম)
বক্রতার ব্যাসার্ধ, r = 6 cm
ফোকাস দূরত্ব, $f=\frac{r}{2}$
$=\frac{6}{2}$ cm
$=3$ cm
বিম্বের দূরত্ব = দেয়ালের দূরত্ব, v = ?

সুতরাং, আয়না থেকে দেয়ালের দূরত্ব 3 cm। [Ans.]

প্রশ্ন-২৪। একটি গোলীয় আয়না হতে 0.10 m দূরে একটি বস্তু রাখা হলো এবং এর প্রতিবিম্ব আয়নার একই পার্শ্বে 0.30 m দূরে গঠিত হল। আয়নাটি অবতল না উত্তল? এর ফোকাস দূরত্ব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{0.30}+\frac{1}{0.10}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{1}{0.30}+\frac{1}{0.10}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{1+3}{0.30}$
বা, $\frac{1}{f}=\frac{4}{0.30}$
বা, $f=\frac{0.30}{4}$
$\therefore f=0.075$ m

এখানে,
বস্তুর দূরত্ব, u = 0.10 m
বিম্বের দূরত্ব, v = 0.30 m
ফোকাস দূরত্ব, f = ?

সুতরাং, নির্ণেয় ফোকাস দূরত্ব = 0.075 m।
যেহেতু f ধনাত্মক সেহেতু আয়নাটি অবতল। [Ans.]

প্রশ্ন-২৫। 0.10 m ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি উত্তল আয়না থেকে 0.15 m দূরে লক্ষ্যবস্তু স্থাপন করলে প্রতিবিম্বের অবস্থান বের কর। এটা বাস্তব নাকি অবাস্তব?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=-\frac{1}{0.10}-\frac{1}{0.15}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{-3-2}{0.30}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{-5}{0.30}$
বা, $v=-\frac{0.30}{5}$
$\therefore v=-0.06$ m

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f=-0.10$ m
[উত্তল দর্পণ বলে ফোকাস দূরত্ব ঋণাত্মক]
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, $u=0.15$ m
প্রতিবিম্বের অবস্থান, $v=?$

সুতরাং, প্রতিবিম্ব আয়নার পিছনে 0.06 m দূরে অবস্থিত।
যেহেতু v ঋণাত্মক, সুতরাং প্রতিবিম্ব অবাস্তব। [Ans.]

প্রশ্ন-২৬। 15 cm ফোকাস দূরত্বের একটি অবতল আয়নার সামনে কোথায় বস্তু রাখলে 30 cm দূরে বিম্ব গঠিত হবে?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{u}=\frac{1}{f}-\frac{1}{v}$
বা, $\frac{1}{u}=\frac{1}{15}-\frac{1}{30}$
বা, $\frac{1}{u}=\frac{2-1}{30}$
বা, $\frac{1}{u}=\frac{1}{30}$
বা, $u=30$
$\therefore u=30$ cm

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f=15$ cm
বিম্বের দূরত্ব, $v=30$ cm
বস্তুর দূরত্ব, $u=?$

সুতরাং, আয়না হতে 30 cm দূরত্বে বস্তু রাখতে হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-২৭। 1 m বক্রতার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অবতল আয়নার মেরুবিন্দু হতে 1m দূরে একটি বস্তু রাখা হলো। প্রতিবিম্বের অবস্থান ও প্রকৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
বা, $f=\frac{1}{2}$
$\therefore f=\frac{1}{2}$ m

এখানে,
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=1$m
বস্তুর দূরত্ব, $u=1$m
প্রতিবিম্বের দূরত্ব, $v=?$

আবার, আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}$ [$\because u=1; f=\frac{1}{2}$]
বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{1}=\frac{2}{1}$
বা, $\frac{1}{v}=2-1$
বা, $\frac{1}{v}=1$
$\therefore v=1$ m
সুতরাং, নির্ণেয় প্রতিবিম্বের দূরত্ব = 1 m
যেহেতু v ধনরাশি, সুতরাং প্রতিবিম্ব বাস্তব ও উল্টা। [Ans.]

প্রশ্ন-২৮। একটি অবতল আয়নার 5 m সামনে বস্তু রাখলে কোথায় বিম্ব গঠিত হবে? আয়নাটির ফোকাস বক্রতার ব্যাসার্ধ 5 m।

সমাধান:
আমরা জানি,
$f=\frac{r}{2}$
$=\frac{5}{2}$
$=2.5$ m

এখানে,
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r=5$ m
বস্তুর দূরত্ব, $u=5$ m
বিম্বের দূরত্ব, $v=?$

আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{2.5}$ [$\because f=2.5$ m]
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{2.5}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{2.5}-\frac{1}{5}$ [$\because u=5$ m]
বা, $\frac{1}{v}=\frac{2-1}{5}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{5}$
বা, $v=5$
$\therefore v=5$ m
সুতরাং, বিম্ব আয়নার 5 m সামনে গঠিত হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-২৯। গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, একটি অবতল আয়নার প্রধান ফোকাসে স্থাপিত বস্তুর প্রতিবিম্ব অসীমে এবং অসীমে স্থাপিত বস্তুর প্রতিবিম্ব প্রধান ফোকাসে গঠিত হয়।

সমাধান:
অবতল আয়নার ক্ষেত্রে আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ .....(১)

লক্ষবস্তু প্রধান ফোকাসে অবস্থিত:
এখানে, বস্তুর দূরত্ব, $u=f$ [$\because$ লক্ষ্যবস্তু প্রধান ফোকাসে অবস্থিত]
সুতরাং সমীকরণ (১) হতে পাই,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{f}=\frac{1}{f}$ [$u=f$ বসিয়ে]
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=0$
বা, $v=\frac{1}{0}$
$\therefore v=\infty$
অতএব, অবতল আয়নার প্রধান ফোকাসে স্থাপিত লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব অসীমে গঠিত হয়।

লক্ষবস্তু অসীমে অবস্থিত:
এখানে, বস্তুর দূরত্ব, $u=\infty$ [$\because$ লক্ষ্যবস্তু অসীমে অবস্থিত]
সুতরাং, সমীকরণ (১) হতে পাই,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{\infty}=\frac{1}{f}$ [$u=\infty$ বসিয়ে]
বা, $\frac{1}{v}+0=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$
$\therefore v=f$
সুতরাং, অবতল আয়নার ক্ষেত্রে অসীমে স্থাপিত বস্তুর প্রতিবিম্ব প্রধান ফোকাসে গঠিত হবে। (প্রমাণিত)।

প্রশ্ন-৩৩ f ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট একটি অবতল আয়নার প্রধান ফোকাস হতে একটি বস্তু p এবং তার প্রতিবিম্ব q দূরে অবস্থিত। প্রমাণ কর যে, $pq = f^2$

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$$

বা, $\frac{1}{f\pm q}+\frac{1}{f\pm p}=\frac{1}{f}$

বা, $\frac{f\pm p+f\pm q}{(f\pm q)(f\pm p)}=\frac{1}{f}$

বা, $(f\pm q)(f\pm p)=f(2f\pm p\pm q)$

বা, $f^2\pm pf+pq\pm qf=2f^2\pm pf\pm qf$

বা, $pq=f^2$ (প্রমাণিত)

এখানে,
বস্তুর দূরত্ব, $u=f\pm p$ [∵ লক্ষ্যবস্তু প্রধান ফোকাস হতে P দূরত্বে সামনে অথবা পিছনে অবস্থিত হতে পারে।]
প্রতিবিম্বের দূরত্ব, $v=f\pm q$ [∵ লক্ষ্যবস্তু প্রধান ফোকাস হতে q দূরত্বে সামনে অথবা পিছনে অবস্থিত হতে পারে।]

প্রশ্ন-৩৪ প্রমাণ কর যে, r ব্যাসার্ধের একটি অবতল আয়না হতে x দূরত্বে কোনো বস্তু স্থাপন করলে এর বাস্তব প্রতিবিম্বের দূরত্ব, $v=\frac{rx}{2x-r}$

সমাধান:

আমরা জানি,

$$f=\frac{r}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{f}=\frac{2}{r}$$

আবার, আমরা জানি,

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$$

বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{x}=\frac{2}{r}$

বা, $\frac{1}{v}=\frac{2}{r}-\frac{1}{x}$

বা, $\frac{1}{v}=\frac{2x-r}{rx}$

$\therefore v=\frac{rx}{2x-r}$ [প্রমাণিত]

এখানে,
বস্তুর দূরত্ব, $u = x$
বক্রতার ব্যাসার্ধ $= r$
ফোকাস দূরত্ব, $f=\frac{r}{2}$

Practice Problem:

প্রশ্ন-৩২ 1m বক্রতার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অবতল আয়নার মেরুবিন্দু হতে 1m দূরে একটি বস্তু রাখা হল। প্রতিবিম্বের অবস্থান ও প্রকৃতি নির্ণয় কর। [উত্তর: 1 m, প্রতিবিম্ব বাস্তব ও উল্টা।]

প্রশ্ন-৩৩ 25 cm বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো গোলীয় আয়নার 15 cm সামনে বস্তু রাখলে বিম্বের অবস্থান নির্ণয় কর। [উত্তর: 75 cm]

প্রশ্ন-৩৪ একটি উত্তল আয়নার ফোকাস দূরত্ব 35 cm। আয়নার সামনে 25 cm দূরে কোনো বস্তু রাখলে বিম্ব কোথায় গঠিত হবে? [উত্তর: বিম্ব আয়নার 14.58 cm পিছনে গঠিত হবে]

প্রশ্ন-৩৫ কোনো অবতল আয়না থেকে কত দূরে বস্তু রাখলে 50 cm দূরে বিম্ব গঠিত হবে। আয়নার ফোকাস দূরত্ব 20 cm। [উত্তর: 33.33 cm]

প্রশ্ন-৩৬ একটি উত্তল আয়নার 12 m সামনে বস্তু রাখলে 4 m পিছনে বিম্ব গঠিত হয়। আয়নাটির বক্রতার ব্যাসার্ধ কত? [উত্তর: −12 m]

প্রশ্ন-৩৭ কোনো অবতল আয়নার 30 cm সামনে বস্তু রাখলে 10 cm সামনে বিম্ব গঠিত হয়। আয়নাটির ফোকাস দূরত্ব কত? [উত্তর: 7.5 cm]

Type-3

(আয়নার বিবর্ধন নির্ণয়)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
$m=\frac{l'}{l}$	m = বিবর্ধন	একক নেই
	l = লক্ষ্যবস্তুর দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
	l' = প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য	

Alert:
- বিবর্ধনের কোনো একক হবে না।
- বিম্বের দৈর্ঘ্য ও বস্তুর দৈর্ঘ্য m একক নিতে হবে।

Example:

প্রশ্ন-৩৮ একটি আয়নার সামনে 10 cm দৈর্ঘ্যের বস্তু রাখলে 15 cm দৈর্ঘ্যের বিম্ব গঠিত হয়। বিবর্ধন কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$m=\frac{l'}{l}$$

$$=\frac{15}{10}$$

$$=1.5$$

সুতরাং, বিবর্ধন 1.5। [Ans.]

এখানে,
বস্তুর দৈর্ঘ্য, $l = 10$ cm
প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য, $l' = 15$ cm
বিবর্ধন, $m = ?$

প্রশ্ন-৩৯ কোনো আয়নায় 0.2 m দীর্ঘ একটি বস্তুর বিবর্ধন 0.56 হলে বিম্বের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$m=\frac{l'}{l}$$

বা, $l' = ml$

$$= 0.56 \times 0.2$$

$$= 0.112 \text{ m}$$

সুতরাং প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য 0.112 m। [Ans.]

এখানে,
বস্তুর দৈর্ঘ্য, $l = 0.2$ m
বিবর্ধন, $m = 0.56$
বিম্বের দৈর্ঘ্য, $l' = ?$

প্রশ্ন-৪০ একটি অবতল আয়নার সামনে 10 cm দৈর্ঘ্যের একটি লাঠি স্থাপন করে দেখা গেল লাঠিটির রৈখিক বিবর্ধন, 1.7। আয়নায় সৃষ্ট প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$m=\frac{l'}{l}$$

বা, $l' = ml$

$$= 1.7 \times 10$$

$$= 17 \text{ cm}$$

সুতরাং আয়নায় সৃষ্ট প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য 17 cm। [Ans.]

এখানে,
লক্ষ্যবস্তুর দৈর্ঘ্য, $l = 10$ cm
রৈখিক বিবর্ধন, $m = 1.7$
প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য, $l' = ?$

Type-4

(আয়নার বিবর্ধন সংক্রান্ত আরো কিছু গাণিতিক সমস্যা)

☺ নতুন সংস্করণের বইয়ে এই সূত্রগুলো বাদ দেয়া হয়েছে। কিন্তু কিছু বছরের বোর্ড প্রশ্নগুলোতে এই সূত্র দিয়ে প্রশ্ন করা হয়েছে। তোমরা আগ্রহী হলে করে রাখতে পার।

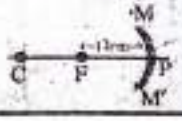
প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	প্রতীক পরিচিতি	একক
• $m=-\frac{v}{u}$	m = বিবর্ধন	একক নেই
• $\lvert m\rvert=\left\lvert-\frac{v}{u}\right\rvert=\frac{v}{u}$	l = লক্ষ্যবস্তুর দৈর্ঘ্য	মিটার (m)
• $\lvert m\rvert=\frac{l'}{l}$	l' = প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য	
	u = লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব	
	v = প্রতিবিম্বের দূরত্ব	

Alert:
- বিবর্ধনের কোনো একক হবে না।
- বিম্বের দৈর্ঘ্য, বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিম্বের দূরত্ব ও বস্তুর দূরত্ব m একক নিতে হবে।
- বিম্ব বাস্তব ও উল্টো হলে m ঋণাত্মক হবে।

Example:

প্রশ্ন-৪১ চিত্রের আয়নার সামনে প্রধান অক্ষের উপর 24 cm দূরত্বে বস্তু অবস্থান করলে রৈখিক বিবর্ধন কত?



সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{12}-\frac{1}{24}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{2-1}{24}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{24}$
বা, $v=24$
$\therefore v=24$ cm

এখানে,
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, $u=24$ cm
ফোকাস দূরত্ব, $f=12$ cm

আমরা জানি, বিবর্ধন, $m=-\frac{v}{u}$
বা, $|m|=\frac{v}{u}$
বা, $|m|=\frac{24\text{ cm}}{24\text{ cm}}$
$\therefore |m|=1$

এখানে,
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, $u=24$ cm
প্রতিবিম্বের দূরত্ব, $v=24$ cm

অর্থাৎ, রৈখিক বিবর্ধন 1। [Ans.]

প্রশ্ন-৪২ 'f' ফোকাস দূরত্বের একটি অবতল আয়নার সামনে '3f' দূরে একটি বস্তু স্থাপন করা হলো। দেখাও যে, বিম্বের আকার বস্তুর আকারের অর্ধেক হবে।

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{3f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{3-1}{3f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{2}{3f}$
$\therefore v=\frac{3f}{2}$

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f=f$
বস্তুর দূরত্ব, $u=3f$

আমরা জানি, $|m|=\frac{v}{u}$
$=\frac{\frac{3f}{2}}{3f}$
$=\frac{3f\times 1}{2\times 3f}$
$=\frac{1}{2}$

সুতরাং, প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের অর্ধেক। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৪৩ 0.1 m ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট একটি অবতল আয়না হতে কত দূরে বস্তু স্থাপন করলে সৃষ্ট অবাস্তব প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের 4 গুণ হবে?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{-4u}+\frac{1}{u}=\frac{1}{0.1}$
বা, $\frac{-1+4}{4u}=\frac{1}{0.1}$
বা, $\frac{3}{4u}=\frac{1}{0.1}$
বা, $u=\frac{3}{4}\times 0.1$
$\therefore u=0.075$ m

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f=0.1$ m
বিবর্ধন, $m=4$ [অবাস্তব প্রতিবিম্ব সোজা বলে m ধনাত্মক]
বা, $-\frac{v}{u}=4$
$\therefore v=-4u$

সুতরাং, আয়না হতে 0.075 m দূরে বস্তু স্থাপন করতে হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-৪৪ 10 cm ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট একটি অবতল আয়না থেকে কত দূরে একটি বস্তু স্থাপন করলে বাস্তব প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের চারগুণ হবে?

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{4u}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1+4}{4u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{5}{4u}=\frac{1}{f}$
বা, $5f=4u$
বা, $u=\frac{5f}{4}$
বা, $u=\frac{5\times 10}{4}$
বা, $u=\frac{50}{4}$
বা, $u=12.5$
$\therefore u=12.5$ cm

এখানে,
অবতল আয়নার ফোকাস দূরত্ব, $f=10$ cm
বিবর্ধন, $m=-4$ [বাস্তব প্রতিবিম্ব উল্টা বলে m ঋণাত্মক]
বা, $-\frac{v}{u}=-4$
$\therefore v=4u$
লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব, $u=?$

সুতরাং, আয়না হতে 12.5 cm দূরে বস্তু স্থাপন করতে হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-৪৫ 0.015 m ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট একটি অবতল আয়না হতে 0.27 m দূরে একটি বস্তু রাখা হলো। যদি বস্তুটির দৈর্ঘ্য 12×10^{-3} m হয়, তবে তার প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য বের কর।

সমাধান:
আমরা জানি,
$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1}{0.015}-\frac{1}{0.27}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{0.27-0.015}{0.015\times 0.27}$
বা, $\frac{1}{v}=\frac{1700}{27}$
বা, $v=\frac{27}{1700}$
$\therefore v=0.0159$ m

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f=0.015$ m
বস্তুর দূরত্ব, $u=0.27$ m
বস্তুর দৈর্ঘ্য, $l=12\times10^{-3}$ m
বিম্বের দৈর্ঘ্য, $l'=?$

যেহেতু v ধনাত্মক, অতএব প্রতিবিম্ব বাস্তব।
আবার, আমরা জানি,
বিবর্ধন, $m=-\frac{v}{u}$
বা, $m=-\frac{0.0159}{0.27}$
$=-0.059$

আবার, $|m| = \frac{I'}{I}$

বা, $I' = |m|I = |-0.059| \times 12 \times .10^{-3}$ m
$= 0.059 \times 12 \times 10^{-3}$ m
$= 7.08 \times 10^{-4}$ m

সুতরাং, প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য 7.08×10^{-4} m। [Ans.]

প্রশ্ন-৪৬। 30 cm বক্রতার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অবতল আয়না হতে কত দূরে বস্তু রাখলে সমশীর্ষ দ্বিগুণ আকারের প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে?

সমাধান:

আমরা জানি, $f = \frac{r}{2}$

$\therefore \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$

আবার, আমরা জানি,

$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{2}{r}$

বা, $-\frac{1}{2u} + \frac{1}{u} = \frac{2}{30}$

বা, $\frac{-1+2}{2u} = \frac{2}{30}$

বা, $\frac{1}{2u} = \frac{1}{15}$

বা, $2u = 15$

বা, $u = \frac{1}{2} \times 15$ $\therefore u = 7.5$ cm

এখানে,
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = 30$ cm
বিবর্ধন, $m = 2$ [সমশীর্ষ হলে প্রতিবিম্ব অবাস্তব ও সোজা হয় ফলে m ধনাত্মক হবে]
বা, $-\frac{v}{u} = 2$
$\therefore v = -2u$

সুতরাং, 7.5 cm দূরে বস্তু রাখতে হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-৪৭। 10 cm ফোকাস দূরত্ববিশিষ্ট একটি অবতল আয়না থেকে কত দূরে একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুর বিম্বের আকার বস্তুর আকারের তিনগুণ হবে?

সমাধান:

বাস্তব প্রতিবিম্বের ক্ষেত্রে:

বিবর্ধন, $m = -3$ [বাস্তব প্রতিবিম্ব উল্টা হয় তাই m ঋণাত্মক]

বা, $-\frac{v}{u} = -3$

$\therefore v = 3u$

আমরা জানি, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $\frac{1}{3u} + \frac{1}{u} = \frac{1}{0.10}$

বা, $\frac{1+3}{3u} = \frac{1}{0.10}$

বা, $3u = 0.40$

$\therefore u = 0.13$ m

এখানে,
ফোকাস দূরত্ব, $f = 10$ cm
$= 0.10$ m

অবাস্তব প্রতিবিম্বের ক্ষেত্রে:

বিবর্ধন, $m = 3$ [অবাস্তব প্রতিবিম্ব সোজা হয় তাই m ধনাত্মক]

বা, $-\frac{v}{u} = 3$

$\therefore v = -3u$

আমরা জানি, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $-\frac{1}{3u} + \frac{1}{u} = \frac{1}{0.10}$

বা, $\frac{-1+3}{3u} = \frac{1}{0.10}$

বা, $\frac{2}{3u} = \frac{1}{0.10}$

বা, $3u = 0.20$

$\therefore u = 0.067$ m

সুতরাং, আয়না থেকে 0.13 m এবং 0.067 m দূরে বস্তু স্থাপন করতে হবে। [Ans.]

প্রশ্ন-৪৮। একটি উত্তল আয়না কর্তৃক গঠিত প্রতিবিম্বের আকার লক্ষ্যবস্তুর আকারের $\frac{1}{n}$ গুণ। যদি আয়নার ফোকাস দূরত্ব f হয়, তবে প্রমাণ কর যে, বস্তুর দূরত্ব $= (n-1)f$।

সমাধান:

আমরা জানি,

$m = \frac{-v}{u}$

বা, $\frac{1}{n} = -\frac{v}{u}$

$\therefore v = -\frac{u}{n}$

এখানে,
বিবর্ধন, $m = \frac{1}{n}$
ফোকাস দূরত্ব, $f = -f$ [উত্তল আয়না বলে ফোকাস দূরত্ব ঋণাত্মক]

আবার, আমরা জানি,

$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $\frac{1}{\frac{-u}{n}} + \frac{1}{u} = -\frac{1}{f}$ [$\because f = -f$; $v = -\frac{u}{n}$]

বা, $-\frac{n}{u} + \frac{1}{u} = -\frac{1}{f}$

বা, $\frac{-n+1}{u} = -\frac{1}{f}$

বা, $-\frac{(n-1)}{u} = -\frac{1}{f}$

বা, $\frac{n-1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $n - 1 = \frac{u}{f}$

$\therefore u = (n-1)f$

সুতরাং, বস্তুর দূরত্ব $= (n-1)f$ (প্রমাণিত)

Practice Problem:

প্রশ্ন নং-৪৯। একটি অবতল আয়নার বক্রতার ব্যাসার্ধ 30 cm। আয়না হতে 20 cm দূরে একটি বস্তু রাখা হল। প্রতিবিম্বের আকার, প্রকৃতি ও বিবর্ধন নির্ণয় কর। [উত্তর: অবস্থান : আয়নার সামনে; প্রকৃতি : বাস্তব ও উল্টা; আকৃতি : বিবর্ধিত]

প্রশ্ন নং-৫০। 5 cm একটি উত্তল আয়না দ্বারা সৃষ্ট প্রতিবিম্ব বস্তুর আকারের $\frac{1}{x}$ অংশ। আয়নার ফোকাস দূরত্ব f হলে দেখাও যে, বস্তুটি আয়না হতে $(x-1)f$ দূরে অবস্থিত। [উত্তর: $u = (x-1)f$]

প্রশ্ন নং-৫১। 0.1 cm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি অবতল আয়না হতে কত দূরে বস্তু স্থাপন করলে সৃষ্ট অবাস্তব প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের 4 গুন হবে?। [উত্তর: 0.075 cm]

প্রশ্ন নং-৫২। 0.15 m ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি অবতল আয়নার সামনে কোনো বস্তু রাখলে 5 গুণ বিবর্ধিত প্রতিবিম্ব আয়নার পেছনে উৎপন্ন হয় ব অবাস্তব প্রতিবিম্ব উৎপন্ন হয়। বস্তুটির অবস্থান নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.12 m]

প্রশ্ন নং-৫৩। 15 cm ফোকাস দূরত্বের একটি অবতল আয়না হতে কত দূরে একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুর আকারে তিনগুণ বিবর্ধিত অবাস্তব প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে? [উত্তর: 10 cm]

প্রশ্ন নং-৫৪। একটি অবতল দর্পণের ফোকাস দূরত্ব 0.2 মিটার। আয়নাটি হতে কত দূরে একটি বস্তু স্থাপন করলে বাস্তব প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের চতুর্থাংশ হবে? [উত্তর: 1.0 m]

প্রশ্ন নং-৫৫। 5 cm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি অবতল আয়না থেকে কত দূরে বস্তু রাখলে বিম্বের আকার বস্তুর আকারের দ্বিগুন হবে? [উত্তর: 2.5 cm]

প্রশ্ন নং-৫৬। 10 cm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি অবতল আয়না থেকে কত দূরে একটি লক্ষ্যবস্তুকে স্থাপন করলে 4 গুণ বিবর্ধিত বাস্তব প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হবে? [উত্তর: 12.5 cm]

প্রশ্ন নং-৫৭। একটি অবতল আয়নার ফোকাস দূরত্ব 0.1 cm। আয়নাটি হতে কত দূরে বস্তু স্থাপন করলে বাস্তব প্রতিবিম্বের আকার বস্তুর আকারের এক পঞ্চমাংশ হবে? [উত্তর: 60 cm]