অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন-১ | টেবিল 1.5 এর উপসর্গ ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলো প্রকাশ করো:
(ক) 10^{12} Flops; (খ) 10^{9} bytes; (গ) 10^{-3} gm; (ঘ) 10^{-9} s; (ঙ) 10^{-18} m

সমাধান:
(ক) 10^{12} Flops = 1 Tera Flops [Ans.]
(খ) 10^{9} bytes = 1 Giga bytes [Ans.]
(গ) 10^{-3} gm = 1 mg [Ans.]
(ঘ) 10^{-9} s = 1 ns [Ans.]
(ঙ) 10^{-18} m = 1 am [Ans.]

প্রশ্ন-২ | এক বছরে কত সেকেন্ড? (গণনা করার জন্য π দিয়ে প্রকাশ করো)

সমাধান:
১ বছর = 365 দিন
= 365 × 24 ঘণ্টা
= 365 × 24 × 60 মিনিট
= 365 × 24 × 60 × 60 সেকেন্ড
= 31536000 সেকেন্ড [Ans.]

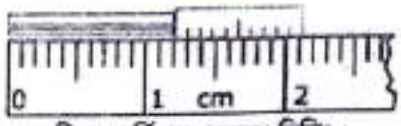
π দ্বারা প্রকাশ করা হলে, ১ বছরে = $\frac{31536000}{3.1416}$ π সেকেন্ড
= 10038197.1 π সেকেন্ড
= 1×10^{7} π সেকেন্ড।

প্রশ্ন-৩ | এক আলোকবর্ষের দূরত্ব কত মিটার?

সমাধান:
'২' হতে পাই,
1 বছর = 31536000 সেকেন্ড
জানা আছে,
আলো 1 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 3×10^{8} m
∴ আলো 31536000 সেকেন্ডে অতিক্রম করে = $31536000 \times 3 \times 10^{8}$ m
= 9.4608×10^{15} m [Ans.]

প্রশ্ন-৪ | একটি ভার্নিয়ার স্কেলে একটি দন্ডের দৈর্ঘ্য মাপার সময় 1.12 চিত্রের মতো দেখা গেছে। দন্ডটির দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান:



চিত্র: ভার্নিয়ার স্কেলের রিডিং।

চিত্র হতে
ভার্নিয়ার স্কেলের ১০ ঘর = মূল স্কেলের ৯ ঘর

$VC = \frac{S}{n}$
$= \frac{1}{10}$
= .1 mm
= .01 cm

যেখানে,
VC = ভার্নিয়ার ধ্রুবক
S = মূল স্কেলের ক্ষুদ্রতম
1 ঘরের দৈর্ঘ্য = 1 mm
n = ভার্নিয়ার স্কেলের ভাগ সংখ্যা = 10

মূল স্কেলের পাঠ = 1.2 cm
ভার্নিয়ার সমপাতন = 1
দন্ডের দৈর্ঘ্য = মূল স্কেলের পাঠ + ভার্নিয়ার ধ্রুবক × ভার্নিয়ার সমপাতন
= 1.2 + (.01 × 1) cm
= 1.21 cm [Ans.]

প্রশ্ন-৫ | শক্তির মাত্রা $ML^{2}T^{-2}$, SI ইউনিটে এর একক কত?

সমাধান:
ভরের মাত্রা M, SI একক kg
দৈর্ঘ্যের মাত্রা L, SI একক m
সময়ের মাত্রা T, SI একক s
$ML^{2}T^{-2}$ কে SI এককে প্রকাশ করলে দাড়ায় = $\frac{kgm^{2}}{s^{2}}$
= $kgm^{2}s^{-2}$
অতএব, শক্তি SI একক = $kgm^{2}s^{-2}$ [Ans.]

অতিরিক্ত গাণিতিক প্রশ্নোত্তর

Type-1

(স্লাইড ক্যালিপার্স ও স্ক্রুগজ সম্পর্কিত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	সংকেত পরিচিতি	একক (SI)
• ভার্নিয়ার ধ্রুবক, $VC = \frac{S}{n}$	VC = (Vernier Constant) = ভার্নিয়ার ধ্রুবক	m
	S = প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম 1 ঘরের দৈর্ঘ্য	m
	n = ভার্নিয়ার স্কেলের ভাগ সংখ্যা	একক নেই
• ন্যূনাঙ্ক, $L.C = \frac{p}{n}$	n = বৃত্তাকার স্কেলের ঘর সংখ্যা	একক নেই
	p = মূলের পিচ	m
	L.C (Least Count) = ন্যূনাঙ্ক	m
• দৈর্ঘ্য, $L = M + V \times VC$	L = দৈর্ঘ্য	m
	M = প্রধান স্কেল পাঠ	m
	V = ভার্নিয়ার সমপাতন	একক নেই
	VC = (Vernier Constant) = ভার্নিয়ার ধ্রুবক	m
• ব্যাস, $D = L + C \times L.C$	D = ব্যাস	m
	L = রৈখিক স্কেল পাঠ	m
	C = বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ	একক নেই
	L.C (Least Count) = লঘিষ্ঠ গণন	m

⚠ Alert:
• মূল স্কেলের পাঠ যে এককে নিবে, ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠও সে এককে নিতে হবে।

জেনে রাখা ভালো:
• V × VC একত্রে হলো ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ।
• দন্ডের দৈর্ঘ্য = মূল স্কেলের পাঠ + ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ।

Note: স্ক্রু গজের সূত্রটি পাঠ্যবইয়ে উল্লেখ করা হয়নি। কিন্তু সূত্রটি ব্যবহারিকে রয়েছে এবং অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিধায় তোমাদের জেনে রাখার সুবিধার্থে এখানে উল্লেখ করা হলো।

☑ Example:

প্রশ্ন-৬। একটি ভার্নিয়ার স্কেলের 10 ভাগ প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম 9 ভাগের সমান হলে ভার্নিয়ার ধ্রুবক নির্ণয় কর। (প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ভাগের দৈর্ঘ্য 1 মি.মি.)

সমাধান:

ভার্নিয়ার ধ্রুবক, $VC = \frac{S}{n}$

বা, $VC = \frac{1 \text{ মি. মি.}}{10}$

$\therefore VC = 0.1$ মি.মি.

বা, 0.01 সে.মি. [Ans.]

এখানে,
S = প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম 1 ভাগের দৈর্ঘ্য = 1 মি.মি.
n = ভার্নিয়ার স্কেলের ভাগ সংখ্যা = 10
VC = ভার্নিয়ার ধ্রুবক = ?

প্রশ্ন-৭। ফ্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা 50 এবং লঘিষ্ঠ গণন 0.01 mmহলে যন্ত্রের পিচ কত হবে?

সমাধান:

আমরা জানি,

লঘিষ্ঠ গণন $= \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা}}$

বা, পিচ = লঘিষ্ঠ গণন × বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা
$= 0.01 \text{ mm} \times 50$
$= 0.5 \text{ mm}$ [Ans.]

এখানে,
বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা = 50
লঘিষ্ঠ গণন = 0.01 mm;
যন্ত্রের পিচ = ?

প্রশ্ন-৮। একটি দন্ডকে স্লাইড ক্যালিপার্সে স্থাপনে পর প্রধান স্কেলের পাঠ পাওয়া গেল 5 cm। ভার্নিয়ার সমপাতন 2 এবং ভার্নিয়ার ধ্রুবক 1 mm হলে দন্ডটির দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$L = M + V \times VC$
$= 5 + 2 \times 0.1$
$= 5.2 \text{cm}$ [Ans.]

এখানে,
প্রধান স্কেল পাঠ, M = 5 cm
ভার্নিয়ার সমপাতন, V = 2
ভার্নিয়ার ধ্রুবক, V.C = 1 mm = 0.1 cm
দন্ডটির দৈর্ঘ্য, L = ?

প্রশ্ন-৯। রৈখিক স্কেলের পাঠ 3 mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 20 হলে তারের ব্যাস বা পুরুত্ব কত? (যখন, LC = 0.01 mm)

সমাধান:

ব্যাস বা পুরুত্ব,
D = রৈখিক স্কেলের পাঠ + বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ × ন্যূনাঙ্ক
$D = L + C \times LC$
$= 3\text{mm} + 20 \times 0.01 \text{ mm}$
$= 3 \text{ mm} + 0.2 \text{ mm}$
$= 3.2 \text{ mm}$ [Ans.]

এখানে,
রৈখিক স্কেল পাঠ, L = 3mm
বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ, C = 20
ন্যূনাঙ্ক, LC = 0.01 mm

✍ Practice Problem:

প্রশ্ন-১০। একটি দন্ডকে স্লাইড ক্যালিপার্সে স্থাপনের পর যে পাঠ পাওয়া গেল তা হচ্ছে প্রধান স্কেল 4 cm, ভার্নিয়ার সমপাতন 7 এবং ভার্নিয়ার ধ্রুবক 0.1 mm। দন্ডটির দৈর্ঘ্য কত? [উত্তর: 4.07 cm]

প্রশ্ন-১১। একটি দন্ডের দৈর্ঘ্য মূল স্কেলে 5.2cm। ভার্নিয়ার সমপাতন 12। ভার্নিয়ার ধ্রুবক .005 cm। দন্ডের প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত? [উত্তর: 5.26 cm]

প্রশ্ন-১২। দন্ডের দৈর্ঘ্য মূল স্কেলে 22 cm। ভার্নিয়ার স্কেলের 20 ভাগ মূল স্কেলের 19 ভাগের সমান। মূল স্কেলের এক ঘরের দৈর্ঘ্য 1mm। ভার্নিয়ার সমপাতন 12। দন্ডের মূল দৈর্ঘ্য কত? [উত্তর: 22.06]

প্রশ্ন-১৩। একটি সিলিণ্ডারের দৈর্ঘ্য ও ব্যাস সমান। দৈর্ঘ্য মূল স্কেলে 12cm এবং ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ .05 cm। সিলিন্ডারের আয়তন কত? [উত্তর: 1374.2066 cm^3]

🕮 Type-2

(ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় সম্পর্কিত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	সংকেত পরিচিতি	একক (SI)
• প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$	A = প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল	m^2
	r = ব্যাসার্ধ	m
	d = ব্যাস	m
• সিলিন্ডারের আয়তন, $V = \pi r^2 h = \frac{1}{4}\pi d^2 h$	V = সিলিন্ডারের আয়তন	m^3
	r = ব্যাসার্ধ	m
	h = সিলিন্ডারের উচ্চতা	m
	d = ব্যাস	m
• আয়তাকার বস্তুর আয়তন, $V = L \times B \times H$	V = আয়তাকার বস্তুর আয়তন	m^3
	L = দৈর্ঘ্য	m
	B = প্রস্থ	m
	H = উচ্চতা	m

☑ Example:

প্রশ্ন-১৪। 5 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$A = \frac{1}{4}\pi d^2$

বা, $A = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times (5)^2$
$= 19.64 \text{ mm}^2$
$= 19.64 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ [Ans.]

এখানে,
তারের ব্যাস, d = 5 mm
প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, A = ?
[$\because 1\text{mm}^2 = 10^{-6}\text{m}^2$]

প্রশ্ন-১৫। $\frac{7}{22}$ m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সিলিন্ডারের আয়তন 9m^3 হলে ব্যাস কত হবে?

সমাধান:

সিলিন্ডারের আয়তন, $V = \pi r^2 h$

বা, $9 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \times \frac{7}{22}$

বা, $d^2 = \frac{9 \times 4 \times 22}{\pi \times 7}$

বা, $d^2 = 36$ বা, $d = \sqrt{36}$

$\therefore d = 6\text{m}$ [Ans.]

এখানে,
সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য, $h = \frac{7}{22}$ m
সিলিন্ডারের আয়তন, $V = 9\text{m}^3$
সিলিন্ডারের ব্যাস, d = ?

প্রশ্ন-১৬। একটি গোলকের ব্যাস মাপার ক্ষেত্রে মূল স্কেলের পাঠ 12cm পাওয়া গেল। ভার্নিয়ার ধ্রুবক .005 cm এবং ভার্নিয়ার সমপাতন 12। গোলকের আয়তন কত?

সমাধান:

গোলকের ব্যাস,
$D = M + V \times V.C$
$= 12 + 12 \times .005 \text{ cm}$
$= 12.06 \text{ cm}$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{12.06}{2} \text{ cm}$
$= 6.03 \text{ cm}$

এখানে,
প্রধান স্কেল পাঠ, M = 12 cm
ভার্নিয়ার সমপাতন, V = 12
ভার্নিয়ার ধ্রুবক, V.C = .05 mm = .005 cm
গোলকের ব্যাস, D = ?

জানা আছে, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.03)^3 \text{ cm}^3$
$= 918.42\text{cm}^3$ [Ans.]

প্রশ্ন-১৭। স্ক্রু গজের সাহায্যে একটি সিলিন্ডারের ব্যাস মাপার ক্ষেত্রে মূল স্কেলের পাঠ পাওয়া গেল 4.2 cm। বৃত্তকার স্কেলের পাঠ 45। পিচ 1mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা 100। সিলিন্ডারটির ব্যাস এবং উচ্চতা সমান হতে হলে সিলিন্ডারের আয়তন কত?

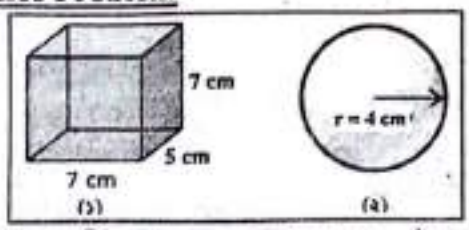
সমাধান:

ব্যাস, d = মূল স্কেলের পাঠ + বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ × ন্যূনাঙ্ক

$= 4.2 + 45 \times .001$ cm
$= 4.245$ cm
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{4.245}{2}$ cm
$= 2.1225$ cm
$\therefore$ উচ্চতা $h = 4.245$ cm
$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন,
$V = \pi r^2 h$
$= \pi \times (2.1225)^2 \times 4.245$ cm^3
$= 60.08$ cm^3 [Ans.]

মূল স্কেলের পাঠ = 4.2 cm
বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ = 45
পিচ = 1m
বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা = 100
$\therefore$ লঘুত্ব $= \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা}}$
$= \frac{1}{100}$
$= .01$ mm
$= \frac{.01}{10}$ cm
$= .001$cm

Practice Problem:



প্রশ্ন-১৮। ১ ও ২নং চিত্রের আয়তনের অনুপাত কত? [উত্তর: .9193: 1]

প্রশ্ন-১৯। গোলকের ব্যাস মূল স্কেলে 12 cm। ভার্নিয়ার সমপাতন 15। ভার্নিয়ার ধ্রুবক .1mm। গোলকের আয়তন কত? [উত্তর: 939.136 cm^3]

প্রশ্ন-২০। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম ভাগের দৈর্ঘ্য 1mm এবং ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা 20। স্লাইড ক্যালিপার্সটির সাহায্যে একটি ফাঁপা সিলিন্ডারের ভিতরের ব্যাস ও গভীরতা নির্ণয়ের পাঠ নিম্নরূপ পাওয়া গেল।

পাঠের স্থান	প্রধান স্কেল পাঠ (cm)	ভার্নিয়ার সমপাতন
ব্যাস বরাবর (d)	5	15
গভীরতা বরাবর (h)	4.2	10

সিলিন্ডারটিতে 180 cm^3 পানি রাখা হলে তা পূর্ণ হবে কি? [উত্তর: হবে]

Type-3
(আপেক্ষিক ত্রুটি নির্ণয় সম্পর্কিত)

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

সূত্র	প্রচলিত পরিবর্তন	একক (SI)
আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\text{চূড়ান্ত ত্রুটি}}{\text{পরিমাপকৃত মান}}$		শতকরা (%)

Example:

প্রশ্ন-২১। একটি বর্গাকার বইয়ের দৈর্ঘ্য 92cm। ক্ষেত্রফল পরিমাপে আপেক্ষিক ত্রুটি কত? মনে করো তুমি যে রুলার দিয়ে মেপেছ তার ক্ষুদ্রতম একঘর = 1 cm।

সমাধান:
যেহেতু রুলারে শুধু cm দাগ দেওয়া কাজেই ত্রুটি ± 0.5 cm।
সুতরাং, দৈর্ঘ্য $= 92 \pm 0.5$ cm।
প্রস্থ $= 92 \pm 0.5$ cm।
পরিমাপকৃত আয়তন: $92 \times 92 = 8464$ cm^2
সম্ভাব্য সবচেয়ে ছোট আয়তন $= (92 - 0.5) \times (92 - 0.5)$
$= 91.5 \times 91.5$
$= 8375.25$ cm^2
সম্ভাব্য সবচেয়ে বড় আয়তন $= (92 + 0.5) \times (92 + 0.5)$
$= 92.5 \times 92.5$
$= 8556.25$ cm^2
কাজেই ক্ষেত্রফল 8375.25 cm$^2 < A < 8556.25$ cm^2
সুতরাং, ত্রুটি
i. $8464 - 8375.25 = 89.25$ cm^2
ii. $8556.25 - 8464 = 92.25$ cm^2
যেহেতু দুটি ত্রুটির মান সমান নয় সেহেতু বড় ত্রুটিটি নিয়ে,
আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\text{চূড়ান্ত ত্রুটি}}{\text{পরিমাপকৃত মান}}$
$= \frac{92.25}{8464} \times 100$
$= 1.09\%$ [Ans.]

প্রশ্ন-২২। একটি বর্গাকার ঘরের দৈর্ঘ্য 92m। দৈর্ঘ্য পরিমাপে আপেক্ষিক ত্রুটি 7%। ক্ষেত্রফল পরিমাপে আপেক্ষিক ত্রুটি কত?

সমাধান:
বস্তুটির পরিমাপ করা ক্ষেত্রফল $92 \times 92 = 8464$ m^2
যেহেতু বস্তুটির দৈর্ঘ্য পরিমাপে আপেক্ষিক ত্রুটি 7%। কাজেই, তার দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা হলে,
সম্ভাব্য সবচেয়ে কম দৈর্ঘ্য $= 92 \times .93$
$= 85.56$ m এবং
সম্ভাব্য সবচেয়ে বেশি দৈর্ঘ্য $= 92 \times 1.07$
$= 98.44$ m হতে পারে।
কাজেই ক্ষেত্রফল,
সবচেয়ে কম $= 85.56 \times 85.56$
$= 7320.5136$ m^2 এবং
সবচেয়ে বেশি $= 98.44 \times 98.44$
$= 9690.4336$ m^2 হতে পারে।
সুতরাং, ত্রুটি:
$|8464 - 7320.5136| = 1143.4864$ m^2
অথবা, $|9690.4336 - 8464| = 1226.4336$ m^2
যেহেতু দুটি সমান নয় বড়টি নিয়ে চূড়ান্ত ত্রুটি $= 1226.4336$m^2
অতএব, আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\text{চূড়ান্ত ত্রুটি}}{\text{পরিমাপকৃত মান}}$
$= \frac{1226.4336}{8464} \times 100\%$
$= 14.49\%$ [Ans.]

প্রশ্ন-২৩। এক আয়তাকার বাক্সকে cm স্কেল দ্বারা পরিমাপ করা হচ্ছে। পরিমাপে দৈর্ঘ্য = 10 cm, প্রস্থ = 9 cm এবং উচ্চতা = 8 cm পাওয়া গেল। আয়তন নির্ণয়ে আপেক্ষিক ত্রুটি কত?

সমাধান:
যেহেতু পরিমাপের জন্য cm স্কেল ব্যবহার করা হয়েছে সুতরাং ত্রুটি ± 0.5 cm। কাজেই,
দৈর্ঘ্য $= 10 \pm 0.5$ cm।
প্রস্থ $= 9 \pm 0.5$ cm
উচ্চতা $= 8 \pm 0.5$ cm
$\therefore$ সম্ভাব্য সবচেয়ে বড় আয়তন $= (10 + 0.5)(9 + 0.1)(8 + 0.5)$
$= 10.5 \times 9.5 \times 8.5$ m^3
$= 847.875$ cm^3
আবার,
সম্ভাব্য সবচেয়ে ছোট আয়তন $= (10 - 0.5)(9 - 0.5)(8 - 0.5)$
$= 9.5 \times 8.5 \times 7.5$
$= 605.625$
পরিমাপকৃত আয়তন $= 10 \times 9 \times 8$ cm^3
$= 720$cm^3
সুতরাং, ত্রুটি
(i) $|847.875 - 720|$ cm$^3 = 127.825$
(ii) $|720 - 605.625|$ cm$^3 = 114.325$
যেহেতু দুটি ত্রুটি সমান নয় চূড়ান্ত ত্রুটি হিসেবে বড়টিকে বিবেচনা করে,
আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\text{চূড়ান্ত ত্রুটি}}{\text{পরিমাপকৃত ত্রুটি}}$
$= \frac{127.875}{720}$
$= 17.76\%$ [Ans.]

Practice Problem:

প্রশ্ন-২৪। একটি বাক্স cm স্কেল দ্বারা মাপা হয়েছে। দৈর্ঘ্য 12 cm, প্রস্থ 10 cm ও উচ্চতা 8 cm। আয়তন নির্ণয়ে আপেক্ষিক ত্রুটি কত? [উত্তর: 16.21%]

প্রশ্ন-২৫। পরিমাপ করা ক্ষেত্রফল 200m^2 কিন্তু ত্রুটির কারণে পরিমাপ করে পাওয়া গেল 188m^2। আপেক্ষিক ত্রুটি কত? [উত্তর: 6%]

প্রশ্ন-২৬। চূড়ান্ত ত্রুটি 5m^2। পরিমাপ করা মান 56m^2 হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে আপেক্ষিক ত্রুটি কত? [উত্তর: 8.93%]

প্রশ্ন-২৭। আপেক্ষিক ত্রুটি 10%। পরিমাপ করা মান 67 একক হলে, চূড়ান্ত ত্রুটি কত? [উত্তর: 6.7 একক]

প্রশ্ন-২৮। আপেক্ষিক ত্রুটি 10%। চূড়ান্ত ত্রুটি 6 একক হলে, পরিমাপ করা মান কত? [উত্তর: 60 একক]