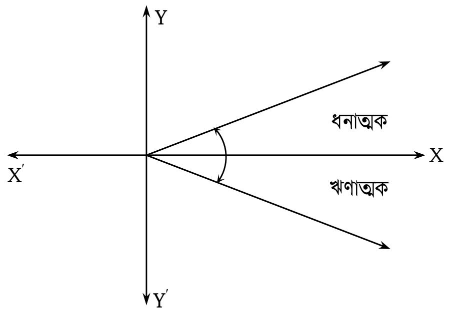
অষ্টম অধ্যায়

ত্রিকোণমিতি

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

সাধারণভাবে ত্রিকোণমিতি বলতে তিনটি কোণের পরিমাপ বোঝায়। ব্যবহারিক প্রয়োজনে ত্রিভুজের তিনটি কোণ ও তিনটি বাহুর পরিমাপ এবং ত্রিভুজের সাথে সম্পর্কিত বিষয়ের আলোচনা থেকেই ত্রিকোণমিতির সূত্রপাত হয়। ত্রিকোণমিতিকে দুটি শাখায় বিভক্ত করা হয়। শাখা দুটি হচ্ছে– সমতলীয় ত্রিকোণমিতি এবং গোলকীয় ত্রিকোণমিতি।

■ **ধনাত্মক ও ঋণাত্মক কোণ :** কোনো একটি স্থির রশ্মির প্রেক্ষিতে অপর একটি ঘূর্ণায়মান রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরানোর ফলে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাকে ধনাত্মক কোণ বলা হয়।



আবার, ঘূর্ণায়মান রশ্মিটিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরানোর ফলে উৎপন্ন কোণকে ঋণাত্মক কোণ বলা হয়।

■ **কোণ পরিমাপের একক :** কোণের পরিমাণ ও মান বর্ণনায় সাধারণত দুই ধরনের একক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। যথা : (১) ষাটমূলক একক পদ্ধতি এবং (২) বৃত্তীয় একক পদ্ধতি।

১. **ষাটমূলক পদ্ধতি :** ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়। এক সমকোণকে সমান 90 ভাগে বিভক্ত করলে প্রতি ভাগকে এক ডিগ্রি বলা হয়। আবার, এক ডিগ্রিকে 60 ভাগ করে প্রতি ভাগকে এক মিনিট এবং এক মিনিটকে সমান 60 ভাগ করে প্রতি ভাগকে এক সেকেন্ড বলা হয়।

$60''$ (সেকেন্ড) = $1'$ (মিনিট)
$60'$ (মিনিট) = 1° (ডিগ্রি)
90° (ডিগ্রি) = 1 সমকোণ।

২. **বৃত্তীয় পদ্ধতি :** বৃত্তীয় পদ্ধতিতে এক রেডিয়ান কোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে যে সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে, তাকেই এক রেডিয়ান বলা হয় এবং রেডিয়ান একটি ধ্রুব কোণ।

কোণের ডিগ্রি পরিমাপ ও রেডিয়ান পরিমাপের সম্পর্ক :

1 রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ। অর্থাৎ $1^c = \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

$\therefore$ 1 সমকোণ $= \frac{\pi^c}{2}$

$\therefore 90^\circ = \frac{\pi^c}{2}$

$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$ এবং $1^c = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0$

$\therefore 90^\circ = 1$ সমকোণ $= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান

অর্থাৎ $180^\circ = 2$ সমকোণ $= \pi$ রেডিয়ান।

অনুশীলনী ৮.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর। সমস্ত ক্ষেত্রে π এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর ($\pi = 3.1416$)।

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ (ক) রেডিয়ানে প্রকাশ কর :

(i) 75°30′ (ii) 55°54′53″ (iii) 33°22′11″

সমাধান :

i. **75°30′** $= \left(75\frac{30}{60}\right)^\circ$ [∵ 1° = 60′]

$= \left(75\frac{1}{2}\right)^\circ = \frac{151^\circ}{2} = \left(\frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান

$= \frac{151\pi}{360}$ রেডিয়ান [∵ $\pi = 3{\cdot}1416$]

= 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়) **(Ans.)**

ii. **55°54′53″**

$= 55^\circ\left(54\frac{53}{60}\right)'$ [∵ 1′ = 60″]

$= 55^\circ\frac{3293'}{60} = \left(55\frac{3293}{60\times60}\right)^\circ$ [∵ 1′ = 60″]

$= \frac{201293^\circ}{3600} = \left(\frac{201293}{3600}\times\frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান [∵ $1^\circ = \frac{\pi^\circ}{100}$]

$= \frac{201293\pi}{648000}$ [$\pi = 3{\cdot}1416$]

= 0·9759 রেডিয়ান (প্রায়) **(Ans.)**

iii. **33°22′11″**

$= 33^\circ\left(22\frac{11}{60}\right)'$ [∵ 1′ = 60″]

$= 33^\circ\left(\frac{1331}{60}\right)'$ $= \left(33\frac{1331}{60\times60}\right)^\circ$ [∵ 1° = 60′]

$= \frac{120131^\circ}{3600} = \left(\frac{120131}{3600}\times\frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান

= 0.5825 রেডিয়ান (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ (খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ কর :

(i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান

(ii) 1.3177 রেডিয়ান

(iii) 0.9759 রেডিয়ান।

সমাধান :

i. $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান $= \frac{8\pi}{13}\times\frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি [∵ 1 রেডিয়ান $= \frac{180^\circ}{\pi}$]

$= \frac{1440}{13}$ ডিগ্রি = 110·76923

= 110°76′9.23″ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে] **(Ans.)**

ii. 1.3177 রেডিয়ান $= 1.3177\times\frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি [∵ 1 রেডিয়ান $= \frac{180^\circ}{\pi}$]

$= \frac{237{\cdot}186}{\pi}$ ডিগ্রি $= \frac{237{\cdot}186}{3{\cdot}1416}$ ডিগ্রি

= 75·49847 ডিগ্রি

= 75°29′54.5″ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে] **(Ans.)**

iii. 0.9759 রেডিয়ান $= 0.9759\times\frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি [∵ 1 রেডিয়ান $= \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি]

$= \frac{175{\cdot}662}{\pi} = \frac{175{\cdot}662}{3{\cdot}1416}$ [∵ $\pi = 3{\cdot}1416$]

= 55·914820 = 55°54′53.35″ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একটি কোণকে ষাটমূলক এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D° এবং R^c দ্বারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

সমাধান : দেওয়া আছে, ষাটমূলক পদ্ধতিতে কোণটির পরিমাণ = D° এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে ওই কোণটির পরিমাণ = R^c

আমরা জানি, $1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$

$\therefore D^\circ = \left(D\times\frac{\pi}{180}\right)^c$

প্রশ্নমতে, $D\times\frac{\pi}{180} = R$

$\therefore \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ একটি চাকার ব্যাসার্ধ 2 মিটার 3 সে.মি. হলে, চাকার পরিধির আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান : চাকার ব্যাসার্ধ 2 মি. 3 সে.মি.

= 2 মি. + $\frac{3}{100}$ মি. [∵ 100 সে.মি. = 1মি.]

= (2 + 0.03) মি.= 2.03 মি.

∴ চাকার পরিধি = $2\pi r$

= 2 × 3.1416 × 2.03 মি.

= 12.7549 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মি. এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, চাকার ব্যাস = 0.84 মি.

মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.84}{2}$ মি. = 0.42 মি.

∴ চাকার পরিধি = $2\pi r$

= 2 × π × 0.42 মি.

= 0.84π মিটার

চাকাটি একবার ঘুরলে গাড়িটি এর চাকার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। যেহেতু চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে,

∴ গাড়িটি 1 সেকেন্ডে অতিক্রম করে (0.84π × 6) মি.

∴ গাড়িটি 1 ঘণ্টায় বা (60 × 60) সেকেন্ডে অতিক্রম করে

= 0.84 π × 6 × 60 × 60 মি.

$= \frac{0.84\times3.1416\times6\times60\times60}{1000}$ কি.মি.

$= 57.0012$ কি.মি. ≈ 57 কি. মি.

$\therefore$ গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় 57 কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3 ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3

মনে করি, কোন তিনটি যথাক্রমে $2x^c$, $5x^c$ এবং $3x^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ বা π^c

প্রশ্নমতে, $2x^c + 5x^c + 3x^c = \pi^c$

বা, $10x^c = \pi^c$

বা, $x = \frac{\pi}{10}$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ $= 2x^c = \left(2 \times \frac{\pi}{10}\right) = \frac{\pi}{5}$ বেড়িয়ান

এবং বৃহত্তম কোণ $= 5x^c = \left(5 \times \frac{\pi}{10}\right) = \frac{\pi}{2}$ বেড়িয়ান **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের দ্বিগুণ। কোণগুলোর রেডিয়ান পরিমাপ কত?

সমাধান : মনে করি, ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম কোণ $= x$ রেডিয়ান

$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= 2x$ রেডিয়ান

যেহেতু ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত, সেহেতু অপর কোণটি হবে $\left(\frac{2x + x}{2}\right) = \frac{3x}{2}$ রেডিয়ান

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা $180°$ বা π রেডিয়ান

$\therefore x + \frac{3x}{2} + 2x = \pi$

বা, $\frac{2x + 3x + 4x}{2} = \pi$

বা, $9x = 2\pi$

বা, $x = \frac{2\pi}{9}$ রেডিয়ান

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম কোণটি $= x = \frac{2\pi}{9}$

এবং ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণ $2x = 2 \times \frac{2\pi}{9}$ রেডিয়ান $= \frac{4\pi}{3}$ রেডিয়ান

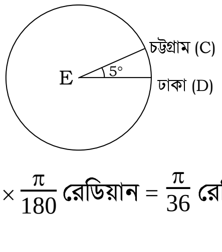
$\therefore$ অপর কোনটি হলো $\frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{9}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{3}$ রেডিয়ান

ত্রিভুজের কোণ তিনটি যথাক্রমে $\frac{2\pi}{9}, \frac{\pi}{3}$ এবং $\frac{4\pi}{9}$ রেডিয়ান **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব কত?

সমাধান : মনে করি,

পৃথিবীর কেন্দ্র E এবং পৃথিবীর উপরস্থ দুইটি স্থান ঢাকা (D) ও চট্টগ্রাম (C)। কেন্দ্র বিন্দুতে চাপ 5° কোণ উৎপন্ন করে।



$\therefore \theta = \angle DEC = 5° = 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান।

জানা আছে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

$\therefore \theta = \frac{DC}{ED}$

বা, $\frac{\pi}{36} = \frac{DC}{6440}$ কি.মি.

বা, $DC = \frac{6440 \times \pi}{36}$ কি.মি.

বা, $DC = 561.997$ কি.মি.

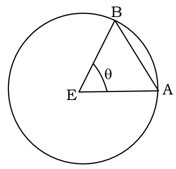
$\therefore DC = 562$ কি.মি. (প্রায়)

জেনে রাখ : যেহেতু পৃথিবী কমলালেবুর আকৃতির। তাই পৃথিবীর যেকোনো দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব রৈখিক দূরত্ব নয়, দূরত্ব হবে চাপ আকৃতির।

ঢাকা ও চট্টগ্রামের মধ্যবর্তী দূরত্ব 562 কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6′3″ কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধান : মনে করি,



মনে করি, পৃথিবীর কেন্দ্র E এবং পৃথিবীর উপরস্থ দুটি স্থান টেকনাফ (A) এবং তেতুলিয়া (B)। কেন্দ্র E বিন্দুতে চাপ AB 10°6′3″ কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6440 কি.মি.

$\therefore \theta = \angle AEB = 10°6'3''$

$= 10° \left(6\frac{3}{60}\right)' = 10° \left(6\frac{1}{20}\right)'$

$= 10° \left(\frac{121}{20}\right)' = \left(10\frac{121}{60 \times 20}\right)°$

$= \left(\frac{12121}{1200} \times \frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান

$= 0{\cdot}17629$ রেডিয়ান

এবং $AB = s =$ টেকনাফ ও তেতুলিয়ার দূরত

$\therefore s = r\theta = 6440 \times 0{\cdot}17629$ কি.মি.

$= 1135{\cdot}3076$ কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গতিবেগ কত?

সমাধান : মনে করি, অতিক্রান্ত বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = s মি.

দেওয়া আছে, ব্যাস = 201 মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{201}{2}$ মি. $= 100.5$ মি.

$\therefore$ কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30°$

$= \left(30 \times \frac{\pi}{180}\right)^c \ [\because 1° = \frac{\pi^c}{180}]$

$= \frac{\pi}{6}^c$

মনে করি, অতিক্রান্ত বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = b মিটার

আমরা জানি, $s = r\theta = 100.5 \times \frac{\pi}{6} = 52.6218$ মিটার

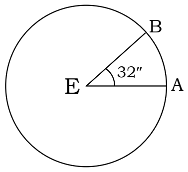
যেহেতু শাহেদ 11 সেকেন্ডে উক্ত বৃত্তচাপ অর্থাৎ 52.6218 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore$ শাহেদ 1 সেকেন্ডে অতিক্রম করে $= \frac{52.6218}{11}$ মি.

$= 4.78$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। পৃথিবীর উপরের যে দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত?

সমাধান : মনে করি, পৃথিবীর কেন্দ্র E এবং পৃথিবীর উপরস্থ দুটি স্থান A ও B। কেন্দ্র E বিন্দুতে AB চাপ 32″ কোণ উৎপন্ন করে।



$\therefore\ \theta = \angle AEB = 32'' = \left(\frac{32}{60 \times 60}\right)^{\circ} = \left(\frac{32}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)^{c}$

$= \frac{32\pi}{3600 \times 180}$ রেডিয়ান

স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব চাপ $AB = s = r\theta$

$= \frac{6440 \times 32\pi}{3600 \times 180}$ কি.মি.$= 0.9991$ কি.মি.$= 1$ কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ সকাল 9·30 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

[সংকেত : এক ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60} = 6^{\circ}$ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। 9·30 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ব্যবধান $\left(15 + 2\frac{1}{2}\right)$ বা $17\frac{1}{2}$ ঘর]

সমাধান : 60 মিনিটে ঘড়ির মিনিটের কাঁটা 60টি ঘর অতিক্রম করে এবং 60 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা 5 ঘর অতিক্রম করে। সুতরাং ঘণ্টার কাঁটা প্রতি মিনিটে $\frac{5}{60}$ বা $\frac{1}{12}$ ঘর অতিক্রম করে।

আবার ঘড়ির ডায়াল বা মুখপাত্রের 60টি ঘর কেন্দ্রে 360° কোণ ধারণ করে।

$\therefore$ একটি ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60} = 6^{\circ}$ কোণ ধারণ করে।

9·30 মিনিটের সময় মিনিটের কাঁটা 6 এর দাগে অবস্থান করে এবং ঘণ্টার কাঁটা 9 টার দাগ থেকে 30 মিনিটে $\frac{30}{12}$ বা $2\frac{1}{2}$ ঘর আগে সরে যায়। সুতরাং 9·30 মিনিটে দুইটি কাঁটার মধ্যে ব্যবধান (6 এর দাগ 9 এর দাগ পর্যন্ত) 15 ঘর + $2\frac{1}{2}$ ঘর $= 17\frac{1}{2}$ ঘর

1 ঘর কেন্দ্রে 6° কোণ ধারণ করে।

$\therefore\ 17\frac{1}{2}$ ঘর কেন্দ্রে ধারণ করে $17\frac{1}{2} \times 6^{\circ}$ বা, 105°

আমরা জানি, $1^{\circ} = \left(\frac{\pi}{180}\right)^{c}$

$\therefore\ 105^{\circ} = \left(\frac{\pi \times 105}{180}\right)^{c} = 1.833$ রেডিয়ান (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘণ্টায় 6 কি.মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, লোকটি যে বৃত্তাকার পথে দৌড়ায় সে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r মি.

এ বৃত্তচাপ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $= \theta$

আমরা জানি, $1^{\circ} = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$\therefore\ 60^{\circ} = \left(\frac{\pi}{180} \times 60\right)$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{3}$ রেডিয়ান

$= \frac{3.1416}{3} = 1.0472$ রেডিয়ান

$\therefore\ \theta = 1.0472$ রেডিয়ান

1 ঘণ্টা $= 60 \times 60$ সেকেন্ড

এবং লোকটি 60×60 সেকেন্ডে 6×1000 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore$ 36 সেকেন্ডে অতিক্রম করে $= \frac{6 \times 1000 \times 36}{60 \times 60}$ মি.

$= 60$ মি.

$\therefore$ 36 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত চাপের দৈর্ঘ্য (s) $= 60$ মি.

আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক, চাপ s একক এবং বৃত্তীয় কোণের পরিমাপ θ^{c} হলে,

$\theta = \frac{s}{r}$

বা, $1.0472 = \frac{60}{r}$

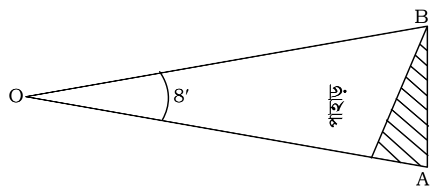
বা, $r = 57.295$

$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, $r = 57.295$ মি.

$\therefore$ ” ব্যাস $= (57.295 \times 2)$ মি. $= 114.59$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ 750 কি.মি. দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 8′ কোণ উৎপন্ন করে। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, একটি নির্দিষ্ট বিন্দু O এবং পাহাড়ের উচ্চতা AB, যা O বিন্দুতে 8′ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore\ \angle AOB = 8' = \left(\frac{8}{60}\right)^{\circ} = \left(\frac{8}{60} \times \frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান।

আমরা জানি, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

$\therefore\ \theta = \frac{AB}{OA}$

বা, $\frac{8}{60} \times \frac{\pi}{180} = \frac{AB}{750}$ কি.মি.

$\therefore\ AB = \frac{750 \times 8 \times \pi}{60 \times 180}$ কি.মি. (প্রায়)

$= 1.745$ কি.মি. $= 1745$ মি. (পায়)

$\therefore$ পাহাড়ের উচ্চতা 1745 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. সকাল 6.00 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যকার কোণ কত রেডিয়ান?

ক $\frac{\pi}{3}$ খ $\frac{\pi}{2}$ ● π ঘ 2π

২. এক রেডিয়ান = কত?

ক 60° খ 59° 17′ 44.81″
গ 58° 17′ 44.81″ ● 57° 17′ 44.81″

৩. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সে.মি.। বৃত্তের 14 সে.মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি?

ক $\frac{\pi}{360}$ খ $\frac{\pi}{180}$ ● $\frac{360}{\pi}$ ঘ $\frac{1260}{\pi}$

৪. 540° = কত রেডিয়ান?

ক 2π ● 3π গ 4π ঘ 5π

৫. একটি চাকার ব্যাস 3.1416 মি. হলে, চাকাটির পরিধি কত মিটার?

ক 7.7516 ● 9.8697 গ 19.7393 ঘ 31.006

৬. 1° = কত রেডিয়ান?

● $\frac{\pi^c}{180}$ খ $\frac{\pi D^c}{180}$ গ $\frac{5\pi^c}{180}$ ঘ $\frac{4\pi^c}{180}$

৭. 65°42′ = নিচের কোনটি?

ক 62.8° ● 65.7° গ 65.9° ঘ 66.8°

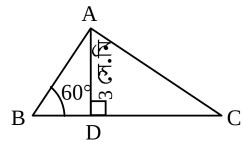
৮. প্রচলিত অর্থে—

i. π একটি অমূলদ সংখ্যা
ii. π এর আসন্ন মান 3.14159
iii. π একটি ইংরেজি বর্ণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii ● i ও ii ঘ i ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ΔABC-$\angle A = 90°$

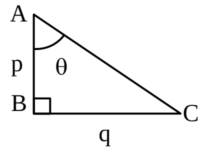
৯. BD এর মান কত সে.মি.?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ● $\sqrt{3}$ গ $2\sqrt{3}$ ঘ $3\sqrt{3}$

১০. AC এর মান কত?

ক $\frac{3}{2}$ সে.মি. খ $2\sqrt{3}$ সে.মি.
গ $3\sqrt{2}$ সে.মি. ● 6 সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১১. চিত্রে $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে, p ও q এর সম্পর্ক কোনটি?

ক $p > q$ ● $p < q$ গ $p = q$ ঘ $q = \sqrt{3}p$

১২. চিত্রে থেকে—

i. $\tan\theta = \frac{p}{q}$
ii. $\cos\theta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}$
iii. $\sin\theta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮·১ : জ্যামিতিক কোণ ও ত্রিকোণমিতিক কোণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩. ত্রিকোণমিতিকে কয়টি শাখায় বিভক্ত করা যায়? (সহজ)

ক ১ টি ● ২ টি গ ৩ টি ঘ ৪ টি

১৪. জ্যামিতিতে কোণের আলোচনা কত ডিগ্রি পর্যন্ত সীমিত রাখা হয়? (সহজ)

ক 90° খ 180° গ 270° ● 360°

১৫. কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরানোর ফলে উৎপন্ন কোণ— (সহজ)

● ধনাত্মক কোণ খ ঋণাত্মক কোণ
গ সূক্ষ্মকোণ ঘ স্থূলকোণ

১৬. কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরানোর ফলে উৎপন্ন কোণ— (সহজ)

ক ধনাত্মক কোণ ● ঋণাত্মক কোণ
গ সূক্ষ্মকোণ ঘ স্থূলকোণ

১৭. Trigon শব্দটি কী শব্দ? (সহজ)

● গ্রিক খ ফারসি গ ইংরেজি ঘ সংস্কৃত

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. i. 'ত্রিকোণ' শব্দটি দ্বারা তিনটি কোণ বুঝায়
ii. মিতি অর্থ পরিমাপ বুঝায়
iii. Trigon শব্দটি গ্রিক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৯. i. সমতলীয় ত্রিকোণমিতি, ত্রিকোণমিতির একটি শাখা
ii. আয়তাকার ত্রিকোণমিতি, ত্রিকোণমিতির একটি শাখা
iii. গোলকীয় ত্রিকোণমিতি, ত্রিকোণমিতির একটি শাখা

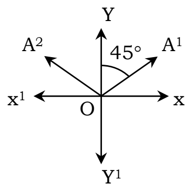
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২০ – ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

OA একটি ঘূর্ণায়মান রশ্মি OX স্থির রশ্মির অবস্থান থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরছে।



২০. $\angle XOY'$ = কত ডিগ্রী? (সহজ)

ⓚ 45 ⓛ 4·60 ● 90 ⓘ 180

২১. $\angle XOA_2$ কী কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)

ⓚ সুক্ষ্মকোণ ● স্থূলকোণ
ⓖ প্রবৃদ্ধকোণ ⓘ সমকোণ

২২. OA রশ্মিটি সম্পূর্ণরূপে একবার ঘুরে পুনরায় OA অবস্থানে আসলে $\angle XOA_1$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 60 ⓛ 180 ⓖ 360 ● 405

৮·৩ : ঋণাত্মক ও ঋণাত্মক কোণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৩. 1240° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

ⓚ ১ম ● ২য় ⓖ ৩য় ⓘ ৪র্থ

২৪. –2130° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

● ১ম ⓛ ২য় ⓖ ৩য় ⓘ ৪র্থ

২৫. জ্যামিতিতে কোণের আলোচনায় সর্বোচ্চ মান কত? (সহজ)

ⓚ – 180° ● 360° ⓖ 180° ⓘ 930°

২৬. 460° এর অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (মধ্যম)

ⓚ প্রথম ● দ্বিতীয় ⓖ তৃতীয় ⓘ চতর্থ

২৭. 545° কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (মধ্যম)

ⓚ প্রথম ⓛ দ্বিতীয় ● তৃতীয় ⓘ চতর্থ

২৮. 540° কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (মধ্যম)

ⓚ প্রথম ⓛ দ্বিতীয় ● তৃতীয় ⓘ চতর্থ

২৯. – 80° কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (মধ্যম)

ⓚ প্রথম ⓛ দ্বিতীয় ⓖ তৃতীয় ● চতর্থ

৩০. নিচের কোণ কোনটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে? (মধ্যম)

ⓚ – 520 ● – 750 ⓖ 625 ⓘ 1320

৩১. কোণ কোনটিকে জ্যামিতিক কোণ বলে গণ্য করা হয় না? (সহজ)

● 0° ⓛ 10° ⓖ 100° ⓘ 390°

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩২. কোনো কোণের মান 720° হলে–

i. কোনটি উৎপন্ন করলে রশ্মিকে 5 বার ঘুরতে হয়
ii. কোনটির অবস্থান ৩য় চতুর্ভাগে
iii. কোনটি ঋণাত্মক কোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৮·৪ : কোণ পরিমাপের একক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৩. কোণ পরিমাপের বর্ণনায় কত প্রকার একক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়? (সহজ)

ⓚ ১ ● ২ ⓖ ৩ ⓘ ৪

৩৪. কোন পদ্ধতিতে সমকোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়? (সহজ)

● ষাটমূলক ⓛ বৃত্তীয় ⓖ রেডিয়ান ⓘ ডিগ্রি

৩৫. এক ডিগ্রি কত মিনিটের সমান? (সহজ)

ⓚ 30 মিনিট ⓛ 90 মিনিট ● 60 মিনিট ⓘ 100 মিনিট

৩৬. কোন পদ্ধতিতে রেডিয়ানকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়? (সহজ)

ⓚ ষাটমূলক ● বৃত্তীয় ⓖ ডিগি ⓘ রেডিয়ান

৩৭. বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কী বলে? (সহজ)

ⓚ এক সমকোণ ⓛ দুই সমকোণ
ⓖ এক সরল কোণ ● এক রেডিয়ান

৩৮. কোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

● π ⓛ σ ⓖ ∂ ⓘ η

৩৯. রেডিয়ান কোণ কোনটি? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ⓛ সরলকোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ● ধ্রুবকোণ

৪০. 45° 25′ 36″ এর রেডিয়ানে প্রকাশ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 0.7829 ⓛ 0.7298 ⓖ .7892 ● 0.7928

৪১. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 2.03 মি. হলে এ পরিধি কত মি.? (মধ্যম)

ⓚ 12.7495 ● 12.7549 ⓖ 12.7594 ⓘ 12.9549

৪২. একটি চাকার পরিধি 1.65 মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত? (মধ্যম)

● 0.2626 মি. ⓛ 0.2424 মি.
ⓖ 0.2525 মি. ⓘ 0.2727 মি.

৪৩. একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মি. এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘোরে। গাড়িটির গতিবেগ কত? (কঠিন)

ⓚ 56 কি.মি/ঘণ্টা ⓛ 54 কি.মি/ঘণ্টা
● 57 কি.মি/ঘণ্টা ⓘ 53 কি.মি/ঘণ্টা

৪৪. কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3 হলে বৃহত্তম কোণটি কত? (কঠিন)

ⓚ 60° ● 90° ⓖ 120° ⓘ 180°

৪৫. কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3 হলে ক্ষুদ্রতম কোণটি কত? (কঠিন)

ⓚ 30° ● 36° ⓖ 60° ⓘ 70°

৪৬. একটি চাকার ব্যাস 0.84 মি. হলে চাকাটি একবার ঘোরালে কতটুকু দূরত্ব যাবে? (কঠিন)

● 2.6389 মি. ⓛ 2.3689 মি. ⓖ 2.8336 মি. ⓘ 2.6983 মি.

৪৭. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি. হলে পৃথিবীর উপরে যে দুটি স্থান কেন্দ্রে 1 মিনিট কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত? (কঠিন)

ⓚ 1.8373 কি.মি. ⓛ 1.3783 কি.মি.
● 1.8733 কি.মি. ⓘ 1.7833 কি.মি.

৪৮. 75°30′ এর রেডিয়ান প্রকাশ কোনটি? (মধ্যম)

● 1.3176 ⓚ 1.7137 ⓖ 1.3771 ⓘ 1.3100

৪৯. 60° 6′ 45″ এর রেডিয়ানে প্রকাশিত কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 1.0439 ⓚ 1.9043 ● 1.0493 ⓘ 1.0394

৫০. 30° 12′ 36″ এর রেডিয়ানে প্রকাশিত কোনটি? (মধ্যম)

● 0.5272 ⓚ 0.5726 ⓖ 0.5627 ⓘ 0.5266

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫১. i. কোণের মান বর্ণনায় সাধারণত দুই প্রকারের একক ব্যবহৃত হয়

ii. ষাটমূলক পদ্ধতি কোণ পরিমাপের একটি একক

iii. বৃত্তীয় পদ্ধতি কোণ পরিমাপের একটি একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫২. i. পরিধি = $\pi \times$ ব্যাসার্ধ

ii. পরিধি = $\pi \times$ ব্যাস

iii. রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুবকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৩. i. 1 রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ

ii. 1 রেডিয়ানকে 1^c দ্বারা প্রকাশ করা হয়

iii. 1 রেডিয়ানকে 1^R দ্বারা প্রকাশ করা হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৪. i. $D = R \times \frac{180}{\pi}$

ii. $\frac{\pi}{R} = \frac{D}{180}$

iii. $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৫. i. $1° = \frac{\pi}{180}^c$

ii. $30° = \frac{\pi}{6}^c$

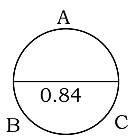
iii. $45° = \frac{\pi}{4}^c$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৫৬ – ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ABC একটি গাড়ির চাকা যা প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘোরে।

৫৬. চাকাটির পরিধি কত? (সহজ)

● 2.6389 মি. ⓚ 2.9458 মি.

ⓖ 2.6496 মি. ⓘ 2.8936 মি.

৫৭. চাকাটি 1 সেকেন্ডে কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে? (মধ্যম)

ⓚ 15.3348 মি. ⓚ 15.4383 মি.

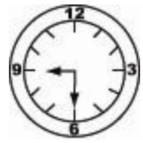
● 15.8334 মি. ⓘ 15.5638 মি.

৫৮. গাড়িটির ঘণ্টায় গতিবেগ কত? (কঠিন)

ⓚ 57.0206 কি.মি. ⓚ 57.6002 কি.মি.

ⓖ 75.0090 কি.মি. ● 57.0002 কি.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫৯. 1 মিনিটের একটি ঘর কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)

ⓚ 5° ● 6° ⓖ 7° ⓘ 8°

৬০. ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত? (কঠিন)

ⓚ 105° ⓚ 120° ⓖ 95° ● 90°

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 56 সে.মি. এবং প্রতি সেকেন্ডে 7 বার ঘোরে।

৬১. চাকাটির পরিধি কত? (সহজ)

● 175.9296 সে.মি. ⓚ 175.8696 সে.মি.

ⓖ 175.6929 সে.মি. ⓘ 175.6926 সে.মি.

৬২. গাড়িটি 1 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? (মধ্যম)

ⓚ 1231.0057 সে.মি ⓚ 1231.0725 সে.মি

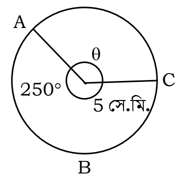
● 1231.5072 সে.মি ⓘ 1231.7556 সে.মি

৬৩. গাড়িটির ঘণ্টায় গতিবেগ কত? (কঠিন)

ⓚ 44.333 কি.মি. ● 44.334 কি.মি.

ⓖ 44.434 কি.মি. ⓘ 44.443 কি.মি.

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬৪ – ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬৪. 250° কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (সহজ)

ⓚ প্রথম ⓚ দ্বিতীয় ● তৃতীয় ⓘ চতুর্থ

৬৫. বৃত্তটির পরিধি কত? (মধ্যম)

● 31.416 মি. ⓚ 31.462 মি.

ⓖ 31.164 মি. ⓘ 32.116 মি.

৬৬. প্রদত্ত চিত্রে θ = কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ⓚ 1.92^c ⓚ 1^c ● 2.92^c ⓘ 1.75^c

৮·৫ : কোণের বৃত্তীয় পরিমাপ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৭. রাত 3 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা এবং মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত? (মধ্যম)

ⓚ 40° ⓚ 70° ● 90° ⓘ 95°

৬৮. 3 টায় ঘড়ির ঘণ্টার এবং মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ কত? (মধ্যম)

● $\frac{\pi^c}{2}$ ⓚ $\frac{\pi^c}{3}$ ⓖ $\frac{2\pi^c}{3}$ ⓘ $\frac{2\pi^c}{3}$

৬৯. একটি কোণকে ষাটমূলক এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D° এবং R^c দ্বারা প্রকাশ করা হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\frac{180}{D} = \frac{R}{\pi}$ ● $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

ⓖ $\frac{R}{\pi} = \frac{180}{D}$ ⓘ $\frac{\pi}{R} = \frac{D}{180}$

৭০. একটি কোণের পরিমাণ ডিগ্রি ও রেডিয়ানে যথাক্রমে x ও z হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ $\frac{x}{90} = \frac{\pi}{2z}$ ● $\frac{x}{90} = \frac{2z}{\pi}$

ⓖ $\frac{90}{x} = \frac{2z}{\pi}$ ⓘ $\frac{z}{\pi} = \frac{x}{90}$

৭১. কোনো ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে বৃহত্তম কোণ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 45° ⓚ 60° ● 75° ⓘ 90°

৭২. কোনো ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে ক্ষুদ্রতম কোণের মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{5\pi^c}{12}$ ⓚ $\frac{\pi^c}{3}$ ● $\frac{\pi^c}{4}$ ⓘ $\frac{4\pi^c}{3}$

৭৩. একটি চাকার ব্যাস 56 সে.মি. হলে পরিধি কত? (কঠিন)

ⓚ 175.93 ● 175.929 ⓖ 175.94 ⓘ 175.189

৭৪. একটি চাকার ব্যাস 70 সে.মি.। চাকাটি একবার ঘোরালে কতটুকু দূরত্ব যাবে? (কঠিন)

ⓚ 2.259 মি. ● 2.199 মি. ⓖ 2.249 মি. ⓘ 2.168 মি.

৭৫. 28 সে.মি. দীর্ঘ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ উৎপন্ন করল যে চাপটি তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। (কঠিন)

ⓚ 18 সে.মি ● 20 সে.মি ⓖ 21 সে.মি ⓘ 23 সে.মি

৭৬. 300 কি.মি. দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 14′ কোণ উৎপন্ন করলে পাহাড়টির উচ্চতা কত? (কঠিন)

● 1.2 কি.মি ⓚ 1.3 কি.মি ⓖ 1.1 কি.মি ⓘ 1.4 কি.মি

৭৭. – 1320° এর অবস্থান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ প্রথম চতুর্ভাগে ● দ্বিতীয় চতুর্ভাগে

ⓖ তৃতীয় চতুর্ভাগে ⓘ চতুর্থ চতুর্ভাগে

৭৮. একটি কোণের পরিমাণ ডিগ্রিতে 0° হলে, রেডিয়ান এককে কত হবে? (কঠিন)

ⓚ π^c ● $\frac{\pi^c}{2}$ ⓖ $\frac{\pi^c}{3}$ ⓘ $\frac{\pi^c}{4}$

৭৯. 45° কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\pi}{3}$ ● $\frac{\pi}{4}$ ⓖ $\frac{\pi}{6}$ ⓘ $\frac{\pi}{2}$

৮০. 35° = কত মিনিট কোণ? (মধ্যম)

● 21 শত মিনিট ⓚ 24 শত মিনিট

ⓖ 22 শত মিনিট ⓘ 25 শত মিনিট

৮১. 65° 42′ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 62.8° ⓚ 66.8° ● 65.7° ⓘ 65.9°

৮২. 225 মি. পথ যেতে একটি চাকা 40 বার ঘুরলে চাকার ব্যাসার্ধ কত? (কঠিন)

ⓚ 80 সে.মি. ● 89.5 সে.মি.

ⓖ 99 সে.মি. ⓘ 75.5 সে.মি.

৮৩. 1 সমকোণ = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

● 1.57 ⓚ 2.83 ⓖ 2.59 ⓘ 3.00

৮৪. π এর আসন্ন মান কত? (সহজ)

● 3·1416 ⓚ 3·1614 ⓖ 3·1426 ⓘ 3·1461

৮৫. পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোন 2° হলে তা কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\pi}{180}$ ● $\frac{\pi}{90}$ ⓖ $\frac{2\pi}{90}$ ⓘ $\frac{2\pi}{360}$

৮৬. 1 সমকোণ = কত ডিগ্রী? (সহজ)

● 90° ⓚ 180° ⓖ 270° ⓘ 360°

৮৭. 1° = কত মিনিট? (সহজ)

ⓚ 1′ ⓚ 30′ ● 60′ ⓘ 90′

৮৮. 1′ = কত সেকেন্ড? (সহজ)

ⓚ 10″ ⓚ 30″ ● 60″ ⓘ 120″

৮৯. π এর মান নিচের কোনটির সমান? (সহজ)

● $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$ ⓚ $\frac{\text{ব্যাস}}{\text{পরিধি}}$ ⓖ $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$ ⓘ $\frac{\text{ব্যাসার্ধ}}{\text{পরিধি}}$

৯০. ব্যাসার্ধ এর মান নিচের কোনটির সমান? (সহজ)

ⓚ ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{কেন্দ্রস্থ কোণ}}{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}$ ● ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{কেন্দ্রস্থ কোণ}}$

ⓖ ব্যাসার্ধ = $\frac{\pi}{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}$ ⓘ ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{ব্যাস}}{\text{কেন্দ্রস্থ কোণ}}$

৯১. 2 রেডিয়ান = কত সমকোণ? (কঠিন)

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓖ $\frac{2}{\pi}$ ● $\frac{4}{\pi}$

৯২. 1 সমকোণ = কত রেডিয়ান? [π = 3·1416 ধরে] (সহজ)

● 1·57 ⓚ 2·57 ⓖ 3·57 ⓘ 4·57

৯৩. একটি কোণের মান ডিগ্রি এককে 18 হলে রেডিয়ান এককে তা কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 0·34906 ⓚ 0·28568 ⓖ 0·26180 ● 0·3146

ব্যাখ্যা : $18^\circ = \left(18 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \left(\frac{3\cdot1416}{10}\right) = 0\cdot31416$

৯৪. 1 রেডিয়ান = কত ডিগ্রী (প্রায়)? (মধ্যম)

● 57·2956° ⓚ 572·956° ⓖ $\frac{1}{57\cdot2956^\circ}$ ⓘ 5·72956

ব্যাখ্যা : রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোন = $\frac{2}{3\cdot1416} \times 90^\circ$

৯৫. r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোনো বৃত্তের θ দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ বৃত্তটির কেন্দ্রে r রেডিয়ান কোণ ধারণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $r = \frac{d}{2}$ ⓚ $s = 2\pi r$ ⓖ $s = r\theta$ ⓘ $D^\circ = \frac{R}{\pi}$

৯৬. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও বগুড়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (সহজ)

ⓚ 442 কি.মি. ⓚ 480 কি.মি.

ⓖ 550 কি.মি. ● 562 কি.মি.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯৭. i. $1^\circ = 0.01745^c$

ii. $1^c = 57.29578^\circ$

iii. $1^c = 57^\circ\ 17'\ 44.81''$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

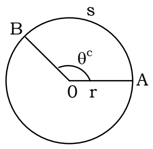
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৮. প্রদত্ত চিত্র হতে —

i. $\angle AOB = \theta^c$

ii. $\theta = \frac{s}{r}$

iii. $r = \frac{s}{\theta}$



নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

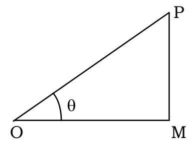
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৯. ΔPOM এ অতিভুজ OP বৃহত্তম বাহু

i. $\frac{PM}{OP} < 1$

ii. $\frac{OM}{OP} < 1$

iii. $\frac{PM}{OP} > 1$



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১০০. বৃত্তের ব্যাসার্ধ r, কেন্দ্রস্থ কোণ θ ও সম্মুখ চাপ s হলে—

i. পরিধি = $2\pi r$

ii. $s = r\theta$

iii. এক সমকোণ = $\frac{\pi}{r}$ রেডিয়ান

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১০১. i. 980° কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে

ii. –90° চেয়ে ছোট কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে

iii. কোণ পরিমাপের পদ্ধতি দুটি

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০২. কোনো চাপ বৃত্তের পরিধির সাথে $\frac{\pi}{r}^c$ কোণ উৎপন্ন করলে—

i. কেন্দ্রে π রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করবে

ii. উপচাপ ও অধিচাপ সমান হবে

iii. চাপটি হবে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০৩. একটি চাকার ব্যাস 0.84 মি. এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 1 বার ঘুরলে—

i. চাকার পরিধি 2.64 মি.

ii. প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 15.83 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে

iii. চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 15.83 মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০৪. একটি বৃত্তচাপ 28 সে.মি. দীর্ঘ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ উৎপন্ন করল। এতে—

i. $45° = \frac{\pi}{4}^c$

ii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 22 সে. মি.

iii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 35.65 সে.মি.

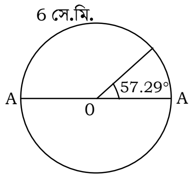
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১০৫ – ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১০৫. ব্যাস AB এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 10 সে.মি. খ 11 সে.মি. ● 12 সে.মি. ঘ 13 সে.মি.

১০৬. 57.29° = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

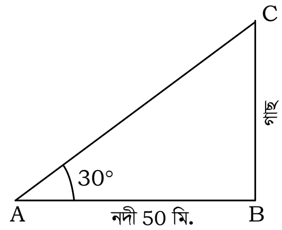
ক 2.1^c ● 1^c গ 2^c ঘ 1.2^c

১০৭. বৃত্তের পরিধি কত? (কঠিন)

ক 33.696 সে.মি. খ 35.697 সে.মি.

● 37.699 সে.মি. ঘ 43.699 সে.মি.

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১০৮ – ১১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১০৮. গাছটির উচ্চতা কত? (সহজ)

ক 6 মি. খ 16 মি. গ 18 মি. ● 26·18 মি.

১০৯. 30° = কত সেকেন্ড? (মধ্যম)

● 108000″ খ 10600″ গ 108″.00 ঘ 0085″

১১০. 30° = কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{2}$ গ $\frac{\pi}{3}$ ● $\frac{\pi}{6}$

১১১. বৃত্তীয় পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি?

ক সমকোণ খ ডিগ্রি গ সেকেন্ড ● রেডিয়ান

১১২. সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ কত রেডিয়ান?

ক $\frac{\pi}{2}$ ● $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ $\frac{\pi}{9}$

১১৩. – 550° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? [বিসিআইসি কলেজ, ঢাকা]

ক ১ম ● ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ

১১৪. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 50 সে.মি.। চাকাটি একবার ঘুরালে কত সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে?

ক 50π খ 25π ● 100π ঘ 75π

১১৫. একটি বৃত্তের ব্যাস d একক হলে পরিধি কত একক?

● πd খ 2πd গ 2πr ঘ $2\pi d^2$

১১৬. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ১ম বৃত্তের পরিধি 36 সে.মি. হলে ২য় বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.?

ⓚ 48 ⓖ 36 ● 24 ⓘ 12

১১৭. 45° কে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে হয়–

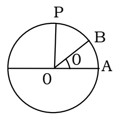
● $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ ⓖ $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ ⓖ $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$ ⓘ $\left(\frac{3}{\pi}\right)^2$

১১৮. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখ চাপ 12 সে.মি. হলে কোণের মান কত রেডিয়ান?

ⓚ 1·4 ● 2·4 ⓖ 2·8 ⓘ 3·4

১১৯.

চিত্রে OA = AB হলে–



i. $\Delta AOB = 1^c$

ii. $\Delta AOP = 1^c$

iii. $\frac{AB}{AP} = \frac{\Delta AOB}{\Delta AOP}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ ii ও iii ● i ও iii ⓘ i, ii ও iii

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১২০ – ১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং ক্ষুদতর কোণটি বৃহত্তর কোণের অর্ধেক।

১২০. ক্ষুদ্রতর কোণটিকে A এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে ২য় কোণটি হবে?

ⓚ A ● $\frac{3A}{2}$ ⓖ 2A ⓘ 4A

১২১. ক্ষুদ্রতর কোণটির বৃত্তীয়মান কত?

ⓚ $\frac{\pi^c}{3}$ ● $\frac{2\pi^c}{9}$ ⓖ $\frac{4\pi^c}{9}$ ⓘ $\frac{5\pi^c}{9}$

১২২. বৃহত্তর কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত?

ⓚ 20 ⓖ 40 ⓖ 60 ● 80

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১২৩ ও ১২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও জামালপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

১২৩. ঢাকা ও জামালপুরের দূরত্ব কত কি. মি.?

ⓚ 324·8 ⓖ 112·4 ● 224·8 ⓘ 424·8

১২৪. 2° = কত রেডিয়ান?

● $\frac{\pi}{90}$ ⓖ $\frac{\pi}{45}$ ⓖ $\frac{\pi}{180}$ ⓘ $\frac{\pi}{360}$

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১২৫ – ১২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে সেকেন্ডে 2 মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে এমন একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে যা বৃত্তের কেন্দ্রে 56° কোণ উৎপন্ন করে।

১২৫. বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ⓚ 18 ⓖ 36 ● 72 ⓘ 120

১২৬. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত মিটার?

ⓚ 72 ● 73·67 ⓖ 144 ⓘ 288

১২৭. বৃত্তটির পরিধি কত মিটার?

ⓚ 147·33 ⓖ 157·33 ● 462·86 ⓘ 66·86

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ একদিন সাবরিনা তার বান্ধবীকে বলল পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 14.9 × 10⁷ কি.মি. এবং পৃথিবীর কেন্দ্রবিন্দুতে সূর্যের ব্যাস 32′ কোণ উৎপন্ন করে। পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে ঘুরে আসতে 365 $\frac{1}{4}$ দিন সময় লাগে।

ক. কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. পৃথিবীর গতিবেগ ঘণ্টায় কত? ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\theta = 32' = \left(\frac{32}{60}\right)^0 = \frac{32}{60} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{2\pi}{675}$ রেডিয়ান **(Ans.)**

খ. সূর্যের ব্যাস, $s = r\theta = 14.9 \times 10^7 \times \frac{2\pi}{675}$ কি.মি.

$= 13.87 \times 10^5$ কি. মি. **(Ans.)**

গ. পৃথিবীর অতিক্রান্ত দূরত্ব $S = 2\pi r$

$= 2\pi \times 14.9 \times 10^7$ কি. মি.

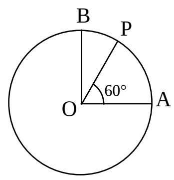
$= 93.657 \times 10^7$ কি. মি.

$365\frac{1}{4}$ দিন $= \frac{1461}{4} \times 24$ ঘণ্টা $= 8766$ ঘণ্টা।

∴ পৃথিবীর গতিবেগ $= \frac{93.675 \times 10^7 \text{ কি. মি.}}{8766 \text{ ঘণ্টা}}$

$= 1.068 \times 10^5$ কি.মি./ঘণ্টা **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ 176 মিটার পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তাকার মাঠের A বিন্দু থেকে পরিধি বরাবর দৌড়িয়ে এক বালক 7 সেকেন্ডে P বিন্দুতে পৌঁছায়। AP কেন্দ্রে ∠AOP = 60° কোণ উৎপন্ন করলো। এখানে AB ⊥ OA।



ক. মাঠের ব্যাসার্ধ উপরের চিত্রের আলোকে নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠AOP একটি রেডিয়ান কোণ/ধ্রুব কোণ। ৪

গ. বালকটি কত বেগে দৌড়াচ্ছিল তা নির্ণয় কর। মাঠটির ক্ষেত্রফল আরও 500 বর্গ মি. বেশি হলে পরিধি বরাবর সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে বালকটির কত সময় লাগতো তা নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $2\pi r$

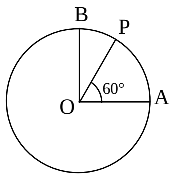
দেওয়া আছে, পরিধি 176 মিটার

∴ $2r\pi = 176$

বা, $r = \frac{176}{2r}$

$= 28.01$ **(Ans.)**

খ. চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AP চাপ কেন্দ্রে ∠AOP কোণ তৈরি করে। প্রমাণ করতে হবে, ∠AOP ধ্রুব কোণ।



প্রমাণ : যেহেতু OB ⊥ OA.

অতএব AB = পরিধির এক চতুর্থাংশ $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$

এবং চাপ AP $= r\theta = \frac{\pi r}{3}$ $[\because \theta = 60° = \frac{\pi}{3}]$

আমরা জানি, বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

সুতরাং $\frac{\angle AOP}{\angle AOB} = \frac{\text{চাপ } AP}{\text{চাপ } AB}$

বা, $\angle AOP = \frac{\text{চাপ } AP}{\text{চাপ } AB} \times \angle AOB$

$= \frac{\frac{\pi r}{3}}{\frac{\pi r}{2}} \times$ এক সমকোণ

$= \frac{2}{3}$ সমকোণ

যেহেতু সমকোণ ও $\frac{2}{3}$ উভয়ই ধ্রুবক সেহেতু ∠AOP একটি ধ্রুব কোণ।

(প্রমাণিত)

গ. চাপ AP কেন্দ্রে $\frac{\pi}{3}$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে ['খ' হতে]

এখানে ব্যাসার্ধ, r = 28.01 মিটার

$\therefore s = r\theta = 28.01 \times \frac{\pi}{3} = 29.3$ মিটার

বালকের বেগ $= \frac{29.3m}{7}$ মিটার/সেকেন্ড = 4.19 মিটার/সেকেন্ড

মাঠটির ক্ষেত্রফল, $A = \pi r^2$

$= \pi \times (28.01)^2$ বর্গমিটার

$= 2464.768$ বর্গমিটার

যদি আরও 500 মিটার বেশি হতো তাহলে

ক্ষেত্রফল হতো, 2464.768 + 500 বর্গমিটার

= 29964.768 বর্গমিটার

এখন ব্যাসার্ধ r_1, হলে ক্ষেত্রফল πr_1^2

$\therefore \pi r_1^2 = 2964.768$

তখন ব্যাসার্ধ হতো, $r_1 = 30.72$ মিটার

এবং পরিধি, $2\pi r_1 = 193.02$ মিটার

মাঠটি প্রদক্ষিণ করতে প্রয়োজনীয় সময়

$= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}} = \frac{193.02}{4.19}$ সেকেন্ড

= 46 সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ 535°, –365°, – 720° ও 1045° চারটি কোণ।

ক. কোণ চারটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. কোণ চারটি কোন চতুর্ভাগে অবিস্থত, চিত্রসহ বর্ণনা কর। ৪

গ. টুটুল সাইকেলে চড়ে 70 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথে কয়েকবার ঘুরে কেন্দ্রে 1045° কোণ তৈরি করে। টুটুল বৃত্তাকার পথে মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করল। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

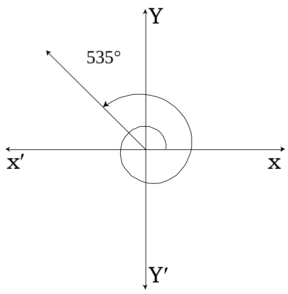
ক. $535° = \left(535 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{107\pi^c}{36}$

$-365° = \left(-365 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{-73\pi^c}{36}$

$-720° = \left(-720 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = -4\pi^c$

$-1045° = \left(1045 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{209\pi^c}{36}$

খ. 535° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে তা চিত্রসহ দেখানো হলো :



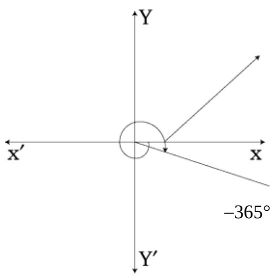
হিসাব : 535° = 450° + 85° = 5 × 90° + 85°

ব্যাখ্যা : 535° কোণটি ধনাত্মক এবং 5 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 6 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 535° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 5 সমকোণ আসার পর পরবর্তী সমকোণের 85° পর্যন্ত বেশি ঘুরতে হয়েছে। সুতরাং 535° কোণটি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

–365° = – 360° – 5° = – 4 × 90° – 5°

–365° একটি ঋণাত্মক কোণ। –365° কোণটি উৎপন্ন করতে কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার সম্পূর্ণ ঘুরে একই দিকে আরও 5° ঘুরে চতুর্থ চতুর্ভাগে আসতে হয়েছে।

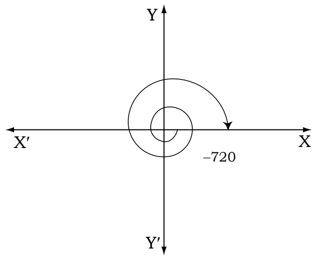
সুতরাং –365° কোণটির অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে।



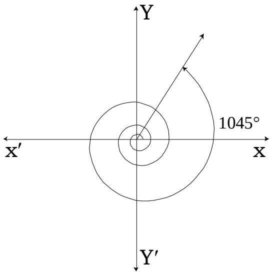
–720° = – 8 × 90° – 0°

–720° কোণটি ঋণাত্মক কোণ। –720° কোণটি উৎপন্ন করতে রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে দুইবার সম্পূর্ণ বা 8 সমকোণ ঘোরাতে হয়েছে।

সুতরাং $-720°$ কোণটির অবস্থান x অক্ষে।



1045° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে, তা চিত্রসহ দেখানো হলো:



হিসাব : $1045° = 1080° + 65° = 11 \times 90° + 55°$

ব্যাখ্যা : 1045° কোণটি ধনাত্মক এবং 11 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 12 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 1045° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে সমকোণ বা তিনবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পরবর্তী সমকোণের 55° পর্যন্ত বেশি ঘুরতে হয়েছে। সুতরাং 1045° কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

গ. দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 70$ মিটার

মাঠের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 1045°$

$= \frac{209\pi}{36}$ রেডিয়ান ['ক' অংশ হতে]

$\therefore$ অতিক্রম দূরত্ব $s = r\theta = 70 \times \frac{209\pi}{36}$ মি. $= 406{\cdot}389$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ টুটুল বৃত্তাকার পথে মোট 406·389 মিটার (প্রায়) অতিক্রম করল।

(Ans.)

প্রশ্ন–৪ ▸ সোজা রেলপথে 60 কি. মি./ঘণ্টা গতিবেগে চলন্ত একটি ট্রেন ঢাকা থেকে ঈশ্বরদী পৌঁছাতে 3 ঘণ্টা 45 মিনিট লাগে। ঢাকা ও ঈশ্বরদী পৃথিবীর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. ঢাকা থেকে ঈশ্বরদীর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. ওপরের তথ্যানুযায়ী পৃথিবীর ব্যাসার্ধ বের কর। ৪

গ. পৃথিবীর ওপরের যে দুইটি স্থান পৃথিবীর কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, ট্রেনের গতিবেগ 60 কি.মি./ঘণ্টা

প্রয়োজনীয় সময় 3 ঘণ্টা 45 মিনিট $= \left(3 + \frac{45}{60}\right)$ ঘণ্টা

$= \left(3 + \frac{3}{4}\right)$ ঘণ্টা

$= \frac{15}{4}$ ঘণ্টা

$\therefore$ ঢাকা থেকে ঈশ্বরদীর দূরত্ব = টেনের গতিবেগ × সময়

$= 60$ কি.মি./ঘণ্টা $\times \frac{15}{4}$ ঘণ্টা

$= 225$ কি.মি. **(Ans.)**

খ. মনে করি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = r

$\therefore$ ঢাকা ও ঈশ্বরদী দ্বারা পৃথিবীর ক্ষেন্দ্রে

উৎপন্ন কোন $\theta = 2° = 2 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$\therefore$ ঢাকা ও ঈশ্বরদীর মধ্যবর্তী দূরত্ব = S = চাপের দৈর্ঘ্য

$= 225$ কি.মি.

আমরা জানি, $S = r\theta$

বা, $r = \frac{s}{\theta}$

বা, $r = \frac{225}{\pi} = 225 \times \frac{90}{\pi}$

$= 6445{\cdot}76$ কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ. স্থান দুটি পৃথিবীর কেন্দ্র $\theta = 32''$ কোন উৎপন্ন করে

এখন $\theta = 32'' = \left(\frac{32}{60}\right)' = \left(\frac{32}{60 \times 60}\right) = \frac{32\pi}{3600 \times 180}$

এখন, চাপ $S = r\theta = 6445 \times \frac{32 \times \pi}{3600 \times 180}$ কি.মি.

$= 0{\cdot}999$ কি.মি. ≈ 1 কি.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–৫ ▸ এক চাকাবিশিষ্ট সার্কাস সাইকেলের চাকার ব্যাস 70 সেমি. এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হয়।

ক. চাকাটি 1 বার ঘুরলে সাইকেলটি কত দূরে যাবে? ২

খ. সাইকেলের গতিবেগ ঘণ্টায় কত? ৪

গ. যদি একটি বাইসাইকেল উক্ত সাইকেলটির গতিবেগে বৃত্তাকার পথে 15 সেকেন্ডে বৃত্তের কেন্দ্রে $\frac{5\pi^c}{12}$ কোণ উৎপন্ন করে, তবে বৃত্তাকার পথটির ব্যাসার্ধ কত? ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, সাইকেলের চাকার ব্যাসার্ধ = r মি.

$\therefore$ চাকার পরিধি = $2\pi r$ মি.

দেওয়া আছে, চাকার ব্যাস = 70 সে.মি. = 0.70 মি.

$\therefore r = \frac{0{\cdot}70 \text{ মি.}}{2} = 0{\cdot}35$ মি.

$\therefore$ চাকার পরিধি $= 2 \times 3.1416 \times 0{\cdot}35$ মি $= 2{\cdot}199$ মি. **(Ans.)**

খ. চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হয়।

$\therefore$ সাইকেলটি 1 ঘণ্টায় বা (60×60) সেকেন্ডে অতিক্রম করে

$= 2{\cdot}199 \times 7 \times 60 \times 60$ মি.

$= \frac{2{\cdot}199 \times 7 \times 60}{1000}$ কি.মি.

$= 55{\cdot}415$ কি.মি. $= 55{\cdot}42$ কি.মি. **(Ans.)**

গ. প্রশ্নমতে, বাইসাইকেলের গতিবেগ = সাইকেলের গতিবেগ

= 55·42 কি.মি.

বাইসাইকেলটি

3600 সেকেন্ডে (1 ঘণ্টায়) অতিক্রম করে 55·42 কি.মি.

$\therefore$ 15 সেকেন্ডে অতিক্রম করে $\frac{55{\cdot}42 \times 15 \times 1000}{3600}$ মিটার

$= 230.917$ মিটার

অতিক্রান্ত দূরত্বের দৈর্ঘ্য, $S = 230.917$ মিটার

দেওয়া আছে, কেন্দ্রস্থ কোণ $\theta = \frac{5\pi^c}{12}$

মনে করি, বৃত্তাকার পথটির ব্যাসার্ধ $= x$ মিটার

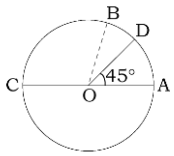
আমরা জানি, $S = r\theta$

বা, $230{\cdot}917 = x \times \frac{5\pi}{12}$

বা, $x = \frac{12 \times 230{\cdot}917}{5 \times 3{\cdot}1416}$

$\therefore$ $x = 176{\cdot}4072$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৬ ▸



চিত্রে ABC একটি বৃত্তাকার চাকার ব্যাস AC = 70 সে.মি.

ক. AB চাপের দৈর্ঘ্য 35 সে.মি. হলে $\angle AOB$ এর মান কত? বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্রে $\angle AOD = 45^\circ$ হলে, AD চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কি.মি. হবে? ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপক অনুসারে, চাকার ব্যাস, AC = 70 সে.মি.

$\therefore$ চাকার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{70}{2}$ সে.মি.

$= 35$ সে.মি.

$\therefore$ $\angle AOB$ এর বৃত্তীয়মান $= \left(\frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}\right)^c = \left(\frac{35}{35}\right)^c = 1$ রেডিয়ান

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত $= 2\pi r : 2r = \pi : 1$ **(Ans.)**

খ. আমরা জানি,

$1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$

$\therefore 45^\circ = \frac{45\pi^c}{180} = \frac{\pi^c}{4}$

আবার, $\angle AOD$ এর বৃত্তীয় পরিমাণ $= \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

বা, $\frac{\pi}{4} = \frac{\text{চাপ } AD}{r}$

বা, $4AD = r \times 3{\cdot}1416$

বা, $AD = \frac{3{\cdot}1416 \times 35}{4} = 27.489$ সে.মি. **(Ans.)**

গ. চাকার পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 3{\cdot}1416 \times 35$ সে.মি.

$= 219.912$ সে.মি.

চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হয়

$\therefore$ চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রম করে

$= (7 \times 219{\cdot}912)$ সে.মি.

$\therefore$ চাকাটি 1 ঘণ্টায় বা, 3600 সেকেন্ডে অতিক্রম করে

$= \frac{7 \times 219{\cdot}912 \times 3600}{100 \times 1000}$ কি.মি.

$= 55.42$ কি.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি বৃত্তচাপ 28 সে.মি. দীর্ঘ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. কেন্দ্রস্থ কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাকা 500 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করলে কতবার ঘুরবে? ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\theta = 45^\circ = 45 \times \frac{\pi^c}{180} = \frac{\pi^c}{4}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 28$ সে. মি.

'ক' নং হতে পাই, $\theta = \frac{\pi^c}{4}$

আমরা জানি, $s = r\theta = 28 \times \frac{\pi^c}{4}$ সে.মি. $= \frac{28 \times 3.1416}{4}$ সে.মি.

$= 21.9912$ সে.মি. **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে পাই, বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য = 22 সে.মি.

চাকার পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 22$ সে.মি.

$= 138.2304$ সে.মি.

চাকাটি 138.2304 সে.মি. অতিক্রম করে 1 বার ঘুরে

$\therefore$ চাকাটি 500 সে.মি. অতিক্রম করে $\frac{500}{138.2304}$ বার ঘুরে

$= 3.617$ বার ঘুরে

≈ 4 বার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ একটি চাকা বৃত্তাকার পথে 250 মিটার পথ যেতে 35 বার ঘুরে।

ক. চাকার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 11 বার ঘুরলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত? ৪

গ. চাকাটি যদি বৃত্তের কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে তবে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ r মি.

$\therefore$ চাকার পরিধি $2\pi r$ মি.

আবার চাকা 1 বার ঘুরে অতিক্রম করে $\frac{250}{35} = 7.143$ মি.

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 7.143$

বা, $r = \frac{7.143}{2\pi} = \frac{7.143}{2 \times 3.1416} = 1.137$ মি. **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই, চাকাটি 1 বার ঘুরে 7.143 মিটার পথ অতিক্রম করে,

$\therefore$ চাকাটি 11 বার ঘুরে (11×7.143) মি. বা, 78.573 মি. পথ অতিক্রম করে,

$\therefore$ চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে যায় 78.573 মি.

$\therefore$ চাকাটি 3600 সেকেন্ডে যায় (78.573×3600) মি.

$= 282863.18$ মি.

$= 282.86$ কি.মি. **(Ans.)**

গ. মনে করি,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মি.

চাকাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, S = 250 মি.

কেন্দ্রস্থ কোণ $\theta = 60° = \left(60 \times \frac{\pi}{180}\right) = \frac{\pi}{3}$ রেডিয়ান।

আমরা জানি, $S = r\theta$

প্রশ্ন–৯ ▸ ঢাকা ও দুবাই স্থান দুইটি পৃথিবীর কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং স্থান দুইটি মধ্যবর্তী দূরত্ব S।

ক. দেখাও যে, পৃথিবীর পরিধি $2\pi R$ [পৃথিবীকে বৃত্ত মনে করো] ২

খ. S ও R এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

গ. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি. হয় এবং ঢাকা ও দুবাই পৃথিবীর কেন্দ্রে 32°35′7″ কোণ উৎপন্ন করে তবে স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পৃথিবীকে একটি বৃত্ত কল্পনা করলে এর ব্যাসার্ধ = R এবং ব্যাস = 2R

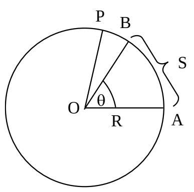
আমরা জানি, যেকোনো বৃত্তের ব্যাস এবং পরিধির অনুপাত সব সময় সমান এবং ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাটিকে π দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}} = \pi$

বা, পরিধি = ব্যাস × π

∴ পরিধি = $2\pi R$ **(দেখানো হলো)**

খ.



চিত্রে, মনে করি, পৃথিবীর কেন্দ্র O, ব্যাসার্ধ OA = R,

স্থান দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব AB = S

AB চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ AOB = θ রেডিয়ান।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ OA বা OB এর সমান করে একটি চাপ AP অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

$\therefore \angle AOP = 1$ রেডিয়ান।

আমরা জানি, কোনো বৃত্তচাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{\text{চাপ } AB}{\text{চাপ } AP} = \frac{\angle AOB}{\angle AOP}$

বা, $\frac{S}{R} = \frac{\theta \text{ রেডিয়ান}}{1\text{রেডিয়ান}}$

বা, $\frac{S}{R} = \theta$

$S = R\theta$ **(Ans.)**

গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6440 কি.মি.

ঢাকা ও দুবাই দ্বারা উৎপন্ন কোণ, θ = 32°35′7″

$= \left(32 + \frac{35}{60} + \frac{7}{60 \times 60}\right)^{\circ}$

বা, $r = \frac{S}{\theta}$

বা, $r = \frac{\frac{250}{\pi}}{3} = 250 \times \frac{3}{\pi} = \frac{750}{3.1416} = 238.73$ মি.

বৃত্তের ব্যাসার্ধ 238.73 মি. **(Ans.)**

n = 1894 বার (প্রায়)। **(Ans.)**

$= \left(\frac{117307}{3600}\right)^{\circ}$

$= \left(\frac{117307}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান

$= 0{\cdot}5687$ রেডিয়ান।

∴ ঢাকা ও দুবাইয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $S = R\theta$

$= 6440 \times 0{\cdot}5687$ কি.মি.

$= 3662{\cdot}43$ কি.মি. (প্রায়)

(Ans.)

প্রশ্ন–১০ ▸ কামাল সাইকেল চড়ে বৃত্তাকার পথে 20 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 150 মিটার। বৃত্তাকার পথের কেন্দ্র হতে 200 কিলোমিটার দূরে একটি পাহাড় 7′ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. 30° কে রেডিয়ানে ও 7′ কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ২

খ. কামালের গতিবেগ নির্ণয় কর। ৪

গ. পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $30° = 30 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান

$= 0{\cdot}5236$ রেডিয়ান **(Ans.)**

এবং $7' = \left(\frac{7}{60}\right)^{\circ} = 0{\cdot}1167°$ **(Ans.)**

খ. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{150}{2}$ মিটার = 75 মিটার

ধরি, চাপ AB = s মিটার

আমরা জানি, $s = r\theta$ মিটার $= 75 \times \frac{\pi}{6}$ মিটার

$= 39{\cdot}27$ মিটার (প্রায়)

যেহেতু কামাল 20 সেকেন্ডে 39·27 মিটার অতিক্রম করে

∴ কামালের গতিবেগ $= \frac{39{\cdot}27}{20}$ মিটার/সেকেন্ড

$= 1{\cdot}9635$ মি. সেকেন্ড **(Ans.)**

গ. আবার, পাহাড় দ্বারা উৎপন্ন কোণ θ হলে

$\theta = 7' = \frac{7}{60} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{7\pi}{60 \times 180}$ রেডিয়ান

পাহাড়ের দূরত্ব, r = 200 কিলোমিটার

$= 200 \times 1000$ মিটার

$= 200000$ মিটার

∴ পাহাড়ের উচ্চতা s হলে,

$s = r\theta$ একক

$= 200000 \times \frac{7\pi}{60 \times 180}$ মি. $= 407{\cdot}24$ মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–১১ ▸ শিপলু একটি সাইকেল চড়ে বৃত্তাকার পথে 20 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 204 মিটার।

ক. 30° কোণকে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. শিপলুর গতিবেগ নির্ণয় কর। ৪

গ. কেন্দ্রে 720° কোণ উৎপন্ন করতে শিপলু বৃত্তাকার পথে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে এবং ঐ পথ অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? ৪

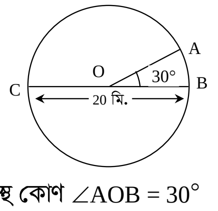
১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, $1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান।

$\therefore\ 30° = \frac{30\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান। **(Ans.)**

খ.

ধরি, শিপলু ABC বৃত্তের B বিন্দু থেকে যাত্রা করে 20 সেকেন্ড পরে পরিধির উপর A বিন্দুতে আসে।



অতএব, AB চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB = 30°$

OB = ব্যাসার্ধ $r = \frac{204}{2}$ মিটার = 102 মিটার।

ধরি, চাপ AB = s মিটার

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $s = 102 \times 30 \times \frac{\pi}{180}$ মিটার $= 17\pi$ মিটার

$= 17 \times 3{\cdot}1416$ মিটার (প্রায়) $= 53{\cdot}4072$ মিটার

$= 53{\cdot}4072$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ শিপলুর গতিবেগ $= \frac{53{\cdot}4072}{20} = 2{\cdot}6703$

$= 2{\cdot}67$ মিটার/সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

গ. ধরি, বৃত্তাকার পথে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore s = r\theta$

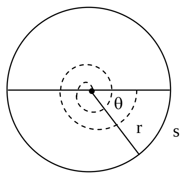
বা, $s = r \times \theta$

$= 102 \times 720 \times \frac{\pi}{180}$ মিটার

$= 408\pi$ মিটার

$= 408 \times 3{\cdot}1416$ মিটার (প্রায়)

$= 1281{\cdot}7728$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**



নির্ণেয় সময় $= \frac{1281{\cdot}7728}{2{\cdot}67}$ ['খ' থেকে পাই]

$= 480$ সেকেন্ড $= 8$ মিনিট (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন–১২ ▸ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি. হলে পৃথিবীর উপরের দুইটি স্থানের কেন্দ্রে 55″ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. স্থান দুইটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. লোকটি সাইকেলে উক্ত পথ 4 মিনিটে অতিক্রম করলে লোকটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিলোমিটার? ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 55''$

$= \frac{55°}{60 \times 60}$ [$\because 1° = 60'$ এবং $1' = 60''$]

$= \frac{55 \times \pi}{60 \times 60 \times 180}$ রেডিয়ান $\left[\because 1° = \frac{\pi^c}{180}\right]$

$= 0{\cdot}000267$ রেডিয়ান **(Ans.)**

খ. ধরি, চাপ s স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্দেশ করে।

আমরা জানি, $s = r\theta$

$= (6440 \times 0{\cdot}000267)$ কি.মি.

$= 1{\cdot}71948$ কি.মি.

$\therefore$ স্থান দুইটির দূরত্ব $1{\cdot}72$ কি.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ. লোকটি 4 মিনিটে যায় $1{\cdot}72$ কি.মি.

$\therefore$ " 1 " " $\frac{1{\cdot}72}{4}$ "

$\therefore$ " 60 " " $\frac{1{\cdot}72 \times 60}{4}$ "

$= 25{\cdot}8$ কি.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৩ ▸ একটি বৃত্তাকার চাকার 10 সে.মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাপ 30°।

ক. রেডিয়ান কোণ কাকে বলে এবং এক রেডিয়ান কত ডিগ্রীর সমান? ২

খ. চাকাটির ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. চাকাটি 400 মিটার পথ অতিক্রম করতে কতবার ঘুরবে? ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **রেডিয়ান কোণ :** কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণকে এক রেডিয়ান কোণ বলে।

এক রেডিয়ান কোণ $= 57{\cdot}29578$ ডিগ্রী (প্রায়)

খ. ধরি, AB চাপটি বৃত্তে $\angle AOB = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore\ \theta = 30° = \frac{30\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান

এবং AB = 10 সে.মি.

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $r = \frac{s}{\theta} = \frac{10}{\frac{\pi}{6}} = \frac{60}{\pi}$

$\therefore$ চাকাটির ব্যাস $= 2r = 2 \times \frac{60}{\pi} = 38{\cdot}197$ সে.মি.(প্রায়) **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই চাকাটির ব্যাস, $2r = 38{\cdot}197$ সে.মি.

$\therefore$ চাকাটির পরিধি $= 2\pi r$ একক

$= 3{\cdot}1416 \times 38{\cdot}197$ সে.মি.

$= 119{\cdot}999$ সে.মি. $= 120$ সে.মি. (প্রায়)

চাকাটি 120 সে.মি. পথ অতিক্রম করতে 1 বার ঘুরে

" 1 " " " $\frac{1}{120}$ বার ঘুরে

$\therefore$ 400 মি. বা 40000 সে.মি. " " $\frac{40000}{120}$ " "

$= 333{\cdot}33$ "

$\therefore$ চাকাটি 333 বার ঘুরে **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৪ ▸ মনে করি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। রাজশাহী ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5°6′36″ কোণ উৎপন্ন করে। রাফি একটি মাইক্রোবাস ভাড়া করে রাজশাহী হতে চট্টগ্রামে সরাসরি পৌছালো। গাড়িটির চাকার ব্যাস 0.82 মিটার।

ক. 5°6′36″ কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. রাজশাহী হতে চট্টগ্রামের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. রাজশাহী হতে চট্টগ্রাম যেতে গাড়িটির চাকা কতবার ঘুরবে? ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $5°6'36'' = 5°\left(6 + \frac{36}{60}\right)'$ [1′ (মিনিট) = 60″ (সেকেন্ড)]

$= 5°\left(\frac{33}{5}\right)'$

$= \left(5 + \frac{33}{5 \times 60}\right)°$

$= \frac{511}{100}$

$= \frac{511}{100} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান [$1° = \left(\frac{\pi}{180}\right)$ (রেডিয়ান)]

= 0.0892 রেডিয়ান **(Ans.)**

খ. রাজশাহী হতে চট্টগ্রামে গেলে পৃথিবীর সমান ব্যাসার্ধের বৃত্তে যে চাপ উৎপন্ন করে তা 0.0892 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।

আমরা জানি, চাপ, $s = r\theta$

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6440 কি.মি. = 6.44×10^{6} মিটার এবং θ = 0.0892 রেডিয়ান

সুতরাং রাজশাহী হতে চট্টগ্রামের দূরত্ব,

$s = 6.44 \times 10^6 \times 0.0892$ মিটার

$= 574.45 \times 10^3$ মিটার

= 574.45 কিলোমিটার **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, গাড়িটির ঢাকার ব্যাস = 0.82 মিটার

তাহলে ব্যাসার্ধ, r = 0.41 মিটার

চাকাটি একবার ঘুরলে চাকাটির পরিধির সমান $2\pi r$ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। চাকাটির পরিধি = $2 \times 3.1416 \times 0.41$ মিটার

= 2.576 মিটার

'খ' প্রশ্নোত্তর হতে পাই, রাজশাহী হতে চট্টগ্রামের দূরত্ব অতিক্রম করতে ঘোরে 574.45 কিলোমিটার বা 574450 মিটার

চাকাটি 2.576 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে ঘোরে 1 বার

1 " " " " " $\frac{1}{2.576}$ "

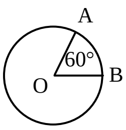
∴ " 574450 " " " " $\frac{574450}{2.576}$ "

= 22300.77 "

সুতরাং রাজশাহী হতে চট্টগ্রাম যেতে গাড়িটির চাকা 2,23,001 বার ঘুরবে। **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১৫ ▸



176 মিটার পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তাকার মাঠটির B বিন্দু থেকে পরিধি বরাবর দৌড়িয়ে একজন বালক 7 সেকেন্ডে A বিন্দুতে পৌছালো। AB চাপ দ্বারা মাঠের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 60°।

ক. মাঠটির ব্যাস বের কর। ২

খ. বালকটি কত বেগে দৌড়াচ্ছিল তা নির্ণয় কর। ৪

গ. মাঠটির ক্ষেত্রফল আরও 500 বর্গমিটার বেশি হলে পরিধি বরাবর মাঠটিকে সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে চালকটির কত সময় লাগতো নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 28.01 মিটার;
খ. 4.19 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)
গ. 2464.77 বর্গমিটার

প্রশ্ন–১৬ ▸ একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণটির দ্বিগুণ। ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণের মান যত একটি চাকা 1.75 কিলোমিটার পথ যেতে তত বার ঘোরে।

ক. একটি কোণের পরিমাপ ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D° ও R^c হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ ২

খ. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে ত্রিভুজটির কোণগুলোকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ৪

গ. চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. $\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{3}$ ও $\frac{2\pi}{9}$ রেডিয়ান; গ. 6.96 মিটার

প্রশ্ন–১৭ ▸ একটি বৃত্তাকার ঘড়ির দুপুর 3.00 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে θ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. রেডিয়ান কোণ কাকে বলে? ২

খ. θ কোণের পরিমাণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ৪

গ. 750 মিটার দূরে একটি বিন্দুতে পাহাড় 'খ' নং হতে প্রাপ্ত কোণ তৈরি করে। পাহাড়টির উচ্চতা কত? ৪

উত্তর : খ. $\frac{\pi}{2}$; গ. 848 মিটার।

প্রশ্ন–১৮ ▸ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $14{\cdot}9 \times 10^7$ কি.মি. এবং পৃথিবীর কেন্দ্রবিন্দুতে সূর্যের ব্যাস 32 কোণ উৎপন্ন করে।

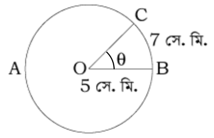
ক. কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. পৃথিবীর কক্ষপথে $14{\cdot}9 \times 10^7$ কি.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তরূপে বিবেচনা করে প্রতি ঘণ্টায় পৃথিবীর গতিবেগ নির্ণয় কর। (এক বছর = $365\frac{1}{4}$ দিন) ৪

উত্তর : ক. $\frac{2\pi^c}{675}$, খ. 13.87×10^5 কি.মি. (প্রায়)।
গ. 106798.63 কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন–১৯ ▸



ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $2\pi r$. ২

খ. কেন্দ্রস্থ কোণ θ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ৪

উত্তর : খ. $80.214°$ (প্রায়)

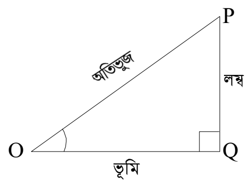
অনুশীলনী ৮.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ :**

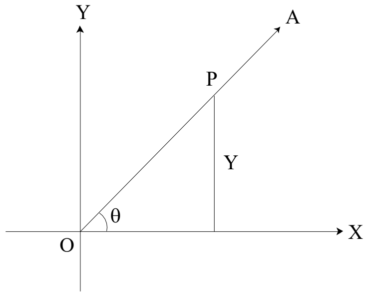
সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় করার জন্য আমরা একটি সমকোণী ত্রিভুজ OPQ বিবেচনা করি। ΔOPQ এ ∠OQP সমকোণ। **∠POQ এর সাপেক্ষে :** OP ত্রিভুজের অতিভুজ, OQ ভূমি, PQ লম্ব এবং ∠POQ = θ (সূক্ষ্মকোণ)। OPQ সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণ θ এর জন্য ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত যথাক্রমে নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় :

$\sin\theta = \frac{PQ}{OP}$ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{OP}{PQ}$ $\cos\theta = \frac{OQ}{OP}$ $\sec\theta = \frac{OP}{OQ}$ $\tan\theta = \frac{PQ}{OQ}$ $\cot\theta = \frac{OQ}{PQ}$



■ **ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক :**

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সংজ্ঞা থেকে আমরা লক্ষ করি যে,



$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{1}{\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}} = \frac{1}{\sin\theta}$

$\therefore \sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$ এবং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

অনুরূপভাবে $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$, $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}} = \frac{1}{\cos\theta}$

অর্থাৎ, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

একইভাবে, $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ এবং $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

■ **সহজভাবে মনে রাখার জন্য :**

২য় চতুর্ভাগ	১ম চতুর্ভাগ
sin (+ve) cosec (+ve)	All (+ve)
tan (+ve) cot (+ve)	cos (+ve) sec (+ve)
৩য় চতুর্ভাগ	৪র্থ চতুর্ভাগ

■ **গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি :**

- ⏩ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$
- ⏩ $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$
- ⏩ $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$
- ⏩ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$
- ⏩ $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$
- ⏩ $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$
- ⏩ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- ⏩ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
- ⏩ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
- ⏩ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
- ⏩ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
- ⏩ $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

- ⏩ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- ⏩ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
- ⏩ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$
- ⏩ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
- ⏩ $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$
- ⏩ $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$
- ⏩ $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$
- ⏩ $1 = \sec^2\theta - \tan^2\theta$
- ⏩ $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$
- ⏩ $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

■ **শিক্ষার্থীদের সুবিধার্থে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের তালিকা :**

কোণ	0°	$\frac{\pi}{6} = 30°$	$\frac{\pi}{4} = 45°$	$\frac{\pi}{3} = 60°$	$\frac{\pi}{2} = 90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে মান নির্ণয় কর :

(i) $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}}$

(ii) $\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}\cdot\tan\frac{\pi}{3}$

সমাধান :

(i) $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$ **Ans.**

(ii) $\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}\tan\frac{\pi}{3} = 1+\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3} = 1+1 = 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\tan\theta$ এবং $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos\theta = -\frac{4}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \left(\frac{-4}{5}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{1}{\sec^2\theta} = \frac{16}{25}$

বা, $\sec^2\theta = \frac{25}{16}$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $1+\tan^2\theta = \frac{25}{16}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{25}{16} - 1$

বা, $\tan^2\theta = \frac{25-16}{16}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{9}{16}$

$\therefore \tan\theta = \pm\frac{3}{4}$

এখানে, $\tan\theta \neq -\frac{3}{4}\left[\text{কারণ } \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}\right]$

$\therefore \tan\theta = \frac{3}{4}$

আবার, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

বা, $\sin\theta = \tan\theta\cos\theta$

বা, $\sin\theta = \frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{5}\right)$

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ এবং $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ এর ক্ষেত্রে $\cos A$ এবং $\tan A$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

বা, $\sin^2 A = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1-\cos^2 A = \frac{4}{5}$

বা, $\cos^2 A = 1-\frac{4}{5}$

বা, $\cos^2 A = \frac{5-4}{5}$

বা, $\cos^2 A = \frac{1}{5}$

$\therefore \cos A = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

কিন্তু $\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$ গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$

$\therefore \cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{1}\right) = -2$

$\cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ এবং $\tan A = -2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দেওয়া আছে, $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং $\cos A$ ও $\sin A$ একই চিহ্নবিশিষ্ট। $\sin A$ এবং $\tan A$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos^2 A = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{1}{\sec^2 A} = \frac{1}{4}$

বা, $\sec^2 A = 4$

বা, $1+\tan^2 A = 4$

বা, $\tan^2 A = 3$

$\therefore \tan A = \sqrt{3}$ [$\because \cos A$ ও $\sin A$ একই চিহ্নযুক্ত]

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

বা, $\sin A = \tan A\cos A$

বা, $\sin A = \sqrt{3}\times\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $\tan A = \sqrt{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেওয়া আছে, $\tan A = -\frac{5}{12}$ এবং $\tan A$ ও $\cos A$ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট। $\sin A$ এবং $\cos A$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = -\frac{5}{12}$

বা, $\tan^2 A = \left(-\frac{5}{12}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\tan^2 A = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A - 1 = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A = 1 + \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A = \frac{144 + 25}{144}$

বা, $\sec^2 A = \frac{169}{144}$

বা, $\frac{1}{\cos^2 A} = \frac{169}{144}$

বা, $\cos^2 A = \frac{144}{169}$

$\therefore \cos A = \pm\frac{12}{13}$

কিন্তু $\cos A = -\frac{12}{13}$ গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ tanA ও cosA বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট।

$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

বা, $\sin A = \tan A \cos A$

বা, $\sin A = -\frac{5}{12} \times \frac{12}{13}$

$\therefore \sin A = -\frac{5}{13}$

$\sin A = -\frac{5}{13}$ এবং $\cos A = \frac{12}{13}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ নিম্নলিখিত অভেদসমূহ প্রমাণ কর :

(i) $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$

(ii) $\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$

(iii) $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$

(iv) $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

(v) $(\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$

(vi) $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$

সমাধান :

(i) বামপক্ষ $= \tan A + \cot A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}$

$= \frac{1}{\cos A \sin A}$ $[\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$

$= \frac{1}{\cos A} \cdot \frac{1}{\sin A}$

$= \sec A \operatorname{cosec} A$

= ডানপক্ষ

$\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

(ii) বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}}$

$= \frac{(\sqrt{1 + \cos\theta})(\sqrt{1 + \cos\theta})}{(\sqrt{1 - \cos\theta})(\sqrt{1 + \cos\theta})}$

[লব ও হরকে $\sqrt{1 + \cos\theta}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{(\sqrt{1 + \cos\theta})^2}{\sqrt{1 - \cos^2\theta}} = \frac{1 + \cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta}}$ $[\because 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta]$

$= \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ = মধ্যপক্ষ

আবার, ডানপক্ষ $= \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$

$= \frac{\sqrt{\sec\theta + 1}\,(\sqrt{\sec\theta + 1})}{(\sqrt{\sec\theta - 1})(\sqrt{\sec\theta + 1})}$

[লব ও হরকে $\sqrt{\sec\theta + 1}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{(\sqrt{\sec\theta + 1})^2}{\sqrt{\sec^2\theta - 1}} = \frac{\sec\theta + 1}{\sqrt{\tan^2\theta}}$ $[\because \sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta]$

$= \frac{\sec\theta + 1}{\tan\theta} = \frac{\sec\theta}{\tan\theta} + \frac{1}{\tan\theta}$

$= \frac{1}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta} + \cot\theta$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ = মধ্যপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = মধ্যপক্ষ = ডানপক্ষ

$\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$ (প্রমাণিত)

(iii) বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}}$

$= \frac{(\sqrt{1 - \sin A})(\sqrt{1 - \sin A})}{(\sqrt{1 + \sin A})(\sqrt{1 - \sin A})}$

[লব ও হরকে $\sqrt{1 - \sin A}$ দ্বারা গুণ]

$= \frac{(\sqrt{1 - \sin A})^2}{(\sqrt{1 - \sin^2 A})} = \frac{1 - \sin A}{\sqrt{\cos^2 A}}$

$= \frac{1 - \sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \sec A - \tan A$ = ডানপক্ষ

$\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$ (প্রমাণিত)

(iv) বামপক্ষ $= \sec^4\theta - \sec^2\theta = \sec^2\theta(\sec^2\theta - 1)$

$= (\tan^2\theta + 1)\tan^2\theta$ $[\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$ = ডানপক্ষ

$\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$ (প্রমাণিত)

(v) বামপক্ষ $= (\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta)$

$= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= \left(\frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{1 - \sin^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\,\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\,\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \frac{\sin^2\theta\cos^2\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta} = 1$ = ডানপক্ষ

$(\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$ (প্রমাণিত)

(vi) বামপক্ষ $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{(1 - \sec\theta + \tan\theta)}$

$= \sec\theta + \tan\theta = \tan\theta + \sec\theta =$ ডানপক্ষ

$\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta \sec\theta$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যদি $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$ হয়, যেখানে $a > b > 0$, তবে প্রমাণ কর যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}^2A = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ [উভয়ক্ষকে বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2A = \frac{a^2}{b^2}$ [$\therefore \text{cose}^2A - \text{cost}^2A = 1$]

বা, $\cot^2A = \frac{a^2}{b^2} - 1$

বা, $\cot^2A = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$ [$\therefore \cot^2A = \frac{1}{\tan^2A}$]

বা, $\tan^2A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$

বা, $\tan A = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হয়, তবে দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2} + 1)\sin\theta = \cos\theta$

বা, $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\sin\theta = (\sqrt{2} - 1)\cos\theta$

[উভয় পক্ষকে $\sqrt{2} - 1$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $(2 - 1)\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $\tan\theta = \frac{x}{y}$ $(x \neq y)$ হলে, $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x^2}{y^2}$ [উভয় পক্ষকে $\frac{x}{y}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে, দেখাও যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $(\tan\theta + \sec\theta)^2 = x^2$ (উভয় পক্ষকে বর্গ করে)

বা, $\tan^2\theta + 2\tan\theta\sec\theta + \sec^2\theta = x^2$

বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + 2\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1}{\cos^2\theta} = x^2$

বা, $(\sin\theta + 1)^2 = x^2\cos^2\theta$

বা, $(\sin\theta + 1)^2 = x^2(1 - \sin^2\theta)$ [$\therefore \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $(\sin\theta + 1)^2 = x^2(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)$

বা, $\sin\theta + 1 = x^2(1 - \sin\theta)$

বা, $\sin\theta + 1 = x^2 - x^2\sin\theta$

বা, $x^2\sin\theta + \sin\theta = x^2 - 1$

বা, $(x^2 + 1)\sin\theta = x^2 - 1$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a\cos\theta - b\sin\theta = c$

বা, $(a\cos\theta - b\sin\theta)^2 = c^2$ [বর্গ করে]

বা, $a^2\cos^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2\sin^2\theta = c^2$

বা, $a^2(1 - \sin^2\theta) - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2(1 - \cos^2\theta) = c^2$

বা, $a^2 - a^2\sin^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta = c^2$

বা, $-(a^2\sin^2\theta + 2a\sin\theta\, b\cos\theta + b^2\cos\theta) = -a^2 - b^2 + c^2$

বা, $(a\sin\theta)^2 + 2a\sin\theta\, b\cos\theta + (b\cos\theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$

বা, $(a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$

$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ মান নির্ণয় কর :

(i) $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$

(ii) $3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

(iii) $\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}\cos^2\frac{\pi}{4}$

(iv) $\frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$

$= \left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(\cot\frac{\pi}{6}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 + 3 = \frac{1 + 2}{4} + 6 = \frac{3 + 24}{4} = \frac{27}{4}$ **(Ans.)**

(ii) প্রদত্ত রাশি $= 3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

$= 3\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\cot\frac{\pi}{6}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\sec\frac{\pi}{4}\right)^2$

$= 3.(1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{3}\cdot(\sqrt{2})^2$

$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}$

$= \frac{36 - 9 - 18 + 8}{12} = \frac{44 - 27}{12} = \frac{17}{12}$ **(Ans.)**

(iii) প্রদত্ত রাশি $= \tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}\cos^2\frac{\pi}{4}$

$= \left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^2\left(\tan\frac{\pi}{6}\right)^2\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^2$

$= (1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2(\sqrt{3})^2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8 - 3}{8} = \frac{5}{8}$

(iv) প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \dfrac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \dfrac{\frac{3 - 1}{\sqrt{3}}}{1 + 1} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + 3}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}$

$= \frac{5\sqrt{3}}{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সরল কর : $\dfrac{1 - \sin^2\frac{\pi}{6}}{1 + \sin^2\frac{\pi}{4}} \times \dfrac{\cos^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6}}{\mathrm{cosec}^2\frac{\pi}{2} - \cot^2\frac{\pi}{2}} \div \left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right) + \left(\sec^2\frac{\pi}{6} - \tan^2\frac{\pi}{6}\right)$

সমাধান :

$\dfrac{1 - \sin^2\frac{\pi}{6}}{1 + \sin^2\frac{\pi}{4}} \times \dfrac{\cos^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6}}{\mathrm{cosec}^2\frac{\pi}{3} - \cot^2\frac{\pi}{2}} \div \left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right) + \left(\sec^2\frac{\pi}{6} - \tan^2\frac{\pi}{6}\right)$

$= \dfrac{1 - \left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^2}{1 + \left(\sin^2\frac{\pi}{4}\right)^2} \times \dfrac{\left(\cos^2\frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{6}\right)^2}{\left(\mathrm{cosec}\frac{\pi}{3}\right)^2 - \left(\cot\frac{\pi}{2}\right)^2} \div \left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right) + \left\{\left(\sec\frac{\pi}{6}\right)^2 - \left(\tan\frac{\pi}{6}\right)^2\right\}$

$= \dfrac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} \times \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{(1)^2 - 0} \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left\{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}$

$= \dfrac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{2} + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{3}\right)$

$= \dfrac{\frac{4 - 1}{4}}{\frac{2 + 1}{2}} \times \left(\frac{1 + 3}{4}\right) \div \frac{1}{2} + \left(\frac{4 - 1}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} \times \frac{2}{1} + \frac{3}{3}$

$= 1 + 1 = 2$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $\sin 3\theta = 1$ হলে, θ = কত ডিগ্রি?

ক 90° খ 60° ● 30° ঘ 0°

২. $\sec\theta + \tan\theta = 5$ হলে, $(\sec\theta - \tan\theta)$ এর মান কত?

ক -5 খ $-\frac{1}{5}$ ● $\frac{1}{5}$ ঘ 5

৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $\tan\theta = 5$ হলে $\mathrm{cosec}\,\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{5}{\sqrt{26}}$ ● $\frac{\sqrt{26}}{5}$ গ $\frac{1}{5}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{26}}$

৪. $\sin\theta = \frac{b}{a}$ (যেখানে $a > b > 0$) হলে–

i. $\tan\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ii. $\cot\theta = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

iii. $\sec\theta = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫. θ সূক্ষ্মকোণ হলে–

i. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

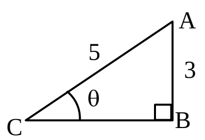
ii. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

iii. $\mathrm{cosec}^2\theta + \cot^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬. sinA + cosC এর মান কত?

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ● $\frac{8}{5}$

৭. $\cot\theta$ এর মান কোনটি?

● $\frac{4}{3}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{3}{5}$

৮·৭ : ত্রিকোনমিতিক অনুপাতসমূহ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮. sin30° এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0   ● $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) 2

৯. $\sin 0^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 1   ● 0   (গ) অসংজ্ঞায়িত   (ঘ) $\frac{1}{2}$

১০. $\sin 45^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) 0

১১. $\sin 60^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) 1   ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$

১২. $\sin 90^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 0   (খ) অসীম   ● 1   (ঘ) $\sqrt{3}$

১৩. $\cos 0^\circ$ = কত? (সহজ)

● 1   (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

১৪. $\cos 30^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (খ) 1   ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) 0

১৫. $\cos 45^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) 0   (ঘ) $\sqrt{3}$

১৬. $\cos 90^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 1   (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) $\frac{1}{2}$ ● 0

১৭. $\tan 0^\circ$-এর মান কত? (সহজ)

● 0   (খ) 1   (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) অসংজ্ঞায়িত

১৮. $\tan 30^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) $\sqrt{3}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

১৯. $\tan 45^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0   (খ) -1 ● 1   (ঘ) $\sqrt{2}$

২০. $\tan 60^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) অসংজ্ঞায়িত   ● $\sqrt{3}$ (গ) 0   (ঘ) $\sqrt{2}$

২১. $\tan 90^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0   ● অসংজ্ঞায়িত   (গ) 1   (ঘ) -1

২২. $\cot 0^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) -1 (খ) 0   ● অসংজ্ঞায়িত   (ঘ) 1

২৩. $\cot 30^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0   (খ) $\frac{1}{3}$ ● $\sqrt{3}$ (ঘ) $\sqrt{3}$

২৪. $\cot 60^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 3   (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\sqrt{3}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$

২৫. $\cot 90^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

● 0   (খ) অসংজ্ঞায়িত   (গ) 1   (ঘ) -1

২৬. $\sec 0^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 0   ● 1   (গ) -1 (ঘ) 2

২৭. $\sec 30^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $\sqrt{3}$

২৮. $\sec 45^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 2   (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ● $\sqrt{2}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

২৯. $\sec 60^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

● 2   (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৩০. $\sec 90^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 0   (খ) -1 (গ) 1   ● অসংজ্ঞায়িত

৩১. $\operatorname{cosec} 0^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) -1 (খ) 1   (গ) 2   ● অসংজ্ঞায়িত

৩২. $\operatorname{cosec} 45^\circ$ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 2   ● $\sqrt{2}$ (গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $\sqrt{3}$

৩৩. $\operatorname{cosec} 60^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

৩৪. $\operatorname{cosec} 90^\circ$ = কত? (সহজ)

● 1   (খ) 0   (গ) -1 (ঘ) -2

৩৫. $\cos 60^\circ$ = কত? (সহজ)

(ক) 2   ● $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৩৬. নিচের কোনটি $\operatorname{cosec}\theta$ এর সমান? (মধ্যম)

(ক) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ● $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$ (গ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ (ঘ) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

৩৭. নিচের কোনটি $\cos\theta$ এর সমান? (মধ্যম)

(ক) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ (খ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ ● $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ (ঘ) $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$

৩৮. নিচের কোনটি $\sec\theta$ এর সমান? (মধ্যম)

(ক) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ (খ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ (গ) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ● $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$

৩৯. $\tan\theta$ এর সমান কোনটি? (সহজ)

(ক) $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$ ● $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ (গ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ (ঘ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

৪০. $\cot\theta$ এর সমান কোনটি? (সহজ)

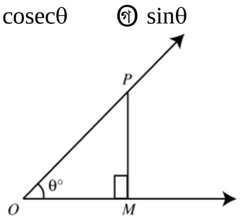
(ক) $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$ (খ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ (গ) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ● $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

৪১. $\sin\theta$ এর সমান কোনটি? (সহজ)

● $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ (খ) $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ (গ) $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ (ঘ) $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$

৪২. $\tan\theta$ এর বিপরীত কোনটি? (সহজ)

● $\cot\theta$ (খ) $\operatorname{cosec}\theta$ (গ) $\sin\theta$ (ঘ) $\sec\theta$



৪৩. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\sin\theta = \frac{PM}{OP}$ ⓖ $\sin\theta = \frac{PM}{OM}$

ⓖ $\sin\theta = \frac{OP}{PM}$ ⓘ $\sin\theta = \frac{OM}{PM}$

৪৪. cosec 30° = কত? (সহজ)

ⓚ 1 ● 2 ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ 1

৪৫. সমকোণী ত্রিভুজ হতে নিচের কোনটি লেখা যায়? (মধ্যম)

ⓚ (ভূমি)^2 = (অতিভুজ)^2 + (লম্ব)^2

● (লম্ব)^2 = (অতিভুজ)^2 + (ভূমি)^2

ⓖ (অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2

ⓘ (অতিভুজ)^2 = $\left(\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}\right)^2$

৪৬. সমকোণী ত্রিভুজ হলে নিচের কোনটি লেখা যায়? (মধ্যম)

ⓚ (ভূমি)^2 = অতিভুজ × লম্ব

● (ভূমি)^2 = (অতিভুজ)^2 – (লম্ব)^2

ⓖ (অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 – (ভূমি)^2

ⓘ (লম্ব)^2 = (ভূমি)^2 × (অতিভুজ)^2

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৭. i. $\cos^2 30° - \sin^2 30° = \cos 60°$

ii. $\cos^2 30° - \sin^2 30° = \frac{1}{2}$

iii. $\cos^2 30° + \sin^2 30° = \cos 60°$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ ii ও iii

৪৮. i. $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

ii. $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

iii. $\sec^2\theta + \cos^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪৯. i. tan 90° = অসংজ্ঞায়িত

ii. cot 90° = অসংজ্ঞায়িত

iii. sec 90° = অসংজ্ঞায়িত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫০. i. $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

ii. $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

iii. $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫১. i. $\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\text{cosec}^2\theta} = 1$

ii. $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

iii. $\sin^2\theta - \cos^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫২. i. $\tan^2 45° = 1$

ii. $\tan^2 60° = 3$

iii. $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৫৩. i. $\sec(-\theta) = \sec\theta$

ii. $\cos\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

iii. $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৪. i. $\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\text{cosec}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$

iii. $\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৫. $\tan\theta = -\frac{2}{3}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক হলে—

i. $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

ii. $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

iii. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৫৬. ΔABC এ $\text{cosec}\theta = \sqrt{13}$ হলে—

i. ত্রিভুজটির লম্ব = 1

ii. ত্রিভুজটির ভূমি = 1

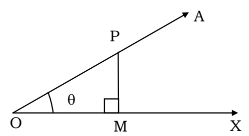
iii. ত্রিভুজটির ভূমি = $2\sqrt{3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্র দেখে ৫৭ – ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



POM সমকোণী ত্রিভুজ এবং θ = ∠XOA একটি সূক্ষ্মকোণ।

৫৭. sinθ. cosecθ = কত? (মধ্যম)

● 1 ⓚ 2 ⓖ 90° ⓘ 120°

৫৮. নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)

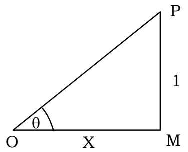
ⓚ $\sin\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ ● $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

ⓖ $\tan\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ ⓘ $\text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

৫৯. $\cos\theta \sec\theta$ = কত? (কঠিন)

ⓚ 2   ⓛ 0   ● 1   ⓘ –1

নিচের চিত্র দেখে ৬০ – ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



POM সমকোণী ত্রিভুজে $\angle POM = \theta$, PM = 1 এবং OM = x

৬০. tanθ এর মান কত? (মধ্যম)

● $\frac{1}{x}$ ⓛ $\frac{1}{x^2}$ ⓖ $\sqrt{1+x^2}$ ⓘ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

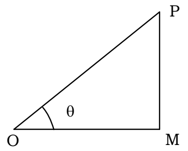
৬১. OP এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

● $\sqrt{1+x^2}$ ⓛ $\sqrt{1-x^2}$ ⓖ $\frac{1}{x}$ ⓘ $\frac{1}{x^2}$

৬২. cosθ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ● $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ⓖ $\sqrt{1+x^2}$ ⓘ $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

নিচের চিত্র দেখে ৬৩ ও ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



POM সমকোণী ত্রিভুজে $\theta = \angle POM$ একটি সূক্ষ্মকোণ এবং $PM \perp OM$

৬৩. ΔPOM এ অতিভুজ OP বৃহত্তম বাহু। সেক্ষেত্রে– (মধ্যম)

ⓚ $\sin\theta > 1$ ও $\cos\theta < 1$ ● $\sin\theta < 1$ ও $\cos\theta < 1$

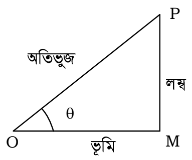
ⓖ $\text{cosec}\theta > 1$ ও $\sin\theta < 1$ ⓘ $\sin\theta \geq 1$ ও $\cos\theta \leq 1$

৬৪. ΔPOM এ যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। $\sin\theta + \cos\theta \leq 1$ সেক্ষেত্রে– (কঠিন)

● $\sin\theta + \cos\theta > 1$ ⓛ $\sin\theta - \cos\theta > 1$

ⓖ $\sin\theta + \cos\theta < 1$ ⓘ $\sin\theta + \cos\theta \leq 1$

নিচের চিত্র দেখে ৬৫ – ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬৫. cotθ = কত? (মধ্যম)

● $\frac{OM}{PM}$ ⓛ $\frac{OP}{OM}$ ⓖ $\frac{OM}{OP}$ ⓘ $\frac{PM}{OM}$

৬৬. cosecθ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{OP}{OM}$ ⓛ $\frac{PM}{OP}$ ● $\frac{OP}{PM}$ ⓘ $\frac{PM}{OP}$

৬৭. POM ত্রিভুজে PM, OM ও OP এর কয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া যাবে? (কঠিন)

ⓚ 4টি   ⓛ 5টি   ● 6টি   ⓘ 3টি

৮·৮ : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয়সহ অভেদাবলী (Identifics)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৮. $\tan60^\circ \cot60^\circ$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ● 1   ⓖ 0   ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

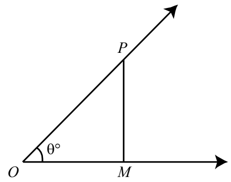
৬৯. $\cos60^\circ 3\sin30^\circ$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{4}$ ● $\frac{1}{2}$ ⓖ 1   ⓘ 0

৭০. $\cos^2 30^\circ - \sin30^\circ$ = কত? (কঠিন)

● $\frac{1}{4}$ ⓛ 1   ⓖ 2   ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৭১.



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\tan\theta = \frac{PM}{OM}$ ⓛ $\tan\theta = \frac{OM}{PM}$

ⓖ $\cot\theta = \frac{OM}{OP}$ ⓘ $\cot\theta = \frac{OP}{OM}$

৭২. $\sin^2\frac{\pi}{4} + \cos^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\sqrt{2}$ ⓛ 2   ⓖ $\frac{1}{2}$ ● 1

৭৩. $\cos^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{\pi}{3}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{4}{5}$ ⓛ $\frac{2}{5}$ ● $\frac{5}{4}$ ⓘ $\frac{1}{3}$

৭৪. $\theta = 45^\circ$ হলে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ এর মান কত?

ⓚ 0   ● 1   ⓖ – 1   ⓘ ∝

৭৫. cosec = $\sqrt{2}$ হলে, cotθ এর মান কত?

● 1   ⓛ $\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ব্যাখ্যা : $\text{cosec}^2A = (\sqrt{2^2}) = 2$

$\therefore \cot^2A = \text{cosec}^2A - 1$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭৬. $\cot\theta = \frac{2}{3}$ হলে–

i. $\tan\theta = \frac{3}{2}$

ii. $\sec\theta = \frac{\sqrt{13}}{2}$

iii. $\text{cosec}\theta = \frac{\sqrt{13}}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii   ⓛ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ● i, ii ও iii

৭৭. i. $\cos(-\theta) = \cos\theta$

ii. $\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\theta$

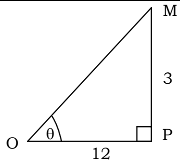
iii. $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii   ⓛ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ● i, ii ও iii

৭৮.

চিত্রানুসারে –



i. $\sec\theta = \frac{13}{12}$

ii. $\tan^2\theta = \frac{169}{144}$

iii. OM = 13

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৭৯. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত–

i. ছয়টি

ii. এদের কোনো একক নেই

iii. এদের মধ্যে আন্তঃসম্পর্ক বিদ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৮·৯ : বিভিন্ন চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের চিহ্ন

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮০. $\theta = 30^\circ$ হলে $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ 0 ● 1

৮১. নিচের কোনটি অসংজ্ঞায়িত? (সহজ)

ⓚ $\sin90^\circ$ ⓚ $\cos90^\circ$ ● $\tan90^\circ$ ⓖ $\tan0^\circ$

৮২. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $\sec0^\circ = 1$ ⓚ $\sec30^\circ = 2$

ⓖ $\sec60^\circ = 1$ ⓖ $\sec 90^\circ = \sqrt{3}$

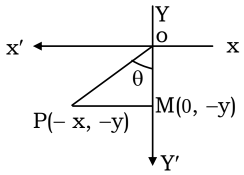
৮৩. $\sin60^\circ 3\cos30^\circ$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓖ 2 ⓖ $\frac{2}{3}$

৮৪. $\sin60^\circ . \tan30^\circ$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{3}$ ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓖ 2 ● $\frac{1}{2}$

৮৫.



চিত্রে cotθ এর মান কোনটি? (কঠিন)

● $\frac{x}{y}$ ⓚ $\frac{y}{x}$ ⓖ $-\frac{x}{y}$ ⓖ $-\frac{y}{x}$

৮৬. $\tan\theta = -\frac{3}{4}$ এবং cosθ ধনাত্মক হলে secθ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $-\frac{5}{4}$ ⓚ $-\frac{4}{5}$ ● $\frac{5}{4}$ ⓖ $-\frac{4}{3}$

৮৭. ABC ত্রিভুজের $\sec\theta = 2$ হলে এর লম্ব কত হবে? (কঠিন)

ⓚ 1 ● $\sqrt{3}$ ⓖ 3 ⓖ $\frac{1}{2}$

৮৮. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ এবং $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে tanθ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{3}{5}$ ● $\frac{3}{4}$ ⓖ $\frac{5}{4}$ ⓖ $\frac{4}{5}$

৮৯. $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$ হলে tanA এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{b}{b^2 - a^2}$ ⓚ $\frac{-b}{b^2 - a^2}$

● $\frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ⓖ $\frac{b^2}{a^2 - b^2}$

৯০. $\tan^2\frac{\pi}{3} - \operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 3 ⓚ 2 ● 1 ⓖ 0

৯১. $\cos\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{cosec}\frac{\pi}{4} \div \cot\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\sqrt{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓖ 2 ⓖ 1

৯২. $\tan^2\frac{\pi}{3} \div \sec^2\frac{\pi}{6} - \tan^2\frac{\pi}{6}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{13}{3}$ ● $\frac{23}{12}$ ⓖ $\frac{9}{2}$ ⓖ 5

৯৩. $A = \frac{\pi}{6}$ এবং $B = \frac{\pi}{6}$ হলে $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ● $\sqrt{3}$

৯৪. $\sin\frac{\pi}{2} - 1$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ 1 ⓖ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● 0

৯৫. $\sin\frac{\pi}{3} \tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{6}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● 1 ⓖ $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ ⓖ $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{2}$

৯৬. কোন চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান ধনাত্মক? (কঠিন)

● ১ম ⓚ ২য় ⓖ ৩য় ⓖ ৪র্থ

৯৭. $\sec\theta = \frac{5}{4}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে cosecθ এর মান কত?

ⓚ $\frac{1}{5}$ ⓚ $\frac{1}{3}$ ⓖ $-\frac{3}{5}$ ● $-\frac{5}{3}$

৯৮. $\operatorname{cosec}(-\theta)$ = কত?

ⓚ sinθ ⓚ – sinθ ⓖ cosecθ ● – cosecθ

৯৯. $A = \frac{\pi}{3}$ এবং $B = \frac{\pi}{6}$ হলে $\cot(A + B)$ = কত?

● 0 ⓚ 1 ⓖ – 1 ⓖ ∞

১০০. $\cot^2\frac{\pi}{6} \div \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কোনটি?

ⓚ 0 ⓚ 1 ● 2 ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা : $\cot^2\frac{\pi}{6} \div \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4} = 3 \div \frac{3}{4} - 2 = 4 - 2 = 2$

১০১. নিচের কোনটি ব্যতিক্রম?

ⓚ $\cot90^\circ$ ● $\sec90^\circ$ ⓖ $\sin0^\circ$ ⓖ $\tan0^\circ$

ব্যাখ্যা : $\cot^290^\circ = \sin0^\circ = \tan0^\circ = 0$ এবং $\sec90^\circ$ = অসংজ্ঞায়িত

১০২. sinθ = x হলে x এর সঠিক সীমা কোনটি?

ⓚ $1 < x < 1$ ⓚ $0 \le x \le 1$ ⓖ $1 \le x \le 1$ ● $-1 \le x \le 1$

ব্যাখ্যা : sinθ এর মান – 1 অপেক্ষা ছোট নয় এবং + 1 অপেক্ষা বড় নয়।

১০৩. sinθ এর মান কোনটির মধ্যবর্তী? (মধ্যম)

ⓚ 0 ও 1 ⓚ – 1 ও 0

● – 1 ও + 1 ⓖ – 2 ও 2

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১০৪. $\sec\theta = \frac{5}{4}$ এবং $3\frac{\pi}{2} < \theta < 2\pi$ হলে–

i. $\tan\theta = \frac{3}{4}$

ii. $\cot\theta = -\frac{4}{3}$

iii. $\text{cosec}\theta = -\frac{5}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৫. A = 30° হলে–

i. $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

iii. $\sec A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৬. $\text{cosec}A = \frac{m}{n}$ (যেখানে $m > n > 0$) হলে–

i. $\tan A = \frac{n}{\sqrt{m^2 - n^2}}$

ii. $\cot A = \frac{\sqrt{m^2 - n^2}}{n}$

iii. $\tan A = \frac{\pm n}{m^2 - n^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৭. ΔABC এ $\tan\theta = 3$ হলে–

i. ত্রিভুজটির লম্ব = 2 একক

ii. ত্রিভুজটির ভূমি = 1 একক

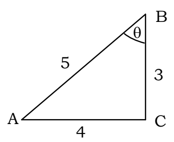
iii. ত্রিভুজটির অতিভুজ = $\sqrt{10}$ একক

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৮.

ABC সমকোণী ত্রিভুজের জন্য –



i. $\sin\theta = \frac{2}{5}$

ii. $\cos\theta = \frac{3}{5}$

iii. θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব AC এবং ভূমি BC

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৯. θ সূক্ষ্মকোণ হলে–

১১৭. নিচের কোন কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত?

ⓚ –550° ● – 495° ⓜ 175° ⓝ 495°

১১৮.

i. $\sin^2 + \cos^2\theta = 1$

ii. $\sec^2\theta + \tan^2 = 1$

iii. $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ১১০ – ১১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

sinA = 1 এবং B = 45° হলে

১১০. A এর মান কত ডিগ্রী? (মধ্যম)

ⓚ 30° ⓛ 45° ⓜ 60° ● 90°

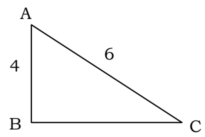
১১১. cot B – tan B এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓜ $\sqrt{3}$ ● 0

১১২. $\frac{2\tan A}{1 + \tan A \tan B}$ = কত? (কঠিন)

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ● অসংজ্ঞায়িত

নিচের চিত্র দেখে ১১৩ ও ১১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



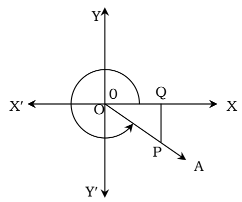
১১৩. sin θ এর মান নিচের কোনটি?

● $\frac{4}{6}$ ⓛ $\frac{6}{4}$ ⓜ $\frac{3}{2}$ ⓝ 24

১১৪. BC^2 এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 12 ⓛ 14 ● 20 ⓝ 24

নিচের চিত্র দেখে ১১৫ ও ১১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



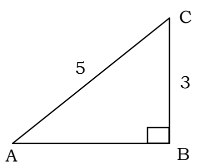
P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

১১৫. OA রেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে মিলে গেলে নিচের কোনটি অসংজ্ঞায়িত হবে? (সহজ)

ⓚ sinθ ⓛ cosθ
● cosecθ ⓝ cosec^2

১১৬. OA রেখা চতুর্ভাগে থাকলে কোনটি ধনাত্মক? (সহজ)

ⓚ sinθ ⓛ cosθ
ⓜ secθ ● cotθ



নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $-\sqrt{3} \le \tan\theta \le \sqrt{3}$ ● $-2 < \tan\theta < -2$

(গ) $-1 \le \tan\theta \le 1$ (ঘ) $-\infty < \tan\theta < \infty$

১১৯. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হলে, θ এর অবস্থান কোন চতুর্ভাগে?

(ক) ১ম (খ) ২য় ● ৩য় (ঘ) ৪র্থ

১২০. $2\pi < \theta < 4\pi$ এর ব্যবধিতে $\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) $360°$ (খ) $540°$ ● $570°$ (ঘ) $675°$

১২১. ABC ত্রিভুজের $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হলে θ এর অবস্থান কোন চতুর্ভাগে?

(ক) ১ম ● ২য় (গ) ৩য় (ঘ) ৪র্থ

১২২. $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান কত?

● $\frac{\pi}{6}$ (খ) $\frac{\pi}{4}$ (গ) $\frac{\pi}{3}$ (ঘ) $\frac{\pi}{2}$

১২৩. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, θ এর মান কত?

● $\frac{\pi}{3}$ (খ) $\frac{2\pi}{3}$ (গ) π (ঘ) $\frac{3\pi}{2}$

১২৪. $\theta = \frac{7\pi}{3}$ হলে, $\sec^2\theta - 1$ এর মান কত?

(ক) -3 (খ) $-\sqrt{3}$ (গ) $\sqrt{3}$ ● 3

১২৫. θ সূক্ষ্মকোণ হলে, নিচের কোনটি ধনাত্মক?

(ক) $\sin(\pi + \theta)$ ● $\text{cosec}(\pi - \theta)$
(গ) $\cot(\pi - \theta)$ (ঘ) $\tan(\pi - \theta)$

১২৬. $\tan\theta$ ঋণাত্মক হলে–

(ক) $\sin\theta = \frac{4}{5} \cos\theta \frac{3}{5}$ ● $\sin\theta = \frac{-4}{5} \cos\theta \frac{3}{5}$

(গ) $\sin\theta = \frac{-4}{5} \cos\theta \frac{-3}{5}$ (ঘ) $\sin\theta = \frac{-5}{4} \cos\theta \frac{-5}{3}$

১২৭. $\cos A = \frac{12}{13}$ হলে, $\tan A$ এর মান কত?

(ক) $\frac{5}{12}$ ● $\pm\frac{5}{12}$ (গ) $-\frac{5}{12}$ (ঘ) $\frac{12}{5}$

১২৮. $\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ হলে, $\sin^2\theta =$ কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $+\frac{1}{4}$ ● $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

১২৯. $\sec\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত?

(ক) $-\sqrt{2}$ (খ) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ● $\sqrt{2}$

১৩০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\sec 60° = 2$
ii. θ এর যেকোনো মানের জন্য $-1 < \sin\theta < 1$
iii. $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

১৩১. θ এর সকল মানের জন্য–

i. $-1 \le \sin 0 \le 1$
ii. $-1 \le \cos\theta \le 1$
iii. $-1 \le \sec\theta \le 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

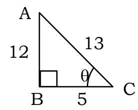
১৩২. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে–

i. $\sec^2\theta = 2$
ii. $\tan^2\theta = 1$
iii. $\cot^2\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩৩. নিচের চিত্র অনুসারে–

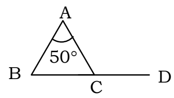


i. $\tan\theta = \frac{5}{12}$
ii. $\sin\theta = \frac{12}{13}$
iii. $\cos\theta = \frac{5}{13}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩৪.



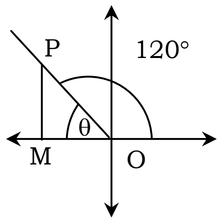
উপরের চিত্রে AB = AC হলে–

i. $\tan\angle ACD = -1$
ii. $\sin\angle ABC = \cos 25°$
iii. $\cos 2\angle BAC = \sin 10°$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও iii (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্র দেখে ১৩৫ – ১৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৩৫. θ কোণটির বৃত্তীয় মান কোনটি?

● $\frac{\pi}{3}$ (খ) $\frac{\pi}{4}$ (গ) $\frac{2\pi}{3}$ (ঘ) $\frac{\pi}{6}$

১৩৬. $\sin\theta \cot\theta$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (খ) $-\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{1}{2}$

১৩৭. $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right)$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (খ) $-\frac{1}{2}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ১৩৮ – ১৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\cos\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right)$

১৩৮. $\frac{9\pi}{2} + \theta$ কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে?

● প্রথম (খ) দ্বিতীয় (গ) তৃতীয় (ঘ) চতুর্থ

১৩৯. θ = 45° হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) $\frac{1}{2}$ ● $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $-\frac{1}{2}$

১৪০. $\tan\theta = -\sqrt{3}$ হলে, θ এর মান নিচের কোনটি?

ক $-\frac{5\pi}{3}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ● $\frac{2\pi}{3}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ যদি $\cot\theta + \text{cosec}\theta = a$ হয়–

ক. $\text{cosec}\theta - \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2-1}{a^2+1}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(a^2+1)\cos\theta + (a^2+1)\sin\theta = (a+1)^2 - 2$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\cot\theta + \text{cosec}\theta = a$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta)(\text{cosec}\theta - \cot\theta) = a(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$

বা, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = a(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$

বা, $1 = a(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$ [$\because \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$]

$\therefore \text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{1}{a}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $\cot\theta + \text{cosec}\theta = a$

ডানপক্ষ $= \frac{a^2-1}{a^2+1}$

$= \frac{(\cot\theta + \text{cosec}\theta)^2 - (\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)}{(\cot\theta + \text{cosec}\theta)^2 + (\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)}$ [$\because \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$]

$= \frac{\cot^2\theta + 2\cot\theta.\text{cosec}\theta + \text{cosec}^2\theta - \text{cosec}^2\theta + \cot^2\theta}{\cot^2\theta + 2\cot\theta.\text{cosec}\theta + \text{cosec}^2\theta + \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta}$

$= \frac{2\cot^2\theta + 2\cot\theta.\text{cosec}\theta}{2\cot\theta.\text{cosec}\theta + 2\text{cosec}^2\theta}$

$= \frac{2\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} + 2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}.\frac{1}{\sin\theta}}{2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}.\frac{1}{\sin\theta} + 2.\frac{1}{\sin^2\theta}} = \frac{2\cos\theta\left(\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\right)}{2\left(\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\right)}$

$= \cos\theta =$ বামপক্ষ

$\cos\theta = \frac{a^2-1}{a^2+1}$ **(প্রমাণিত)**

গ. 'খ' থেকে পাই, $\cos\theta = \frac{a^2-1}{a^2+1}$

$\therefore \sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$

$= \sqrt{1-\left(\frac{a^2-1}{a^2+1}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{a^4-2a^2+1}{a^4+2a^2+1}}$

$= \sqrt{\frac{a^4+2a^2+1-a^4+2a^2-1}{a^4+2a^2+1}}$

$= \sqrt{\frac{4a^2}{(a^2+1)^2}} = \frac{2a}{a^2+1}$

বামপক্ষ $= (a^2+1)\cos\theta + (a^2+1)\sin\theta$

$= (a^2+1)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= (a^2+1)\left(\frac{a^2-1}{a^2+1} + \frac{2a}{a^2+1}\right)$

$= (a^2+1)\left(\frac{a^2-1+2a}{a^2+1}\right)$

$= a^2 - 1 + 2a$

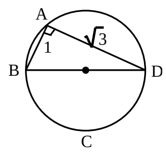
$= a^2 + 2a + 1 - 2$

$= (a+1)^2 - 2$

= ডানপক্ষ

$\therefore (a^2+1)\cos\theta + (a^2+1)\sin\theta = (a+1)^2 - 2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–২ ▸



ক. ABCD বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin(B-D) = \sin B\cos D - \cos B\sin D$ ৪

গ. $\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1}$ এবং $\frac{1+\cos D}{\sin D}$ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে ABCD একটি বৃত্ত এবং $\triangle ABD$ এর শীর্ষ বিন্দুত্রয় ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত।

আমার জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

যেহেতু $\angle BAD$ = এক সমকোণ।

সুতরাং $\angle BAD$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

$\therefore$ BD হবে ABCD বৃত্তের ব্যাস।

এখানে AB = 1 একক, AD = $\sqrt{3}$ একক

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = (1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$

$\therefore$ BD = 2 একক

সুতরাং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= \frac{2}{2}$ একক = 1 একক

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\sin(B-D) = \sin B\cos D - \cos B\sin D$

এখানে, AB = 1 একক, AD = $\sqrt{3}$ একক এবং BD = 2 একক।

এখন, $\tan\angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $\tan B = \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $\tan B = \sqrt{3}$

বা, $\tan B = \tan 60°$

$\therefore B = 60°$

অথবা, $\tan\angle ADB = \frac{AB}{AD}$

বা, $\tan D = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan D = \tan 30°$

$\therefore D = 30°$

বামপক্ষ $= \sin(B - D) = \sin(60° - 30°) = \sin 30° = \frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \sin B \cos D - \cos B \sin D$

$= \sin 60° \cos 30° - \cos 60° \sin 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\sin(B - D) = \sin B \cos D - \cos B \sin D$ (প্রমাণিত)

গ. $\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1}$ এবং $\frac{1 + \cos D}{\sin D}$ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে।

'খ' হতে পাই, $\angle B = 60°$ এবং $\angle D = 30°$

এখন, $\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1} = \frac{\tan 60° + \sec 60° - 1}{\tan 60° - \sec 60° + 1}$

$= \frac{\sqrt{3} + 2 - 1}{\sqrt{3} - 2 + 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 + 2.\sqrt{3}.1 + (1)^2}{3 - 1}$

$= \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2(2 + \sqrt{3})}{2} = 2 + \sqrt{3}$

আবার, $\frac{1 + \cos D}{\sin D} = \frac{1 + \cos 30°}{\sin 30°} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = 2 + \sqrt{3}$

সুতরাং $\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1}$ এবং $\frac{1 + \cos D}{\sin D}$

অর্থাৎ $\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1}$ এবং $\frac{1 + \cos D}{\sin D}$ রাশিদ্বয় পরস্পর সমান।

$\frac{\tan B + \sec B - 1}{\tan B - \sec B + 1} = \frac{1 + \cos D}{\sin D}$ এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।

অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-৩ ▸ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ভূমি, লম্ব ও অতিভুজ যথাক্রমে x, y ও r এবং ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ θ.

ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ ৪

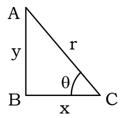
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

যার ভূমি BC = x একক লম্ব

AB = y একক ও অতিভুজ AC = r একক।

ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle ACB = \theta$



খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

'ক' এর চিত্র থেকে পাই

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{r}{x}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{y}{x}$ এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{r}{x}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{r^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}$

$= \frac{r^2 - y^2}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$]

$= 1$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (প্রমাণিত)

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

'ক' এর চিত্র থেকে পাই,

$\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{r}{y}$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{x}{y}$ এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \left(\frac{r}{y}\right)^2 - \left(\frac{x}{y}\right)^2$

$= \frac{r^2}{y^2} - \frac{x^2}{y^2} = \frac{r^2 - x^2}{y^2}$

$= \frac{x^2 + y^2 - x^2}{y^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$]

$= \frac{y^2}{y^2} = 1$

$\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৪ ▸ দুইটি কোণের পরিমাপ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$।

ক. $\sin(A + B)$ এবং $\sin(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan 2B = \frac{2\tan B}{1 - \tan^2 B}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, (i) $\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2\cos A \cos B$

(ii) $\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2\sin A \sin B$ ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

এখন, $\sin(A + B) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{2} = 1$ **(Ans.)**

এবং $\sin(A - B) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ. Text পৃষ্ঠা ১৫৭ এর কাজ অংশের (iv) নম্বরের সমাধান দেখ।

$\therefore \tan 2B = \frac{2\tan B}{1 - \tan^2 B}$ **(দেখানো হলো)**

গ. (i) বামপক্ষ $= \cos(A + B) + \cos(A - B)$

$= 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ [$\because \sin(A + B) = 1$ তাই $\cos(A + B) = 0$]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\cos A \cos B = 2\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2\cos A \cos B$ **(প্রমাণিত)**

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A - B) - \cos(A + B)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - 0$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\sin A \sin B$

$= 2\sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{6} = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2\sin A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৫ ▸ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে

ক. $\cos(A + B)$ ও $\cos(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, (i) $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

(ii) $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, (i) $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

(ii) $\frac{\sin^2(A + B)}{\sqrt{3}} = \tan(A - B)$ ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

$\therefore \cos(A + B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right) = \cos\frac{3\pi}{6}$

$= \cos\frac{\pi}{2} = 0$ **(Ans.)**

এবং $\cos(A - B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ. (i) বামপক্ষ $= \cos(A + B) = 0$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ **(দেখানো হলো)**

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{5}{6}$

বামপক্ষ $= \sin(A + B) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{2} = 1$ **(Ans.)**

ডানপক্ষ $= \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

(ii) বামপক্ষ $= \frac{\sin^2(A + B)}{\sqrt{3}} = \frac{(1)^2}{\sqrt{3}}$ [(i) হতে]

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= \tan(A - B) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\frac{\sin^2(A + B)}{\sqrt{3}} = \tan(A - B)$ **(প্রমাণিত)**

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৬ ▸ দুটি বাহু একটি বিন্দুতে θ কোণে মিলিত হলো। কোণটির **cos** অনুপাত ঋণাত্মক এবং **tan** অনুপাতের মান $\frac{5}{12}$

ক. cotθ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. cosθ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{51}{26}$ ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রশ্নমতে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$

আমরা জানি, $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{5}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে,

$\tan\theta = \frac{5}{12}$

বা, $\tan^2\theta = \left(\frac{5}{12}\right)^2$

বা, $\sec^2\theta - 1 = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2\theta = \frac{25}{144} + 1$

বা, $\sec^2\theta = \frac{169}{144}$

বা, $\frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{169}{144}$

বা, $\cos^2\theta = \frac{144}{169}$

বা, $\cos\theta = \pm\frac{12}{13}$

$\cos\theta$ ঋণাত্মক হওয়ায় $\cos\theta = -\frac{12}{13}$ **(Ans.)**

গ. আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

বা, $\sin\theta = \tan\theta\cos\theta$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12} \times \left(-\frac{12}{13}\right)$ ['খ' থেকে]

$\therefore \sin\theta = -\frac{5}{13}$

এখন, $\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$

$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta} = \frac{\left(\frac{-5}{13}\right) + \left(\frac{-12}{13}\right)}{\frac{1}{-\frac{12}{13}} + \frac{5}{12}} = \frac{-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}}{-\frac{13}{12} + \frac{5}{12}}$

$= \frac{-17}{13} \times \frac{12}{-8} = \frac{51}{26}$

$\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{51}{26}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৭ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে,

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত? ২

খ. দেখাও যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

গ. $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $x(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta}{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ [বিয়োজন–যোজন করে]

বা, $\frac{2\sin\theta}{2} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ (দেখানো হলো)

গ. 'খ' থেকে পাই, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

বা, $\frac{1}{\csc\theta} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

বা, $\csc\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

বা, $\csc^2\theta = \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^2$

বা, $\cot^2\theta + 1 = \frac{(x^2 + 1)^2}{(x^2 - 1)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{(x^2 + 1)^2}{(x^2 - 1)^2} - 1$

বা, $\cot^2\theta = \frac{(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2}{(x^2 - 1)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{4x^2}{(x^2 - 1)^2}$

বা, $\cot\theta = \frac{2x}{x^2 - 1}$

$\therefore \tan\theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ যদি $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$ হয় তবে,

ক. $\tan^2\theta - \sin^2\theta$ = কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(m + n)^2 = \frac{16mn}{(m - n)^2}$ ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = mn$

$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = mn$ **(Ans.)**

খ. বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$

$= 4\tan\theta\sin\theta$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta (1 - \cos^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta. \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$

$= 4\sqrt{mn}$ = ডানপক্ষ

$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ (প্রমাণিত)

গ. ডানপক্ষ $= \frac{16mn}{(m-n)^2} = \frac{16(\tan^2\theta - \sin^2\theta)}{(2\sin\theta)^2}$ ['ক' থেকে]

$= \frac{16\left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta\right)}{4\sin^2\theta} = \frac{4\sin^2\theta\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right)}{\sin^2\theta}$

$= 4\left(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}\right) = 4\left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)$

$= 4\tan^2\theta = (2\tan\theta)^2$

$= (\sin\theta + \tan\theta + \tan\theta - \sin\theta)^2$

$= (m+n)^2$ = বামপক্ষ

$(m+n)^2 = \frac{16mn}{(m-n)^2}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৯ ▸ $\sin A = \frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$ এবং $6\sin^2 B + 5\cos B = 7$

ক. cosA ও sinB এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\cot B - \cot A}{\cot A \cot B + 1}$ এর মান কত? ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\cot B = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{5}{13}$

আমরা জানি, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

বা, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$= 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{169-25}{169} = \frac{144}{169}$

$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$

আবার, দেওয়া আছে, $\cos B = \frac{3}{5}$

আমরা জানি, $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

বা, $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$

$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$

$\therefore \sin B = \frac{4}{5}$

$\cos A = \frac{12}{13}$ এবং $\sin B = \frac{4}{5}$ **(Ans.)**

খ. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{13} \times \frac{13}{5} = \frac{12}{5}$

$\cot B = \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{\cot B - \cot A}{\cot A \cot B + 1} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{12}{5}}{\frac{3 \times 12}{4 \times 5} + 1}$

$= \frac{15-48}{20} \times \frac{20}{36+20}$

$= -\frac{33}{20} \times \frac{20}{56} = -\frac{33}{56}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $6\sin^2 B + 5\cos B = 7$

বা, $6 - 6\cos^2 B + 5\cos B - 7 = 0$

বা, $6\cos^2 B - 5\cos B + 1 = 0$

বা, $6\cos^2 B - 2\cos B - 3\cos B + 1 = 0$

বা, $2\cos B(3\cos B - 1) - 1(3\cos B - 1) = 0$

বা, $(3\cos B - 1)(2\cos B - 1) = 0$

হয়, $3\cos B - 1 = 0$ অথবা, $2\cos B - 1 = 0$

$\therefore \cos B = \frac{1}{3}$ $\therefore \cos B = \frac{1}{2}$

$\cos B = \frac{1}{2}$ এর জন্য,

$\sin^2 B = 1 - \cos^2 B = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \cot^2 B = \frac{\cos^2 B}{\sin^2 B} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

$\cot B = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–১০ ▸ $\text{cosec} A = \frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$

ক. sinA + cosecA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ৪

গ. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে প্রমাণ কর যে, $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sin A + \text{cosec} A = \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ **(Ans.)**

খ. আমরা জানি, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

বা, $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $a = 13$ এবং $b = 5$,

'খ' থেকে $\cos A = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a}} = \frac{\sqrt{169 - 25}}{13} = \sqrt{\frac{144}{13}} = \frac{12}{13}$

$\therefore \sec A = \frac{13}{12}$

বামপক্ষ $= \tan A + \sec A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \sec A$

$= \sin A \sec A + \sec A$

$= \frac{5}{13}\cdot\frac{13}{12}+\frac{13}{12}=\frac{5}{12}+\frac{13}{12}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$

= ডানপক্ষ

$\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–১১ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sqrt{1+\sin\theta}}{\sqrt{1-\sin\theta}}$

ক. $\theta = 45°$ এর জন্য রাশিটি প্রমাণ কর। ২

খ. θ-এর মান ছাড়াই এটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি $\tan\theta + \sec\theta = x$ হয় তাহলে $\sin\theta$ এর মান x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\theta = 45°$ হলে,

বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \tan 45° + \sec 45°$

$= 1 + \sqrt{2}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1+\sin 45°}{1-\sin 45°}}$

$= \sqrt{\frac{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{(\sqrt{2})^2-(1)^2}}$ [$\sqrt{2}+1$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2-1}} = \sqrt{2}+1$

$\theta = 45°$ এর জন্য $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sqrt{1+\sin\theta}}{\sqrt{1-\sin\theta}}$ (পমাণিত হলো)

খ. বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{(1-\sin^2\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$

= ডানপক্ষ

$\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(\sin\theta+1)^2}{1-\sin^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = x^2$

বা, $x^2 - x^2\sin\theta = 1 + \sin\theta$

বা, $x^2 - 1 = \sin\theta\,(1 + x^2)$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ **(Ans.)**

নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১২ ▸ $\sec\theta - \tan\theta = p$ একটি সমীকরণ।

ক. $\sec\theta + \tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin\theta = \frac{1-p^2}{1+p^2}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(1+p^2)\cos\theta + (1+p^2)\sin\theta + 2p^2 = (1+p)^2$ ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sec\theta - \tan\theta = p$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta) \times p = 1$

$\therefore \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{p}$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত,

$\sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$

বা, $\left(\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{p}\right)^2$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{1+p^2}{1-p^2}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{1+p^2}{1-p^2}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{1+p^2}{1-p^2}$

বা, $\sin\theta = \frac{1-p^2}{1+p^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

$\therefore \sin\theta = \frac{1-p^2}{1+p^2}$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $\sec\theta - \tan\theta = p$ ....(i)

'ক' হতে পাই, $\sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{p}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2\sec\theta = p + \frac{1}{p}$

বা, $2\sec\theta = \frac{1+p^2}{p}$

বা, $\sec\theta = \frac{1+p^2}{2p}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{1+p^2}{2p}$

$\therefore \cos\theta = \frac{2p}{1+p^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

বামপক্ষ $= (1+p^2)\cos\theta + (1+p^2)\sin\theta + 2p^2$

$= (1+p^2)\cdot\frac{2p}{1+p^2} + (1+p^2)\cdot\frac{1-p^2}{1+p^2} + 2p^2$

$= 2p + 1 - p^2 + 2p^2$

$= p^2 + 2p + 1$

$= (p+1)^2$

$= (1+p)^2$

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $(1+p^2)\cos\theta + (1+p^2)\sin\theta + 2p^2 = (1+p)^2$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন–১৩ ▸ $a\sin\theta = b\cos\theta$

ক. $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos = \pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta = \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}$ ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a\sin\theta = b\cos\theta$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{b}{a}$

$\therefore \frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta} = \frac{b+a}{b-a}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $a\sin\theta = b\cos\theta$

বা, $a^2\sin^2\theta = b^2\cos^2\theta$

বা, $a^2(1-\cos^2\theta) = b^2\cos^2\theta$

বা, $a^2 - a^2\cos^2\theta = b^2\cos^2\theta$

বা, $a^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\cos^2\theta$

বা, $a^2 = (a^2+b^2)\cos^2\theta$

বা, $\cos^2 = \frac{a^2}{a^2+b^2}$

$\therefore \cos\theta = \pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (দেখানো হলো)

গ. 'খ' থেকে পাই, $\cos\theta = \pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

দেওয়া আছে, $a\sin\theta = b\cos\theta$

বা, $\sin\theta = \frac{b}{a}\cos\theta = \frac{b}{a}\left(\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$

$= \pm\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

বামপক্ষ $= \text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta$

$= \frac{1}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\cos^2\theta}$

$= \frac{1}{\left(\frac{\pm b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\pm a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2}$

$= \frac{a^2+b^2}{b^2} - \frac{a^2+b^2}{a^2} = \frac{a^4+a^2b^2-a^2b^2-b^4}{a^2b^2}$

$= \frac{a^4}{a^2b^2} - \frac{b^4}{a^2b^2} = \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta = \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–১৪ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = \frac{x}{y}$ এবং $A = \frac{\pi}{8}$, $B = \frac{3\pi}{8}$, $C = \frac{5\pi}{8}$, $D = \frac{7\pi}{8}$ হলে প্রমাণ কর যে,

ক. $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$ ২

খ. $(x^2+y^2)\sin\theta = x^2 - y^2$ ৪

গ. $\cos^2A + \cos^2B + \cos^2C + \cos^2D = 2$ ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$ (প্রমাণিত)

খ. 'ক' হতে পাই,

$\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \frac{x^2}{y^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

$\therefore (x^2+y^2)\sin\theta = x^2 - y^2$ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ $= \cos^2A + \cos^2B + \cos^2C + \cos^2D$

$= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$

[A, B, C ও D এর মান বসিয়ে]

$= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)$

$= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8}$

$= \left(\cos^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8}\right) + \left(\cos^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8}\right)$

$= 1 + 1 = 2 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\cos^2A + \cos^2B + \cos^2C + \cos^2D = 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১৫ ▸ যদি $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$ হয় তবে,

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \frac{m+n}{2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta = \sqrt{mn}\,\text{cosec}^2\theta$ ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sin\theta = m$ ....(i)

$\tan\theta - \sin\theta = n$ ....(ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2\tan\theta = m + n$

$\therefore \tan\theta = \frac{m+n}{2}$ (প্রমাণিত)

খ. বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$

$= 4\tan\theta\sin\theta$ [$\because 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$]

$= 4\sqrt{\tan^2\theta\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta(1-\cos^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$

$= 4\sqrt{mn} =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ (প্রমাণিত)

গ. 'ক' হতে, $\tan\theta = \frac{m+n}{2}$

বা, $2\tan\theta = m + n$ ....(i)

আবার, দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

$\underline{\tan\theta - \sin\theta = n}$

(–) করে $2\sin\theta = m - n$

$\therefore 2\sin\theta = m - n$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$2\tan\theta \times 2\sin\theta = (m+n)(m-n)$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = m^2 - n^2$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = 4\sqrt{mn}$ ['খ' হতে]

বা, $\tan\theta\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\sin^2\theta\sec\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\frac{\sec\theta}{\text{cosec}^2\theta} = \sqrt{mn}$

অর্থাৎ $\sec\theta = \sqrt{mn}\,\text{cosec}^2\theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১৬ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে,

ক. $\tan\left(\frac{-23\pi}{6}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}\theta = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(x^2+1)\cos\theta + (x^2+1)\sin\theta = (x+1)^2 - 2$ ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\tan\left(\frac{-23\pi}{6}\right) = -\tan\frac{23\pi}{6}$ [$\because \tan(-\theta) = -\tan\theta$]

$= -\tan\left(8\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{\sqrt{3}}$

খ. দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

$\therefore \text{cosec}\theta = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ (প্রমাণিত)

গ. $\tan\theta + \sec\theta = x$ ....(i)

বা, $(\tan\theta + \sec\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = x(\sec\theta - \tan\theta)$

বা, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = x(\sec\theta - \tan\theta)$

বা, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে, $2\sec\theta = x + \frac{1}{x}$

বা, $2\sec\theta = \frac{x^2+1}{x}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{x^2+1}{2x}$

$\therefore \cos\theta = \frac{2x}{x^2+1}$

বামপক্ষ $= (x^2+1)\cos\theta + (x^2+1)\sin\theta$

$= (x^2+1)\frac{2x}{x^2+1} + (x^2+1)\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$ ['খ' হতে]

$= x^2 + 2x - 1$

$= x^2 + 2x + 1 - 2 = (x+1)^2 - 2$

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(x^2+1)\cos\theta + (x^2+1)\sin\theta = (x+1)^2 - 2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১৭ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে,

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত? ২

খ. দেখাও যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

গ. $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\sec\theta + \tan\theta = x$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $x(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

বা, $\left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = x^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

[উভয়পক্ষে যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

বা, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ [বিপরীতকরণ করে]

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ....(i)

$\therefore \sin^2\theta = \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2}$

বা, $1 - \cos^2\theta = \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2}$

বা, $\cos^2\theta = 1 - \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2}$

$= \frac{4x^2}{(x^2 + 1)^2}$

বা, $\cos^2\theta = \left(\frac{2x}{x^2 + 1}\right)^2$

বা, $\cos\theta = \frac{2x}{x^2 + 1}$ ....(ii) [ধনাত্মক মান নিয়ে]

সমীকরণ (i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}{\frac{2x}{x^2 + 1}}$

$\therefore \tan\theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-১৮ ▸ $p = \tan\theta, q = \sec\theta, r = \sin\theta + \cos\theta$

ক. $p = \frac{a}{b} (a \neq b)$ হলে, $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p + q = y$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin\theta = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1}$ ৪

গ. $r = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin\theta - \cos\theta = \pm 1$ ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$p = \tan\theta$ এবং $p = \frac{a}{b}$

$\therefore \tan\theta = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a\sin\theta}{b\cos\theta} = \frac{a^2}{b^2}$ [উভয়পক্ষে $\frac{a}{b}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{a\sin\theta + b\cos\theta}{a\sin\theta - b\cos\theta} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

নির্ণেয় মান $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

খ. দেওয়া আছে, $p = \tan\theta$ এবং $q = \sec\theta$

এবং $p + q = y$

বা, $\tan\theta + \sec\theta = y$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = y$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = y$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = y^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 - \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = y^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} = y^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{y^2}{1}$

বা, $\frac{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta}{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta} = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1}$ [বিয়োজন-যোজন করে]

বা, $\frac{2\sin\theta}{2} = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, $r = \sin\theta + \cos\theta$ ....(i)

এবং $r = 1$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

$\therefore 2\sin\theta\cos\theta = 0$

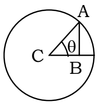
এখন, $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2 - 4\sin\theta\cos\theta$

বা, $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1^2 - 0$

বা, $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1$

$\therefore \sin\theta - \cos\theta = \pm 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন– ১৯ ▸ AB = 3 সে.মি., BC = 4 সে.মি.।



ক. বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{7}{10}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sin(A + B) + \sin(B + C) + \sin(C + A) = \sin A + \sin B + \sin C$ ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, AB = 3 সে.মি., BC = 4 সে.মি.

চিত্রানুসারে, সমকোণী ত্রিভুজ ΔABC হতে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$\therefore AC = 5$

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $(2 \times 3{\cdot}1416 \times 5)$ সে.মি. $= 31{\cdot}416$ সে.মি. **(Ans)**

খ. দেওয়া আছে, AB = 3 সে.মি., BC = 4 সে.মি.

'ক' হতে পাই, AC = 5 সে.মি.।

$\therefore$ চিত্রানুসারে, $\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$

$\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$

এবং $\sec\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{\frac{5}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3+4}{5}}{\frac{5+3}{4}}$

$= \frac{7}{5} \times \frac{4}{8} = \frac{7}{10} =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{7}{10}$ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ $= \sin(A + B) + \sin(B + C) + \sin(C + A)$

$= \sin(\pi - C) + \sin(\pi - A) + \sin(\pi - B)$ $[\because A + B + C = \pi]$

$= \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2} - C\right) + \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2} - A\right) + \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2} - B\right)$

$= \sin C + \sin A + \sin B$

$= \sin A + \sin B + \sin C$

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\sin(A + B) + \sin(B + C) + \sin(C + A) = \sin A + \sin B + \sin C$

(প্রমাণিত)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২০ ▸ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

(i) $\tan\theta = \frac{y}{x}$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ এবং $x \neq y$.

(ii) $\tan^2\beta + \cot^2\beta = 2$, যখন $0 < \beta < 2\pi$.

ক. দেখাও যে, $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ২

খ. $x = 12, y = 5$ হলে $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ এর মান বের কর। ৪

গ. (ii) এর সমীকরণ থেকে β এর মান বের কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{34}{39}$; খ. $\frac{\pi}{4}$ ও $\frac{3\pi}{4}$

প্রশ্ন–২১ ▸ $P = \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$ এবং $S = \tan\theta + \sec\theta$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

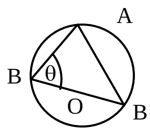
ক. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে, P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $S - P = 0$ ৪

গ. $S = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $(2 + \sqrt{3})$; গ. $\frac{\pi}{6}$

প্রশ্ন–২২ ▸



ক. চিত্রে, ব্যাস $BC = \sqrt{5}$ এবং $AC = 2$ হলে cosB এর মান কত? ২

খ. ΔABC এর কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 3 : 5 হলে, কোণ তিনটিকে রেডিয়ানে পরিমাপ কর। ৪

গ. চিত্র থেকে দেখাও যে, $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$. ৪

উত্তর : ক. $\frac{1}{\sqrt{5}}$; খ. অনু ৮.১ এর ৫ নং দেখ

প্রশ্ন–২৩ ▸ $5\sin^2\theta - 4\cos^2\theta = 1, \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

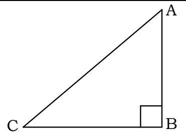
ক. (–750°) কোণটি কোন চতুর্ভুজে অবস্থিত তা চিত্রে দেখাও। ২

খ. sinθ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উপরিউক্ত তথ্য থেকে $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ অভেদটির যথার্থতা প্রমাণ কর। ৪

উত্তর : খ. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

প্রশ্ন–২৪ ▸



ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle C = \frac{\pi}{6}$

ক. প্রমাণ কর যে, $\sin 4C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ২

খ. দেখাও যে, $\sin 2A = 2\sin A\cos 2C = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sin 2B = 3\sin A - 4\sin^3 2C$ ৪

প্রশ্ন–২৫ ▸ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ছয়টির মৌলিক সম্পর্ক লক্ষ করলে দেখা যায় $\sin\theta.\text{cosec}\theta = \cos\theta.\sec\theta = \tan\theta.\cot\theta = 1$ এবং $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

ক. $r\sin\theta = \frac{2}{7}$ এবং $r\cos\theta = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ হলে r ও θ এর মান কত? ২

খ. যদি $x = a\sec\theta\cos\theta$, $y = b\sec\theta\sin\theta$ এবং $z = c\tan\theta$ হয়, তবে দেখাও যে, $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$ ৪

গ. $a^2\sec^2\theta - b^2\tan^2\theta = c^2$, প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}\theta = \pm\sqrt{\frac{c^2 - b^2}{c^2 - a^2}}$ ৪

উত্তর : ক. $7, \frac{\pi}{6}$

প্রশ্ন–২৬ ▸ যদি $\sin\theta = \frac{b}{a}$ হয় যেখানে $a > b > 0$

ক. $\text{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ বের কর। ২

খ. $\text{cosec}\theta$ এর মান থেকে দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{\pm b}{a^2 - b^2}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ ৪

উত্তর : ক. $\text{cosec}\theta = \frac{a}{b}$, $\cot\theta = \pm\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

প্রশ্ন–২৭ ▸ $a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\cot\theta + \text{cosec}\theta = x$ এবং $\text{cosec}A = \frac{p}{q}$ যেখানে $p > q > 0$

ক. দেখাও যে, $\cot A = \pm\frac{\sqrt{p^2 - q^2}}{q}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a\cos\theta - b\sin\theta = \pm c$ ৪

গ. $\cos\theta$ কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। অতঃপর x এর কোন মানের জন্য $\theta = 60°$ হয় তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : গ. $x = \pm\sqrt{3}$

প্রশ্ন–২৮ ▸ A সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin A = \frac{3}{5}$

ক. $\tan A$ এর মান কত? ২

খ. $\cos B = \frac{5}{13}$ হলে, $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B\tan A}$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B\tan A} \neq \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A\tan B}$ ৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{4}$; খ. $\frac{33}{56}$

প্রশ্ন–২৯ ▸ $\sin\theta = A$ এবং $\cos\theta = B$

ক. $B - A = \sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta = \sqrt{2} + 1$ ২

খ. $B - A = \sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $A + B = \sqrt{2}B$ ৪

গ. $A + B = \sqrt{2}B$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B - A = \sqrt{2}A$ ৪

প্রশ্ন–৩০ ▸ $A = 1 - \sin\theta$, $B = \sec\theta - \tan\theta$ এবং $C = 1 + \sin\theta$

ক. প্রমাণ কর : $B = \frac{A}{\cos\theta}$ ২

খ. দেখাও যে, $\frac{A}{C} = B^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{A}{C}} = \frac{3}{5}$; যদি $\tan\theta = \frac{8}{15}$ ৪

অনুশীলনী ৮.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ যেকোনো কোণের অর্থাৎ $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয়ের পদ্ধতি $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$.

নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে যেকোনো ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত নির্ণয় করা যায়।

ধাপ–১ : প্রথমে প্রদত্ত কোণকে দুইভাগে ভাগ করতে হবে। যার একটি অংশ $\frac{\pi}{2}$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক এবং অপরটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রদত্ত কোণকে $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে।

ধাপ–২ : n জোড় সংখ্যা হলে অনুপাতের ধরন একই থাকবে অর্থাৎ sine অনুপাত sine থাকবে cosine অনুপাত cosine থাকবে ইত্যাদি।

n বিজোড় হলে sine, tangent ও secant অনুপাতগুলো cosine, cotangent ও cosecant এ পরিবর্তিত হবে। একইভাবে এর বিপরীত পরিবর্তন ঘটবে।

ধাপ–৩ : $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে সেটা জানার পর ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন সেই চিহ্ন ধাপ–২ থেকে নিরূপিত অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

■ **$(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

■ **$(90° + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90° + \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$	$\sec(90° + \theta) = -\text{cosec}\theta$
$\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

■ **$(90° - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$
$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$	$\sec(90^\circ - \theta) = \text{cosec}\theta$
$\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$

■ **$(180^\circ - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$	$\text{cosec}(180^\circ - \theta) = \text{cosec}\theta$
$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$	$\sec(180^\circ - \theta) = -\sec\theta$
$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan\theta$	$\cot(180^\circ - \theta) = -\cot\theta$

■ **$(180^\circ + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(180^\circ + \theta) = -\text{cosec}\theta$
$\cos(180^\circ + \theta) = -\cos\theta$	$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec\theta$
$\tan(180^\circ + \theta) = \tan\theta$	$\cot(180^\circ + \theta) = \cot\theta$

■ **$(270^\circ - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos\theta$	$\text{cosec}(270^\circ - \theta) = -\sec\theta$
$\cos(270^\circ - \theta) = -\sin\theta$	$\sec(270^\circ - \theta) = -\text{cosec}\theta$
$\tan(270^\circ - \theta) = \cot\theta$	$\cot(270^\circ - \theta) = \tan\theta$

■ **$(270^\circ + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(270^\circ + \theta) = -\cos\theta$	$\text{cosec}(270^\circ + \theta) = -\sec\theta$
$\cos(270^\circ + \theta) = \sin\theta$	$\sec(270^\circ + \theta) = \text{cosec}\theta$
$\tan(270^\circ + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(270^\circ + \theta) = -\tan\theta$

■ **$(360^\circ - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(360^\circ - \theta) = -\text{cosec}\theta$
$\cos(360^\circ - \theta) = \cos\theta$	$\sec(360^\circ - \theta) = \sec\theta$
$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan\theta$	$\cot(360^\circ - \theta) = -\cot\theta$

■ **$(360^\circ + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :**

$\sin(360^\circ + \theta) = \sin\theta$	$\text{cosec}(360^\circ + \theta) = \text{cosec}\theta$
$\cos(360^\circ + \theta) = \cos\theta$	$\sec(360^\circ + \theta) = \sec\theta$
$\tan(360^\circ + \theta) = \tan\theta$	$\cot(360^\circ + \theta) = \cot\theta$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sin 2A$ এর মান কত?

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓚ $\frac{1}{2}$ ● 1 ⓖ $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ বা, $\sin A = \sin\frac{\pi}{4}$

$\therefore A = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \sin 2A = \sin 2 \times \frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

২. -300° কোণটি কোন চতুর্ভাগে থাকবে?

● প্রথম ⓚ দ্বিতীয় ⓖ তৃতীয় ⓖ চতুর্থ

ব্যাখ্যা : $-300^\circ = -(3 \times 90^\circ + 60^\circ)$; -300° কোণটি ঋণাত্মক কোণ। তাই এটি ঘড়ির কাটার দিকে ঘুরবে যা 3 সমকোণ অপেক্ষা 60° বেশি হবে এবং এটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

৩. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে θ এর মান হবে–

i. 0° ii. 30°
iii. 90°

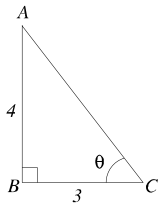
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓚ ii ⓖ i ও ii ● i ও iii

৪. নিচের চিত্র অনুসারে,

i. $\tan\theta = \frac{4}{3}$ ii. $\sin\theta = \frac{5}{3}$

iii. $\cos^2\theta = \frac{9}{25}$



নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : θ কোণের সাপেক্ষে ABC ত্রিভুজের ভূমি BC, লম্ব AB এবং অতিভুজ AC.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $AC^2 = BC^2 + AB^2$

বা, $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

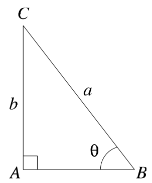
i. $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$ ii. $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$

iii. $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{9}{25}$

সুতরাং ii ও iii নং সঠিক।

নিচের চিত্রের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫. sin B + cosC = কত?

● $\frac{2b}{a}$ ⓚ $\frac{2a}{b}$ ⓖ $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ ⓘ $\frac{ab}{a^2 + b^2}$

৬. tan B এর মান কোনটি?

ⓚ $\frac{a}{a^2 - b^2}$ ⓚ $\frac{b}{a^2 - b^2}$ ⓖ $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ● $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ মান নির্ণয় কর :

i. sin 7π

সমাধান : $\sin 7\pi = \sin\left(14 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right)$

এখানে $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক 14 জোড় সংখ্যা। সুতরাং sin অপরিবর্তিত থাকবে। আবার কোণটি x অক্ষের উপর অবস্থিত বলে sin-এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

সুতরাং $\sin 7\pi = \sin 0° = 0$ **(Ans.)**

ii. cos $\frac{11\pi}{2}$

সমাধান : $\cos\frac{11\pi}{2} = \cos\left(11 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right)$

এখানে $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং cos পরিবর্তিত হয়ে sin হবে। আবার কোণটি y অক্ষের উপর অবস্থিত বলে cos এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

সুতরাং $\cos\left(\frac{11\pi}{2} + 0°\right) = \sin 0° = 0$ **(Ans.)**

iii. cot 11π

সমাধান : $\cot 11\pi = \cot\left(22 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right)$

এখানে, $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক জোড় সংখ্যা। সুতরাং cot অপরিবর্তিত থাকবে। আবার কোণটি y অক্ষের উপর অবস্থিত বলে cot ধনাত্মক হবে। সুতরাং cot $\left(22 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right) = \cot 0°$ = অসংজ্ঞায়িত

iv. tan $\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$

সমাধান : $\tan\left(-\frac{23\pi}{6}\right) = -\tan\left(\frac{23\pi}{6}\right)$ [$\because \tan(-\theta) = -\tan\theta$]

$= -\tan\left(7 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

এখানে $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক 7 বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে। আবার $\left(7 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে বলে tan এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

সুতরাং $-\tan\left(7 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = -\left(-\cot\frac{\pi}{3}\right) = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

v. cosec $\frac{19\pi}{3}$

সমাধান : $\text{cosec}\frac{19\pi}{3} = \text{cosec}\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \text{cosec}\left(12\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

এখানে, $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক জোড় সংখ্যা। সুতরাং cosec-অপরিবর্তিত থাকবে। আবার কোণটি 13 তম চতুর্ভাগে বা প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে বলে cosec-এর চিহ্ন ধনাত্মক।

সুতরাং $\text{cosec}\left(12\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \text{cosec}\frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

vi. sec $\left(-\frac{25\pi}{2}\right)$

সমাধান : $\sec\left(-\frac{25\pi}{2}\right) = \sec\frac{25\pi}{2}$ [$\because \sec(-\theta) = \sec\theta$]

$= \sec\left(25 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right)$

এখানে $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক 25 বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং sec অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে cosec হবে। আবার কোণটি y অক্ষের উপর অবস্থিত বলে sec ধনাত্মক হবে।

সুতরাং $\sec\left(25 \times \frac{\pi}{2} + 0°\right)$

$= \text{cosec}0^0$ = অসংজ্ঞায়িত

vii. sin $\frac{31\pi}{6}$

সমাধান : $\sin\frac{31\pi}{6} = \sin\left(10 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

এখানে, $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক 10 জোড় সংখ্যা। সুতরাং sin অপরিবর্তিত থাকবে। আবার $\left(10 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ কোণটি 11 তম চতুর্ভাগে বা তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে এবং তৃতীয় চতুর্ভাগে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক।

$\therefore \sin\left(10 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ **(Ans.)**

viii. cos $\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$

সমাধান : $\cos\left(-\frac{25\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{25\pi}{6}\right) = \cos\left(8 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

এখানে $\frac{\pi}{2}$ এর গুণিতক 8 জোড় সংখ্যা। সুতরাং cos অপরিবর্তিত থাকবে। আবার $\left(8 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ কোণটি 9 তম চতুর্ভাগে বা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে এবং ১ম চতুর্ভাগে cos এর চিহ্ন ধনাত্মক।

সুতরাং $\cos\left(8 \times \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রমাণ কর যে,

i. $\cos\frac{17\pi}{10} + \cos\frac{13\pi}{10} + \cos\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10} = 0$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \cos\frac{17\pi}{10} + \cos\frac{13\pi}{10} + \cos\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}$

$= \cos\left(2\pi - \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi + \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\frac{\pi}{10}$

$= \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}$

$= 0$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\cos\frac{17\pi}{10} + \cos\frac{13\pi}{10} + \cos\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10} = 0$ (প্রমাণিত)

ii. $\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12}$

$= \tan\frac{\pi}{12}\times\tan\frac{5\pi}{12}\left\{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\right\}\times\left\{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}\right)\right\}$

$= \tan\frac{\pi}{12}\times\tan\frac{5\pi}{12}\left\{-\cot\frac{\pi}{12}\right\}\times\left\{-\cot\frac{5\pi}{12}\right\}$

$= \tan\frac{\pi}{12}\times\tan\frac{5\pi}{12}\times\frac{1}{\tan\frac{\pi}{12}}\times\frac{1}{\tan\frac{5\pi}{12}}$ [$\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$]

$= 1$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$ (প্রমাণিত)

iii. $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \left\{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\pi - \frac{5\pi}{14}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(\sin\frac{5\pi}{14}\right)^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14}$

$= 2\sin^2\frac{\pi}{7} + 2\sin^2\frac{5\pi}{14} = 2\left(\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14}\right)$

$= 2\left[\sin^2\frac{\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2\right] = 2\left(\sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}\right)$

$= 2 \times 1 = 2$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$ (প্রমাণিত)

iv. $\sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6}$

$= \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(4\times\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(4\times\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(4\times\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(4\times\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3}\left(-\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4}$

$= 1$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$ (প্রমাণিত)

v. $\sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$

$= \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\frac{5\pi}{3}$ [$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]

$= \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \left(-\sin\frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{3}$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{4}{4} = 1$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$ (প্রমাণিত)

vi. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ **এবং** $\sin\theta$ **ঋণাত্মক হলে দেখাও যে,** $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{14}{5}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\tan^2\theta = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{9}{16}$

বা, $16\sin^2\theta = 9\cos^2\theta$

বা, $16\sin^2\theta = 9(1 - \sin^2\theta)$

বা, $16\sin^2\theta = 9 - 9\sin^2\theta$

বা, $16\sin^2\theta + 9\sin^2\theta = 9$

বা, $25\sin^2\theta = 9$

বা, $\sin^2\theta = \frac{9}{25}$

$\therefore \sin\theta = \pm\frac{3}{5}$

কিন্তু, দেওয়া আছে, $\sin\theta$ ঋণাত্মক

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$

আবার, আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

বা, $\cos\theta = \frac{\sin\theta}{\tan\theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{3}{4}}$

বা, $\cos\theta = -\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}$

$\therefore \cos\theta = -\frac{4}{5}$

বামপক্ষ $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta}$

$$= \frac{\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{1}{\left(-\frac{4}{5}\right)}+\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}}{-\frac{5}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{-3-4}{5}}{\frac{-5+3}{4}} = \frac{\frac{-7}{5}}{\frac{-2}{4}}$$

$= -\frac{7}{5}\times\frac{4}{-2} = \frac{14}{5} =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sec\theta+\tan\theta} = \frac{14}{5}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ মান নির্ণয় কর :

i. $\mathbf{\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\sin\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}}$

সমাধান : $\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\sin\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

$= \cos\left(\pi+\frac{5\pi}{4}\right)+\cos\frac{5\pi}{4}+\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{36}\right)-\sin\frac{5\pi}{36}$

$= -\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\sin\frac{5\pi}{4}-\sin\frac{5\pi}{4} = 0$ **(Ans.)**

ii. $\mathbf{\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}}$

সমাধান :

$\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

$= \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{20}\right)\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{20}\right)$

$= \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\tan\frac{3\pi}{20}\tan\frac{\pi}{20}$

$= \frac{1}{\tan\frac{\pi}{20}}\ \frac{1}{\tan\frac{3\pi}{20}}\ \cot\frac{\pi}{4}\tan\frac{3\pi}{20}\ \tan\frac{\pi}{20}$

$= \cot\frac{\pi}{4} = 1$ **(Ans.)**

iii. $\mathbf{\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}}$

সমাধান : $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$

$= \sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^2\left(2\pi-\frac{\pi}{4}\right)$

$= \sin^2\frac{\pi}{4}+\left\{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right\}^2+\left\{\sin\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right\}^2+\left\{\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{4}+\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^2+\left(-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2+\left(-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{4}$

$= 4\sin^2\frac{\pi}{4} = 4\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^2$

$= 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 4\,.\,\frac{1}{2} = 2$ **(Ans.)**

iv. $\mathbf{\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}}$

সমাধান : $\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

$= \cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)$

$= \cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\right\}^2+\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)\right\}^2$

$= \cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\left(-\sin\frac{\pi}{8}\right)^2+\left(-\sin\frac{3\pi}{8}\right)^2$

$= \cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}$

$= \left(\cos^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}\right)+\left(\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}\right)$

$= 1+1 = 2$ **(Ans.)**

v. $\mathbf{\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}}$

সমাধান : $\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$= \left\{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\left\{\sin\left(\pi-\frac{3\pi}{8}\right)\right\}^2+\left\{\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$= \left(\sin\frac{\pi}{18}\right)^2+\left(\sin\frac{3\pi}{8}\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{18}\right)^2+\left\{\cos\left(\pi-\frac{3\pi}{8}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{18}+\sin^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{3\pi}{8}$

$= \left(\sin^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{\pi}{18}\right)+\left(\sin^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}\right)$

$= 1+1\ [\because \sin^2\theta+\cos^2\theta = 1]$

$= 2$ **(Ans.)**

[বি. দ্র. : প্রশ্নে $\sin^2\frac{5\pi}{18}$ এর স্থলে $\sin^2\frac{5\pi}{8}$ এবং $\cos^2\frac{3\pi}{8}$ এর স্থলে $\cos^2\frac{5\pi}{8}$ হবে।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\mathbf{\theta = \frac{\pi}{3}}$ হলে নিম্নোক্ত অভেদসমূহ যাচাই কর :

i. $\mathbf{\sin2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \sin2\theta = \sin\frac{2\pi}{3}$

$= \sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

মধ্যপক্ষ $= 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$

$= 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1+\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{1+(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1+3}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

অর্থাৎ $\sin\theta = 2\sin\theta\cos\theta = \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ **(যাচাই করা হলো)**

ii. $\mathbf{\sin3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \sin3\theta = \sin\left(3\times\frac{\pi}{3}\right)$

$= \sin\pi = \sin(\pi-0)$

$= \sin0^0 = 0$

ডানপক্ষ $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin\frac{\pi}{3} - 4\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^3$

$= 3\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

অর্থাৎ $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ **(যাচাই করা হলো)**

iii. $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \cos 3\theta = \cos\left(3 \times \frac{\pi}{3}\right)$

$= \cos\pi = \cos\left(2 \times \frac{\pi}{2} + 0\right)$

$= -\cos 0^0 = -1$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

$= 4\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^3 - 3\cos\frac{\pi}{3} = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 4.\frac{1}{8} - 3.\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1-3}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

অথাৎ $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ **(যাচাই করা হলো)**

iv. $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \tan 2\theta = \tan\left(2 \times \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\frac{2\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= -\cot\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1-\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2}$

$= \frac{2\times\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1-3} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$

অর্থাৎ $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ **(যাচাই করা হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ প্রদত্ত শর্ত পূরণ করে α (আলফা) এর মান নির্ণয় কর :

i. $\cot\alpha = -\sqrt{3}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

সমাধান : $\cot\alpha = -\sqrt{3}$

বা, $\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{6}$

যেহেতু $\cot\alpha$ এর মান ঋণাত্মক, সেহেতু কোণটি দ্বিতীয় বা চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করবে। কিন্তু $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ হওয়ায় কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

$\therefore \cot\alpha = \cot\left(4 \times \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cot\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right) = \cot\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \alpha = \frac{11\pi}{6}$

$\therefore$ প্রদত্ত সীমার মধ্যে α এর মান $\frac{11\pi}{6}$

ii. $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান : $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = -\cos\frac{\pi}{3}$

যেহেতু $\cos\alpha$ এর মান ঋণাত্মক এবং $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ সেহেতু কোণটি দ্বিতীয় বা তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

$\cos\alpha$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করলে,

$\therefore \cos\alpha = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{3\pi - \pi}{3}\right) = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \alpha = \frac{2\pi}{3}$

আবার, $\cos\alpha$ এর অবস্হান তৃতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\cos\alpha = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

$\therefore \alpha = \frac{4\pi}{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সীমার মধ্যে α এর মান $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

iii. $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান : $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\alpha = -\sin\frac{\pi}{3}$

যেহেতু $\sin\alpha$ ঋণাত্মক এবং $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সুতরাং কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

$\therefore \sin\alpha = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{4\pi}{3}$

$\therefore \alpha = \frac{4\pi}{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সীমার মধ্যে α এর মান $\frac{4\pi}{3}$

iv. $\cot\alpha = -1$; $\pi < \alpha < 2\pi$

সমাধান : $\cot\alpha = -1$

বা, $\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{4}$

যেহেতু $\cot\alpha$ এর মান ঋণাত্মক সেহেতু কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

$\therefore \cot\alpha = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(\frac{8\pi - \pi}{4}\right) = \cot\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \alpha = \frac{7\pi}{4}$

$\therefore$ প্রদত্ত সীমার মধ্যে α এর মান $\frac{7\pi}{4}$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ সমাধান কর : $\left(\text{যখন } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

i. $2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

সমাধান : $2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

বা, $2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1$

বা, $2\{\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta)\} = 1$

বা, $2(\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta) = 1$

বা, $2.2\cos^2\theta - 2 = 1$

বা, $4\cos^2\theta = 3$

বা, $\cos^2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

যেহেতু $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ সেহেতু $\cos\theta$ এর মান ঋণাত্মক হবে না।

$\therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{6}$

ii. $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

সমাধান : $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) = 3\cos\theta$

বা, $2 - 2\cos^2\theta = 3\cos\theta$

বা, $2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 4\cos\theta - \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 2) - 1(\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 2) = 0.$

$\therefore 2\cos\theta = 1$ অথবা, $\cos\theta + 2 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos\theta = -2$

কিন্তু $\cos\theta \neq -2$ কারণ $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}$

iii. $6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

সমাধান : $6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

বা, $6\sin^2\theta - 8\sin\theta - 3\sin\theta + 4 = 0$

বা, $2\sin\theta(3\sin\theta - 4) - 1(3\sin\theta - 4) = 0$

বা, $(3\sin\theta - 4)(2\sin\theta - 1) = 0$

$\therefore 2\sin\theta - 1 = 0$ অথবা, $3\sin\theta - 4 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\sin\theta = \frac{4}{3}$

কিন্তু $\sin\theta = \frac{4}{3}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ $-1 \leq \sin\theta \leq 1$

$\therefore \sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{6}$

iv. $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

সমাধান : $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$

বা, $\frac{1}{\cos^2\theta\sin^2\theta} = \frac{16}{3}$

বা, $3 = 16(1 - \sin^2\theta)\sin^2\theta$

বা, $3 = 16\sin^2\theta - 16\sin^4\theta$

বা, $16\sin^4\theta - 16\sin^2\theta + 3 = 0$

বা, $16\sin^4\theta - 12\sin^2\theta - 4\sin^2\theta + 3 = 0$

বা, $4\sin^2\theta(4\sin^2\theta - 3) - 1(4\sin^2\theta - 3) = 0$

বা, $(4\sin^2\theta - 3)(4\sin^2\theta - 1) = 0$

হয়, $4\sin^2\theta - 3 = 0$ অথবা, $4\sin^2\theta - 1 = 0$

বা, $4\sin^2\theta = 3$ বা, $4\sin^2\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta = \frac{3}{4}$ বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$

বা, $\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\sin\theta = \pm\frac{1}{2}$

যেহেতু $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$, সেহেতু $\sin\theta$-এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ অথবা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{3}$ বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

নিণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$

v. $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

সমাধান : $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta = 3$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 3 - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$ বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

যখন $\cos\theta = 1$, তখন আমরা পাই,

$\cos\theta = \cos 0^0$

$\therefore \theta = 0^\circ$

আবার, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, আমরা পাই,

$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হওয়ায় $\theta = 0$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore \quad \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সমাধান কর : (যখন $0 < \theta < 2\pi$)

i. $\mathbf{2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0}$

সমাধান : $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta + \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) + 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(\cos\theta - 2)(2\cos\theta + 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 2 = 0$ | অথবা, $2\cos\theta + 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 2$ | বা, $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos\theta = 2$ গ্রহণযোগ্য নয়; কেননা $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

$\therefore \cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\therefore \cos\theta = -\cos\frac{\pi}{3}$

যেহেতু cosθ-এর মান ঋণাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$, সেহেতু θ এর অবস্থান হবে দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অথবা তৃতীয় চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান দ্বিতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\cos\theta = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\cos\theta = \cos\left(\frac{3\pi - \pi}{3}\right)$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{2\pi}{3}$

θ-এর অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\cos\theta = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{4\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{4\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

ii. $\mathbf{4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5}$

সমাধান : $4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4(1 - \sin^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4 - 4\sin^2\theta + 4\sin\theta = 5$

বা, $4\sin^2\theta - 4\sin\theta + 1 = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)^2 = 0$

বা, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

যেহেতু sinθ-এর মান ধনাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$, সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে প্রথম চতুর্ভাগে অথবা দ্বিতীয় চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \quad \theta = \frac{\pi}{6}$

θ-এর অবস্থান দ্বিতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{5\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

iii. $\mathbf{\cot^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta = 3}$

সমাধান : $\cot^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta = 3$

বা, $\mathrm{cosec}^2\theta - 1 + \mathrm{cosec}^2\theta = 3$

বা, $2\mathrm{cosec}^2\theta = 4$

বা, $\mathrm{cosec}^2\theta = 2$

বা, $\mathrm{cosec}\theta = \pm\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \pm\sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\pm\sqrt{2}}$

ধনাত্মক মান নিয়ে পাই, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{4}$

যেহেতু sin θ-এর মান ধনাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে প্রথম চতুর্ভাগে অথবা দ্বিতীয় চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

θ-এর অবস্থান দ্বিতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{3\pi}{4}$

$\therefore \quad \theta = \frac{3\pi}{4}$

আবার, ঋণাত্মক মান নিয়ে পাই,

বা, $\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin\theta = -\sin\frac{\pi}{4}$

যেহেতু sinθ-এর মান ঋণাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে তৃতীয় চতুর্ভাগে অথবা চতুর্থ চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{5\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{4}$

θ-এর অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে হলে,

$\sin\theta = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{7\pi}{4}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

iv. $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

সমাধান : $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\frac{\tan^4\theta + 1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\tan^4\theta + 1 = 2\tan^2\theta$

বা, $\tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0$

বা, $(\tan^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\tan^2\theta - 1 = 0$

বা, $\tan^2\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \pm 1$

ধনাত্মক মান নিয়ে, $\tan\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}$

যেহেতু $\tan\theta$-এর মান ধনাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে প্রথম চতুর্ভাগে অথবা তৃতীয় চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

θ-এর অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{5\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{4}$

আবার, ঋণাত্মক মান নিয়ে পাই, $\tan\theta = -1$

বা, $\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{4}$

যেহেতু $\tan\theta$-এর মান ঋণাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অথবা চতুর্থ চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান দ্বিতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{3\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}$

θ-এর অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{7\pi}{4}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

v. $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

সমাধান : $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

বা, $1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

বা, $3(1 + 2\tan^2\theta) = 5$

বা, $3 + 6\tan^2\theta = 5$

বা, $6\tan^2\theta = 5 - 3$

বা, $\tan^2\theta = \frac{2}{6}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

ধনাত্মক মান নিয়ে পাই,

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

যেহেতু $\tan\theta$-এর মান ধনাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ এর অবস্থান হবে প্রথম চতুর্ভাগে অথবা তৃতীয় চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

θ-এর অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{7\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6}$

আবার, ঋণাত্মক মান নিয়ে পাই,

$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{6}$

যেহেতু $\tan\theta$-এর মান ঋণাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$; সেহেতু θ এর অবস্থান হবে দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অথবা চতুর্থ চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান দ্বিতীয় চতুর্ভাগে হলে,

$\therefore \tan\theta = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{5\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}$

θ-এর অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে হলে,

$\tan\theta = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

vi. $5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$

সমাধান : $5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$

বা, $5\operatorname{cosec}^2\theta = 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta + 2$

বা, $5.\frac{1}{\sin^2\theta} = 7\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{1}{\sin\theta} + 2$

বা, $\frac{5}{\sin^2\theta} = \frac{7\cos\theta}{\sin^2\theta} + 2$

বা, $5 = 7\cos\theta + 2\sin^2\theta$

বা, $2\sin^2\theta + 7\cos\theta - 5 = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 7\cos\theta - 5 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 7\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 7\cos\theta + 3 = 0$ [(–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 6\cos\theta - \cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 3) - 1(\cos\theta - 3) = 0$

বা, $(\cos\theta - 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta = 3$ অথবা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos\theta = 3$ গ্রহণযোগ্য নয়; কেননা $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

যেহেতু $\cos\theta$-এর মান ধনাত্মক এবং $0 < \theta < 2\pi$, সেহেতু θ-এর অবস্থান হবে প্রথম চতুর্ভাগ অথবা চতুর্থ চতুর্ভাগে।

θ-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে;

$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

θ-এর অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে হলে,

$\cos\theta = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{5\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

vii. $2\sin x \cos x = \sin x$ $(0 \leq x \leq 2\pi)$

সমাধান : $2\sin x \cos x = \sin x$

বা, $2\sin x \cos x - \sin x = 0$

বা, $\sin x(2\cos x - 1) = 0$

$\therefore \sin x = 0$ অথবা, $2\cos x - 1 = 0$

বা, $\cos x = \frac{1}{2}$

যখন, $\sin x = 0$ তখন আমরা পাই, $\sin x = \sin 0^0$

যেহেতু $\sin x$ এর মান ধনাত্মক এবং $0 \leq x \leq 2\pi$, সেহেতু x এর অবস্থান হবে x অক্ষের উপর।

$0 \leq x \leq 2\pi$ হওয়ায়,

$\sin x = \sin 0^0$

$\therefore x = 0$

এবং $\sin x = 0 = \sin\pi$

$\therefore x = \pi$

এবং $\sin x = 0 = \sin 2\pi$

$\therefore x = 2\pi$

আবার, যখন $\cos x = \frac{1}{2}$ তখন আমরা পাই, $\cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

যেহেতু $\cos x$-এর মান ধনাত্মক এবং $0 \leq x \leq 2\pi$, সেহেতু x-এর অবস্থান হবে প্রথম বা চতুর্থ চতুর্ভাগে।

x-এর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হলে,

$\cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}$

x-এর অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে হলে,

$\cos x = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{5\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{5\pi}{3}$

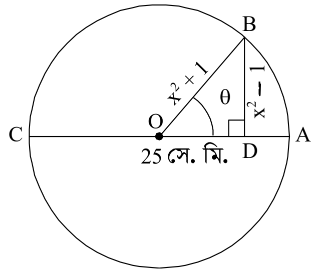
আবার, $\cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore \cos x = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{2\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান $x = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, 2\pi$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥



ক. চিত্রে ABC একটি বৃত্তাকার চাকা এবং চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. হলে θ = কত? চাকাটি 1 বার ঘুরে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে?

খ. ABC চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত হবে?

গ. চিত্রে ΔBOD হলে $\sin\theta$ এর মান ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

সমাধান :

ক. চিত্রানুসারে, চাপের দৈর্ঘ্য, $AB = s = 25$ সে.মি. এবং

ব্যাসার্ধ $OB = r = 25$ সে.মি.

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $\theta = \frac{s}{r} = \frac{25}{25}$ রেডিয়ান $= \frac{180°}{\pi} = 57.30^0$ **(Ans.)**

চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান অর্থাৎ $2\pi r$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

নির্ণেয় দূরত্ব $= 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 25$ সে.মি.

$= 157.08$ সে.মি. **(Ans.)**

খ. ‘ক’ হতে পাই, চাকাটি 1 বার ঘুরলে অতিক্রম করে 157.08 সে.মি. যেহেতু চাকাটি 5 বার আবর্তিত হয় প্রতি সেকেন্ডে

$\therefore$ গাড়িটি 1 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 157.08×5 সে.মি.

$\therefore$ গাড়িটি 1 ঘণ্টায় বা (60×60) সেকেন্ডে অতিক্রম করে

$= 157.08 \times 5 \times 60 \times 60$ সে.মি.

$= \frac{157.08 \times 5 \times 60 \times 60}{100 \times 1000}$ কি.মি.

$= 28.28$ কি.মি.

$\therefore$ গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় 28.28 কি.মি. (প্রায়)।

গ. চিত্রে BOD একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

আবার, $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)^2}} = \sqrt{\frac{4x^2}{(x^2 + 1)^2}}$

$= \frac{2x}{x^2 + 1}$

বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

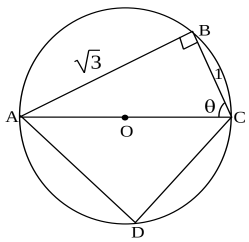
$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}{\frac{2x}{x^2 + 1}} + \frac{1}{\frac{2x}{x^2 + 1}}$

$= \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{x^2 + 1}{2x} = \frac{x^2 - 1 + x^2 + 1}{2x}$

$= \frac{2x^2}{2x} = x =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\tan\theta + \sec\theta = x$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥



ক. চিত্রে O, বৃত্তের কেন্দ্র হলে ∠B-এর বৃত্তীয়মান এবং AC নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$

গ. $\sec\theta + \cos\theta = p$ হলে, p-এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর।

সমাধান :

(ক) ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle B = 90° = \frac{90 \times \pi}{180}$ $\left[\because 1° = \frac{\pi}{180}\right]$

$= \frac{\pi}{2}$ **(Ans.)**

ΔABC হতে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$

$\therefore AC = 2$ **(Ans.)**

খ. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের জন্য, $A + C = 180°$

[∵ বৃত্তে অন্তর্লিখিত যেকোনো দুটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $A = 180° - C$

এবং $B + D = 180°$

বা, $B = 180° - D$

বামপক্ষ $= \tan A + \tan B + \tan C + \tan D$

$= \tan(180° - C) + \tan(180° - D) + \tan C + \tan D$

$= -\tan C - \tan D + \tan C + \tan D$

$= 0 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$ **(প্রমাণিত)**

(গ) চিত্র হতে পাই, $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

দেওয়া আছে, $\sec\theta + \cos\theta = p$

বা, $2 + \frac{1}{2} = p$

বা, $\frac{4 + 1}{2} = p$

$\therefore p = \frac{5}{2}$

$\therefore \sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1 + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$

বা, $2 + 2\cos^2\theta = 5\cos\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(\cos\theta - 2)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 2 = 0$

বা, $\cos\theta = 2$; যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ $-1 \le \cos\theta \le 1$

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **–240° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে?**

ⓚ প্রথম ● দ্বিতীয় ⓖ তৃতীয় ⓘ চতুর্থ

২. **sin 120° এর মান কত?**

● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓘ $-\frac{1}{2}$

৩. **$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$, হলে, θ এর মান কত?**

(ক) 30°   ● 45°   (গ) 60°   (ঘ) 90°

৪. $\sin\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}, 0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে, 'θ' এর মান কত?

(ক) $\frac{5\pi}{3}$ ● $\frac{4\pi}{3}$ (গ) $\frac{2\pi}{3}$ (ঘ) $\frac{\pi}{3}$

৫. cos (–330°) এর মান কত?

(ক) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (খ) $\frac{-1}{2}$ (গ) $\frac{1}{2}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৬. 430° কোণ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

● ১ম   (খ) ২য়   (গ) ৩য়   (ঘ) ৪র্থ

৭. $\sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $-\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৮. – 275° কোণ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

● ১ম   (খ) ২য়   (গ) ৩য়   (ঘ) ৪র্থ

৯. tan 240° এর মান কত?

(ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (গ) 1   ● $\sqrt{3}$

১০. $\text{cosec}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত?

● $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ (খ) $-\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

৮·১২ : (–θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫. tanθ + cotθ এর সমান কোনটি? (সহজ)

(ক) secθ, sinθ   ● secθ, cosecθ
(গ) sinθ, cosceθ   (ঘ) secθ, cosθ

১৬. $\sec^4\theta - \sec^2\theta$ এর সমান কোনটি? (সহজ)

(ক) $\tan^2\theta + \sec^2\theta$ (খ) $\sec^4\theta + \tan^2\theta$
(গ) $\sec^4\theta + \sec^2\theta$ ● $\tan^4\theta + \tan^2\theta$

১৭. $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{3}$

১৮. $\cos(-\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0°   ● 30°   (গ) 45°   (ঘ) 90°

১৯. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cot\frac{\pi}{2}$ (খ) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cot\theta$

● $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$ (ঘ) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

২০. $\frac{\pi}{2} - \varphi$ কোণের cos অনুপাত কত? (সহজ)

(ক) cosφ   (খ) secφ   (গ) cotφ   ● sinφ

২১. $\sin(-\theta) = \frac{1}{2}$ হলে θ এর মান কত রেডিয়ান? (সহজ)

● $\frac{\pi}{6}$ (খ) $-\frac{\pi}{6}$ (গ) $\frac{\pi}{3}$ (ঘ) $-\frac{\pi}{3}$

১১. $\cot\left(\theta - \frac{9\pi}{2}\right)$ এর মান কোনটি?

(ক) tan θ   (খ) cot θ   ● – tan θ   (ঘ) – cot θ

১২. sin θ + cos θ = 1 হলে, θ এর মান–

i. 0°   ii. 30°
iii. 90°

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii   ● i ও iii   (গ) ii ও iii   (ঘ) i, ii ও iii

১৩. $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$; 0° ≤ β এর মান–

i. 45°   ii. 135°
iii. 225°

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i   ● i ও ii   (গ) i ও iii   (ঘ) ii ও iii

১৪. $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে–

i. $\tan(\pi + \theta) = \sqrt{5}$ ii. $\tan(\pi - \theta) = -\sqrt{3}$
iii. $\theta = \frac{1}{3}\pi^c$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii ও iii   ● ii ও iii   (গ) i ও iii   (ঘ) i ও ii

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২২. θ সূক্ষ্মকোণ হলে–

i. $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$ ii. $\tan\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \cot\theta$

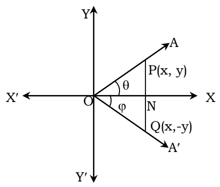
iii. $\text{cosec}\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \sec\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii   (খ) i ও iii   (গ) ii ও iii   (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্র থেকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে θ = φ, OP = OQ = r, sinθ = a এবং cosθ = b

২৩. cosθ + cosφ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) b   ● 2b   (গ) b^2 (ঘ) $\frac{2}{b}$

ব্যাখ্যা : – θ = φ
বা cos(– θ) = cosφ
বা cosθ + cosφ = b + b = 2b

২৪. tanθ + tanφ = কত? (মধ্যম)

● 0   (খ) 1   (গ) – 1   (ঘ) $\frac{2}{b}$

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$

এবং $\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = -\frac{a}{b}$

$\therefore\ \tan\theta + \tan\varphi = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0$

৮·১৩ : $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ কোণ বা পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৫. $\tan^2\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$ ⓖ $\frac{4}{3}$ ⓘ $\frac{3}{5}$

২৬. $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\sqrt{3}$ ⓛ $\sqrt{2}$ ● $-\sqrt{3}$ ⓘ 2

২৭. $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{19\pi}{2}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓛ 1 ⓖ -1 ⓘ 0

২৮. $\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ $-\frac{1}{2}$ ● $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓘ $\sqrt{2}$

২৯. $\text{cosec}\left(\frac{15\pi}{6}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ -2 ⓛ -1 ⓖ 0 ● 1

৩০. $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ● অসংজ্ঞায়িত ⓘ $\sqrt{3}$

৩১. $\sec\left(\frac{13\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ ● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৩২. $\cot\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

● -1 ⓛ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓘ $\sqrt{2}$

৩৩. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓘ $\sqrt{\frac{2}{3}}$

৩৪. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ⓛ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓘ $\frac{3}{2}$

৩৫. $\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\text{cosec}\frac{\pi}{3}$ ⓛ $\sin\frac{\pi}{3}$ ⓖ $\cos\frac{\pi}{3}$ ● $\cot\frac{\pi}{3}$

ব্যাখ্যা : $\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং $\tan\frac{\pi}{6} = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

৩৬. $\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)$ এর সমান কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\cos\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\cot\frac{\pi}{4}$

ⓖ $\sin\frac{\pi}{4}$ ● $\text{cosec}\frac{\pi}{4}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৭. $\theta = \frac{\pi}{4}$ হলে–

i. $\tan\theta + \sec^2\theta = 3$
ii. $\tan^2\theta + \sec^2\theta = 1$
iii. $\tan^2\theta - \cot^2\theta = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩৮. $\theta = \frac{5\pi}{6}$ হলে–

i. $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{3}}$
ii. $\text{cosec}\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$
iii. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৮·১৪ : $(\pi + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৯. $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ ⓛ $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$
● $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ⓘ $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

৪০. $\sin^2 30° + \cos^2 45° + \tan^2 60°$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{15}{7}$ ● $\frac{15}{4}$ ⓖ $\frac{16}{4}$ ⓘ $\frac{4}{15}$

৪১. $(90° - \theta)$ কোণটি পূরক কোণ হবে যদি– (মধ্যম)

ⓚ $0° \le \theta < 90°$ ● $0° < \theta < 90°$
ⓖ $0° < \theta \le 90°$ ⓘ $0 \le \theta \le 90°$

৪২. $\sec\left(\frac{31\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● 2 ⓖ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓘ $\sqrt{2}$

৪৩. $\theta = \frac{11\pi}{2}$ হলে, $2\sin\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ -1 ⓛ $-\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{2}$ ⓘ $\sqrt{2}$

৪৪. $2\cos^2\theta - 1 = \frac{1}{2}$ হলে, θ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{\pi}{3}$ ⓛ $\frac{\pi}{4}$ ● $\frac{\pi}{6}$ ⓘ $\frac{\pi}{2}$

৪৫. $\cos\frac{3\pi}{4}$ এর মান কত? (মধ্যম)

● $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓛ $-\sqrt{2}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓘ $\sqrt{2}$

৪৬. $\tan(\pi - 30°)$ = কত? (মধ্যম)

(ক) $\tan 30°$ ● $-\tan 30°$ (গ) $\cos 30°$ (ঘ) $-\cot 30°$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৭. i. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $A = \frac{\pi}{4}$ ii. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\theta = \frac{\pi}{4}$

iii. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $2\sin\theta = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৮. i. $\sec^2\frac{\pi}{3} - \tan^2\frac{\pi}{3} = 1.$

ii. $\cot^2\frac{\pi}{4} + 1 = \text{cosec}^2\frac{\pi}{3}$

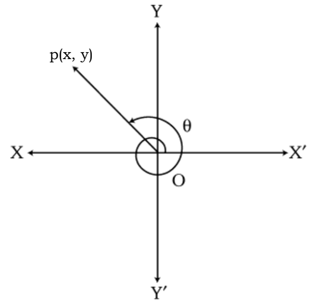
iii. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্র থেকে ৪৯ – ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) এবং $(OP) = r = \sqrt{x^2 + y^2}$

৪৯. $\sin\theta$ এর মান কত? (সহজ)

● $\frac{y}{r}$ (খ) $\frac{x}{y}$ (গ) $\frac{y}{x}$ (ঘ) $\frac{x}{r}$

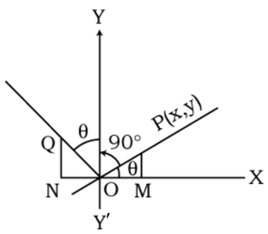
৫০. $\cos\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) $\frac{y}{r}$ ● $\frac{x}{r}$ (গ) $\frac{x}{y}$ (ঘ) $\frac{r}{x}$

৫১. $\tan\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) $\frac{x}{y}$ (খ) $\frac{x}{r}$ ● $\frac{y}{x}$ (ঘ) $\frac{r}{y}$

নিচের চিত্র থেকে ৫২ – ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫২. $\sin(90° + \theta)$ এর মান কত? (সহজ)

● $\frac{x}{r}$ (খ) $\frac{x}{y}$ (গ) $\frac{y}{r}$ (ঘ) $\frac{r}{x}$

৫৩. $\cos(90° + \theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) $-\frac{x}{r}$ (খ) $\frac{x}{y}$ ● $\frac{-y}{r}$ (ঘ) $\frac{r}{y}$

৫৪. $\tan(90° + \theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) $\frac{x}{y}$ ● $-\frac{x}{y}$ (গ) $-\frac{y}{r}$ (ঘ) $\frac{y}{x}$

৮·১৫ : $\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

৮·১৬ : $(2\pi - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৫. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (খ) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

(গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

৫৬. $\tan\left(360° + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কোনটি? (সহজ)

(ক) -1 ● 1 (গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

৫৭. $\text{cosec}\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 1 (খ) -1 ● $\sqrt{2}$ (ঘ) $-\sqrt{2}$

৫৮. $\tan 450°$ = কত? (সহজ)

● 1 (খ) -1 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৫৯. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ = কত? (সহজ)

(ক) $\sin 30°$ (খ) $-\sin 30°$ ● $\sin 45°$ (ঘ) $-\sin 45°$

৬০. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

● -2 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$

৬১. n = 19 হলে $\left(19 \times \frac{\pi}{2} + \theta\right)$ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

(ক) ১ম (খ) ২য় (গ) ৩য় ● ৪র্থ

৬২. $\cos\left(11 \times \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

● $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ (খ) 1

(গ) $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0.$

৬৩. $\sec\left(\frac{13\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\pm \cos\theta$ খ $\pm \sec\theta$ ● $\pm \text{cosec}\theta$ ঘ $\pm \sin\theta$

৮·১৬ : যেকোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমূহের নির্ণয়ের পদ্ধতি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৪. $(\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta - \cot\theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

● 1 খ 0 গ -1 ঘ $\frac{1}{2}$

৬৫. $3\tan^2 45° - \sin^2 60° - \frac{1}{2}\cot^2 30° + \frac{1}{3}\sec^2 45°$ এর মান কত? (কঠিন)

● $\frac{17}{12}$ খ $\frac{12}{17}$ গ $\frac{13}{15}$ ঘ $\frac{17}{14}$

৬৬. sin1260° এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 খ -1 ● 0 ঘ 2

৬৭. cos990° এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ -1 গ 1 ● 0

৬৮. cot1980° এর মান কত? (মধ্যম)

● অসংজ্ঞায়িত খ -1

গ $\frac{1}{2}$ ঘ 0

৬৯. tan (– 630°) এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 ● অসংজ্ঞায়িত গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ -1

৭০. $\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ -1 ● 1

৭১. sin930° এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ ● $-\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ -1

৭২. cos690° এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ -1 গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৭৩. cot765° এর মান কত? (মধ্যম)

● 1 খ $\frac{1}{2}$ গ 0 ঘ $-\frac{1}{2}$

৭৪. tan (–1575°) এর মান কত? (মধ্যম)

ক 0 খ -1 ● 1 ঘ $\frac{1}{2}$

৭৫. sec (– 1500°) এর মান কত? (মধ্যম)

ক -2 খ -1 গ 1 ● 2

৭৬. $\text{cosec}\frac{19\pi}{3}$ এর মান কত? (মধ্যম)

● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

৮৯. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, cos 2A এর মান কত?

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{3}$ ● $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{6}$

৭৭. cosec810° এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 ● 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৭৮. sin420° cos390° + cos (–300°) sin (–330°) = কত? (কঠিন)

● 1 খ -1 গ 0 ঘ $\frac{1}{2}$

৭৯. $360° < \theta < 540°$ ব্যবধিতে $\cos\theta = \frac{-1}{2}$ এর সমাধান কত? (কঠিন)

ক 360° খ 500° গ 540° ● 480°

৮০. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ = কত? (সহজ)

ক $\tan\theta$ খ $-\tan\theta$ গ $-\cot\theta$ ● $\cot\theta$

৮১. cosec (24π + 0°) = কত? (সহজ)

● অসংজ্ঞায়িত খ 1 গ 2 ঘ -1

৮২. $\cos\left(\frac{300\pi}{180}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক $\sqrt{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ 0 ● $\frac{1}{2}$

৮৩. $\cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 2 ● 1 গ 0 ঘ $\frac{1}{2}$

৮৪. $\sec\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\sqrt{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ● $\sqrt{2}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৫. i. $-1 \le \cos\theta \le 1$
ii. $-1 \le \sin\theta \le 1$
iii. $-1 \le \tan\theta \le 1$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৮৬ – ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = \tan^2\theta + \cot^2\theta$

৮৬. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে x এর মান কত? (সহজ)

ক $\frac{3}{11}$ খ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ গ 4 ● $\frac{10}{3}$

৮৭. $\theta = \frac{\pi}{2}$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 0 ● অসংজ্ঞায়িত গ 1 ঘ 2

৮৮. x = 2 হলে, θ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{3}$ ● $\frac{\pi}{4}$ ঘ $\frac{\pi}{5}$

৯০. $\tan(\pi + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান কত রেডিয়ান?

● $\frac{\pi}{6}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{3}$ ঘ $\frac{\pi}{2}$

৯১. $\theta = \frac{7\pi}{3}$ **হলে,** $\sec^2\theta - 1$ **এর মান কত?**

ⓚ 3 ⓚh -3 ⓖ $\sqrt{3}$ ● $-\sqrt{3}$

৯২. $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **হলে,** $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$ **এর মান কত?**

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$

● $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$

৯৩. θ **সূক্ষ্মকোণ হলে—**

i. $\tan\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \cot\theta$

ii. $\text{cosec}\,(8\pi + \theta) = \text{cosec}\,\theta$

iii. $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii ● ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৯৪ ও ৯৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯৮. $\sec(2\pi - \theta) = \sqrt{2}$ **হলে**

i. $\sec(2\pi - \theta) = -\sec\theta$ ii. $\theta = \frac{\pi}{4}$

iii. $\sec\theta = \text{cosec}\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৯৯. $\tan\theta = -\frac{2}{3}$ **এবং** $\sin\theta$ **ঋণাত্মক হলে—**

i. $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ii. $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

iii. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১০০. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ **হলে —**

i. $\cos^2\theta = \frac{3}{4}$ ii. $\tan^2\theta = \frac{3}{4}$

iii. $\sin\theta, \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

১০১. $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ **এবং** $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ **হলে—**

i. $\cot\theta = 2$ ii. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

iii. $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ● ii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১০২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\sec 60° = 2$

ii. θ এর যেকোনো মানের জন্য $-1 < \sin\theta < 1$

$A = \frac{\pi}{2}, B = \frac{\pi}{2}$

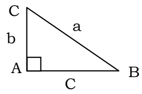
৯৪. $\cot\left(B + \frac{\pi}{6}\right) = ?$

● $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

৯৫. $\sin\left(A + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(B + \frac{\pi}{4}\right)$ **এর মান কত?**

● 0 খ 2 গ $\sqrt{2}$ ঘ 1

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৯৬ ও ৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৯৬. $\cos B + \sin C =$ **কত?**

ক $\frac{2c}{a}$ খ $\frac{2a}{b}$ ● $\frac{2b}{a}$ ঘ $\frac{a^2 + b^2}{ab}$

৯৭. $\cot(\pi + B)$ **এর মান কোনটি?**

ক $\frac{a}{b}$ খ $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ● $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ ঘ $\frac{b}{a}$

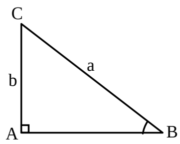
iii. $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ১০৩ ও ১০৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



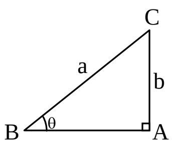
১০৩. $\sin B + \cos C =$ **কত?** (সহজ)

ক $\frac{2a}{b}$ খ $\frac{a^2+b^2}{ab}$ ● $\frac{ab}{a^2+b^2}$ ঘ $\frac{2b}{a}$

১০৪. $\tan\left(3\frac{\pi}{2} - B\right) =$ **কত?** (মধ্যম)

● $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ খ $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ গ $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

নিচের চিত্রের আলোকে ১০৫ ও ১০৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১০৫. $\sin B + \cos C =$ **কত?** (সহজ)

● $\frac{2b}{a}$ খ $\frac{2a}{b}$ গ $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ ঘ $\frac{ab}{a^2 + b^2}$

১০৬. $\tan B$ **এর মান কোনটি?** (মধ্যম)

ক $\frac{a}{a^2 - b^2}$ খ $\frac{b}{a^2 - b^2}$ ● $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ঘ $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

নিচের তথ্য থেকে ১০৭ ও ১০৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\tan\left(\frac{x\pi}{2} + \theta\right) = \sqrt{3}$ যেখানে x বিজোড় সংখ্যা।

১০৭. $x = 3$ **হলে কোনটি সঠিক?** (মধ্যম)

ক $\cot\theta$ ● $-\cot\theta$ গ $\tan\theta$ ঘ $-\tan\theta$

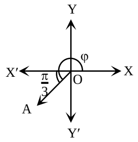
১০৮. $\theta = -\frac{\pi}{6}$ **হলে x এর মান কত?** (মধ্যম)

ⓚ 0 ● 1 ⓖ 2 ⓖ 6

নিচের তথ্য থেকে ১০৯ – ১১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\angle XOA = \varphi$

$\angle X'OA = \frac{\pi}{3}$



১০৯. নিচের কোণ কোনটি ধনাত্মক? (মধ্যম)

ⓚ $\sin\phi$ ● $\cot\phi$ ⓖ $\sec\phi$ ⓖ $\text{cosec}\,\phi$

১১০. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

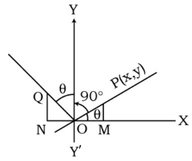
ⓚ $\sin\varphi = \sin\frac{\pi}{3}$ ⓚ $\text{cosec}\,\varphi = \sec\frac{\pi}{3}$

● $\cos\varphi = -\cos\frac{\pi}{3}$ ⓖ $\tan\varphi = -\tan\frac{\pi}{3}$

১১১. $\tan\phi$ **= কত?** (মধ্যম)

ⓚ $-\sqrt{3}$ ● $\sqrt{3}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের চিত্র থেকে ১১২ – ১১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১১২. $\sin(90^\circ + \theta)$ **এর মান কত?** (সহজ)

● $\frac{x}{r}$ ⓚ $\frac{x}{y}$ ⓖ $\frac{y}{r}$ ⓖ $\frac{r}{x}$

১১৩. $\cos(90^\circ + \theta)$ **এর মান কত?** (মধ্যম)

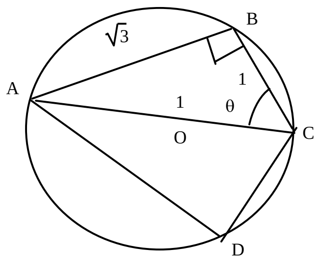
ⓚ $-\frac{x}{r}$ ⓚ $\frac{x}{y}$ ● $\frac{-y}{r}$ ⓖ $\frac{r}{y}$

১১৪. $\tan(90^\circ + \theta)$ **এর মান কত?** (মধ্যম)

ⓚ $\frac{x}{y}$ ● $-\frac{x}{y}$ ⓖ $-\frac{y}{r}$ ⓖ $\frac{y}{x}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸



উল্লেখিত চিত্রের আলোকে নিম্নের প্রশ্নের উত্তর দাও :

ক. চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র হলে AC নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$ ৪

গ. $\sec\theta + \cos\theta = x$ হলে x-এর মান নির্ণয় কর ও সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ABC সমকোণী ত্রিভুজে [∵ ∠ABC অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ]

$\angle B = 90^\circ = \frac{90 \times \pi}{180}$ [$\because 1^\circ = \frac{\pi}{180}$]

ΔABC হতে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= (\sqrt{3})^2 + (1)^2 = 3 + 1 = 4$

$\therefore AC = 2$ **(Ans.)**

খ. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের জন্য

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ [∵ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\angle A = 180^\circ - \angle C$

এবং $\angle B + \angle D = 180^\circ$

বা, $\angle B = 180^\circ - \angle D$

এখন, বামপক্ষ $= \tan A + \tan B + \tan C + \tan D$

$= \tan(180^\circ - C) + \tan(180^\circ - D) + \tan C + \tan D$

$= -\tan C - \tan D + \tan C + \tan D$

$= 0$

$\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$ (প্রমাণিত)

গ. উদ্দীপকের চিত্র হতে পাই,

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

এখন, $\sec\theta + \cos\theta = x$

বা, $2 + \frac{1}{2} = x$

বা, $\frac{4+1}{2} = x$

বা, $x = \frac{5}{2}$

$\therefore \sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1+\cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$

বা, $2 + 2\cos^2\theta = 5\cos\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 5\cos^2\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(\cos\theta - 2)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta - 2 = 0$

বা, $\cos\theta = 2$

যা গ্রহণযোগ্য নয়।

অথবা $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$

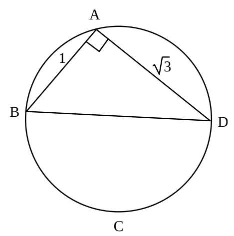
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় মান $x = \frac{5}{2}$ ও $\theta = \frac{\pi}{3}$

প্রশ্ন–২ ▸



এবং $P = \frac{\cot B + \operatorname{cosec} B - 1}{\cot B - \operatorname{cosec} B + 1}$; $Q = \frac{1 + \sin D}{\cos D}$.

ক. ABCD বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos(B - D) = \cos B \cos D + \sin B \sin D$. ৪

গ. দেখাও যে, $P = Q$। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ABCD বৃত্তটির ব্যাসার্ধ BD

ABCD বৃত্তে ABD সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ

[$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ বলে]

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$

$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ [$\because AB = 1$ এবং $AD = \sqrt{3}$]

$= \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

খ. চিত্র হতে $\cos B = \frac{AB}{BD} = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\therefore B = 60°$

$\cos D = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30°$

$\therefore D = 30°$

$\sin B = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin D = \frac{AB}{BD} = \frac{1}{2}$

বামপক্ষ $= \cos(B - D) = \cos(60° - 30°) = \cos 30°$

ডানপক্ষ $= \cos B \cos D + \sin B \sin D$

$= \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2} = 2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\cos(B - D) = \cos B \cos D + \sin B \sin D$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $P = \frac{\cot B + \operatorname{cosec} B - 1}{\cot B - \operatorname{cosec} B + 1}$

$Q = \frac{1 + \sin D}{\cos D}$

'খ' হতে পাই

$\cos B = \frac{1}{2}$ এবং $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos D = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $\sin D = \frac{1}{2}$

$\therefore \cot B = \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \operatorname{cosec} B = \frac{1}{\sin B} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

এখন, $P = \frac{\cot B + \operatorname{cosec} B - 1}{\cot B - \operatorname{cosec} B + 1}$

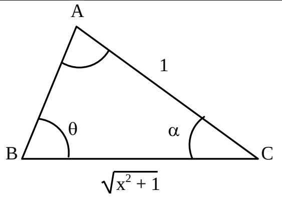
$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} + 1} = \frac{\frac{1 + 2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{1 - 2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} - 1)} = \sqrt{3}$

$Q = \frac{1 + \sin D}{\cos D} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{2+1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\therefore P = Q$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৩ ▸



ক. $\sin(\theta + \alpha)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$ ৪

গ. $x + \sqrt{x^2+1} = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি,

প্রদত্ত ত্যথানুসারে

ΔABC-এ $\angle A = 90°$

$\angle B = \theta$ এবং $\angle C = \alpha$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $90° + \theta + \alpha = 180°$

বা, $\theta + \alpha = 180° - 90°$

বা, $\theta + \alpha = 90°$

$\therefore \sin(\theta + \alpha) = \sin 90° = 1$ **(Ans.)**

খ. চিত্র হতে পাই,

$\sin\propto = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\cos\propto = \frac{1}{x^2+1}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= (\sin\propto + \cos\propto)^2$

$= \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2$

$= \left(\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2 = \frac{(x+1)^2}{(\sqrt{x^2+1})^2}$

$= \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} = \frac{x^2+1}{x^2+1} + \frac{2x}{x^2+1}$

$= 1 + \frac{2x}{x^2+1}$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= 1 + 2\sin\propto\cos\propto$

$= 1 + 2.\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$= 1 + \frac{2x}{x^2+1}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$(\sin\propto + \cos\propto)^2 = 1 + 2\sin\propto\cos\propto$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $x + \sqrt{x^2+1} = \sqrt{3}$

বা, $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+1}}$ [উভয় পক্ষকে $\sqrt{x^2+1}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\cos\theta + 1 = \sqrt{3} \times \sin\theta$ ['চিত্র থেকে']

বা, $(\cos\theta + 1)^2 = (\sqrt{3} \times \sin\theta)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 3\sin^2\theta$

বা, $\cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 3 - 3\cos^2\theta$

বা, $4\cos^2\theta + 2\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 2\cos\theta - \cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(2\cos\theta + 1) - 1(\cos\theta + 1) = 0$

বা, $(\cos\theta + 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta + 1 = 0$

বা, $\cos\theta = -1$ যা গ্রহণযোগ্য নয়।

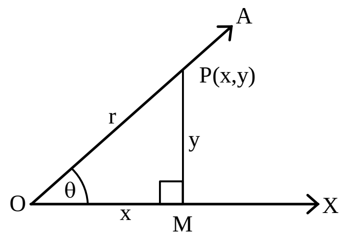
অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় মান $\theta = \frac{\pi}{3}$

প্রশ্ন–৪ ▸



ক. $x = y$ হলে প্রমাণ কর যে, $r = \sqrt{2}x$. ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে পমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$. ৪

গ. $\frac{2y^2}{x^2+y^2} - \frac{3x}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। (যখন $0° < \theta < \frac{\pi}{2}$). ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. POM সমকোণী ত্রিভুজে, $OP^2 = OM^2 + PM^2$

বা, $r^2 = x^2 + y^2$

বা, $r^2 = x^2 + x^2$ [$\because x = y$]

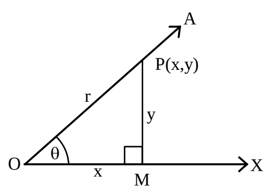
বা, $r^2 = 2x^2$

$\therefore r = \sqrt{2}x$ **(প্রমাণিত)**

খ. ΔPOM একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

যার ভূমি, $OM = x$; লম্ব, $PM = y$ এবং অতিভুজ, $OP = r$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$



চিত্র থেকে পাই,

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{r}{x}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{y}{x}$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{r}{x}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{r^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2} = \frac{r^2 - y^2}{x^2}$

$= \frac{x^2 + y^2 - y^2}{x^2}$ ['ক' হতে পাই, $r^2 = x^2 + y^2$]

$= \frac{x^2}{x^2}$ **(প্রমাণিত)**

গ. চিত্র থেকে আমরা পাই,

$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ['ক' হতে]

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ['ক' হতে]

দেওয়া আছে, $\frac{2y^2}{x^2 + y^2} - \frac{3x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$

বা, $2\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2 - 3\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) - 3\cos\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 4\cos^2\theta - \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 2) - 1(\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(\cos\theta + 2)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta + 2 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = -2$ বা, $2\cos\theta = 1$

[যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ, $-1 \le \cos\theta \le 1$] বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos60°$

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৫ ▸ $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{1}{2}$; যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। [ঢা. বো. ন. প্র. '১৫]

ক. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ৪

গ. $\frac{2x}{1 + x^2} + \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{1}{x}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $\frac{1}{x}(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) = 1$ [মান বসিয়ে]

$\therefore \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = x$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই,

$\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = x$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2 = x^2$

বা, $\left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = x^2$

বা, $\left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = x^2$

বা, $\frac{(1+ \cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)(1 + \cos\theta)}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta + 1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta - 1 + \cos\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ [যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

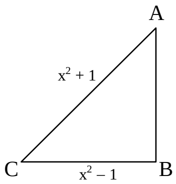
বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ $\therefore \sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'খ' হতে পাই, $\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

ΔABC এ $AB = \sqrt{(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2} = 2x$

$\sin\theta = \frac{2x}{1 + x^2}$

$\cos\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$



দেওয়া আছে, $\frac{2x}{1 + x^2} + \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta - \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos\theta - \cos^2\theta = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta.1. + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos45°$

$\therefore \theta = 45°$

নির্ণেয় θ এর মান 45°

প্রশ্ন–৬ ▸ $\cot\alpha = -1$, যেখানে $\pi < \alpha < 2\pi$ এবং $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, যেখানে $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$.

ক. α এবং θ কোন কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত ব্যাখ্যা কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$ সমীকরণ হতে θ এর মান বের কর। ৪

গ. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘন্টায় 5 কি.মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে $(\alpha - \theta)$ কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\cot\alpha = -1$, $\pi < \alpha < 2\pi$

এবং $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$

যেহেতু $\cot\alpha$ ঋণাত্মক এবং $\pi < \alpha < 2\pi$

$\therefore$ α চতুর্থ চতুর্থভাগে অবস্থিত।

$\sin\theta$ ঋণাত্মক এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\therefore$ θ তৃতীয় চতুর্থভাগে অবস্থিত।

খ. $\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$

বা, $\cot^2\theta + 1 + \cot^2\theta = 3$

বা, $2\cot^2\theta = 2$

বা, $\cot^2\theta = 1$

বা, $\cot\theta = \pm 1$

হয়, $\cot\theta = 1$ অথবা, $\cot\theta = -1$

বা, $\cot\theta = \cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\theta = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$ বা, $\cot\theta = -\cot\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

বা, $\theta = \pi + \frac{\pi}{4}$ [যেহেতু $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{3}$]

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{4}$ বা, $\theta = \pi - \frac{\pi}{4}$

নির্ণেয় মান $\theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ $\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}$

গ. দেওয়া আছে, $\cot\alpha = -1$; $\pi < \alpha < 2\pi$

বা, $\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\alpha = -\cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

বা, $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{4}$

$\therefore \alpha = \frac{7\pi}{4}$

এবং $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$

বা, $\sin\theta = -\sin\frac{\pi}{3}$

বা, $\sin\theta = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

$\theta = \pi + \frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{4\pi}{3}$

লোকটি 1 ঘণ্টায় যায় 5 কি. মি.

বা, 60×60 সেকেন্ডে যায় 5000 মিটার

$\therefore$ 1 সেকেন্ডে যায় $\frac{5000}{60 \times 60}$ মিটার

$\therefore$ 36 সেকেন্ডে যায় $\frac{5000 \times 36}{60 \times 60}$ মিটার

= 50 মিটার

অর্থাৎ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, S = 50 মিটার

কোণ, $\alpha - \theta = \frac{7\pi}{4} - \frac{4\pi}{3} = \frac{21\pi - 16\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

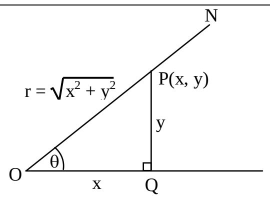
আমরা জানি, ব্যাসার্ধ r হলে,

$S = r\theta$

বা, $r = \frac{S}{\theta} = 50 \div \frac{5\pi}{12} = \frac{50 \times 12}{5\pi} = \frac{120}{\pi}$

$\therefore$ ব্যাস $= 2r = \frac{120}{\pi} \times 2 = \frac{240}{\pi} = 76.39$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸



ক. θ কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ এবং $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ ৪

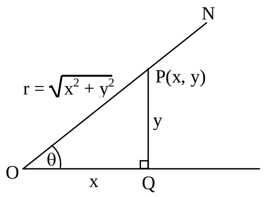
গ. $\frac{y}{r} + \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{r} = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. আমরা জানি, $1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$\therefore \theta° = \frac{\pi\theta}{180}$ রেডিয়ান

খ. মনে করি, ON রশ্মি ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে আবর্তনের ফলে θ কোণ উৎপন্ন করে। যে কোণ θ কোণের প্রমিত বা আদর্শ অবস্থান ON রশ্মির (যেকোনো চতুর্ভাগে থাকতে পারে।) ON রশ্মির উপর P বিন্দুর অবস্থান P(x, y) হলে আমরা পাই, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (POQ সমকোণী ত্রিভুজ এবং OP = r অতিভুজ)।



বা, $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore$ $x^2 \leq r^2$ এবং $y^2 \leq r^2$

বা, $|x|^2 \leq r^2$ এবং $|y|^2 \leq r^2$

বা, $|x| \leq r$ এবং $|y| \leq r$

বা, $-r \leq x \leq r$ এবং $-r \leq y \leq r$

বা, $-1 \leq \frac{x}{r} \leq 1$ এবং $-1 \leq \frac{y}{r} \leq 1$.......... (i)

এখন, POQ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$\sin\theta = \frac{y}{r}, \cos\theta = \frac{x}{r}$................................ (ii)

এখন সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাওয়া যায় $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ এবং $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

সুতরাং sinθ ও cosθ এর মান –1 অপেক্ষা ছোট এবং + 1 বড় নয়।

গ. দেওয়া আছে, $\frac{y}{r} + \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{r} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ $[\because x = \sqrt{r^2 - y^2}]$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $-2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta.1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$

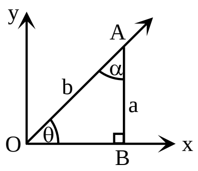
বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos45°$

$\therefore \theta = 45°$

নির্ণেয় θ এর মান 45°।

প্রশ্ন–৮ ▸



ক. cotθ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a = 1, b = \sqrt{2}$ হলে দেখাও যে, $(\sec\theta - \cos\alpha)(\text{cosec}\theta - \sin\alpha)(\tan\theta + \cot\alpha) = 1$ ৪

গ. $\frac{\sqrt{3}a}{b} + \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} = 2$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, AB = a, AO = b

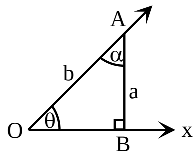
সমকোণী ত্রিভুজ ΔAOB–এ, $AO^2 = AB^2 + OB^2$

বা, $OB^2 = AO^2 - AB^2$

$= b^2 - a^2$

$\therefore OB = \sqrt{b^2 - a^2}$

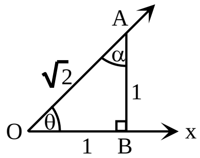
$\therefore \cot\theta = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}$ **(Ans.)**



খ. দেওয়া আছে, $a = 1, b = \sqrt{2}$

$\therefore AO = \sqrt{2}, AB = 1$

$\therefore OB = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sqrt{1} = 1$



$\therefore \sec\theta = \frac{OA}{OB}, \text{cosec}\theta = \frac{OA}{AB}$ এবং $\tan\theta = \frac{AB}{OB}$

$= \frac{\sqrt{2}}{1} \qquad = \frac{\sqrt{2}}{1} \qquad = \frac{1}{1}$

$= \sqrt{2} \qquad = \sqrt{2} \qquad = 1$

$\cos\alpha = \frac{AB}{OA}, \quad \sin\alpha = \frac{OB}{OA}$ এবং $\cot\alpha = \frac{AB}{OB}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad = \frac{1}{1} = 1$

বামপক্ষ $= (\sec\theta - \cos\alpha)(\text{cosec}\theta - \sin\alpha)(\tan\theta + \cot\alpha)$

$= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1 + 1)$

$= \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}} \times 2$

$= 1$ = ডানপক্ষ

$(\sec\theta - \cos\alpha)(\text{cosec}\theta - \sin\alpha)(\tan\theta + \cot\alpha) = 1$ **(দেখানো হলো)**

গ. এখানে $\sin\theta = \frac{AB}{OA} = \frac{a}{b}$

এবং $\cos\theta = \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$

দেওয়া আছে, $\frac{\sqrt{3}a}{b} + \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} = 2$

বা, $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta = 2$

বা, $(\sqrt{3}\sin\theta)^2 = (2 - \cos\theta)^3$ [বর্গ করে]

বা, $3\sin^2\theta = 4 - 2.2\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $3(1 - 3\cos^2\theta) = 4 - 4\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $3 - 3\cos^2\theta = 4 - 4\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $-4\cos^2\theta + 4\cos\theta - 1 = 0$

বা, $4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(2\cos\theta)^2 - 2.2\cos\theta.1 + 1^2 = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)^2 = 0$

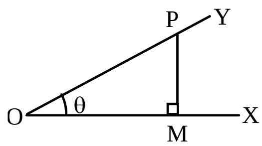
বা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos60°$

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৯ ▸ চিত্রে OM = 4 একক এবং PM = 3 একক।



ক. যদি $\theta = \frac{\pi^c}{12}$ হয়, তবে $\tan\theta \tan5\theta \tan7\theta \tan11\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\tan\theta = \frac{PM}{OM}$ এবং tanθ ঋণাত্মক হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{(1 + \sin\theta)\sec\theta} = \frac{14}{5}$ ৪

গ. চিত্রে PM ⊥ OM এবং $\frac{OP^2}{OM^2} + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2 = \frac{5}{3}$ কে θ কোণের সাপেক্ষে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রকাশ করে গঠিত সমীকরণ সমাধান কর। যেখানে $\frac{3\pi^c}{2} \le \theta \le \frac{5\pi^c}{2}$ ৪

▸◂ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi^c}{12}$

$\therefore \tan\theta \tan5\theta \tan7\theta \tan 11\theta$

$= \tan\frac{\pi^c}{12} \tan\frac{5\pi^c}{12} \tan\frac{7\pi^c}{12} \tan\frac{11\pi^c}{12}$

$= \tan\frac{\pi^c}{12} \tan\frac{5\pi^c}{12} \tan\left(\pi^c - \frac{5\pi^c}{12}\right) \tan\left(\pi^c - \frac{\pi^c}{12}\right)$

$= \tan\frac{\pi^c}{12} \tan\frac{5\pi^c}{12} \left(-\tan\frac{5\pi^c}{12}\right)\left(-\tan\frac{\pi^c}{12}\right)$

$= \tan^2\frac{\pi^c}{12} \tan^2\frac{5\pi^c}{12} = \tan^2\frac{\pi^c}{12}\left\{\tan\left(\frac{\pi^c}{2} - \frac{\pi^c}{12}\right)\right\}^2$

$= \tan^2\frac{\pi^c}{12} .\cot^2\frac{\pi^c}{12}$

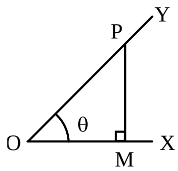
$= 1 \qquad \left[\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}\right]$

নির্ণেয় মান 1

খ. দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{PM}{OM}$

$\therefore \tan\theta = \frac{3}{4}$ [চিত্র থেকে]

ΔPOM সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,



$OP^2 = OM^2 + PM^2$
$= 4^2 + 3^2$
$= 25$

$\therefore OP = \pm 5$

যেহেতু, $\sin\theta$ ঋণাত্মক হবে সেহেতু, $OP = -5$

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$ এবং $\cos\theta = -\frac{4}{5}$

$\therefore \sec\theta = -\frac{5}{4}$

এখন, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{(1 + \sin\theta)\sec\theta} = \frac{-\frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)}{\left(1 - \frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{4}\right)} = \frac{\frac{-3-4}{5}}{\frac{2}{5}\left(-\frac{5}{4}\right)} = \frac{-\frac{7}{5}}{-\frac{1}{2}} = \frac{14}{5}$

$\therefore \frac{\sin\theta + \cos\theta}{(1 + \sin\theta)\sec\theta} = \frac{14}{5}$ (প্রমাণিত)

গ. চিত্রে $PM \perp OM$

$\therefore$ POM একটি সমকোণী ত্রিভুজ। OP উহার অতিভুজ।

দেওয়া আছে, $\frac{OP^2}{OM^2} + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2 = \frac{5}{3}$

বা, $\left(\frac{OP}{OM}\right)^2 + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2 = \frac{5}{3}$

বা, $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$ [চিত্র থেকে]

বা, $1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$ [$\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$]

বা, $2\tan^2\theta = \frac{5}{3} - 1$

বা, $2\tan^2\theta = \frac{5-3}{3}$

বা, $2\tan^2\theta = \frac{2}{3}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

বা, $\tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

হয়, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$= \tan\frac{\pi^c}{6}$
$= \tan\left(2\pi^c + \frac{\pi^c}{6}\right)$
$= \tan\frac{13\pi^c}{6}$

$\therefore \theta = \frac{13\pi^c}{6}$

অথবা, $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
$= -\tan\frac{\pi^c}{6} = \tan\left(2\pi^c - \frac{\pi^c}{6}\right)$
$= \tan\frac{11\pi^c}{6}$

$\therefore \theta = \frac{11\pi^c}{6}$

θ এর মান $\frac{3\pi^c}{2} \le \theta \le \frac{5\pi^c}{2}$ শর্ত সিদ্ধ করে।

নির্ণেয় θ এর মান $\frac{11\pi^c}{6}$ ও $\frac{13\pi^c}{6}$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১০ ▸ নিচের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো লক্ষ কর :

$\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$, $\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)$, $\cot(18\pi \pm \theta)$, $\cos(11\pi \pm \theta)$

ক. প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির মান নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম ও ৩য় রাশির গুণফলকে $3 + \tan^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ দ্বারা ভাগ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর, $\frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)}{\cos(11\pi \pm \theta)} = \frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(18\pi - \theta)}$ ৪

▸◂ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রথম রাশি $= \sec\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sec\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = -\text{cosec}\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$

দ্বিতীয় রাশি $= \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{2\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান : $-\sqrt{2}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$

খ. $\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right) \times \text{cosec}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

$= \sec\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \times \text{cosec}\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

$= \left(-\text{cosec}\frac{\pi}{4}\right) \times \left(-\sec\frac{\pi}{4}\right)$

$= (-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2}) = 2$

শর্তানুসারে, $\dfrac{\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right) . \operatorname{cosec}\left(\frac{5\pi}{4}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = \dfrac{(-\sqrt{2}) . (-\sqrt{2})}{1 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \dfrac{2}{1 + \frac{1}{3}} = \dfrac{2}{\frac{3+1}{3}} = \dfrac{2}{\frac{4}{3}} = 2 \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{2}$

নির্ণেয় মান $\dfrac{3}{2}$

গ. এখানে, $\tan\left(17 \cdot \frac{\pi}{2} + \theta\right)$ এক্ষেত্রে $n = 17$ বিজোড় সংখ্যা।

তাই tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে।

$\left(17 \cdot \frac{\pi}{2} + \theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে। ফলে tan ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \tan\left(17 \cdot \frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

আবার, $\cot(18\pi - \theta)$

এক্ষেত্রে $n = 18$ যা জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে।

$\left(36 \cdot \frac{\pi}{2} - \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cot ঋণাত্মক হবে।

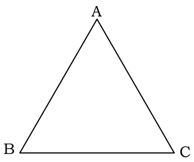
$\therefore \cot(18\pi - \theta) = -\cot\theta$

বামপক্ষ $= \dfrac{\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)}{\cos(11\pi \pm \theta)} = \dfrac{-\cos\theta}{-\cos\theta} = 1$

ডানপক্ষ $= \dfrac{\tan\left(\frac{17\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(18\pi - \theta)} = \dfrac{-\cot\theta}{-\cot\theta} = 1$

$\therefore \dfrac{\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)}{\cos(11\pi \pm \theta)} = \dfrac{\tan\left(\frac{17\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(18\pi - \theta)}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১১ ▸



ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos 2A = -\dfrac{1}{2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos 2B = \cos^2 A - \sin^2 B = 2\cos^2 C - 1$ ৪

গ. প্রমাণ কর, $2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 B = \dfrac{1 - \tan^2 C}{1 + \tan^2 C}$ ৪

▸◂ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজ,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \dfrac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \cos 2A = \cos\dfrac{2\pi}{3}$

$= \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{6}\right)$

$= -\sin\dfrac{\pi}{6}$

$= -\dfrac{1}{2} =$ ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

খ. দেওয়া আছে,

$\angle A = \angle B = \angle C = \dfrac{\pi}{3}$

প্রথম অংশ $= \cos 2B = \cos\dfrac{2\pi}{3} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{6}\right)$

$= -\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{1}{2}$

দ্বিতীয় অংশ $= \cos^2 A - \sin^2 B$

$= \left(\cos\dfrac{\pi}{3}\right)^2 - \left(\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^2$

$= \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{1-3}{4} = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

তৃতীয় অংশ $= 2\cos^2 C - 1$

$= 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3}\right)^2 - 1 = 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 1$

$= \dfrac{2}{4} - 1 = \dfrac{1}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2}$

$\cos 2B = \cos^2 A - \sin^2 B = 2\cos^2 C - 1$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে,

$\angle A = \angle B = \angle C = \dfrac{\pi}{3}$

১ম অংশ $= 2\cos^2 A - 1 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3}\right)^2 - 1$

$= 2 \times \dfrac{1}{4} - 1 = \dfrac{1}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2}$

২য় অংশ $= 1 - 2\sin^2 B = 1 - 2\left(\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^2$

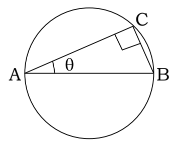
$= 1 - 2 \times \dfrac{(\sqrt{3})^2}{4} = 1 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{2-3}{2} = -\dfrac{1}{2}$

৩য় অংশ $= \dfrac{1 - \tan^2 C}{1 + \tan^2 C} = \dfrac{1 - \left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2}{1 + \left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2}$

$= \dfrac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2} = \dfrac{1-3}{1+3} = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 B = \dfrac{1 - \tan^2 C}{1 + \tan^2 C}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১২ ▸



ক. চিত্রে ΔABC-এ $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ হলে θ-এর মান কত? ২

খ. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $\sin\dfrac{A+B}{2} + \tan\dfrac{A+B}{2} = \cos\dfrac{C}{2}\left(1 + \operatorname{cosec}\dfrac{C}{2}\right)$ ৪

গ. $\dfrac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\left(\theta < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ হলে দেখাও যে, 'ক' থেকে প্রাপ্ত θ-এর মান অপরিবর্তিত থাকবে। ৪

▸◂ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

নির্ণেয় θ এর মান $\frac{\pi}{6}$

খ. বামপক্ষ $= \sin\frac{A+B}{2} + \tan\frac{A+B}{2}$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)$ $[\because A + B + C = \pi]$

$= \cos\frac{C}{2} + \cot\frac{C}{2}$

$= \cos\frac{C}{2} + \frac{\cos\frac{C}{2}}{\sin\frac{C}{2}} = \cos\frac{C}{2}\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{C}{2}}\right)$

$= \cos\frac{C}{2}\left(1 + \text{cosec}\frac{C}{2}\right)$ = ডানপক্ষ

$\sin\frac{A+B}{2} + \tan\frac{A+B}{2} = \cos\frac{C}{2}\left(1 + \text{cosec}\frac{C}{2}\right)$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $\frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $(1 + \sin\theta)^2 = (\sqrt{3}\cos\theta)^2$

বা, $1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta - 3\cos^2\theta = 0$

বা, $1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta - 3 + 3\sin^2\theta = 0$

বা, $4\sin^2\theta + 2\sin\theta - 2 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + 2\sin\theta - \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta + 1) - 1(\sin\theta + 1) = 0$

বা, $(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin\theta + 1 = 0$

বা, $\sin\theta = -1$

কিন্তু $\theta < \theta < \frac{\pi}{2}$ এর জন্য $\sin\theta = -1$ গ্রহণযোগ্য নয়।

অথবা,

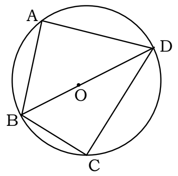
$2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ যা 'ক' হতে প্রাপ্ত θ এর সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–১৩ ▸



ক. $\sin\frac{1}{2}(A + C)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = \tan A + \tan B + \tan C + \tan D$ ৪

গ. বৃত্তটিকে BD-এর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উপরিউক্ত চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং এর ব্যাস BD = 10 সে.মি.

$\therefore \angle A + \angle C = 180°$ এবং $\angle B + \angle D = 180°$

$\therefore \sin\frac{1}{2}(A + C) = \sin\frac{1}{2}(180°) = \sin 90° = 1$ **(Ans.)**

খ. বামপক্ষ $= \cos A + \cos B + \cos C + \cos D$

$= \cos(180° - C) + \cos(180° - D) + \cos C + \cos D$

$= -\cos C - \cos D + \text{Cos}C + \text{Cos}D = 0$

ডানপক্ষ $= \tan A + \tan B + \tan C + \tan D.$

$= \tan(180° - C) + \tan(180° - D) + \tan C + \tan D$

$= -\tan C - \tan D + \tan C + \tan D = 0$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ. বৃত্তটির BD-এর চতুর্দিকে ঘুরালে একটি গোলক উৎপন্ন হবে।

এর ব্যাসার্ধ $r = \frac{BD}{2} = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি.

গোলকটির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

$= 4 \times 3.1416 \times 25$ বর্গ সে.মি.

= 314.16 বর্গ সে.মি.

গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.= 523.6 ঘন সে.মি.

নির্ণেয় গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 314.16 বর্গ সে.মি. ও আয়তন 523.6 ঘন সে.মি.

প্রশ্ন–১৪ ▸ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

(i) $3 \text{ cosec } \theta - 4 \sec \theta = 0$

(ii) $\sec x + \tan x = \sqrt{3}$; $0 \le x \le 2\pi$

ক. $\tan \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos \theta$ ঋণাত্মক হলে দেখাও যে, $\frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta} = \frac{7}{10}$ ৪

গ. x এর সম্ভাব্য মানগুলো নির্ণয় কর। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $3\text{cosec}\theta - 4\sec\theta = 0$

বা, $3 \text{ cosec } \theta = 4\sec\theta$

বা, $\frac{3}{\sin\theta} = \frac{4}{\cos\theta}$

বা, $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$

$\therefore \tan \theta = \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হওয়ায় θ কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

অর্থাৎ $\tan\theta = \frac{3}{4} = \frac{-3}{-4} = \frac{y}{x}$

$\therefore x = -4, y = -3$

$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore \sin \theta = \frac{-y}{r} = \frac{3}{5}$

$\cos \theta = \frac{-x}{r} = \frac{4}{5}$ এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{5}{4}$

বামপক্ষ $= \frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$

$[\because \cos(-\theta) = \cos \theta, \sec(-\theta) = \sec\theta]$

$= \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{\frac{5}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3+4}{5}}{\frac{5+3}{4}} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{8}{4}} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{8} = \frac{7}{10}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $\sec x + \tan x = \sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3}$

বা, $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \sqrt{3}$

বা, $1 + \sin x = \sqrt{3} \cos x$

বা, $(1 + \sin x)^2 = (\sqrt{3} \cos x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \sin^2 x + 2 \sin x = 3 \cos^2 x$

বা, $1 + \sin^2 x + 2\sin x = 3(1 - \sin^2 x)$

বা, $1 + \sin^2 x + 2 \sin x - 3 + 3 \sin^2 x = 0$

বা, $4\sin^2 x + 2 \sin x - 2 = 0$

বা, $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2 \sin^2 x + 2\sin x - \sin x - 1 = 0$

বা, $2\sin x (\sin x + 1) - 1 (\sin x + 1) = 0$

বা, $(\sin x + 1)(2 \sin x - 1) = 0$

$\therefore$ হয়, $\sin x + 1 = 0$ অথবা $2\sin x - 1 = 0$

বা, $\sin x = -1$ বা, $2\sin x = 1$

কিন্তু ইহা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ বা, $\sin x = \frac{1}{2}$

sin x এর মান 0 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর

এবং 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না। বা, $\sin x = \sin 30°$

$\therefore x = 30°$

নির্ণেয় মান 30°

প্রশ্ন–১৫ ▸ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মাধ্যমে বর্ণিত সমীকরণ : $\tan \theta = \frac{5}{12}$

ক. $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sin\theta$ এর $\cos\theta$ এর মানসমূহ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sin\theta$ ঋণাত্মক হলে দেখাও যে, $\frac{-\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan(-\theta)} = \frac{34}{39}$ ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta = 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2$ $\left[\because \tan\theta = \frac{5}{12}\right]$

$= 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144}$

$\therefore \sec\theta = \pm\sqrt{\frac{169}{144}} = \pm\frac{13}{12}$ **(Ans.)**

খ. $\sec\theta = \frac{13}{12}$ হলে, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = \frac{12}{13}$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12} \cdot \cos\theta = \frac{5}{12} \cdot \frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

আবার, $\sec\theta = -\frac{13}{12}$ হলে, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = -\frac{12}{13}$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12} \cos\theta = \frac{5}{12}\left(\frac{-12}{13}\right) = \frac{-5}{13}$

$\therefore \sin\theta$ এর সম্ভাব্য মানসমূহ হল $\frac{5}{13}$ ও $\frac{-5}{13}$

এবং $\cos\theta$ এর সম্ভাব্য মান $\frac{12}{13}$ ও $\frac{-12}{13}$ **(Ans.)**

গ. প্রশ্নমতে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক হওয়ায় θ কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

$\therefore \cos\theta$ ও $\sec\theta$ ঋণাত্মক হবে।

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{-\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan(-\theta)} = \frac{-(-\sin\theta) + \cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$

$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{-\frac{5}{13} + \frac{-12}{13}}{-\frac{13}{12} - \frac{5}{12}} = \frac{\frac{-5-12}{13}}{\frac{-13-5}{12}}$

$= \frac{\frac{-17}{13}}{\frac{-18}{12}} = -\frac{17}{13} \times \left(-\frac{12}{18}\right) = \frac{34}{39} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{-\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan(-\theta)} = \frac{34}{39}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–১৬ ▸ $X = a - b\operatorname{cosec}\theta$ যেখানে $a > b > 0$, $A = \frac{x\sin\theta + y^2\cos\theta}{x^2\sin\theta - y\cos\theta}$ এবং $B = 2(\sin\theta\cos\theta + \sqrt{3}) - (\sqrt{3}\cos\theta + 4\sin\theta)$ হলো তিনটি রাশি।

ক. $X = 0$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x\cos\theta - y\sin\theta = 0$ হলে A রাশির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $B = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। এখানে $0° < \theta < 2\pi$ ৪

▸◂ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $X = a - b\operatorname{cosec}\theta$ এবং $X = 0$

সুতরাং $a - b\operatorname{cosec}\theta = 0$

বা, $b\operatorname{cosec}\theta = a$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b}$

$\therefore \sin\theta = \frac{b}{a}$ ....(i)

$\therefore \cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ....(ii)

এখন, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$\therefore \tan\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x\cos\theta - y\sin\theta = 0$

বা, $x\cos\theta = y\sin\theta$

$\therefore \cos\theta = \frac{y}{x}\sin\theta$

এখন $A = \frac{x\sin\theta + y^2\cos\theta}{x^2\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x\sin\theta + y^2 \cdot \frac{y}{x}\sin\theta}{x^2\sin\theta - y \cdot \frac{y}{x}\sin\theta}$

$= \frac{\sin\theta\left(x + \frac{y^3}{x}\right)}{\sin\theta\left(x^2 - \frac{y^2}{x}\right)} = \frac{\frac{x^2 + y^3}{x}}{\frac{x^3 - y^2}{x}} = \frac{x^2 + y^2}{x^3 - y^2}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $B = 2(\sin\theta\cos\theta + \sqrt{3}) - (\sqrt{3}\cos\theta + 4\sin\theta)$

যেহেতু $B = 0$

বা, $2(\sin\theta\cos\theta + \sqrt{3}) - (\sqrt{3}\cos\theta + 4\sin\theta) = 0$

বা, $2\sin\theta\cos\theta + 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\cos\theta - 4\sin\theta = 0$

বা, $\cos\theta(2\sin\theta - \sqrt{3}) - 2(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

বা, $(\cos\theta - 2)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

কিন্তু $\cos\theta - 2 \neq 0$

$\therefore 2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta = \sqrt{3}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

নির্ণেয় θ এর মান $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

প্রশ্ন–১৭ ▸ a) $\cot\theta = \sqrt{2} + 1$

b) $2(\sin\theta\cos\theta + \sqrt{3}) = \sqrt{3}\cos\theta + 4\sin\theta$ (θ সূক্ষ্মকোণ)

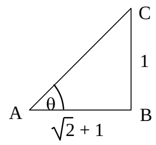
ক. (a) নং সমীকরণ থেকে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (a) নং সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

গ. (b) নং সমীকরণের সমাধান কর। ৪

▸◂ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\cot\theta = \sqrt{2} + 1$



যেহেতু $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

$\therefore AB = \sqrt{2} + 1$

এবং $BC = 1$

অতিভুজ $AC = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2 + 1^2} = \sqrt{2 + 2\sqrt{2} + 1 + 1}$

$= \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

$\therefore \sin\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে,

$\cot\theta = \sqrt{2} + 1$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{2} + 1$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\sin\theta$

[$(\sqrt{2} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1\}\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = (2 - 1)\sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = \sin\theta + \cos\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

গ. পাঠ্য বই পৃষ্ঠা–১৭১ এর অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–১৮ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = X$

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. দেখাও যে, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ৪

গ. যদি $x = \sqrt{3}$ এবং $0° \leq \theta \leq 180°$ হয় তবে θ এর মান

নির্ণয় কর। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = x(\sec\theta - \tan\theta)$

বা, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = x(\sec\theta - \tan\theta)$

বা, $1 = x(\sec\theta - \tan\theta)$

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

বা, $\left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = x^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

$\therefore \text{cosec}\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'খ' হতে পাই,

$\text{cosec}\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1}$ $[\because x = \sqrt{3}]$

$= \frac{3 + 1}{3 - 1} = \frac{4}{2}$

বা, $\text{cosec}\theta = 2$

বা, $\text{cosec}\theta = \text{cosec}30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$

আবার, $\text{cosec}\theta = 2$

বা, $\text{cosec}\theta = \text{cosec}(90^\circ + 60^\circ)$

বা, $\text{cosec}\theta = \text{cosec}150^\circ$

$\therefore \theta = 150^\circ$

নির্ণেয় θ এর মান $30^\circ, 150^\circ$

প্রশ্ন–১৯ ▸ $\cot\theta + \text{cosec}\theta = \sqrt{3}$ **এবং** $\cot^2\alpha + \text{cosec}^2\alpha = 3$

ক. $\text{cosec}\theta - \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যখন $0^\circ < \alpha < 2\pi$ তখন α এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\cot\theta + \text{cosec}\theta = \sqrt{3}$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta)(\text{cosec}\theta - \cot\theta) = \sqrt{3}(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$

বা, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \sqrt{3}(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$

বা, $1 = \sqrt{3}(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$

$\therefore \text{cosec}\theta - \cot\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $\cot\theta + \text{cosec}\theta = \sqrt{3}$

বা, $\text{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}$ ....(i)

'ক' থেকে পাই, $\text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2\text{cosec}\theta = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $2\text{cosec}\theta = \frac{(\sqrt{3})^2 + 1}{\sqrt{3}}$

বা, $2\text{cosec}\theta = \frac{3 + 1}{\sqrt{3}}$

বা, $2\text{cosec}\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\text{cosec}\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{3}{4}$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \cos^2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\cos^2\theta = 1 - \frac{3}{4}$

বা, $\cos^2\theta = \frac{4 - 3}{4}$

বা, $\cos^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \cos\theta = \pm\frac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $\cot^2\alpha + \text{cosec}^2\alpha = 3$

বা, $\cot^2\alpha + \cot^2\alpha + 1 = 3$

বা, $2\cot^2\alpha = 3 - 1$

বা, $2\cot^2\alpha = 2$

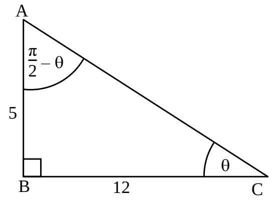
বা, $\cot^2\alpha = 1$

$\therefore \cot\alpha = \pm 1$

$\therefore \alpha = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ **(Ans.)**

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২০ ▸



ক. $2{\cdot}0071^C$ কে ডিগ্রীতে প্রকাশ কর। ২

খ. সকল অনুপাতের মানকে ধনাত্মক বিবেচনায় নিয়ে উদ্দীপকের ভিত্তিতে $\frac{\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. নিজস্ব চিত্র ব্যবহার করে এর A চিহ্নিত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর। ৪

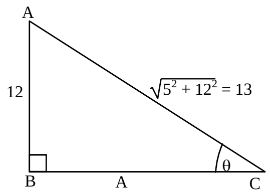
২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $2{\cdot}0071^C$

$= 2{\cdot}0071 \times \frac{180°}{\pi}$ $\left[\text{কেননা } 1^c = \frac{180°}{\pi}\right]$

$= 114{\cdot}998° = 115°$ (প্রায়)

খ. চিত্র হতে,



$\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$

$\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$

$\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$

এখন, $\frac{\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{-\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$

$= \frac{-\frac{5}{13} + \frac{12}{13}}{\frac{13}{12} + \frac{5}{12}} = \frac{\frac{7}{13}}{\frac{18}{12}}$

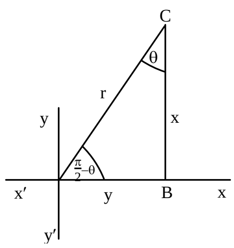
$= \frac{7}{13} \times \frac{2}{18} = \frac{14}{39}$ **(Ans.)**

গ. ΔABC এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{x}{r} = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{y}{r} = \cos\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{x}{y} = \cos\theta$



একইভাবে, $\text{cosec}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$, $\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \text{cosec}\theta$

এবং $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–২১ ▸ **$A = 1 - \sin\theta$, $B = \sec\theta - \tan\theta$ এবং $C = 1 + \sin\theta$,**

ক. দেখাও যে, $B = A\sec\theta$. ২

খ. $B = (\sqrt{3})^{-1}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AC^{-1} = B^2$. ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = 1 - \sin\theta$

$B = \sec\theta - \tan\theta$

$= \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta} = (1 - \sin\theta) . \frac{1}{\cos\theta}$

$= A . \sec\theta$ $[\because A = 1 - \sin\theta]$

$\therefore B = A . \sec\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ. দেওয়া আছে,

$A = 1 - \sin\theta$

$B = (\sqrt{3})^{-1}$

বা, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $[\because B = \sec\theta - \tan\theta]$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}(1 - \sin\theta) = \cos\theta$

বা, $3(1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$ [বর্গ করে]

বা, $3 - 6\sin\theta + 3\sin^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

বা, $4\sin^2\theta - 6\sin\theta + 2 = 0$

বা, $2\sin\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta - \sin\theta + 1 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) - 1(\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(\sin\theta - 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin\theta = 1 = \sin\frac{\pi}{2}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$ [এটি গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]

অথবা, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{3}$

গ. বামপক্ষ $= AC^{-1}$

$= \frac{A}{C} = \frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$ [$\because$ $A = 1 - \sin\theta$ এবং $1 + \sin\theta$]

$= \frac{(1 - \sin\theta)(1 - \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = \frac{(1 - \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}$

$= \frac{(1 - \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \left(\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = (\sec\theta - \tan\theta)^2$

$= B^2$ $[\because B = \sec\theta - \tan\theta]$

= ডানপক্ষ

$\therefore AC^{-1} = B^2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–২২ ▸ $\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক।

ক. $\sec\theta$ এর মান কত? ২

খ. $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^{\frac{1}{2}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

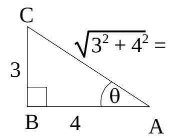
গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{14}{5}$ ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক

আমরা জানি, $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{-\frac{AB}{AC}}$ [যেহেতু, $\cos\theta$ ঋণাত্মক]

$= -\frac{AC}{AB} = \frac{-5}{4}$



$\therefore \sec\theta = \frac{-5}{4}$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে, $\sin\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{-3}{5}$

[যেহেতু, $\tan\theta$ ধনাত্মক, তাই $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ উভয়েই ঋণাত্মক হবে]

আমরা জানি, $\text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\frac{-3}{5}} = \frac{-5}{3}$

আবার, $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

সুতরাং $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\text{cosec}\theta - \cot\theta}$

$= \sqrt{\frac{-5}{3} - \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{-5-4}{3}}$

$= \sqrt{\frac{-9}{3}} = \sqrt{-3}$ **(Ans.)**

গ. 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

$\cos\theta = -\frac{4}{5}, \sec\theta = -\frac{5}{4}, \sin\theta = -\frac{3}{5}$ এবং $\tan = \frac{3}{4}$

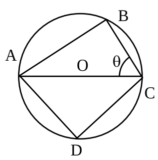
সুতরাং, $\frac{\sin\theta + \cos\theta(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}$

$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ [$\because \cos(-\theta) = \cos\theta, \sec(-\theta) = \sec\theta$]

$= \frac{-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}}{-\frac{5}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{-3-4}{5}}{\frac{-5+3}{4}} = \frac{\frac{-7}{5}}{\frac{-2}{4}} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{2} = \frac{14}{3}$

$\therefore \frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{14}{5}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–২৩ ▸



চিত্রে $AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$

ক. চিত্রে O, বৃত্তের কেন্দ্র হলে $\angle B$ এর বৃত্তীয়মান এবং AC নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ ৪

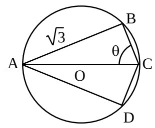
গ. $\sec\theta + \cos\theta = P$ হলে, P এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রে $\angle B = 90°$

আমরা জানি, $1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$\therefore 90° = \left(\frac{\pi}{180} \times 90\right)$ রেডিয়ান



$= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান

$\therefore \angle B$ এর বৃত্তীয়মান $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান। **(Ans.)**

আবার, ΔABC-এ $\angle B = 90°$

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

বা, $AC^2 = 3 + 1$

বা, $AC^2 = 4$

$\therefore AC = 2$ একক **(Ans.)**

খ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

$\therefore \angle A + \angle C = 180°$

এবং $\angle B + \angle D = 180°$

এখন, বামপক্ষ $= \cos A + \cos B + \cos C + \cos D$

$= \cos A + \cos(180° - D) + \cos(180° - A) + \cos D$

$= \cos A + \cos(2 \times 90° - D) + \cos(2 \times 90° - A) + \cos D$

$= \cos A - \cos D - \cos A + \cos D$ [$\because$ ২য় চতুর্ভাগে cos ঋণাত্মক]

$= 0 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $\sec\theta + \cos\theta = P$ .... (i)

এখানে, $\sec\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$ [$\because AC = 2$ এবং $BC = 1$]

আবার, $\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\sec\theta$ এবং $\cos\theta$ এর মান (i) –এ বসিয়ে পাই,

$2 + \frac{1}{2} = P$

বা, $\frac{4+1}{2} = P$ বা, $P = \frac{5}{2}$

নির্ণেয় P এর মান $\frac{5}{2}$

এখন, (i) থেকে, $\sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1 + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$

বা, $2\cos^2\theta + 2 = 5\cos\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 2) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$ $\therefore \cos\theta = 2$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ কিন্তু $\cos\theta \neq 2$

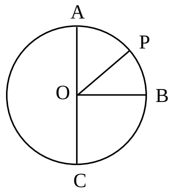
বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \frac{\pi}{3}$

কারণ, $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।

প্রশ্ন–২৪ ▸



ক. OB = PB হলে প্রমাণ কর যে, ∠POB একটি ধ্রুব কোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PB = OB ∠POB ৪

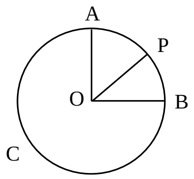
গ. যদি ∠POB = θ হয়, $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং cosθ ঋণাত্মক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta} = \frac{51}{26}$ ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চাপ AB = পরিধির এক–চতুর্থাংশ $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$

এবং চাপ PB = ব্যাসার্ধ r [∠POB = এক রেডিয়ান]

আমরা জানি, বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।



$\frac{\angle POB}{\angle AOB} = \frac{\text{চাপ } PB}{\text{চাপ } AB}$

$\therefore \angle POB = \frac{\text{চাপ } PB}{\text{চাপ } AB} \times \angle AOB = \frac{r}{\frac{\pi r}{2}} \times$ এক সমকোণ

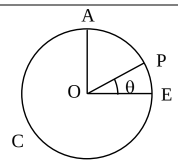
[OA ব্যাসার্ধ এবং OB এর উপর লম্ব $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ]

যেহেতু সমেকাণ ও π ধ্রুবক সেহেতু ∠POB একটি ধ্রুবক কোণ।

(প্রমাণিত)

খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ OB = r একক, চাপ PB = S একক এবং PB চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ $POB = \theta^c$।

প্রমাণ করতে হবে যে, PB = OB. ∠ POB.



অঙ্কন : B কে কেন্দ্র করে OB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BA চাপ আঁকি যা পরিধিকে A বিন্দুতে ছেদ করে। O, A যোগ করি।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে $\angle AOB = 1^c$

আমরা জানি, কোনো বৃত্তচাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

$\frac{\text{চাপ } PB}{\text{চাপ } AB} = \frac{\angle POB}{\angle AOB}$

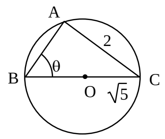
বা, $\frac{S \text{ একক}}{r \text{ একক}} = \frac{\angle POB}{1^c}$

বা, $\frac{PB}{OB} = \angle POB$

$\therefore PB = OB\ \angle POB$ (প্রমাণিত)

গ. পাঠ্যবই অনুশীলনী ৮·৩ পৃষ্ঠা– ১৭৩এর উদাহরণ–১৫ দেখ।

প্রশ্ন–২৫ ▸



ক. চিত্রে ব্যাস $BC = \sqrt{5}$ এবং AC = 2 হলে, cosB এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ABC এর বৃহত্তম কোণ, ক্ষুদ্রতম কোণের তিনগুণ। কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত হলে, কোণগুলোকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ৪

গ. চিত্র থেকে দেখাও যে, $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$ ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যেহেতু O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠BAC = 90° [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

∴ ΔBAC সমকোণী,

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

বা, $AB^2 = BC^2 - AC^2 = (\sqrt{5})^2 - (2)^2 = 5 - 4 = 1$

∴ AB = 1 একক

$\therefore \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ **(Ans.)**

খ. মনে করি, ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম কোণ $= x^c$

∴ বৃহত্তম কোণ $= 3x^c$

∴ কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত হলে অন্য কোণটি $= \frac{x^c + 3x^c}{2}$

$= \frac{4x^c}{2} = 2x^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা π

$\therefore x + 2x + 3x = \pi$

বা, $6x = \pi$

বা, $x = \frac{\pi}{6}$

∴ ক্ষুদ্রতম কোণটি $= \frac{\pi^c}{6}$

বৃহত্তম কোণটি $= 3 \cdot \frac{\pi^c}{6} = \frac{\pi^c}{2}$

এবং অন্য কোণটি = $2\cdot\frac{\pi^c}{6} = \frac{\pi^c}{2}$

নির্ণেয় কোণগুলো যথাক্রমে $\frac{\pi^c}{6}, \frac{\pi^c}{2}$ এবং $\frac{\pi^c}{2}$

গ. চিত্র হতে, $\tan\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{1} = 2$

$\sec\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$

বামপক্ষ = $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

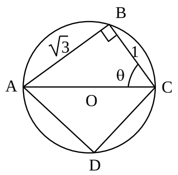
$= \frac{2 + \sqrt{5} - 1}{2 - \sqrt{5} + 1} = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{(1 + \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}$

$= \frac{3 + \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5}{(3)^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{9 - 5} = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{4}$

$= \frac{4(2 + \sqrt{5})}{4} = 2 + \sqrt{5} = \tan\theta + \sec\theta$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–২৬ ▸



ক. চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র হলে, $\angle B$ এর বৃত্তীয় মান এবং AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ ৪

গ. $\sec\theta + \cos\theta = T$ হলে T এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

▸◂ ২৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. উদ্দীপকের চিত্রানুসারে,

$\angle B$ = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

= এক সমকোণ= $\frac{\pi}{2}$ **(Ans.)**

আবার, সমকোণী ΔABC হতে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= (\sqrt{3})^2 + (1)^2$ [$\because AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$]

$= 3 + 1 = 4$

$\therefore AC = 2$ একক **(Ans.)**

খ. বামপক্ষ = $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D$

$= \cos A + \cos B + \cos(\pi - A) + \cos(\pi - B)$

[$\because$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি π]

$= \cos A + \cos B + \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{2} - A\right) + \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{2} - B\right)$

$= \cos A + \cos B - \cos A - \cos B$

= 0 = ডানপক্ষ

$\therefore \cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ. এখানে, $\sec\theta + \cos\theta = T$

বা, $\frac{AC}{BC} + \frac{BC}{AC} = T$ [উদ্দীপকের চিত্রানুসারে]

বা, $\frac{2}{1} + \frac{1}{2} = T$ ['ক' হতে AC = 2 এবং চিত্র হতে BC = 1 বসিয়ে]

বা, $\frac{4 + 1}{2} = T$

$\therefore T = \frac{5}{2}$ **(Ans.)**

এখন, $\sec\theta + \cos\theta = T$

বা, $\sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$ [$\because T = \frac{5}{2}$]

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{1 + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$

বা, $2 + 2\cos^2\theta = 5\cos\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(\cos\theta - 2)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 2 = 0$

$\therefore \cos\theta = 2$ [গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\cos\theta$ এর মান -1 থেকে 1 এর মধ্যে]

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60^\circ$

প্রশ্ন–২৭ ▸ **ত্রিকোণমিতি শব্দটি বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায়। ত্রিকোণ এবং মিতি। sinθ ও cosθ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত।**

ক. রেডিয়ান কোণ বলতে কী বুঝ? ২

খ. $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

গ. সমাধান কর : $\sin\theta + \cos\theta = 1; 0 < \theta < 2\pi$ ৪

▸◂ ২৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ তৈরি করে সেই কোণকে এক রেডিয়ান বলে।

খ. দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1^2$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 0$

$\therefore \sin\theta\cos\theta = 0$

হয় $\sin\theta = 0$ অথবা, $\cos\theta = 0$

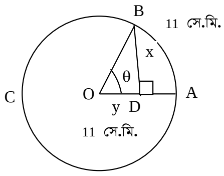
বা, $\sin\theta^\circ = \sin\pi$ বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{2} = \cos\frac{3\pi}{2}$

$\therefore \theta = \pi$ [$\because 0 \angle \theta \angle 2\pi$] $\therefore \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

কিন্তু $\theta = \frac{3\pi}{2}$ এর জন্য প্রদত্ত সমীকরণটি সত্য নয়।

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = \pi, \frac{\pi}{2}$

প্রশ্ন–২৮ ▸



ক. চিত্রে ABC একটি বৃত্তাকার চাকা। চিত্র থেকে O কোণের মান ডিগ্রীতে নির্ণয় কর এবং চাকাটি 1 বার ঘুরে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে? ২

খ. ABC চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কি.মি. নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্রে ΔBOD থেকে $\sin\theta$ এর মান ব্যবহার করে $\tan\theta + \sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্র হতে পাই, AB চাপের দৈর্ঘ্য, $s = 11$ সে.মি.

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OA = r = 11$ সে.মি.

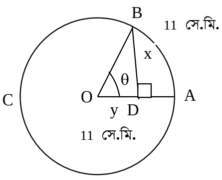
এখন, AB চাপ কেন্দ্র θ কোণ উৎপন্ন করলে,

সূত্রানুসারে, $S = r\theta$ কোণ উৎপন্ন করলে,

সূত্রানুসারে, $S = r\theta$ একক

বা, $\theta = \frac{S}{r}$ একক

বা, $\theta = \left(\frac{11}{11}\right)^c$



বা, $\theta = 1^c$

বা, $\theta = \frac{180^\circ}{\pi}$ [$\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}$]

বা, $\theta = \frac{180^\circ}{3\cdot1416}$

$\therefore \theta = 57\cdot2957^\circ$ (প্রায়) **(Ans.)**

আমরা জানি, বৃত্তাকার চাকা 1 বার ঘুরে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

এখানে, চাকার ব্যাসার্ধ, $r = 11$ সে.মি.

$\therefore$ চাকার পরিধি $= 2\pi r$ একক $= 2 \times 3\cdot1416 \times 11$ সে.মি.

$= 69\cdot1152$ সে.মি. $= 0\cdot691152$ মি.

$\therefore$ চাকাটি 1 বার ঘুরে $0\cdot7$ মি. (প্রায়) দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

খ. ABC চাকাটি 1 বার ঘুরে যায় $0\cdot7$ মি. ['ক' হতে পাই]

$\therefore$ ABC চাকাটি 7 বার ঘুরে যায় $(0\cdot7 \times 7)$ মি.

$= 4\cdot9$ মি. $= 4\cdot9 \times 10^{-3}$ কি.মি.

চাকাটি 1 সেকেন্ডে যায় $4\cdot9 \times 10^{-3}$ কি.মি.

চাকাটি 1 ঘণ্টা বা 3600 সেকেন্ডে যায় $(3600 \times 4\cdot9 \times 10^{-3})$ কি.মি.

$= 17\cdot64$ কি.মি.

$\therefore$ ABC চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় $17\cdot64$ কি.মি. **(Ans.)**

গ. চিত্রে প্রদত্ত ΔBOD-এ $OD = y$ এবং $BD = x$

এখন, পাথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী সমকোণী ΔOBD-এ

$OB^2 = OD^2 + BD^2$

বা, $OB^2 = y^2 + x^2$

$\therefore OB = \sqrt{x^2 + y^2}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে]

ΔOBD-এ

$\therefore \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}$

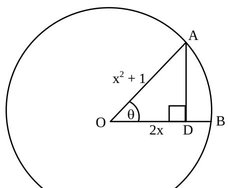
$= \frac{1 + \sin\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\theta}}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2}} = \frac{\frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{x^2 + y^2}}}$

$= \frac{\frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x^2}{x^2 + y^2}}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \times \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$

$= \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{y}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–২৯ ▸



ক. ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে 30°12′36″ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. OB = r এবং AB = S হলে দেখাও যে, $S = r\theta$. ৪

গ. চিত্র থেকে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $\tan\theta + \sec\theta = x$. ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. অধ্যায়–৮.১ এর উদাহরণ–৩(i) পৃষ্ঠা–১৪২ এর সমাধান।

খ. অধ্যায়–৮ এর প্রতিজ্ঞা –৪ পৃষ্ঠা ১৪০নং দ্রষ্টব্য।

গ. চিত্রে থেকে, সমকোণী ΔOAD এ $OD = 2x$, $OA = x^2 + 1$.

এখন পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$OA^2 = OD^2 + AD^2$

বা, $(x^2 + 1)^2 = (2x)^2 + AD^2$

বা, $AD^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - 4x^2$

বা, $AD^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - 4x^2$

বা, $AD^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

বা, $AD^2 = (x^2 - 1)^2$

$\therefore AD = x^2 - 1$

$\therefore$ ΔOAD এ $\sin\theta = \frac{AD}{OA} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

এখন, $\tan\theta + \sec\theta$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta + 1}{\sqrt{1 - \sin^2\theta}}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$$= \frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} + 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^2}} = \frac{\frac{x^2 - 1 + x^2 + 1}{x^2 + 1}}{\sqrt{1 - \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}}}$$

$$= \frac{\frac{2x^2}{x^2 + 1}}{\sqrt{\frac{x^4 + 2x^2 + 1 - x^4 + 2x^2 - 1}{x^4 + 2x^2 + 1}}}$$

$$= \frac{\frac{2x^2}{x^2 + 1}}{\sqrt{\frac{4x^4}{(x^2 + 1)^2}}} = \frac{\frac{2x^2}{x^2 + 1}}{\frac{2x}{x^2 + 1}} = \frac{2x^2}{(x^2 + 1)} \times \frac{(x^2 + 1)}{2x} = x$$

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = x$ **(দেখানো হলো)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৩০ ▸ নিচের ত্রিকোণমিতিক সমীকরণগুলো লক্ষ কর :

(i) $\text{cosec}\theta\cot\theta = 2\sqrt{3}$

(ii) $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta = 2$

ক. ABC ত্রিভুজে $\cot\theta = \frac{4}{3}$ এবং $\angle A = 90°$ হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং অতিভুজ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এর সমাধান কর যখন $0 < \theta < 2\pi$ ৪

গ. (ii) এর সমাধান কর যখন $0 < \theta < \pi$ ৪

উত্তর : ক. 5; খ. $\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$; গ. $\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}$

প্রশ্ন–৩১ ▸ যদি $\cot\theta = \frac{12}{5}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হয়, তাহলে–

ক. $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. $\left\{\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}\right\}\frac{26}{51} = k$ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}k$ হয় তাহলে $\theta = ?$ যেখানে $0° < \theta < 90°$ ৪

উত্তর: ক. $-\frac{12}{13}; -\frac{13}{12}$ খ. 1; গ. $\theta = 60°$

প্রশ্ন–৩২ ▸ $\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ এবং θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে $\cos^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ ৪

গ. $\tan\theta$ ধনাত্মক হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{\text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\text{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}$ ৪

উত্তর: ক. $\cos^2\theta = \frac{3}{5}$

প্রশ্ন–৩৩ ▸ দুজন ব্যক্তি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে θ কোণে দুই দিকে হাঁটা শুরু করল। যেখানে উৎপন্ন কোণের tan অনুপাতের মান $\frac{3}{4}$ এবং sin অনুপাত ঋণাত্মক।

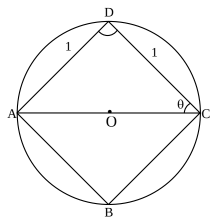
ক. কোণটির cot অনুপাতের মান কত? ২

খ. কোণটির sin অনুপাতের মান কত? ৪

গ. $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{4}{3}$; খ. $\sin\theta = -\frac{3}{5}$; গ. $\frac{14}{5}$

প্রশ্ন–৩৪ ▸



ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AC ব্যাস।

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ ৪

গ. $\sec\theta + \cos\theta = p$ হলে p এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

উত্তর: (ক) $AC = \sqrt{2}$ একক; (গ) $p = \frac{3}{\sqrt{2}}, \theta = \frac{\pi}{4}$

প্রশ্ন–৩৫ ▸ $\sin\theta = x$ এবং $\cos\theta = y$ হলে,

ক. $y = \frac{1}{2}$ এবং $\cos\theta$ ও $\sin\theta$ একই চিহ্নবিশিষ্ট হলে, $\sin\theta$ এবং $\tan\theta$ এর মান কত? ২

খ. যদি, $y - x = \sqrt{2}\,y$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $y + x = \sqrt{2}y$ ৪

গ. $2(xy + \sqrt{3}) = \sqrt{3}y + 4x$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর যখন $0 < \theta < 2\pi$ ৪

উত্তর: (ক) $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan\theta = \sqrt{3}$ (খ) $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

প্রশ্ন–৩৬ ▸ যদি $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{12}{13}$ হয় এবং A ও B ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।

ক. cosA এবং sinB এর মান কত? ২

খ. tanA, tanB এবং $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ এর মান বের কর। ৪

গ. যদি কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 2(\tan A + \tan B)$ এবং চাপ $s = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ তাহলে কেন্দ্রে কী পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

উত্তর: (ক) $\frac{4}{5}, \frac{5}{13}$ (খ) $\frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{56}{33}$ (গ) উৎপন্ন কোণ, 0·7272 রেডিয়ান বা 46·67°.

প্রশ্ন–৩৭ ▸ $\tan\theta + \sec\theta = x$

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. দেখাও যে, $\text{cosec}\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ৪

গ. যদি $x = \sqrt{3}$ এবং $0° \leq \theta \leq 180°$ হয় তবে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: (ক) $\frac{1}{x}$ (খ) $\theta = 30°, 150°$