# অতিরিক্ত গাণিতিক প্রশ্নোত্তর

## Type-1

(বৈদ্যুতিক বল সংক্রান্ত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

| সূত্র | সংকেত পরিচিতি | একক (SI) |
|---|---|---|
| • $F = k\frac{q_1q_2}{r^2}$ | F = বৈদ্যুতিক বল | N |
| | $q_1$ = ১ম আধান | C |
| | $q_2$ = ২য় আধান | C |
| | k = কুলম্বের ধ্রুবক | $Nm^2/C^2$ |
| | r = মধ্যবর্তী দূরত্ব | m |

### ☑ Example:

**প্রশ্ন-৬। 2mm দূরত্বে অবস্থিত সমভাবে আহিত দু'টি পিথবলের মধ্যবর্তী বলের মান $4 \times 10^{-5}$N হলে পিথবলের আধান কত?**

**সমাধান:**

এখানে, পিথ বল দুটি সমভাবে আহিত হওয়ায় এদের চার্জ সমান হবে। অর্থাৎ কুলম্বের সূত্রে $q_1 = q_2$ হবে।

আমরা জানি,

$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$\therefore 4 \times 10^{-5} = 9\times10^9 \times \frac{q^2}{(0\cdot002)^2}$$

$$\text{বা, } q^2 = \frac{4\times10^{-5}\times(0\cdot002)^2}{9\times10^9} C^2$$

$$\text{বা, } q^2 = 1\cdot77\times10^{-20}C^2$$

$$\therefore q = 1\cdot33\times10^{-10}C$$

এখানে,

$q_1 = q_2 = q = ?$

$F = 4 \times 10^{-5}$ N

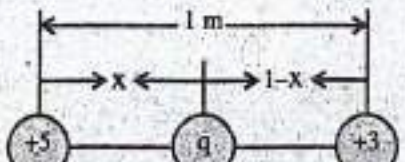
$r = 2\cdot0$ mm

$= 0\cdot002$ m

$k = 9\times10^9 Nm^2/C^2$

প্রত্যেক পিথ বলের আধান $1.33 \times 10^{-10}$ C [Ans.]

**প্রশ্ন-৭।**




**একটি +5C এবং +3C চার্জ 1 m দূরে রাখা হয়েছে। এখন তৃতীয় চার্জ +q এমনভাবে দুটি চার্জের মাঝখানে রাখো যেন সেটি কোনো বল অনুভব না করে।**

**সমাধান:**

+q চার্জটি +5C ডান দিকে ঠেলে দেবে এবং +3C বাম দিকে ঠেলে দেবে। দুটি চার্জ যখন একই বলে ঠেলবে তখন +q চার্জটি কোনো বল অনুভব করবে না। কাজেই

$$k\frac{(+5)q}{x^2} = k\frac{(+3)q}{(1-x)^2}$$

$$\text{বা, } 5(1-x)^2 = 3x^2$$

$$\text{বা, } 5 - 10x + 5x^2 = 3x^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 10x + 5 = 0$$

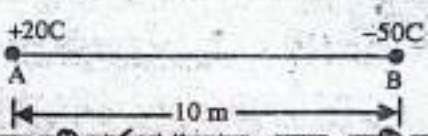
$$\text{বা, } x = \frac{10 \pm \sqrt{100-40}}{4}$$

$\therefore x = 4.435$ কিংবা $0.565$

x এর মান 0 থেকে 1 এর ভেতরে হবে কাজেই এটি নিশ্চয়ই 0.565।

**উত্তর:** 5 C চার্জ থেকে 0.565 মিটার দূরে।

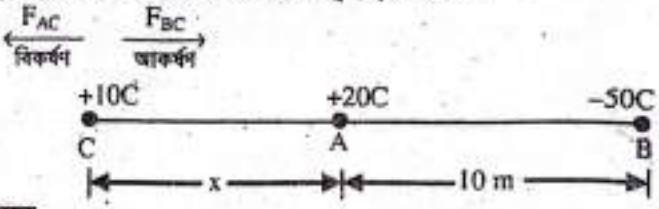
**প্রশ্ন-৮।**




**A ও B বিন্দুতে দুটি চার্জ রাখা আছে। নতুন একটি চার্জ +10C কে AB রেখা বরাবর কোথায় রাখলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল শূন্য হবে?**

**সমাধান:**

A ও B চার্জ দুটি বিপরীতধর্মী। তাই A ও B বিন্দুর মাঝে কোনো বিন্দুতেই লব্ধি ক্রিয়াশীল বল শূন্য হওয়া সম্ভব নয় (ভেবে দেখো, কেন?)। তাই হয় চার্জটিকে AB এর উপর A বরাবর বাইরের দিকে অথবা B বরাবর বাইরের দিকে স্থাপন করতে হবে। এখন B চার্জের মান বেশি, তাই B বরাবর বাইরের দিকে রাখলে কখনোই ক্রিয়াশীল/লব্ধি বল শূন্য হওয়া সম্ভব নয় (আবারো ভেবে দেখো, কেন?)। অতএব, 10C চার্জটিকে AB এর উপর A বরাবর বাইরের দিকে রাখতে হবে। ধরি, চার্জটিকে C বিন্দুতে রাখা হলো যা A থেকে x m দূরত্বে অবস্থিত।




প্রশ্নমতে,

$F_{AC} = F_{BC}$

$$\text{বা, } k\frac{q_A q_C}{r_{AC}^2} = k\frac{q_B q_C}{r_{BC}^2}$$

$$\text{বা, } 9\times10^9\frac{20\times10}{x^2} = 9\times10^9\frac{50\times10}{(10+x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{x^2} = \frac{5}{(10+x)^2}$$

$$\text{বা, } 2(10+x)^2 = 5x^2$$

$$\text{বা, } 200 + 40x + 2x^2 = 5x^2$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 40x - 200 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 + 4\times200\times3}}{2\times3}$$

$\therefore x = 17.207$ অথবা, $-3.874$

অতএব, BA বরাবর A বিন্দু থেকে 17.207m দূরে 10C চার্জটিকে রাখলে ক্রিয়াশীল বল শূন্য হবে।

**উত্তর:** A বিন্দু থেকে 17.207m দূরে বাইরের দিকে।

এখানে,

১ম আধান, $q_A = +20C$

২য় আধান $q_B = -50C$

৩য় আধান $q_C = +10C$

দূরত্ব $r_{AC} = x$ m

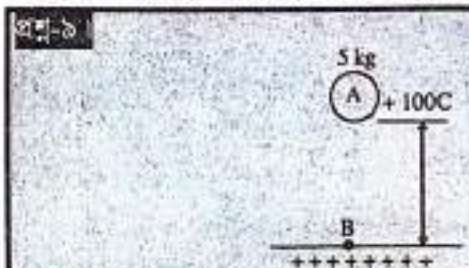
দূরত্ব $r_{BC} = (10 + x)$m

কুলম্ব ধ্রুবক,

$k = 9 \times 10^9$ $Nm^2/C^2$

$x = ?$

**প্রশ্ন-৯।**




**A বলটিকে শূন্যে ভাসিয়ে রাখতে B পয়েন্টে কী পরিমাণ চার্জ সৃষ্টি করা লাগবে? [$g = 9.8ms^2$]**

**সমাধান:**

A বলটিকে ভাসিয়ে রাখতে হলে বলটির ওজন B মধ্যবর্তী বিকর্ষণ বল সমান হওয়া লাগবে।

**১ম ধাপ-ওজন নির্ণয়:**

আমরা জানি,

$W = mg$

$= (5 \times 9.8)$ N

$= 49$ N

$\therefore$ বস্তুটির ওজন, $W = 49$ N

এখানে,

ভর, $m = 5$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

ওজন, $W = ?$

২য় ধাপ-চার্জের পরিমাণ নির্ণয়:
প্রশ্নমতে,
$W = F$
বা, $W = k\frac{q_A q_B}{r^2}$
বা, $49 = 9\times10^9 \times \frac{100\times q_B}{5^2}$
বা, $q_B = \frac{49\times5^2}{9\times10^9\times100}$ C
$\therefore q_B = 1.36\times10^{-9}$ C

এখানে,
১ম চার্জ, $q_A = +100$C
বল, $F = W = 49$N
কুলম্ব ধ্রুবক, $k = 9\times10^9$ $Nm^2/C^2$
দূরত্ব, $r = 5$m
২য় চার্জ, $q_B = ?$

$\therefore$ B বিন্দুতে $1.36\times10^{-9}$C চার্জ সৃষ্টি করলে A বলটিকে শূন্যে ভাসিয়ে রাখা সম্ভব।
উত্তর: $1.36\times10^{-9}$C চার্জ।

## Practice Problem:

**প্রশ্ন-১০।** 50 cm ব্যাসের এবং 30 C ও 60 C আধান বিশিষ্ট দুটি গোলকে পরস্পর থেকে 12 m দূরে স্থাপন করে একটি পরিবাহী তার দ্বারা যুক্ত করলে এদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান কত হবে? [উত্তর: $1.1664\times10^{11}$ N]

**প্রশ্ন-১১।** 50 C ও 20 C মানের দুটি আধানের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হলে এদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান $1.8\times10^{12}$ N হবে? [উত্তর: 2.236 m]

## Type-2
(তড়িৎক্ষেত্র সংক্রান্ত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

| সূত্র | সংকেত পরিচিতি | একক (SI) |
|---|---|---|
| • $E = k\frac{q}{r^2}$ | E = ইলেকট্রিক ফিল্ড | $NC^{-1}$ |
| | k = কুলম্ব ধ্রুবক | $Nm^2/C^2$ |
| | q = কেন্দ্রীয় চার্জ | C |
| | r = মধ্যবর্তী দূরত্ব | m |
| • $E = \frac{F}{q'}$ | E = ইলেকট্রিক ফিল্ড | $NC^{-1}$ |
| | F = বৈদ্যুতিক বল | N |
| | q′ = বাহ্যিক চার্জ | C |

[বিঃদ্রঃ কেন্দ্রীয় চার্জ বলতে যে চার্জের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়েছে সেটিকে বোঝানো হচ্ছে। বাহ্যিক চার্জ বলতে, যে চার্জকে তড়িৎ ক্ষেত্রে সরানো বা অন্য কোথাও থেকে আনা হয় বা স্থাপন করা হয়, তাকে বোঝানো হচ্ছে। দুটি সূত্র আলাদা।]

## Example:

**প্রশ্ন-১২।** + 5C চার্জের জন্য 10 m দূরে ইলেকট্রিক ফিল্ড কত?

সমাধান:
$E = k\frac{q}{r^2}$
$E = \frac{9\times10^9\times5}{10^2}$ N/C
$= 4.5\times10^8$ N/C [Ans.]

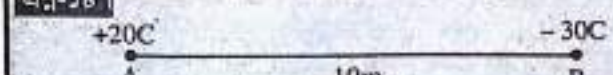
এখানে,
আধান, $q = 5$C
দূরত্ব, $r = 10$ m
কুলম্বের ধ্রুবক, $k = 9\times10^9$ $Nm^2/C^2$

**প্রশ্ন-১৩।** 3C চার্জের একটি বস্তু 10N বল অনুভব করছে, ঐ জায়গায়, ঐ জায়গার ইলেকট্রিক ফিল্ড কত?

সমাধান:
$E = \frac{F}{q}$
$= \frac{10\text{ N}}{3\text{ C}}$
$= 3.33$ N/C

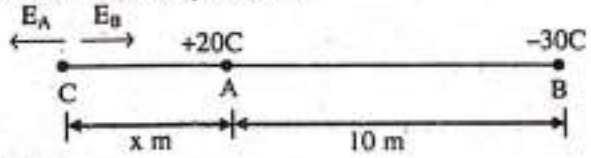
এখানে,
$F = 10$ N
$q = 3$ C

উত্তর: 3.33 N/C.

**প্রশ্ন-১৪।**


A এবং B তে দুটি চার্জ রাখা আছে। AB রেখা বরাবর কোন বিন্দুতে লব্ধি ইলেকট্রিক ফিল্ড শূন্য হবে?

সমাধান:
চার্জদুটি বিপরীত ধর্মাবলি। তাই তাদের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে লব্ধি ইলেকট্রিক ফিল্ড শূন্য হওয়া সম্ভব নয় (ভেবে দেখ, কেন?)। B চার্জের মান বেশি, তাই নির্ণেয় পয়েন্ট AB এর উপর A বরাবর বাইরের দিকে অবস্থিত হবে (ভেবে দেখ, কেন? Hints: ৮নং প্রশ্ন দ্রষ্টব্য) ধরি, বিন্দুটি C এবং A থেকে x m দূরে অবস্থিত।




প্রশ্নমতে,
$E_A = E_B$ [মান বিবেচনায়]
বা, $k\frac{q_A}{r_{AC}^2} = k\frac{q_B}{r_{BC}^2}$
বা, $9\times10^9\frac{20}{x^2} = 9\times10^9\frac{30}{(x+10)^2}$
বা, $\frac{2}{x^2} = \frac{3}{(x+10)^2}$
বা, $2(x+10)^2 = 3x^2$
বা, $2x^2 + 40x + 200 = 3x^2$
বা, $x^2 - 40x - 200 = 0$
বা, $x = \frac{40+\sqrt{(-40)^2+4\times200}}{2\times1}$
$\therefore = 44.43$ অথবা $-4.49$

এখানে,
১ম চার্জ, $q_A = +20$C
২য় চার্জ, $q_B = -30$C
১ম দূরত্ব, $r_{AC} = x$ m
২য় দূরত্ব, $r_{BC} = (10+x)$m
কুলম্ব ধ্রুবক, $k = 9\times10^9$N $\frac{m^2}{C^2}$
$x = ?$

$\therefore$ AB এর উপর A বরাবর 44.49 m দূরে লব্ধি ইলেকট্রিক ফিল্ড শূন্য হবে।
উত্তর: A বরাবর 44.49 m দূরে, বাইরের দিকে।

## Practice Problem:

**প্রশ্ন-১৫।** $20\times10^{-9}$C এবং $-10\times10^{-9}$ C চার্জ বিশিষ্ট দুটি ক্ষুদ্রাকারের গোলকের মধ্যবর্তী দূরত্ব 20 cm। চার্জ দুটির ঠিক মধ্যবিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য কত হবে? [উত্তর: $2.7\times10^4$ $NC^{-1}$]

**প্রশ্ন-১৬।** 0.03 m ব্যাসার্ধের একটি গোলকে 5 C চার্জ দেওয়া আছে। গোলকের কেন্দ্র হতে 1m দূরে কোনো বিন্দুতে বৈদ্যুতিক প্রাবল্যের মান নির্ণয় করো। [উত্তর: $4.5\times10^{10}$$NC^{-1}$]

## Type-3
(ইলেকট্রিক পটেনশিয়াল সংক্রান্ত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

| সূত্র | সংকেত পরিচিতি | একক (SI) |
|---|---|---|
| • $V = \frac{W}{q}$ | V = তড়িৎ বিভব | V |
| | W = কৃতকাজ | J |
| | q = বাহ্যিক চার্জ | C |
| • $V = k\frac{Q}{r}$ | Q = কেন্দ্রীয় চার্জ | C |
| | k = কুলম্বের ধ্রুবক | $Nm^2/C^2$ |
| | r = মধ্যবর্তী দূরত্ব | m |

[বিঃদ্রঃ কেন্দ্রীয় চার্জ বলতে যে চার্জের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়েছে সেটিকে বোঝানো হচ্ছে। বাহ্যিক চার্জ বলতে, যে চার্জকে তড়িৎ ক্ষেত্রে সরানো বা অন্য কোথাও থেকে আনা হয়েছে বা স্থাপন করা হয় তাকে বোঝানো হচ্ছে। দুটি সূত্র আলাদা।]

## ☑ Example:

**প্রশ্ন-১৭।** কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি 10C চার্জকে আনতে 200J শক্তি খরচ হয়। সেই তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$V = \frac{W}{q}$$
$$= \frac{200}{10} V$$
$$= 20 V$$

এখানে,
চার্জ, $q = 10C$
শক্তি, $W = 200 J$
বিভব, $V = ?$

∴ নির্ণেয় বিভব $V = 20 V$ [Ans.]

**প্রশ্ন-১৮।** 200C একটি চার্জ থেকে 20 m দূরে বিভব পার্থক্য কত?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$V = k\frac{q}{r}$$
$$= 9 \times 10^9 \frac{200}{20}$$
$$= 9 \times 10^{10} V$$

এখানে,
চার্জ, $q = +200C$
দূরত্ব, $r = 20 m$
কুলম্ব ধ্রুবক, $k = 9 \times 10^9 Nm^2/C^2$
বিভব, $V = ?$

∴ নির্ণেয় বিভব, $V = 9 \times 10^{10} V$ [Ans.]

**প্রশ্ন-১৯।**

একটি চার্জ (20 C) কে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে নিয়ে যেতে কী পরিমাণ শক্তি খরচ হবে?

সমাধান:
আমরা যদি B এবং A পয়েন্টে চার্জটিকে অসীম থেকে আনতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ জানতে পারি তাহলে A থেকে B তে নিয়ে যেতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণও জানতে পারব।
এখানে,

$$W_{AB} = W_B - W_A$$
$$= V_B q - V_A q \quad [\because V = \frac{W}{q}]$$
$$= q(V_B - V_A)$$
$$= 20(40 - 20) J$$
$$= 400 J$$

এখানে,
A বিন্দুর বিভব, $V_A = 20V$
B বিন্দুর বিভব, $V_B = 40V$
চার্জ, $q = 20C$
$W_{AB} = ?$

∴ A থেকে B বিন্দুতে 20 C চার্জ নিয়ে যেতে 400J শক্তি খরচ হবে।
উত্তর: 400J.

## ✎ Practice Problem:

**প্রশ্ন-২০।** অসীম দূর থেকে তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে $2\times10^{-3}C$ চার্জ আনতে 0.5 J কাজ করতে হয়। ঐ বিন্দুর বিভব নির্ণয় করো। [উত্তর: 250 V]

**প্রশ্ন-২১।** 30 cm ব্যাসার্ধের গোলকে 0.1 C চার্জ দিলে পৃষ্ঠে বিভব কত হবে? [উত্তর: $3\times10^9$ V]

## 🕮 Type-4

(ধারক ও ধারকত্ব সংক্রান্ত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

| সূত্র | সংকেত পরিচিতি | একক (SI) |
|---|---|---|
| • $V = \frac{Q}{C}$ | V = বিভব | V |
| | Q = কেন্দ্রীয় চার্জ | C |
| | C = ধারকত্ব | F |
| • $C = \frac{r}{k}$ | C = ধারকত্ব | F |
| | r = গোলকের ব্যাসার্ধ | m |
| | k = কুলম্বের ধ্রুবক | $Nm^2/C^2$ |
| • $W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QV$ | W = জমাকৃত শক্তি | J |
| | C = ধারকত্ব | F |
| | V = বিভব | V |

## ☑ Example:

**প্রশ্ন-২২।** একটি ধারককে 200V এ চার্জ করার ফলে 5 কুলম্ব চার্জ জমা হলো। ধারকটির ধারকত্ব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$V = \frac{Q}{C}$$
বা, $$C = \frac{Q}{V}$$
$$= \frac{5}{200} F$$
$$= 2.5 \times 10^{-2} F$$

এখানে,
প্রদত্ত বিভব, $V = 200V$
চার্জের পরিমাণ, $Q = 5 C$
ধারকত্ব, $C = ?$

∴ ধারকটির ধারকত্ব, $C = 2.5 \times 10^{-2} F$ [Ans.]

**প্রশ্ন-২৩।** একটা $20\mu F$ ক্যাপাসিটরে 10 V বৈদ্যুতিক পটেনশিয়াল দেওয়া হয় তাহলে সেখানে কী পরিমাণ শক্তি সঞ্চিত থাকবে?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times 10^2 J$$
$$= 10^{-3}$$
$$= 1 mJ$$

এখানে,
ধারকত্ব, $C = 20 \mu F$
$$= \frac{20}{10^6} F$$
$$= 20 \times 10^{-6} F$$
প্রদত্ত বিভব, $V = 10V$
শক্তি, $W = ?$

∴ জমাকৃত শক্তি, 1 mJ [Ans.]

**প্রশ্ন-২৪।** একটি 2mF এর ধারকে 10 C চার্জ জমা আছে। ধারকটি কী পরিমাণ শক্তি সরবরাহ করতে পারবে?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$
$$= \frac{1}{2} C \times \left(\frac{Q}{C}\right)^2 \quad [\because V = \frac{Q}{C}]$$
$$= \frac{1 \times Q^2}{2 \times C} J$$
$$= \frac{10^2}{2 \times 2 \times 10^{-3}} J$$
$$= 2.5 \times 10^4 J$$

এখানে,
ধারকত্ব, $C = 2 mF$
$$= \frac{2}{1000} F$$
$$= 2 \times 10^{-3} F$$
চার্জ, $Q = 10 C$
শক্তি, $W = ?$

∴ ধারকটিতে $2.5 \times 10^4$ J শক্তি সংরক্ষিত আছে। [Ans.]

**প্রশ্ন-২৫।** একটি 50cm ব্যাসার্ধের গোলকের ধারকত্ব কত?

সমাধান:
আমরা জানি,

$$C = \frac{r}{k}$$
$$= \frac{0.5}{9 \times 10^9} F$$
$$= 5.56 \times 10^{-11} F$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 50cm$
$$= \frac{50}{100} m = 0.5m$$
কুলম্বের ধ্রুবক, $k = 9 \times 10^9 Nm^2C^{-2}$
ধারকত্ব, $C = ?$

∴ গোলকটির ধারকত্ব হবে, $C = 5.56 \times 10^{-11} F$ [Ans.]

## ✎ Practice Problem:

**প্রশ্ন-২৬।** একটি ধারকে 0.8 J শক্তি সঞ্চিত আছে। এর ধারকত্ব $2\times10^{-6}$ F হলে এতে কি পরিমাণ চার্জ জমা হয়েছিল? [উত্তর: $1.79\times10^{-3}$C]

**প্রশ্ন-২৭।** $4 \times 10^{-6}$ F এর একটি ধারককে 9 V ব্যাটারি দিয়ে চার্জিত করালে কি পরিমাণ শক্তি জমা হবে? [উত্তর: $1.62 \times 10^{-4}$ J]