ষষ্ঠ অধ্যায়

অসমতা

অনুশীলনী ৬.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **অসমতার সংখ্যারেখা :** সংখ্যারেখায় a এর প্রতিরূপী বিন্দু b এর প্রতিরূপী বিন্দুর ডানে অবস্থিত হলে আমরা বলি, b এর চেয়ে a বড় এবং লিখি $a > b$,

$a < b$ এর অর্থ $b > a$; অর্থাৎ a এর প্রতিরূপী বিন্দু b এর প্রতিরূপী বিন্দুর বামে অবস্থিত।

সুতরাং $a > 0$ এর অর্থ a এর প্রতিরূপী বিন্দু মূলবিন্দুর ডানে অবস্থিত। $a < 0$ এর অর্থ a এর প্রতিরূপী বিন্দু মূল বিন্দুর বামে অবস্থিত।

$a > 0$ হলে a কে ধনাত্মক এবং $a < 0$ হলে a কে ঋণাত্মক বলা হয়।

■ **অসমতার মৌলিক ধর্মাবলি :** যদি a, b এবং c যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হয় এবং $a < b$ হয়, তবে নিচের অসমতাগুলো সত্য হবে :

i. $a + c < b + c$

ii. $a - c < b - c$

iii. $ac < bc$ যখন $c > 0$ এবং $ac > bc$ যখন $c < 0$

iv. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ যখন $c > 0$ এবং $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ যখন $c < 0$

v. $-a > -b$ [অসমতা (iii) এ $c = -1$ বসিয়ে]

vi. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ যদি $a \neq 0$ এবং $b \neq 0$ হয় এবং এরা একই চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

vii. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ যদি $a \neq 0$ হয় এবং এরা বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

অনুরূপভাবে, যদি a, b এবং c যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হয় এবং $a > b$, তবে নিচের অসমতাগুলো সত্য হবে :

i. $a + c > b + c$

ii. $a - c > b - c$

iii. $ac > bc$ যখন $c > 0$ এবং $ac < bc$ যখন $c < 0$

iv. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ যখন $c > 0$ এবং $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ যখন $c < 0$

v. $-a < -b$ [iii এ $c = -1$ বসিয়ে]

vi. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ যদি $a \neq 0$ এবং $b \neq 0$ হয় এবং এরা একই বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

vii. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ যদি $a \neq 0$ এবং $b \neq 0$ হয় এবং এরা বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

■ **অসমতার নিয়ম**

১. অসমতার উভয় পাশে যেকোনো সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ করলে অসমতার চিহ্নের কোনো পরিবর্তন হয় না।

২. অসমতার উভয় পাশে ধনাত্মক সংখ্যার গুণ বা ভাগ করলেও অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয় না।

৩. অসমতার উভয় পাশে ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয়।

৪. এককথায় অসমতার উভয় পাশে কোনো সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের কোনো পরিবর্তন হয় না কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটির বিপরীত চিহ্ন হবে।

৫. অসমতাটির সংখ্যারেখায় '<' অথবা '>' চিহ্নের জন্য গোলাকার বৃত্ত (0) ফাঁকা হবে এবং '≤' অথবা '≥' এর জন্য বৃত্তটি (0) ভরাট হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

অসমতাগুলো সমাধান কর এবং সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখাও :

১. **$y - 3 < 5$**

সমাধান : দেওয়া আছে, $y - 3 < 5$

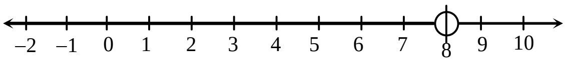
বা, $y - 3 + 3 < 5 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $y < 8$

নির্ণেয় সমাধান : $y < 8$

সমাধান সেট, $S = \{y \in R : y < 8\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



২. $3(x - 2) < 6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3(x - 2) < 6$

বা, $\frac{3(x-2)}{3} < \frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x - 2 < 2$

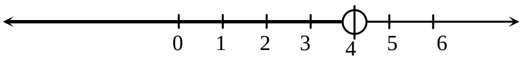
বা, $x - 2 + 2 < 2 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $x < 4$

নির্ণেয় সমাধান : $x < 4$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x < 4\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৩. $3x - 2 > 2x - 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3x - 2 > 2x - 1$

বা, $3x - 2 + 2 > 2x - 1 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $3x > 2x + 1$

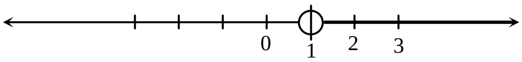
বা, $3x - 2x > 2x + 1 - 2x$ [উভয়পক্ষ থেকে 2x বিয়োগ করে]

বা, $x > 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৪. $z \leq \frac{1}{2} z + 3$

সমাধান : দেওয়া আছে, $z \leq \frac{1}{2} z + 3$

বা, $z - \frac{1}{2} z \leq \frac{1}{2} z + 3 - \frac{1}{2} z$ [উভয়পক্ষ থেকে $\frac{1}{2}z$ বিয়োগ করে]

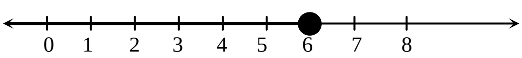
বা, $\frac{1}{2} z \leq 3$

বা, $z \leq 6$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $z \leq 6$

সমাধান সেট, $S = \{z \in R : z \leq 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৫. $8 \geq 2 - 2x$

সমাধান : দেওয়া আছে, $8 \geq 2 - 2x$

বা, $2 - 2x \leq 8$

বা, $2 - 2x - 2 \leq 8 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $- 2x \leq 6$

বা, $\frac{-2x}{2} \leq \frac{6}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

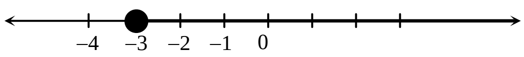
বা, $- x \leq 3$

বা, $x \geq -3$ [উভয়পক্ষকে −1 দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $x \geq -3$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \geq -3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৬. $x \leq \frac{x}{3} + 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x \leq \frac{x}{3} + 4$

বা, $x - \frac{x}{3} \leq \frac{x}{3} + 4 - \frac{x}{3}$ [উভয়পক্ষ থেকে $\frac{x}{3}$ বিয়োগ করে]

বা, $\frac{3x - x}{3} \leq 4$

বা, $\frac{2x}{3} \leq 4$

বা, $2x \leq 12$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

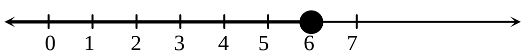
বা, $\frac{2x}{2} \leq \frac{12}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \leq 6$

নির্ণেয় সমাধান : $x \leq 6$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \leq 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৭. $5(3 - 2t) \leq 3(4 - 3t)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $5(3 - 2t) \leq 3(4 - 3t)$

বা, $15 - 10t \leq 12 - 9t$

বা, $15 - 10t - 15 \leq 12 - 9t - 15$

[উভয়পক্ষ থেকে 15 বিয়োগ করে]

বা, $-10t \leq -9t - 3$

বা, $-10t + 9t \leq - 9t - 3 + 9t$ [উভয়পক্ষে 9t যোগ করে]

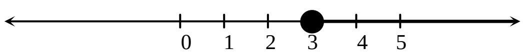
বা, $-t \leq - 3$

$\therefore t \geq 3$ [উভয়পক্ষকে −1 দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $t \geq 3$

সমাধান সেট, $S = \{t \in R : t \geq 3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৮. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

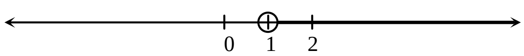
বা, $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$

$\therefore x > 1$ [উভয়পক্ষকে $\frac{47}{60}$ দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $x - 9 < 3x + 1$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

● $x > -5$ ⓖ $x < -5$ ⓖ $x > 5$ ⓘ $x < 5$

২. $3x - 4 < 2$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?

ⓚ $x > \frac{-2}{3}$ ⓖ $x < \frac{-2}{3}$ ⓖ $x > 2$ ● $x < 2$

৩. $x \leq \frac{x}{3} + 4$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

ⓚ $S = \{x \in R : x \leq -6\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x \geq -6\}$
● $S = \{x \in R : x \leq 6\}$ ⓘ $S = \{x \in R : x \geq 6\}$

৪. যদি $c(x + a) < b$ এবং $c > 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

● $x < \frac{b}{c} - a$ ⓖ $x > \frac{b}{c} - a$ ⓖ $x < \frac{b}{c} + a$ ⓘ $x > \frac{b}{c} + a$

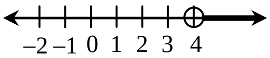
৫. $x \leq \frac{3x}{7} + 4$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

ⓚ $S = \{x \in R : x > 7\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x < 7\}$
ⓖ $S = \{x \in R : x \geq 7\}$ ● $S = \{x \in R : x \leq 7\}$

৬. $x - 9 > 3x + 1$ অসমতার x এর মান কিরূপ হয়?

● $x > -5$ ⓖ $x < -5$ ⓖ $x > 10$ ⓘ $x < -10$

৭.



সংখ্যারেখাটির জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $S = \{y \in R : y \leq 4\}$ ● $S = \{y \in R : y > 4\}$
ⓖ $S = \{y \in R : y > 0\}$ ⓘ $S = \{y \in R : y < 4\}$

৮. $5(3 - 2t) \leq 3(4 - 3t)$ হলে, t এর মান হবে–

ⓚ $t = 3$ ● $t \geq 3$ ⓖ $t \leq 3$ ⓘ $t < 3$

৬.১ : অসমতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. $y - 3 < 5$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $y > 8$ ⓖ $y < -8$ ● $y < 8$ ⓘ $y > -8$

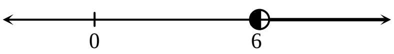
১৩. $y - 3 < 5$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (সহজ)

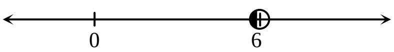
● $S = \{y \in R : y < 8\}$
ⓖ $S = \{y \in R : -8 > y\}$
ⓖ $S = y \in R : y < 8$
ⓘ $S = \{y \in R : y < -8\}$

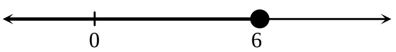
১৪. $z \leq \frac{1}{2}z + 3$ অসমতাটির সমাধান সেট কত? (কঠিন)

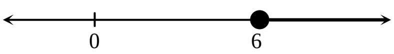
ⓚ $S = \{z \in R : z < 6\}$ ⓖ $S = \{z \in R : z \leq -6\}$
ⓖ $S = \{z \in R : z \geq 6\}$ ● $S = \{z \in R : z \leq 6\}$

১৫. $x \leq \frac{x}{3} + 4$ অসমতাটির সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 

ⓖ 

● 

ⓘ 

১৬. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ অসমতাটির সমাধান সেট কত? (কঠিন)

● $S = \{x \in R : x > 1\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x < 1\}$
ⓖ $S = \{x \in R : x > -1\}$ ⓘ $S = \{x \in R : x < -1\}$

৯. $p(x + q) < r, [p \neq 0]$ অসমতার সমাধান–

i. $x < \frac{r}{p} - q$, যদি $p > 0$ হয়

ii. $x \leq \frac{r}{p} - q$, যদি $p = 0$ হয়

iii. $x > \frac{t}{p} - q$, যদি $p < 0$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ ii ও iii ● i ও iii ⓘ i, ii ও iii

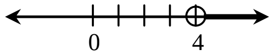
নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

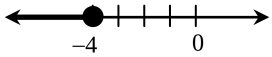
$3x - 5 \geq 7$

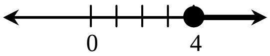
১০. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?

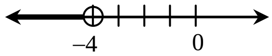
● $x \geq 4$ ⓖ $x > 4$ ⓖ $x \leq -4$ ⓘ $x < -4$

১১. অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি?

ⓚ 

ⓖ 

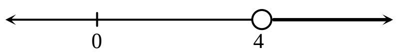
● 

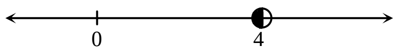
ⓘ 

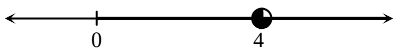
১৭. $3x + 4 > 16$ অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (কঠিন)

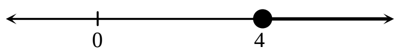
● $S = \{x \in R : x > 4\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x > 4\}$
ⓖ $S = \{x \in R : x \not> 4\}$ ⓘ $S = \{x \notin R : x > 4\}$

১৮. ১৭ নং প্রশ্নের আলোকে অসমতাটির সংখ্যারেখা কোনটি? (সহজ)

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

● 

১৯. $a(x + b) < c$ অসমতাটির সমাধান কত? [যখন $a > 0$] (সহজ)

● $x < \frac{c}{a} - b$ ⓖ $x < \frac{c}{b} - a$
ⓖ $x < \frac{a}{c} - b$ ⓘ $x < \frac{b}{c} - a$

২০. যদি $a < b$ হয় তবে c এর ধনাত্মক মানের জন্য কোনটি সত্য? (সহজ)

ⓚ $ac = bc$ ⓖ $\frac{ac}{bc}$ ● $ac < bc$ ⓘ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

২১. অসমান রাশিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক কী হবে? (সহজ)

ⓚ একই থাকবে ⓖ দ্বিগুণ হবে

(গ) অভিন্ন হবে ● পাল্টে যাবে

২২. $3x - 2 > 2x - 1$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $x > 1$ (খ) $x < -1$ (গ) $x < 1$ (ঘ) $x > -1$

ব্যাখ্যা : $3x - 2 > 2x - 1$

বা, $3x > 2x - 1 + 2$

$\therefore x > 1$

২৩. $5x + 5 > 20$ এর সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $x < 3$ ● $x > 3$ (গ) $x < -3$ (ঘ) $x > -3$

ব্যাখ্যা : $5x + 5 > 20$

বা, $5x + 5 - 5 > 20 - 5$

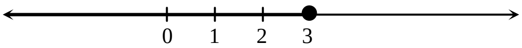
বা, $5x > 15$

$\therefore x > 3$

২৪. যদি $a > b$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $b - a < 0$ (খ) $a - b < 0$ (গ) $\frac{a}{b} < 0$ (ঘ) $\frac{a}{b} > 0$

২৫.



সংখ্যারেখাটির জন্য নিচের কোন তথ্যটি সঠিক? (সহজ)

● $S = \{t \in R : t \le 3\}$ (খ) $S = \{t \in R : t \ge 3\}$

(গ) $S = \{t \in R : t > 3\}$ (ঘ) $S = \{t \in R : t < 3\}$

২৬. $x - 9 > 3x + 1$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (মধ্যম)

● $S = \{x \in R : x < -5\}$ (খ) $S = \{x \in R : x > 5\}$

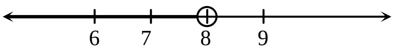
(গ) $S = \{x \in R : x \ge 5\}$ (ঘ) $S = \{x \in R : x \le -5\}$

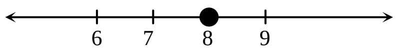
২৭. $4x + 4 > 16$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (সহজ)

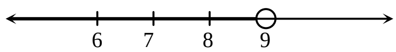
● $S = \{x \in R : x > 3\}$ (খ) $S = \{x \in R : x \ge 3\}$

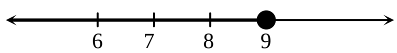
(গ) $S = \{x \in R : x < -3\}$ (ঘ) $S = \{x \in R : x \le -3\}$

২৮. $y - 3 < 5$ অসমতার সমাধান সেটের সংখ্যারেখা কোনটি? (মধ্যম)

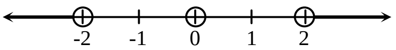
● 

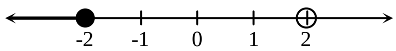
(খ) 

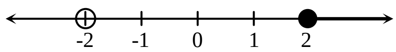
(গ) 

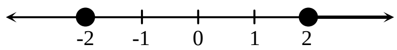
(ঘ) 

২৯. $|x| > 2$ অসমতার সমাধান সেটের সংখ্যা কোনটি? (মধ্যম)

● 

(খ) 

(গ) 

(ঘ) 

৩০. $\frac{(2x-3)(x-2)^2}{x+1} > 0$ অসমতাটি সত্য হবে যদি– (কঠিন)

(ক) $\frac{2x-3}{x+1} < 0$ (খ) $\frac{2x-3}{x+1} \ge 0$ ● $\frac{2x-3}{x+1} > 0$ (ঘ) $x = -2, -12$

৩১. $\frac{x(x-4)}{x-5} < 0$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (কঠিন)

(ক) $S = \{x \in R : x > 0\} \cup \{x : 4 < x < 5\}$

● $S = \{x \in R : x < 0\} \cup \{x : 4 < x < 5\}$

(গ) $S = \{x \in R : x > 0\} \cup \{x : 4 < 5\}$

(ঘ) $S = \{x \in R : x < 0\} \cup \{x : 4 > x > 5\}$

৩২. $3x - 3 < \frac{2}{3}$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $x < \frac{1}{2}$ (খ) $x < \frac{2}{3}$ ● $x < \frac{3}{2}$ (ঘ) $x < 2$

৩৩. $4x - 5 \ge 19$ অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $S = \{x \in \mathbb{R} : x \ge \frac{24}{5}\}$ (খ) $S = \{x \in \mathbb{R} : x \ge \frac{23}{5}\}$

(গ) $S = \{x \in \mathbb{R} : 4 > 6\}$ ● $S = \{x \in \mathbb{R} : x \ge 6\}$

৩৪. $2x > 6$ অসমতাটিকে (-2) দ্বারা ভাগ করলে তার সমাধান কত হবে? (সহজ)

● $x > 3$ (খ) $x < 3$ (গ) $x > -3$ (ঘ) $x < -3$

৩৫. $\frac{x}{3} < -6$ অসমতাকে (-3) দ্বারা গুণ করলে তার সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 18\}$ (খ) $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 18\}$

(গ) $S = \{x \in \mathbb{R} : x > -18\}$ ● $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -18\}$

৩৬. $-5a < -3b$ এবং $a > b$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $5a > -3b$ (খ) $-5a < 3b$

● $5a > 3b$ (ঘ) $5a < 3b$

৩৭. $4b > -7a$ এবং $b < a$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $4b < 7a$ (খ) $-4b > 7a$

(গ) $-4b < -7a$ (ঘ) $4b > 7a$

৩৮. $a > b$ ও $c < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $ac > bc$ (খ) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ● $ac < bc$ (ঘ) $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

৩৯. অসমতার উভয় পার্শ্বে ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটি– (মধ্যম)

(ক) সমান হয়ে যায় (খ) একই থাকে

(গ) একই চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ● চিহ্ন পরিবর্তন হয়

৪০. $8 > 5$ এর সাথে -3 গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $24 > 15$ ● $-24 < -15$

(গ) $-24 > -15$ (ঘ) $24 < 15$

৪১. $15 > 12$ কে 3 দ্বারা ভাগ করলে অসমতাটি হবে– (মধ্যম)

(ক) $5 > 4$ ● $4 > 5$ (গ) $-5 < -4$ (ঘ) $-5 > -4$

৪২. $x \le \frac{x}{3} + 4$ হলে এর সমাধান কত? (কঠিন)

● $x \le 6$ (খ) $x \ge 6$ (গ) $x \le 3$ (ঘ) $x \le 7$

৪৩. $2x \ge 8$ হলে একে (-2) দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে? (কঠিন)

(ক) $-2 \ge -8$ (খ) $-2x \ge -8$ (গ) $x \le 8$ ● $-x \le -4$

৪৪. $a(y + b) < c$ হলে এবং $a < 0$ হলে এর সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

● $y > \frac{c}{a} - b$ (খ) $y < \frac{c}{a} - b$ (গ) $y < \frac{c}{a} - b$ (ঘ) $y > \frac{c}{a} + b$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. $a < b$ হলে–

i. $a + c < b + c$

ii. $a - c < b - c$

iii. $a > b$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৬. $5(3 - 2t) \le 3(4 - 3t)$ এর জন্য–

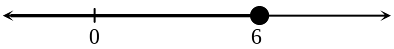
i. $-t \le -3$ ii. $t \ge 3$

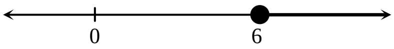
iii. $t \le 3$

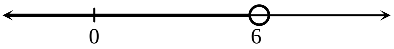
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৭. $z \le \frac{1}{2}z + 3$

i. 

ii. 

iii. 

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ⓖ ii ⓖ iii

৪৮. $7x \le -14$ **অসমতাটিকে–**

i. (-2) দ্বারা গুণ করলে $x \ge -2$

ii. সমাধান সেট আকারে লিখলে হবে $S = \{x \in IR : x \le -2\}$

iii. এর সমাধানের সাথে 2 যোগ করলে হয় $x + 2 \le 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪৯. $a > b$ **ও** $c < 0$ **হলে–**

i. $ab > bc$ ii. $ac < bc$

iii. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫০. $a > b$ **ও** $c > 0$ **হলে–**

i. $ac > bc$ ii. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

iii. $\frac{a}{b} > c$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫১. যদি $a < b$ **হয়, তবে** c **এর যেকোনো মানের জন্য–**

i. $a - c < b - c$ ii. $a + c > b + c$

iii. $a + c < b + c$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫২. $y - 4 < 6$ **অসমতায়–**

i. সমাধান সেটে 10 বিদ্যমান

ii. সমাধান সেটে 0 বিদ্যমান

iii. সমাধান অসীম

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৩. $a(x + b) < c$ **অসমতায়–**

i. $x + b > \frac{c}{a}$, যখন $a < 0$

ii. $x + b < \frac{c}{a}$, যখন $a > 0$ সত্য

iii. $x + b > \frac{c}{a}$, যখন $x < \frac{c}{a}$ সত্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৪. অসমান রাশিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা–

i. যোগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

ii. গুণ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

iii. ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : অসমতার উভয়দিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

$8 \ge 2 - 2x$

উপরের শর্তের আলোকে ৫৫ – ৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫৫. প্রদত্ত অসমতাটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $2x \le 6$ ● $2x \ge -6$ ⓖ $6 < -2x$ ⓖ $-2x > 6$

৫৬. অসমতার সমাধান কত? (সহজ)

ⓚ $x \le 6$ ● $x \ge -3$ ⓖ $x \le 5$ ⓖ $x \le -6$

৫৭. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (কঠিন)

● $S = \{x \in R : x \ge -3\}$ ⓚ $S = \{x \in R : x \le -3\}$

ⓖ $S = \{x \in R : -3 \ge x\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x \ge -3\}$

$(x - 1) + (x - 3) = -5$

উপরের শর্তের আলোকে ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫৮. $x < 1$ **হলে সমীকরণটির সমাধান কত?** (মধ্যম)

● $\frac{-1}{2}$ ⓚ $\frac{2}{5}$ ⓖ $\frac{5}{2}$ ⓖ $-\frac{2}{5}$

৫৯. $1 < x < 3$ **শর্তে সমীকরণটির সমাধান–** (কঠিন)

ⓚ 5 ⓚ $\frac{5}{2}$ ● সমাধান নেই ⓖ $\frac{2}{5}$

$|x - 4| = 2$

নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ – ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$8 \ge 2 - 2x$ **একটি অসমতা**

৬০. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $x \le -3$ ● $x \ge -3$ ⓖ $x < 3$ ⓖ $x > -3$

৬১. অসমতাটির সমাধানকে (-1) **দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি হবে?** (সহজ)

● $2x - 2 \ge -8$ ⓚ $2 - 2x \ge -8$

ⓖ $-8 \ge 2x - 2$ ⓖ $-8 \ge 2 - 2x$

৬২. অসমতাটির উভয় পক্ষে (-4) **যোগ করলে কত হবে?** (সহজ)

ⓚ $4 \ge 2(x + 1)$ ⓚ $4 \ge -2(x + 1)$

● $4 \ge -2(x + 1)$ ⓖ $4 \le -2(x + 1)$

৬৩. যদি $a < b$ **হয় তবে** c **এর ঋণাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?**

ⓚ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ● $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ⓖ $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ ⓖ $\frac{a}{c} > \frac{c}{b}$

৬৪. $b < a$ **এবং** $c > 0$ **হলে, নিচের কোনটি সঠিক?**

ⓚ $\frac{b}{c} \le \frac{b}{c}$ ● $\frac{b}{c} < \frac{a}{c}$ ⓖ $\frac{b}{c} \ge \frac{a}{c}$ ⓖ $\frac{b}{c} > \frac{a}{c}$

৬৫. $x \le \frac{x}{4} + 3$ **অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?**

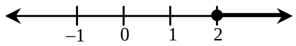
ⓚ $S = (x \in R : x > 4)$ ⓚ $S = (x \in R : x < 4)$

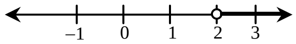
● $S = (x \in R : x \le 4)$ ⓖ $S = (x \in R : x \ge 4)$

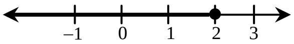
৬৬. $3x - 2 > 2x - 1$ **অসমতার সমাধান নিচের কোনটি?**

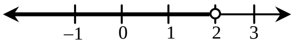
ⓚ $x > 2$ ● $x > 1$ ⓖ $x < 1$ ⓖ $x < -1$

৬৭. $y + 3 \le 5$ অসমতার সংখ্যারেখা নিচের কোনটি?

ক 

খ 

● 

ঘ 

৬৮. যদি $3(x - 2) < 6$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $x > 4$ ● $x < 4$ গ $x > 2$ ঘ $x < 6$

৬৯. নিচের কোন বিন্দুটি $x + y - 3 > 0$ অসমতার উপস্থিতি?

ক (0, 0) খ (0, 2) গ (1, 0) ● (2, 2)

৭০. $x \ge 4$ সমতার –

i. লেখচিত্রের সরলরেখা

ii. সমাধান (0, 0) বিন্দুর জন্য

iii. সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \ge 4\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের অসমতাটি থেকে ৭১ ও ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

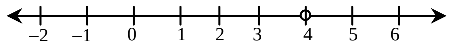
$x \le \frac{x}{4} + 3$

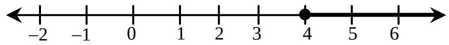
৭১. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

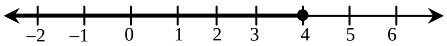
ক $S = \{x \in R : x > 4\}$ খ $S = \{x \in R : x < 4\}$

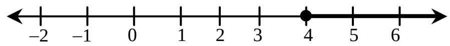
● $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ঘ $S = \{x \in R : x \ge 4\}$

৭২. অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যারেখা কোনটি?

ক 

খ 

● 

ঘ 

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ তোমাদের শ্রেণির কিছু ছাত্র–ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের বেশি এবং কিছু ছাত্র–ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের কম।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা 250 ফুট ও কম উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা 480 ফুট এবং কম উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রী বেশি উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রী অপেক্ষা দ্বিগুণ হলে অসমতাটিকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. অসমতাটিকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x ও y এর অসমতার সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, x সংখ্যক ছাত্র–ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং y সংখ্যক ছাত্র–ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতায় 5 ফুটের চেয়ে কম।

∴ x জন ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা > 5x

y জন ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা < 5y

খ. এখানে, 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা 250 ফুট 5 ফুটের কম উচ্চতার ছাত্র–ছাত্রীর মোট উচ্চতা 480 ফুট।

'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতা অনুসারে,

$250 > 5x$

বা, $50 > x$ .... (i)

$480 < 5y$

বা, $96 < y$ .... (ii)

আবার, $y = 2x$ হলে,

(ii) নং হতে পাই,

$96 < 2x$

বা, $48 < x$ .... (iii)

এখন (i) ও (iii) তুলনা করে পাই,

$48 < x < 50$ **(Ans.)**

গ. 'খ' অংশ হতে পাই,

$50 > x$ বা, $100 > 2x$ ও $y = 2x$

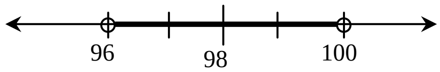
$\therefore 100 > 2x$

বা, $100 > y$

$\therefore y < 100$ .... (iv)

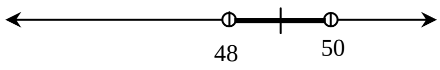
এখন (ii) ও (iv) তুলনা করে পাই,

∴ y এর অসমতার সমাধান সেট, $S \{ x \in N : 96 < y < 100\}$



সংখ্যারেখা

∴ x এর অসমতার সমাধান সেট, $S = \{x \in N : 48 < x < 50\}$



সংখ্যারেখা

প্রশ্ন–২ ▸ $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ এবং $3x - 2 > 2x - 1$ দুইটি অসমতা।

ক. x = 1 এর ক্ষেত্রে শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে অসমতাদ্বয়ের সত্যতা যাচাই কর। ২

খ. প্রথম অসমতার সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেট একই। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রথম অসমতা :

$x = 1$ হলে, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20 + 15 + 12}{60} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{47}{60} > \frac{47}{60}$ যা সত্য নয়

দ্বিতীয় অসমতা :

$x = 1$ হলে, $3 \cdot 1 - 2 > 2 \cdot 1 - 1$

বা, $1 > 1$ যা সত্য নয়

$\therefore$ x = 1 এর জন্য অসমতাদ্বয় সত্য নয়।

খ. অনুশীলনী ৬.১ এর ৮ নং সমাধান দেখ।

গ. অনুশীলনী ৬.১ এর ৩নং সমাধান দেখ।

$\therefore$ উভয় অসমতার সমাধান সেট একই। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৩ ▸ $f(x) = x - 9$ এবং $g(x) = 3x + 1$

ক. $f(x)$, $g(x)$ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে সেক্ষেত্রে গাণিতিক প্রকাশটি লেখ। ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটির সমাধান সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. $\frac{f(x)}{g(x)}$ এর পরমমান 4–এর সমান হলে, সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $f(x)$, $g(x)$ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে $f(x) > g(x)$

অর্থাৎ $x - 9 > 3x + 1$

নির্ণেয় অসমতা : $x - 9 > 3x + 1$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতাটি $x - 9 > 3x + 1$

বা, $x - 9 + 9 > 3x + 1 + 9$ [উভয়পক্ষে 9 যোগ করে]

বা, $x > 3x + 10$

বা, $x - 3x > 3x + 10 - 3x$ [উভয়পক্ষে 3x বিয়োগ করে]

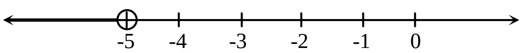
বা, $-2x > 10$ [উভয়পক্ষকে – 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < -5$

নির্ণেয় সমাধান : $x < -5$

সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x < -5\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



গ. $\frac{f(x)}{g(x)}$ এর পরমমান 4-এর সমান,

$\left|\frac{f(x)}{g(x)}\right| = 4$

বা, $\left|\frac{x-9}{3x+1}\right| = 4$

বা, $\frac{x-9}{3x+1} = \pm 4$

$\therefore \frac{x-9}{3x+1} = 4$ .... (i)

অথবা, $\frac{x-9}{3x+1} = -4$ ...... (ii)

(i) নং হতে, $\frac{x-9}{3x+1} = 4$

বা, $x - 9 = 12x + 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $12x - x = -9 - 4$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $11x = -13$ $\therefore x = \frac{-13}{11}$

আবার, (ii) নং হতে,

$\frac{x-9}{3x+1} = -4$

বা, $x - 9 = -4(3x + 1)$ [আড়গুণন করে]

বা, $x - 9 = -12x - 4$

বা, $x + 12x = -4 + 9$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $13x = 5$ $\therefore x = \frac{5}{13}$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \left\{\frac{-13}{11}, \frac{5}{13}\right\}$

প্রশ্ন–৪ ▸ $a(x + b) < c$ অসমতাটি লক্ষ কর। এখানে a, b, c যেকোনো সংখ্যা এবং $a \neq 0$।

ক. যদি $a = 0$ হয় তবে c এর মান কিরূপ হলে অসমতাটি সত্য হবে? ২

খ. $a \neq 0$ হলে অসমতাটি সমাধান কর। ৪

গ. a, b, c এর মান যথাক্রমে 1, 2, 3 এর স্থলে –1, 2, 3 হলে অসমতাটির সমাধান নির্ণয় কর। প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়কে একক অসমতায় প্রকাশ করে সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত অসমতা, $a(x + b) < c$

$a = 0$ হলে, $0(x + b) < c$

বা, $0 < c$

বা, $c > 0$

অর্থাৎ c এর মান ধনাত্মক হলে অসমতাটি সত্য হবে।

খ. দেওয়া আছে, $a \neq 0$

এখন, a ধনাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতা $a(x + b) < c$ এর উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x+b)}{a} < \frac{c}{a}$

বা, $x + b < \frac{c}{a}$

বা, $x < \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

আবার, a ঋণাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতার উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x+b)}{a} > \frac{c}{a}$

বা, $x + b > \frac{c}{a}$

বা, $x > \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

নির্ণেয় সমাধান :

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয় এবং

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়।

গ. 'খ' থেকে পাই,

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয় এবং

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়।

দেওয়া আছে, $a = 1, b = 2, c = 3$

এখানে, $a = 1 > 0$.

সুতরাং (i) নং থেকে পাই,

$x < \frac{3}{1} - 2$ [a, b, c এর মান বসিয়ে]

বা, $x < 3 - 2$

বা, $x < 1$

আবার, দেওয়া আছে, $a = -1, b = 2, c = 3$

এখন, (ii) থেকে পাই,

$x > \frac{3}{-1} - 2$

বা, $x > -3 - 2$

বা, $x > -5$

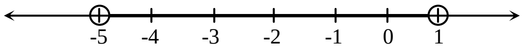
বা, $-5 < x$

সুতরাং x এর সম্ভাব্য মান $-5 < x < 1$

নির্ণেয় সমাধান : $-5 < x < 1$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{x \in R : -5 < x < 1\}$

সমাধান সেটটি নিম্নে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



প্রশ্ন–৫ ▸ $a(bx + c) > d$ একটি অসমতা যেখানে a, b, c ও d বাস্তব সংখ্যা।

ক. $a = 0$ হলে, কোন শর্তে অসমতাটির সমাধান থাকবে এবং থাকবে না? ২

খ. $a \neq 0$ ও $b > 0$ হলে, অসমতাটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতাটির সমাধান কর যখন– ৪

(1) a ও b একই চিহ্নযুক্ত

(2) a ও b বিপরীত চিহ্নযুক্ত

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত অসমতা $a(bx + c) > d$

a যদি শূন্য হয় এবং d যদি ঋণাত্মক হয় তবে x এর যেকোনো মানের জন্য অসমতাটি সত্য হবে।

কিন্তু a যদি শূন্য এবং d যদি ধনাত্মক হয় তবে অসমতাটির কোনো সমাধান থাকবে না।

খ. প্রদত্ত অসমতা $a(bx + c) > d$

a ধনাত্মক হলে, $ab\left(x + \frac{c}{b}\right) > d$

বা, $\frac{ab\left(x + \frac{c}{b}\right)}{ab} > \frac{d}{ab}$ [উভয়পক্ষকে ab দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + \frac{c}{b} > \frac{d}{ab}$

$\therefore x > \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$

a ঋণাত্মক হলে, $ab\left(x + \frac{c}{b}\right) < d$

বা, $\frac{ab\left(x + \frac{c}{b}\right)}{ab} < \frac{d}{ab}$

বা, $x + \frac{c}{b} < \frac{d}{ab}$

$\therefore x < \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$

নির্ণেয় সমাধান $x > \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$ যদি $a > 0, b > 0$ হয়

$x < \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$, যদি $a < 0, b > 0$ হয়।

গ. প্রদত্ত অসমতা $a(bx + c) > d$

$\therefore ab\left(x + \frac{c}{b}\right) > d$

1. $\frac{ab\left(x + \frac{c}{b}\right)}{ab} > \frac{d}{ab}$ [$\because$ a ও b একই চিহ্নযুক্ত, তাই ab ধনাত্মক]

বা, $x + \frac{c}{b} > \frac{d}{ab}$

$\therefore x > \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$

নির্ণেয় সমাধান $x > \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$, যখন a ও b একই চিহ্নযুক্ত।

2. $\frac{ab\left(x + \frac{c}{b}\right)}{ab} < \frac{d}{ab}$

বা, $x + \frac{c}{b} < \frac{d}{ab}$

$\therefore x < \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$

নির্ণেয় সমাধান $x < \frac{d}{ab} - \frac{c}{b}$, যখন a ও b বিপরীত চিহ্নযুক্ত।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৬ ▸ অসমতাটি লক্ষ কর : $b(x + c) < d, [b \neq 0]$

ক. অসমান রাশিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার কী রকম পরিবর্তন হয়? ২

খ. b ধনাত্মক হলে x এর আকার কিরূপ হবে? ৪

গ. প্রদত্ত অসমতাটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. $x < \frac{d}{b} - c$; গ. i. $x < \frac{d}{b} - c$, যদি $b > 0$ হয়;

ii. $x > \frac{d}{b} - c$, যদি $b < 0$ হয়।

প্রশ্ন–৭ ▸ লিজার বাসায় x সংখ্যক চেয়ার আছে। মোট চেয়ার থেকে এক–তৃতীয়াংশ চেয়ারের বিয়োগফল অনূর্ধ্ব 4 হবে।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটিকে সমাধান করে চেয়ারের অনূর্ধ্ব সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. লিজার বাবা আরও তিনটি চেয়ার কিনে আনল। তাহলে প্রদত্ত অসমতাকে কীভাবে প্রকাশ করা যায়? ৪

উত্তর : ক. $x - \frac{x}{3} \leq 4$; খ. 6 টি ; গ. $x - \frac{2x}{3} \leq 3$

অনুশীলনী ৬.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **অসমতার ব্যবহার**

১. গাণিতিক সমস্যার শর্তানুসারে অজানা চলক দ্বারা সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে হবে।

২. সমাধানে অসমতার চিহ্ন অনুসারে সতর্কতার সাথে মন্তব্য করতে হবে।

৩. গাণিতিক অসমতায় কখনো সমান চিহ্ন ব্যবহার করা যাবে না।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১– ৫ পর্যন্ত সমস্যাগুলো অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ এক বালক ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং ঘণ্টায় (x + 2) কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি.মি. এর কম।

সমাধান : ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত পথ 3x কি.মি.

আবার, ঘণ্টায় $(x + 2)$ কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় অতিক্রান্ত পথ $\frac{1}{2}(x + 2)$ কি.মি.

এখানে মোট অতিক্রান্ত পথ 29 কি.মি. এর কম।

নির্ণেয় অসমতা $3x + \frac{x+2}{2} < 29$

এখন, $3x + \frac{1}{2}(x + 2) < 29$

বা, $3x + \frac{x}{2} + 1 < 29$

বা, $3x + \frac{x}{2} + 1 - 1 < 29 - 1$ [উভয়পক্ষ থেকে 1 বাদ দিয়ে]

বা, $3x + \frac{x}{2} < 28$

বা, $\frac{6x + x}{2} < 28$

বা, $\frac{7x}{2} < 28$

বা, $7x < 56$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{7x}{7} < \frac{56}{7}$ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < 8$

দূরত্ব ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং x এর সম্ভাব্য মান $0 < x < 8$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একটি বোর্ডিং–এ রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

সমাধান :

চাল লাগে 4x কেজি, ডাল লাগে (x – 3) কেজি। চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

নির্ণেয় অসমতা $4x + x - 3 \leq 40$

এখন, $4x + (x - 3) \leq 40$

বা, $4x + x - 3 \leq 40$

বা, $5x - 3 \leq 40$

বা, $5x - 3 + 3 \leq 40 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $5x \leq 43$

বা, $\frac{5x}{5} \leq \frac{43}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq \frac{43}{5}$

আবার, ডাল লাগে (x – 3) কেজি

যেহেতু ডালের পরিমাণ শূন্য কেজি অপেক্ষা বেশি।

সুতরাং $x - 3 > 0$

বা, $x - 3 + 3 > 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore x > 3$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান $x > 3$ অথবা $x \leq \frac{43}{5}$

অর্থাৎ $3 < x \leq \frac{43}{5}$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ 70 টাকা কেজি দরে সোহরাব সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

সমাধান : 70 টাকা কেজি দরে x কেজি আমের মূল্য = 70x টাকা

20 টাকার x খানা নোট 20x টাকা

বিক্রেতাকে প্রদত্ত টাকা 500। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন, অর্থাৎ 20x টাকা ছাড়া আরও কিছু আছে।

সুতরাং (70x + 20x) টাকা 500 টাকা অপেক্ষা অবশ্যই কম হবে।

নির্ণেয় অসমতা $70x + 20x < 500$

এখন, $70x + 20x < 500$

বা, $90x < 500$

বা, $\frac{90x}{90} < \frac{500}{90}$ [উভয়পক্ষকে 90 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < 5\frac{5}{9}$

কিন্তু 20 টাকার নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক হতে পারে না অর্থাৎ x এর মান 5 অথবা 5 থেকে ছোট ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হবে।

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান $0 < x \leq 5$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একটি গাড়ি 4 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং 5 ঘণ্টায় যায় (x + 120) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়।

সমাধান : মোট সময় = (4 + 5) ঘণ্টা = 9 ঘণ্টা

মোট দূরত্ব = (x + x + 120) কি.মি.

$\therefore$ গড় গতিবেগ = $\frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা

দেওয়া আছে, গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়।

নির্ণেয় অসমতা $\frac{x + x + 120}{9} \leq 100$

এখন, $\frac{x + x + 120}{9} \leq 100$

বা, $\frac{2x + 120}{9} \leq 100$

বা, $2x + 120 \leq 900$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 - 120 \leq 900 - 120$

[উভয়পক্ষ থেকে 120 বিয়োগ করে]

বা, $2x \leq 780$

বা, $\frac{2x}{2} \leq \frac{780}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 390$

যেহেতু গাড়ির গতিবেগ ঋণাত্মক হতে পারেনা,

সেহেতু x এর সম্ভাব্য মান $0 < x \leq 390$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি.। তা থেকে x সে.মি. দীর্ঘ এবং 5 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো।

সমাধান :

কেটে নেওয়া কাগজের দৈর্ঘ্য x সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি.

কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গসেন্টিমিটার

কাগজের টুকরার ক্ষেত্রফল = $x \times 5$ বর্গসেন্টিমিটার

= 5x বর্গসেন্টিমিটার

এখন কেটে নেওয়া কাগজের ক্ষেত্রফল অবশ্যই মূল কাগজের ক্ষেত্রফল থেকে কম হবে।

নির্ণেয় অসমতা $5x < 40$

এখন, $5x < 40$

বা, $\frac{5x}{5} < \frac{40}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 8$

যেহেতু টুকরার প্রস্থ 5 সেন্টিমিটার সেহেতু দৈর্ঘ্য x এর মান 5 অপেক্ষা বড়।

সুতরাং x এর সম্ভাব্য মান $5 < x < 8$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক–তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, পিতার বয়স x বছর

$\therefore$ মাতার বয়স $(x - 6)$ বছর

এবং পুত্রের বয়স $\left(\frac{x-6}{3}\right)$ বছর

দেওয়া আছে, তিন জনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর।

প্রশ্নমতে, $x + x - 6 + \frac{x-6}{3} \leq 90$

বা, $\frac{3x + 3x - 18 + x - 6}{3} \leq 90$

বা, $\frac{7x - 24}{3} \leq 90$

বা, $7x - 24 \leq 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x \leq 270 + 24$ [উভয়পক্ষে 24 যোগ করে]

বা, $7x \leq 294$

বা, $x \leq \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 42$

$\therefore$ পিতার বয়স ≤ 42 বছর।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। 17 বছর বয়সে সে এসএসসি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, জেনির বর্তমান বয়স = x বছর।

জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। সুতরাং তার বর্তমান বয়স 14 বছর অপেক্ষা বেশি। অতএব $x > 14$.

আবার 17 বছর বয়সে এসএসসি পরীক্ষা দেবে। সুতরাং তার বর্তমান বয়স 17 বছর অপেক্ষা কম। অতএব $x < 17$

$\therefore$ জেনির বর্তমান বয়স x হলে, অসমতায় প্রকাশ করে পাই,

$14 < x < 17$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ একখানি জেট প্লেনের গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বাধিক 300 মিটার। প্লেনটি 15 কি.মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান :

মনে করি, 15 কি. মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় = t সেকেন্ড

15 কি. মি. = (15×1000) মিটার = 15000 মিটার

এখন, t সেকেন্ডে প্লেনটি যায় 15000 মিটার

$\therefore$ 1 " " " $\frac{15000}{t}$ মিটার

দেওয়া আছে, প্লেনটির গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বাধিক 300 মিটার

$\therefore \frac{15000}{t} \leq 300$

বা, $15000 \leq 300t$

বা, $\frac{300\,t}{300} \geq \frac{15000}{300}$ [উভয়পক্ষকে 300 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore t \geq 50$

নির্ণেয় অসমতা $t \geq 50$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি.মি.। জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি.মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি.মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়। ঢাকা থেকে জেদ্দার বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, বিমানটির উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা।

বায়ুর প্রতিকূল দিকে বিমানটির গতিবেগ ঘণ্টায়

= (900 − 100) কিলোমিটার

= 800 কিলোমিটার।

তাহলে t ঘণ্টায় বিমানটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = 800t কিলোমিটার

প্রশ্নমতে, $800t \geq 5000$

বা, $\frac{800t}{800} \geq \frac{5000}{800}$ [উভয়পক্ষকে 800 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $t \geq \frac{25}{4}$ $\therefore t \geq 6\frac{1}{4}$

নির্ণেয় উড্ডয়নের সময় t ঘণ্টা হলে, $t \geq 6\frac{1}{4}$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ পূর্ববর্তী প্রশ্নের সূত্র ধরে, জেদ্দা থেকে ঢাকা ফেরার পথে উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি,

জেদ্দা থেকে ঢাকা ফেরার প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা।

ফেরার পথে বাতাসের বেগের অনুকূলে বিমানের গতিবেগ ঘণ্টায়

= (900 + 100) কিলোমিটার

= 1000 কিলোমিটার।

তাহলে t ঘণ্টায় বিমানের অতিক্রান্ত দূরত্ব = 1000 কিলোমিটার।

প্রশ্নমতে, $1000t \geq 5000$

বা, $\frac{1000t}{1000} \geq \frac{5000}{1000}$ [উভয়পক্ষকে 1000 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $t \geq 5$

$\therefore$ উড্ডয়নের সময় t ঘণ্টা হলে, $t \geq 5$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা = x

প্রশ্নমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 2x + 15 - 2x$

[উভয়পক্ষ থেকে 2x বিয়োগ করে]

বা, $3x < 15$

বা, $\frac{3x}{3} < \frac{15}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < 5$

যেহেতু সংখ্যাটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

সুতরাং সংখ্যাটি x হলে, এর সম্ভাব্য মান $0 < x < 5$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **একজন ছাত্র x টাকা দরে 5টি বলপেন এবং (x + 4) টাকা দরে 7টি পেন্সিল কিনলে দোকানদার তার কাছ থেকে অনূর্ধ্ব 112 টাকা নিল। x এর মানকে সঠিক কোনভাবে প্রকাশ করা যাবে?**

ক $11 > x \geq 7$ খ $11 \geq x \geq 7$
● $0 < x \leq 7$ ঘ $0 < x < 7$

২. **একজন ছাত্র 10 টাকা দরে x টি পেন্সিল, 15 টাকা দরে (x + 5) টি খাতা কিনে দোকানিকে অনূর্ধ্ব 200 টাকা দিল। সে সর্বাধিক কয়টি পেন্সিল কিনেছে?**

ক $x \geq 11$ খ $x \geq 5$ ● $x \leq 5$ ঘ $x \leq 11$

নিচের তথ্যের আলোকে ৩ – ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

যশোর থেকে করাচি বিমান পথের দূরত্ব 3000 কি.মি. এবং যেতে সময় লাগে t ঘণ্টা। বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 700 কি.মি.। কিন্তু উক্ত দিকে যাওয়ার পথে বায়ুর গতিবেগ ঘণ্টায় 50 কি.মি.।

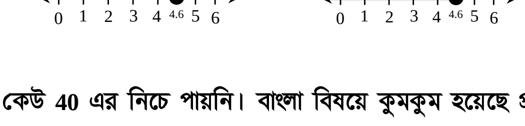
৩. **বিমানের প্রকৃত গতিবেগ কত?**

ক গতিবেগ < 650 কি.মি./ঘণ্টা খ গতিবেগ ≤ 650 কি.মি./ঘণ্টা
গ গতিবেগ ≥ 750 কি.মি./ঘণ্টা ● গতিবেগ ≤ 750 কি.মি./ঘণ্টা

৪. **সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?**

● $750\,t \geq 3000$
খ $750\,t < 3000$
গ $650\,t \geq 3000$
ঘ $650\,t < 3000$

৫. **অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যারেখা কোনটি?**



৬·২ : অসমতার ব্যবহার

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. **কোনো পরীক্ষায় বাংলা প্রথম ও দ্বিতীয় পত্রে টিনা পেয়েছে যথাক্রমে 5x এবং 6x নম্বর এবং কুমকুম পেয়েছে 4x এবং 84 নম্বর। কোনো পত্রে কেউ 40 এর নিচে পায়নি। বাংলা বিষয়ে কুমকুম হয়েছে প্রথম ও টিনা হয়েছে দ্বিতীয়। x এর সম্ভাব্য মান অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।** (কঠিন)

● $10 \leq x \leq 12$ খ $-12 \leq x \leq 10$
গ $-10 \leq x \leq 12$ ঘ $10 \leq x \leq -12$

৭. একজন ছাত্র 5 টাকা দরে xটি পেনসিল এবং 8 টাকা দরে (x + 4)টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 97 টাকা হলে, সর্বাধিক কয়টি পেনসিল কিনেছে? (কঠিন)

● 5 টি ⓚ 6 টি ⓖ 7 টি ⓘ 8 টি

৮. একটি বোর্ডিং এ রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না। এজন্য নিচের কোন অসমতাটি সত্য? (সহজ)

ⓚ $4x + (x - 3) \geq 40$ ⓚ $4x + (x + 3) \geq 40$
ⓖ $4x + (x - 3) \leq 40$ ● $4x + (x - 3) \leq 40$

৯. একটি গাড়ি 6 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়। একে অসমতায় প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (কঠিন)

● $x \leq 600$ ⓚ $x \geq 600$ ⓖ $6x \leq 600$ ⓘ $6x \geq 100$

১০. x সে.মি. দৈর্ঘ্য ও সর্বোচ্চ 8 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রের সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি. হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● $x > 8$ ⓚ $x \geq 8$ ⓖ $8x \geq 40$ ⓘ $8 > x > 40$

ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রটি আয়তকার, সুতরাং দৈর্ঘ্য > প্রস্থ

আবার দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল

যখন প্রস্থের সর্বোচ্চ মান 5 তখন দৈর্ঘ্য $\frac{40}{8} = 5$

এখন প্রস্থ যত কমবে দৈর্ঘ্য তত বাড়বে।

$\therefore x \geq 8$

১১. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 6 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 28 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট হলে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে কী হবে? (মধ্যম)

ⓚ $0 > 7$ ● $0 < x < 7$ ⓖ $0 > x > 7$ ⓘ $6 > x > 28$

ব্যাখ্যা : ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যাটি x এর 6 গুণ = 6x

এবং দ্বিগুণ = 2x

এখন, $6x < 2x + 28$

বা, $4x < 28$

$\therefore x < 7$

x এর সম্ভাব্য মান $0 < x < 7$

১২. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা বড় হলে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

ⓚ $5 > x > 15$ ⓚ $5 < 2x < 15$
● $5x > 2x + 15$ ⓘ $5 + 2x < 15$

১৩. মনিরের চেয়ে জহির 8 বছরের ছোট এবং এদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 62 বছর হলে মনিরের সম্ভাব্য বয়স কত? (কঠিন)

ⓚ > 35 বছর ⓚ < 35 বছর ⓖ ≥ 35 বছর ● ≤ 35 বছর

ব্যাখ্যা : মনে করি, মনিরের বয়স x বছর

∴ জহিরের বয়স (x – 8) বছর

প্রশ্নানুসারে, $x + x - 8 \leq 62$

বা, $2x \leq 70$

$\therefore x \leq 35$

১৪. আব্দুর রহমান গণিতে 8x নম্বর এবং বাংলায় 5x নম্বর পেয়েছে। সে বাংলা অপেক্ষা গণিতে কত নম্বর বেশি পেয়েছে? (সহজ)

ⓚ x ⓚ 2x ● 3x ⓘ 13x

১৫. 30 টাকা কেজি দরে সোহরাব সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন। এক্ষেত্রে নিচের কোন অসমতাটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $30x - 20x < 500$ ● $30x + 20x < 500$
ⓖ $30x - 20x > 500$ ⓘ $30x + 20x > 500$

১৬. এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গসেন্টিমিটার তা থেকে x সেন্টিমিটার দীর্ঘ এবং 5 সেন্টিমিটার প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো। এ জন্য নিচের কোন অসমতাটি প্রযোজ্য? (কঠিন)

ⓚ $5x > 40$ ⓚ $5x \geq 40$ ● $5x < 40$ ⓘ $5x \leq 40$

১৭. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। (মধ্যম)

ⓚ $5 < x < 0$ ⓚ $0 > x < 5$ ● $0 < x < 5$ ⓘ $0 < x < -5$

১৮. একখানি জেট প্লেনের গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বাধিক 300 মিটার। প্লেনটি 15 কিলোমিটার যাওয়ায় প্রয়োজনীয় সময় অসমতায় প্রকাশ কর। (মধ্যম)

ⓚ $t \geq 40$ ⓚ $t \geq 60$ ⓖ $t \leq 50$ ● $t \geq 50$

১৯. জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। 17 বছর বয়সে সে এসএসসি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $14 < x < 17$ ⓚ $14 \leq x \leq 17$
ⓖ $x \geq 17$ ⓘ $17 > x \geq 14$

২০. গণিত পরীক্ষায় অনূর্ধ্ব 180 নম্বরের মধ্যে সাকিব নাবিলার চেয়ে 6 নম্বর বেশি পেলে একে অসমতায় প্রকাশ করলে কী হবে? (সহজ)

ⓚ $2x + 6 \leq 180$ ● $2x - 6 \leq 180$
ⓖ $2x + 6 \geq 180$ ⓘ $2x - 6 \geq 180$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২১. একটি বোর্ডিংয়ে রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না। এ ক্ষেত্রে অসমতা—(মধ্যম)

i. $4x + (x - 3) \leq 40$ ii. $4x + x - 3 \leq 40$
iii. $5x - 3 \leq 40$

উপরের শর্তের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

২২. সাফায়েত, সজীব ও রাসেলের বয়স যথাক্রমে x, 2x ও 4x বছর এবং তাদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 91 বছর হলে– (মধ্যম)

i. সমস্যাটির অসমতা $x + 2x + 4x \leq 91$

ii. সাফায়েতের বয়স ≤ 21 বছর

iii. তাদের শেষের দুই জনের বয়সের সমষ্টি ≤ 78 বছর

উপরের শর্তের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

২৩. টিনা, রীনা, বীনা এবং কনার বয়স যথাক্রমে 2x , x, 4x ও 2x বছর। তাদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 72 বছর হলে–

i. রীনার বয়স ≤ 8 বছর

ii. বীনা ও কনার বয়সের সমষ্টি ≤ 44 বছর

iii. অসমতাটি $2x + x + 4x + 2x \leq 72$

উপরের শর্তের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $2x + x + 4x + 2x \leq 72$

বা, $9x \le 72$

$\therefore x \le 8$

যেহেতু রীনার বয়স x বছর, অতএব রীনার বয়স ≤ 8 বছর

আবার বীণার বয়স $4x$ বছর, অতএব বীণার বয়স ≤ 28 বছর

এবং কণার বয়স $2x$ বছর, অতএব কণার বয়স ≤ 16 বছর

$\therefore$ বীণা ও কণার বয়সের সমষ্টি $\le 28 + 16 \le 44$

২৪. একখানি জেট প্লেনের গতি সেকেন্ড সর্বাধিক 300 মিটার। প্লেনটি 15 কি.মি. যেতে t সেকেন্ড সময় লাগলে– (মধ্যম)

i. $300t \ge 15000$

ii. $300t \ge 1500$

iii. $t \ge 50$

উপরের শর্তের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : প্লেনটি t সেকেন্ডে যায় 300t মিটার। এক্ষেত্রে অসমতাটি দাঁড়ায় $300t \ge 15000$

$\therefore t \ge 50$

২৫. তারেকের বয়স x বছর এবং তারেক রিফাতের 7 বছরের ছোট এবং সমষ্টি অনধিক 33 বছর হলে– (মধ্যম)

i. অসমতাটি $x + x - 7 \ge 33$

ii. তারেকের বয়স ≤ 13 বছর

iii. রিফাতের বয়স ≤ 20 বছর

উপরের শর্তের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : রিফাতের বয়স x বছর

$\therefore$ তারেকের বয়স $(x - 7)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + x - 7 \le 33$

বা, $2x \le 40$

$\therefore x \le 20$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ – ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি গাড়ি 4 ঘণ্টায় x কিলোমিটার এবং 5 ঘণ্টায় যায় $(x + 120)$ কিলোমিটার। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কিলোমিটার এর বেশি নয়।

২৬. এখানে মোট সময় কত? (সহজ)

(ক) 1 ঘণ্টা ● 3 ঘণ্টা (গ) 4 ঘণ্টা (ঘ) 9 ঘণ্টা

২৭. গড় গতিবেগ কত? (মধ্যম)

● $\frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা (খ) $\frac{3x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা

(গ) $\frac{x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা (ঘ) $\frac{120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা

২৮. x এর সম্ভাব্য মান কত? (কঠিন)

(ক) $0 < x < 390$ ● $0 < x \le 390$

(গ) $0 \le x \le 390$ (ঘ) $0 > x \ge 390$

নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একজন ছাত্র 5 টাকা দরে xটি পেন্সিল এবং 8 টাকা দরে $(x + 4)$টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 97 টাকা।

২৯. সমস্যাটির অসমতায় প্রকাশ কোনটি? (সহজ)

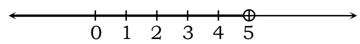
● $5x + 8(x + 4) \le 97$ (খ) $5x + 8(x + 4) > 97$

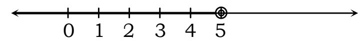
(গ) $5x + 8(x + 4) \ge 97$ (ঘ) $x + (4 + x) \le 97$

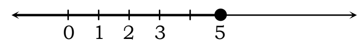
৩০. ছাত্রটি সর্বাধিক কতটি পেন্সিল কিনেছে? (কঠিন)

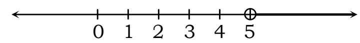
(ক) 1 টি (খ) 3 টি ● 5 টি (ঘ) 10 টি

৩১. সংখ্যাটি সংখ্যারেখার কোনটি প্রযোজ্য হবে– (মধ্যম)

● 

(খ) 

(গ) 

(ঘ) 

নিচের তথ্যের আলোকে ৩২ – ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

অর্ক 10 টাকা দরে x টি কলম এবং 15 টাকা দরে $(x + 5)$টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 145 টাকা।

৩২. অর্ক কত টাকা দিয়ে কলম কিনল? (মধ্যম)

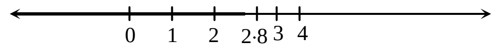
● $10x$ (খ) $(10 + x)$ (গ) $(10 - x)$ (ঘ) $\frac{x}{10}$

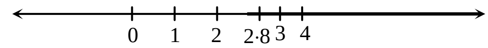
৩৩. উক্ত সমস্যাটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে হবে – (মধ্যম)

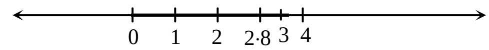
● $10x + 15(x + 5) \le 145$ (খ) $10x + 15 + (x + 5)$

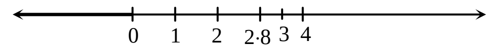
(গ) $10x + 15(x + 5) \ge 145$ (ঘ) $10x + 15(x + 5) = 145$

৩৪. অসমতাটি সংখ্যারেখায় দেখালে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

● 

(খ) 

(গ) 

(ঘ) 

নিচের তথ্যটির আলোকে ৩৫ – ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পুত্রের বয়স মাতার বয়সের এক–তৃতীয়াংশ। পিতা মাতার চেয়ে 8 বছরের বড়। পিতা ও মাতার বয়সের সমষ্টি 72 বছর। পিতার বয়স x বছর।

৩৫. পুত্রের বয়স কত? (মধ্যম)

● $\frac{x - 8}{3}$ বছর (খ) $\frac{x + 8}{3}$ বছর (গ) $\frac{x + 3}{8}$ বছর (ঘ) $\frac{x - 3}{8}$ বছর

ব্যাখ্যা : পিতার বয়স x বছর হলে মাতার বয়স $(x - 8)$ বছর।

$\therefore$ পুত্রের বয়স $\frac{x - 8}{3}$ বছর

৩৬. পিতা ও মাতার বয়সের অসমতা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $x + x - 8 \ge 72$ ● $x + x - 8 \le 72$

(গ) $\frac{x + x - 8}{3} \ge 72$ (ঘ) $\frac{x + x - 8}{3} < 72$

৩৭. পিতার বয়স কত? (মধ্যম)

(ক) $x \ge 32$ (খ) $x \ge 40$

● $x \le 40$ (ঘ) $x \le 32$

ব্যাখ্যা : $x + x - 8 \le 72$

বা, $2x \le 80$

$\therefore x \le 40$

৩৮. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স x বছর এবং পুত্রের বয়স y বছর হলে অসমতাটি নিচের কোনটি?

● $x + y \le 90$ (খ) $x + y > 90$

(গ) $x + y < 90$ (ঘ) $x + y \ge 90$

৩৯. মতিন x বছর বয়সে জেএসসি পরীক্ষা দিয়েছিল। y বছর বয়সে এসএসসি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স z বছর হলে–

(ক) $z < x$ ● $z > y$

(গ) $x > z$ (ঘ) $x < z < y$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একজন বালক 15 টাকা দরে xটি পেন্সিল এবং 5 টাকা দরে (x + 5)টি কলম কিনল। সবগুলো পেন্সিল ও কলমের মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 130 টাকা।

৪০. বালকটি সর্বাধিক কয়টি কলম কিনেছিল?

● 5 টি ⓑ 6 টি ⓒ 10 টি ⓓ 15 টি

৪১. উদ্দীপকের তথ্যটি নিচের কোন অসমতা দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে?

ⓐ $15x + 5(x + 5) \geq 130$ ⓑ $15x + 5(x + 5) > 130$

ⓒ $15x + 5(x + 5) < 130$ ● $15x + 5(x + 5) \leq 130$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪২ ও ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি গাড়ি 2 ঘণ্টায় যায় x কিলোমিটার এবং 3 ঘণ্টায় যায় (x + 140) কিলোমিটার গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 120 এর বেশি নয়।

৪২. সমস্যাটির অসমতা রূপ নিচের কোনটি?

ⓐ $\frac{x + 2x + 140}{4}$ ⓑ $\frac{2x + x + 140}{5} \leq 120$

ⓒ $\frac{x + x + 140}{4}$ ● $\frac{x + x + 140}{5} \leq 120$

৪৩. সমস্যাটিতে x এর সম্ভাব্য মান কত?

ⓐ $0 < x \leq 210$ ⓑ $0 < x \leq 220$

● $0 < x \leq 230$ ⓓ $0 < x \leq 240$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ 140 টাকা কেজি দরে ডেভিড x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন।

ক. বিক্রেতা ডেভিডকে কত টাকা ফেরত দিবেন? ২

খ. বিক্রেতা যদি 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দেয় তবে প্রদত্ত সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. x এর সম্ভাব্য মান সমাধান সেট আকারে প্রকাশ কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. 140 টাকা কেজি দরে x কেজি আপেলের দাম = 140 x টাকা

∴ বিক্রেতা ডেভিডকে ফেরত দিবেন (1000 –140x) টাকা।

খ. 50 টাকার x খানা নোটের মূল্য = 50x টাকা। যেহেতু বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

সুতরাং আপেলের মূল্য ও ফেরত 50x টাকা 1000 টাকার চেয়ে কম।

শর্তানুসারে, $140x + 50x \leq 1000$

বা, $190x \leq 1000$

বা, $\frac{190x}{190} \leq \frac{1000}{190}$

বা, $x \leq \frac{100}{19}$

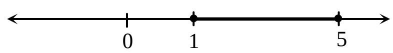
বা, $x \leq 5.26$ (প্রায়)

গ. 'খ' অংশ হতে প্রাপ্ত অসমতা $x \leq 5.26$ (প্রায়) যেহেতু নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না। যেহেতু x এর মান 5 বা 5 হতে ছোট যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে।

অতএব, x এর সম্ভাব্য মান : $1 \leq x \leq 5$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{x \in R : 1 \leq x \leq 5\}$

সংখ্যারেখায় S :



প্রশ্ন–২ ▸ কাশেম সাহেব 50 টাকা কেজি দরে x কেজি ছোট মাছ কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একটি নোট দিলে বিক্রেতা (x – 2) টি 50 টাকার নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

ক. উপরের তথ্যটি অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. তিনি কত কেজি মাছ কিনেছিলেন? ৪

গ. কিন্তু কাশেম সাহেব ওই একই পরিমাণ মাছ 30 টাকা দরে কিনে বিক্রেতাকে 500 টাকার নোট দেওয়ায় বিক্রেতা 20 টাকার কতটি নোট ফেরত দেবে? ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রশ্নানুসারে, কাশেম সাহেবের ক্রয়কৃত মাছের মোট মূল্য 50x টাকা।

আবার, বিক্রেতা ফেরত দেয় 50(x – 2) টাকা

প্রশ্নমতে, মাছের মূল্য ও 50 টাকার নোটে ফেরতকৃত টাকা 500 টাকার কম হবে।

অর্থাৎ $50x + 50(x - 2) < 500$

খ. এখানে অসমতাটি, $50x + 50(x - 2) < 500$

বা, $50x + 50x - 100 < 500$

বা, $100x < 500 + 100$

বা, $100x < 600$

বা, $x < \frac{600}{100}$

∴ $x < 6$

∴ তিনি 6 কেজির কম পরিমাণ মাছ কিনেছিলেন।

গ. ধরি, 20 টাকার নোট xটি

প্রশ্নানুসারে, মাছের মোট মূল্য 30x টাকা

আবার, বিক্রেতা ফেরত দেয় 20x টাকা

প্রশ্নমতে, মাছের মূল্য ও ফেরতকৃত টাকা 500 টাকার সমান হবে।

অর্থাৎ, $30x + 20x = 500$

বা, $50x = 500$

বা, $\frac{50x}{50} = \frac{500}{50}$ [উভয়পক্ষকে 50 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 10$

∴ 10 টি নোট ফেরত দিলেন।

প্রশ্ন–৩ ▸ ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান দূরত্ব 5000 কি.মি.। জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি.মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি.মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়।

ক. বায়ুর প্রতিকূলে বিমানের বেগ কত? ২

খ. ঢাকা থেকে জেদ্দার বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. জেদ্দা হতে ঢাকা ফেরার পথে উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, 5000 কি.মি. উড্ডয়নের সময় t ঘণ্টা।

দেওয়া আছে,

বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 900 কি.মি./ঘণ্টা

এবং বায়ুর গতিবেগ 100 কি.মি./ঘণ্টা

বায়ুর প্রতিকূলে বিমানের বেগ (900 – 100) কি.মি./ঘণ্টা

= 800 কি.মি./ঘণ্টা

খ. এখন, বিমানটি 800 কি.মি. যায় = 1 ঘণ্টায়

∴ বিমানটি 5000 কি.মি. যায় = $\frac{5000}{800}$ ঘণ্টায়

= $\frac{25}{4}$ ঘণ্টায়

যেহেতু উড্ডয়নের মোট সময় ধরা হয়েছে t ঘণ্টা

$\therefore t \geq \frac{25}{4}$

$\therefore t \geq 6\frac{1}{4}$

নির্ণেয় সময় $t \geq 6\frac{1}{4}$

গ. ফিরতি পথে বিমানের গতি বাতাসের অনুকূলে থাকবে বলে বিমানের গতি হবে (900 + 100) = 1000 কিলোমিটার/ঘণ্টা

আবার, ফেরার পথে 1000 কিলোমিটার যায় = 1 ঘণ্টায়

∴ ফেরার পথে 5000 কিলোমিটার যায় = $\frac{5000}{1000}$ ঘণ্টায়

= 5 ঘণ্টায়

মনে করি, উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা

তাহলে, $t \geq 5$

নির্ণেয় অসমতাটি $t \geq 5$

প্রশ্ন–৪ ▸ এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গসেন্টিমিটার। তা থেকে x সেন্টিমিটার দীর্ঘ এবং 5 সেন্টিমিটার প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি কাগজের টুকরা না হয়ে 3 মিটার লম্বা এক টুকরা তার কেটে x সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্য এবং (x – 12) সেন্টিমিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি করা হয় তবে x এর মানের সীমা নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কাগজের টুকরার ক্ষেত্রফল = $(x \times 5)$ বর্গসেন্টিমিটার

= 5x বর্গ সেন্টিমিটার

নির্ণেয় অসমতা $5x < 40$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত $5x < 40$

বা, $\frac{5x}{5} < \frac{40}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 8$

∴ কাগজের টুকরাটির প্রস্থ 5 সেন্টিমিটার। তাই x এর মান 5 সেন্টিমিটারের কম হতে পারে না।

নির্ণেয় x এর সম্ভাব্য মান $5 < x < 8$

গ. যেহেতু তার টুকরার দৈর্ঘ্য x সেন্টিমিটার এবং প্রস্থ (x – 12) সেন্টিমিটার।

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2\{x + (x - 12)\}$ সেন্টিমিটার

3 মিটার = 300 সেন্টিমিটার [∵ 100 সেন্টিমিটার = 1 মিটার]

প্রশ্নমতে, $2(x + x - 12) \leq 300$

বা, $2(2x - 12) \leq 300$

বা, $2x - 12 \leq 150$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2x \leq 162$ [উভয়পক্ষে 12 যোগ করে পাই]

$\therefore x \leq 81$

নির্ণেয় x এর সীমা ≤ 81

প্রশ্ন–৫ ▸ এক বালক ঘণ্টায় x কিলোমিটার বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং ঘণ্টায় (x + 2) কিলোমিটার বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কিলোমিটারের কম।

ক. অতিক্রান্ত পথের দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. অসমতা আকারে প্রকাশ করে সমাধান কর। ৪

গ. অন্য একটি বালক x কিলোমিটার বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং (x + 2) কিলোমিটার বেগে 5 ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত দূরত্ব 29 এর দ্বিগুণের কম হলে x এর সম্ভাব্য মান কত হবে? ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ঘণ্টায় x কিলোমিটার বেগে 3 ঘণ্টায় যায় 3x কিলোমিটার

আবার ঘণ্টায় (x + 2) কিলোমিটার বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় যায় $\frac{x+2}{2}$ কিলোমিটার,

অতিক্রান্ত পথের দৈর্ঘ্য = $\left(3x + \frac{x+2}{2}\right)$ কিলোমিটার।

খ. প্রশ্নানুসারে অসমতাটি,

$3x + \frac{x+2}{2} < 29$ ['ক' থেকে প্রাপ্ত]

বা, $3x + \frac{x}{2} + \frac{2}{2} < 29$

বা, $3x + \frac{x}{2} + 1 < 29$

বা, $3x + \frac{x}{2} + 1 - 1 < 29 - 1$ [উভয়পক্ষ থেকে 1 বিয়োগ করে]

বা, $\frac{6x + x}{2} < 28$

বা, $\frac{7x}{2} < 28$

বা, $\frac{7x}{2} \times \frac{2}{7} < 28 \times \frac{2}{7}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{2}{7}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < 8$

আবার, $x > 0$; কেননা বেগ কখনো ঋণাত্মক হয় না।

নির্ণেয় অসমতা, $3x + \frac{x + 2}{2} < 29$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 8$

গ. ঘণ্টায় x কিলোমিটার বেগে 3 ঘণ্টায় যায় 3x কিলোমিটার

আবার, ঘণ্টায় (x + 2) কিলোমিটার বেগে 5 ঘণ্টায় যায় 5 (x + 2) কিলোমিটার।

প্রশ্নমতে, $3x + 5(x + 2) < 29 \times 2$

বা, $3x + 5x + 10 < 58$

বা, $8x + 10 < 58$

বা, $8x + 10 - 10 < 58 - 10$

বা, $8x < 48$

বা, $x < 6$ [উভয়পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]

আবার, $x > 0$ [∵ বেগের মান কখনো ঋণাত্মক হয় না]

সুতরাং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 6$

প্রশ্ন-৬ ▸ একটি বোর্ডিংয়ে রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে। চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. x-এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. 1 কেজি চাল সর্বোচ্চ 4 জন শিক্ষার্থী খেতে পারে। বোর্ডিংয়ে শিক্ষার্থীর সংখ্যার সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বোর্ডিংয়ে রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে। চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

প্রশ্নমতে, $4x + (x - 3) \le 40$ এটিই নির্ণেয় অসমতা

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত, $4x + (x - 3) \le 40$

বা, $5x - 3 \le 40$

বা, $5x - 3 + 3 \le 40 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $5x \le 43$

বা, $x \le \frac{43}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \le \frac{43}{5}$

ডালের পরিমাণ (x – 3) কেজি।

যেহেতু ডালের পরিমাণ শূন্য (0) কেজির বেশি হবে

কাজেই $x - 3 > 0$

বা, $x - 3 + 3 > 0 + 3$ [উভয়পক্ষকে 3 যোগ করে]

$\therefore x > 3$

এখন, x এর সম্ভাব্য মান $x > 3$ এবং $x \le \frac{43}{5}$ অর্থাৎ $3 < x \le \frac{43}{5}$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান $3 < x \le \frac{43}{5}$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত

x এর সম্ভাব্য মান $3 < x \le \frac{43}{5}$

$\therefore$ চালের পরিমাণ y হলে $y = 4x$

$\therefore 4 \times 3 < y \le \frac{43}{5} \times 4$

বা, $12 < y \le \frac{172}{5}$

আবার, 1 কেজি চাল খেতে পারে সর্বাধিক 4 জন ছাত্র

$\therefore$ y কেজি চাল খেতে পারে সর্বাধিক 4y জন ছাত্র

মনে করি, 4y জন = z জন

$\therefore$ শিক্ষার্থী সংখ্যার সম্ভাব্য মান $4 \times 12 < 4y \le \frac{172}{5} \times 4$

বা, $48 < 4y \le \frac{688}{5}$

$\therefore 48 < 4y \le 138$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৭ ▸ পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ, পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়।

ক. পিতার বয়স x ধরে মাতা ও পুত্রের বয়স নির্ণয় কর। ২

খ. তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর হলে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে পিতা ও পুত্রের বয়স নির্ণয় কর। ৪

গ. পুত্র 'খ' এ প্রাপ্ত বয়সে সপ্তম শ্রেণির ছাত্র ছিল। 16 বছর বয়সে সে এসএসসি পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করবে। তার বর্তমান বয়স y হলে, y কে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. মাতা $(x - 6)$ বছর, পুত্র $\frac{1}{3}(x - 6)$ বছর।

খ. $x + (x - 6) + \frac{1}{3}(x - 6) \le 90$; পিতার বয়স ≤ 42 বছর ও পুত্রের বয়স ≤ 12 বছর। গ. $12 < y < 16$

প্রশ্ন-৮ ▸ 150 টাকা কেজি দরে শফিক সাহেব x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা থেকে x এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ৪

গ. শফিক সাহেব যদি সর্বোচ্চ মানের সমপরিমাণ আপেল কিনতেন তাহলে বিক্রেতা তাকে 20 টাকার সর্বোচ্চ কতগুলো নোট ফেরত দিতেন? ৪

উত্তর : ক. $150x + 50x \le 1000$; খ. 5; গ. 12 খানা।

অনুশীলনী ৬.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দুই চলকবিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতা ও এর লেখচিত্র**

১. অসমতাগুলো সমীকরণ আকারে লিখে লেখচিত্র আঁকতে হবে।

২. একঘাতবিশিষ্ট সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা।

৩. লেখচিত্রের বাইরে কোনো বিন্দুর জন্য সমীকরণের মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়।

৪. সাধারণ নিয়মে লেখচিত্র অঙ্কনের পর অসমতা চিহ্ন অনুসারে ছায়াচিত্র চিহ্নিত করতে হবে।

৫. অসমতা চিহ্ন '$<$' অথবা '$>$' দ্বারা লেখচিত্রে চিহ্নিত বহিঃস্থ বিন্দুর সেট বোঝায় লেখের উপরস্থ বিন্দু অন্তর্ভুক্ত নয়।

৬. '$\geq$' অথবা '$\leq$' দ্বারা লেখের উপরস্থ বিন্দু থেকে চিহ্নিত সব বিন্দুর সেটকে বোঝায়।

৭. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণের যুগপৎ সমাধানের জন্য :

i. একই ছক কাগজে রেখা দুটির লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

ii. রেখা দুটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশ বিন্দুই অসমতা দুটির যুগপৎ সমাধান।

৮. ছায়াচিত্র চিহ্নিত করার সময় অবশ্যই অসমতা চিহ্ন অনুসারে করতে হবে।

■ **দুই চলকবিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতার লেখ অঙ্কন :** দুই চলকবিশিষ্ট এক ঘাত সমতায় অর্থাৎ $ax + by + c \geq 0$, $ax + by + c > o$, $ax + by + c \leq 0$ বা $ax + by + c < 0$ আকারে অসমতার লেখ আঁকার জন্য প্রথমে $ax + by + c = 0$ সমীকরণের লেখ আঁকা হয়। এই লেখ একটি সরলরেখা।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. **$5x + 5 > 25$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?**

● $S = \{x \in R : x > 4\}$ ⓖ $S = \{x \in R : x < 4\}$

ⓖ $S = \{x \in R : x \leq 4\}$ ⓘ $S = \{x \in R : x \geq 4\}$

ব্যাখ্যা : অসমতার সমাধান সেট সাধারণত বাস্তব সংখ্যার অসীম উপসেট। অর্থাৎ অসমতার সমাধান সর্বদাই একটি ব্যবধি নির্দেশ করে।

এখানে, $5x + 5 > 25$

$\therefore x > 4$

সুতরাং $S = \{x \in R : x > 4\}$

২. **$x + y = -2$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্য $y = 0$ হবে?**

ⓚ 2 ⓖ 0 ⓖ 4 ● -2

৩. **$2xy + y = 3$ সমীকরণটির সঠিক স্থানাঙ্ক কোনগুলো?**

ⓚ $(1, -1), (2, -1)$ ● $(1, 1), (2, -1)$

ⓖ $(1, 1), (-2, 1)$ ⓘ $(-1, 1), (2, -1)$

নিম্নের অসমতাটি থেকে ৪ ও ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x \le \frac{x}{4} + 3$

৪. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

ⓚ $S = \{x \in R : x > 4\}$ ⓛ $S = \{x \in R : x < 4\}$
● $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ⓝ $S = \{x \in R : x \ge 4\}$

ব্যাখ্যা : $x \le \frac{x}{4} + 3$

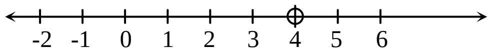
বা, $4x \le x + 12$

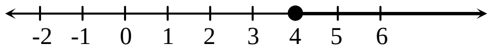
বা, $3x \le 12$

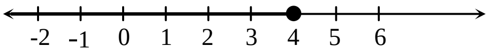
$\therefore x \le 4$

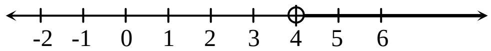
$\therefore$ সমাধান সেট $S = \{x \in R : x \le 4\}$

৫. অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যারেখা কোনটি?

ⓚ 

ⓛ 

● 

ⓝ 

নিম্নের অনুচ্ছেদটি পড়ে ৬, ৭ ও ৮ নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

একজন ছাত্রী 10.00 টাকা দরে x টি পেন্সিল, 6.00 টাকা দরে (x + 3) টি খাতা কিনেছে। সবগুলো মিলে মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 114.00 টাকা।

৬. সমস্যাটির অসমতায় প্রকাশ কোনটি?

i. $10x + 6(x + 3) \le 114$ ii. $10x + 6(x + 3) \ge 114$
iii. $10x + 6(x + 3) < 114$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ⓛ ii ⓜ iii ⓝ i ও ii

ব্যাখ্যা : x টি পেন্সিলের দাম 10x টাকা এবং (x + 3) টি খাতার দাম 6(x + 3) টাকা।

সর্বমোট মূল্য অনূর্ধ্ব 114.00 টাকা অর্থাৎ 114 টাকা বা তার কম হতে পারে।

$\therefore 10x + 6(x + 3) \le 114$

৭. ছাত্রীটি সর্বাধিক কতটি পেন্সিল কিনল?

ⓚ 1টি ⓛ 3টি ⓜ 5টি ● 6টি

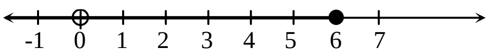
ব্যাখ্যা : $10x + 6(x + 3) \le 114$

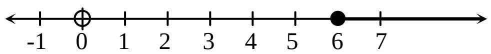
বা, $10x + 6x + 18 \le 114$

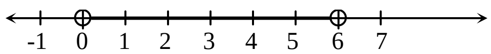
বা, $16x \le 96$

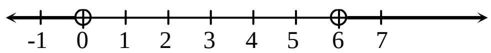
$\therefore x \le 6$

৮. সমস্যাটি সংখ্যারেখায় কোনটি প্রযোজ্য হবে?

● 

ⓛ 

ⓜ 

ⓝ 

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ নিম্নের প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর :

i. $x - y > -10$

সমাধান : $x - y > -10$ অসমতাটিকে $x - y + 10 > 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $x - y + 10 = 0$

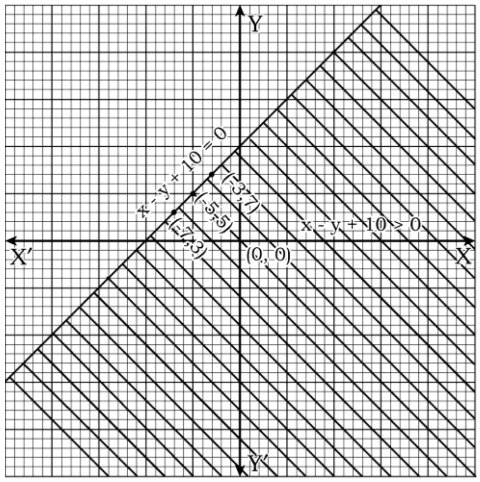
বা, $x + 10 = y$

বা, $y = x + 10$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	−7	−3	−5
y	+3	7	5

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (−7, 3), (−3, 7), (−5, 5) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে, $x - y + 10$ এর মান 10, যা একটি ধনাত্মক সংখ্যা। সুতরাং $x - y + 10 = 0$ সমীকরণের লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল সেই বিন্দুগুলোই $x - y + 10 > 0$ বা $x - y > -10$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। লেখরেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশে সকল বিন্দু সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

ii. $2x - y < 6$

সমাধান : $2x - y < 6$ অসমতাটি $2x - y - 6 < 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $2x - y - 6 = 0$

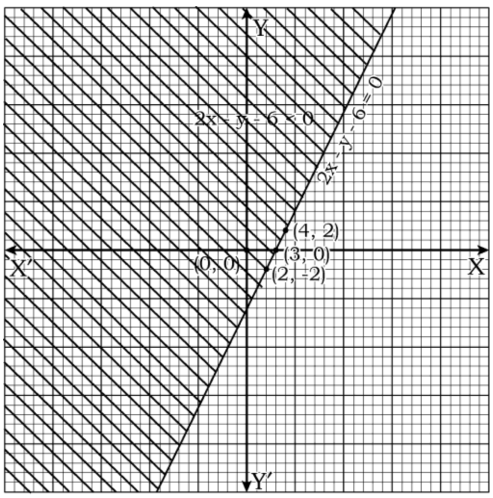
বা, $2x - 6 = y$

বা, $y = 2x - 6$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	3	2	4
y	0	−2	2

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি (3, 0), (2, − 2), (4, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x - y - 6$ এর মান − 6, যা একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল যদি সেই বিন্দুগুলোই $2x - 6 - y < 0$ বা $2x - y < 6$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। লেখরেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশে অবস্থিত সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এ লেখটি অবস্থিত।

iii. $\mathbf{3x - y \geq 0}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$3x - y \geq 0$

এখন $3x - y = 0$

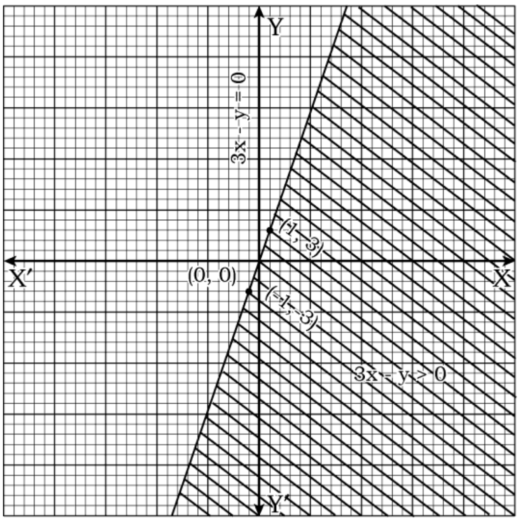
বা, $-y = -3x$

বা, $y = 3x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	1	−1
y	0	3	−3

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (1, 3), (−1, −3) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



লেখরেখার এক পাশে অবস্থিত (1, 0) বিন্দুতে $3x - y = 3$,

$3 - 0 = 3 > 0$

সুতরাং, $3x - y = 0$ সমীকরণের লেখ, রেখাস্থিত সকল বিন্দু ওই রেখার যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত, সেই পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুই $3x - y \geq 0$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত।

লেখরেখাটিসহ এর যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দু সমন্বয়ে এ লেখ গঠিত।

iv. $\mathbf{3x - 2y \leq 12}$

সমাধান : $3x - 2y \leq 12$ অসমতাটিকে $3x - 2y - 12 \leq 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $3x - 2y - 12 = 0$

বা, $3x - 12 = 2y$

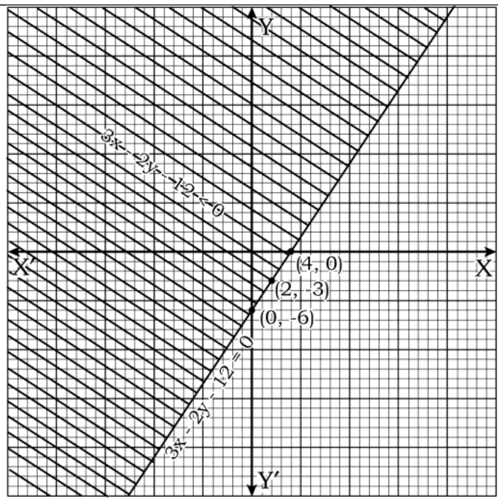
বা, $2y = 3x - 12$

বা, $y = \frac{3}{2}x - 6$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	4	0	2
y	0	−6	−3

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (4, 0), (0, − 6), (2, −3) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখরেখাটি অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 2y - 12$ এর মান −12 যা একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং, $3x - 2y - 12 = 0$ সমীকরণের লেখ রেখাস্থিত সকল বিন্দু ও ঐ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল এই সকল বিন্দুই $3x - 2y - 12 \leq 0$ বা $3x - 2y \leq 12$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ চিহ্নিত করি। লেখরেখাটিসহ এর যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

v. $\mathbf{y < -2}$

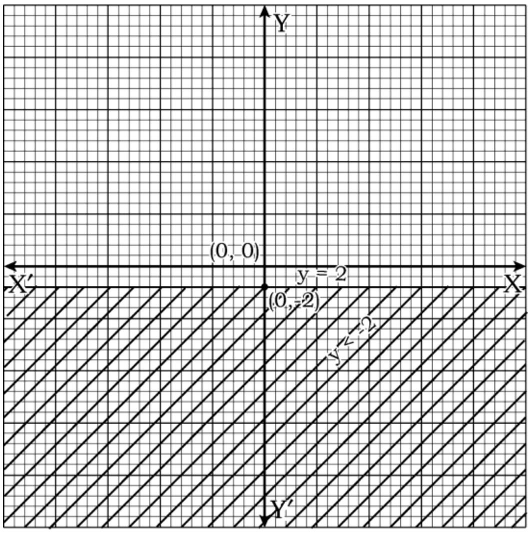
সমাধান :

$y < -2$ অসমতাটি $y + 2 < 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $y + 2 = 0$

বা, $y = -2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, −2) বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল করে লেখরেখাটি অঙ্কন করি।



এই রেখার উপরের অংশে অবস্থিত মূল বিন্দুতে $y + 2$ এর মান 2, যা ধনাত্মক। সুতরাং $y + 2 = 0$ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে অর্থাৎ রেখাটির নিচের অংশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুই–

$y + 2 < 0$

বা, $y < -2$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত।

চিত্রে দাগ টেনে ঐ লেখ চিহ্নিত করি। লেখ রেখাটির নিচের দিকে অবস্থিত সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

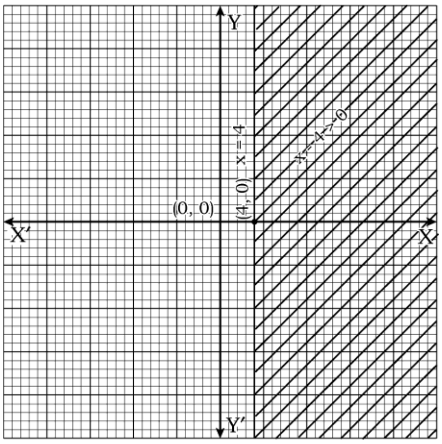
vi. $\mathbf{x \geq 4}$

সমাধান : $x \geq 4$ অসমতাটিকে $x - 4 \geq 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $x - 4 = 0$

বা, $x = 4$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, (4, 0) বিন্দু দিয়ে y অক্ষের সমান্তরাল করে লেখরেখাটি অঙ্কন করি।



এ রেখার বামপাশে অবস্থিত মূলবিন্দু $x - 4$ এর মান $- 4$, যা ঋণাত্মক। সুতরাং $x - 4 = 0$ রেখার সকল বিন্দু ও রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে অর্থাৎ রেখাটির ডান পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবল এই সকল বিন্দুই $x - 4 \geq 0$ বা $x \geq 4$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। চিত্রে দাগ টেনে লেখ চিহ্নিত করি। রেখাটিসহ এর ডানপাশে সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

vii. $y > x + 2$

সমাধান : $y > x + 2$ অসমতাটিকে $y - x - 2 > 0$ আকারে লেখা যায়।

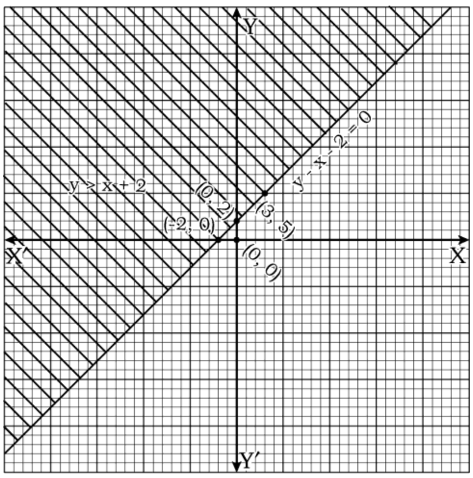
এখন, $y - x - 2 = 0$

বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	3	–2
y	2	5	0

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 2), (3, 5), (–2, 0) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে, $y - x - 2$ এর মান -2, যা একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং, $y - x - 2 = 0$ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে সকল বিন্দু এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুই $y - x - 2 > 0$ বা $y > x + 2$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ চিহ্নিত করি। হালকাভাবে অঙ্কিত রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

viii. $y < x + 2$

সমাধান : $y < x + 2$ অসমতাটিকে $y - x - 2 < 0$ আকারে লেখা যায়।

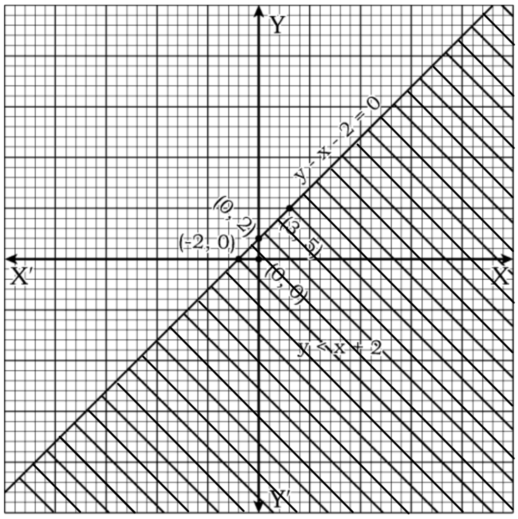
এখন, $y - x - 2 = 0$

বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	3	–2
y	2	5	0

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 2), (3, 5), (–2, 0) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে, $y - x - 2$ এর মান -2, যা একটি ঋণাত্মক সংখ্যা।

সুতরাং, $y - x - 2 = 0$ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুই চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ অঙ্কন করি। লেখরেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

ix. $y \geq 2x$

সমাধান : $y \geq 2x$ অসমতাটিকে $y - 2x \geq 0$ আকারে লেখা যায়।

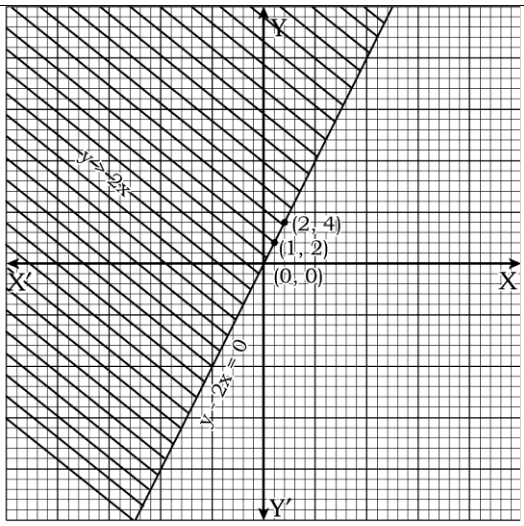
এখন $y - 2x = 0$

বা, $y = 2x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	1	2
y	0	2	4

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (1, 2), (2, 4) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



এখন, (1, 0) বিন্দুতে $y - 2x = 0 - 2, - 2 < 0$

সুতরাং, $y - 2x = 0$ রেখাস্থিত সকল বিন্দু ও এর যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুই $y - 2x \geq 0$ বা $y \geq 2x$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত।

রেখাটিসহ এর যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

x. $\mathbf{x + 3y < 0}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + 3y < 0$

এখন $x + 3y = 0$

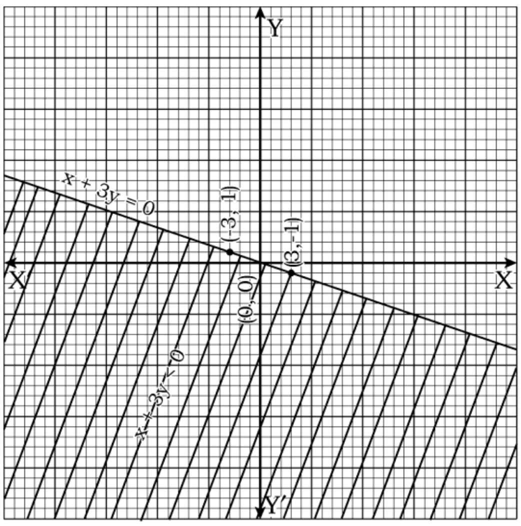
বা, $3y = -x$

বা, $y = -\frac{1}{3}x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	3	–3
y	0	–1	1

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (3, –1), (–3, 1) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করি।



এখন (–1, 0) বিন্দুতে $x + 3y = -1 + 3.0, -1 < 0$

সুতরাং $x + 3y = 0$ রেখাস্থিত সকল বিন্দু ও এর যে পাশে (–1, 0) বিন্দু অবস্থিত সে পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবলমাত্র ঐ সকল বিন্দু $x + 3y < 0$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত।

চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ চিহ্নিত করি। রেখাটিসহ এর যে পাশে (–1, 0) বিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখটি গঠিত।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ হযরত শাহজালাল বিমানবন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমান পথের দূরত্ব 1793 কি.মি. বাংলাদেশ বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 500 কি.মি./ঘণ্টা। কিন্তু হযরত শাহজালাল বিমানবন্দর থেকে সিঙ্গাপুর যাবার পথে প্রতিকূল 60 কি.মি./ঘণ্টা বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটির প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা ধরে সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও।

খ. হযরত শাহজালাল বিমান বন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমানবন্দর পর্যন্ত বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় (ক) তে বর্ণিত অসমতা থেকে নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. সিঙ্গাপুর থেকে হযরত শাহজালাল বিমানবন্দরে ফেরার পথে বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময়কে x ধরে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে লেখের সাহায্যে সমাধান কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, বিমানটির উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা।

বায়ুর প্রতিকূল দিকে বিমানটির গতিকো ঘণ্টায় = (500 – 60) কি. মি.

= 440 কি. মি.

তাহলে, t ঘণ্টায় বিমানটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = 440 t কি. মি.

প্রশ্নমতে, $440t \geq 1793$

খ. 'ক' হতে পাই, $440t \geq 1793$

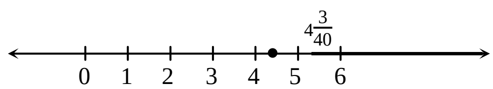
বা, $\frac{440t}{440} \geq \frac{1793}{440}$ [উভয়পক্ষকে 440 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $t \geq \frac{163}{40}$

বা, $t \geq 4\frac{3}{40}$

∴ উড্ডয়নের সময় t ঘণ্টা হলে, $t \geq 4\frac{3}{40}$

নির্ণেয় অসমতাটি সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



গ. মনে করি, সিঙ্গাপুর থেকে হযরত শাহজালাল বিমান বন্দরে ফেরার প্রয়োজনীয় সময় x ঘণ্টা।

ফেরার পথে বাতাসের অনুকূলে বিমানের গতিবেগ ঘণ্টায়

= (500 + 60) কি. মি.

= 560 কি. মি.

তাহলে, x ঘণ্টায় বিমানের অতিক্রান্ত দূরত্ব = 560x কি. মি.

প্রশ্নমতে, $560x \geq 1793$

বা, $\frac{560x}{560} \geq \frac{1793}{560}$ [উভয়পক্ষকে 560 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x \geq \frac{1793}{560}$

বা, $x \geq 3.202$

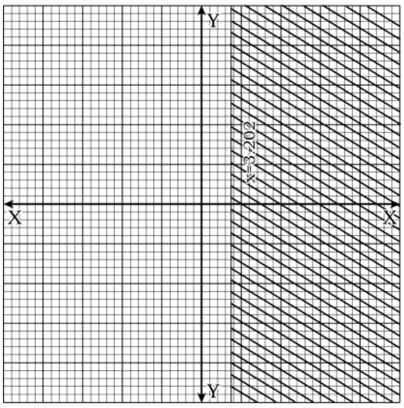
উড্ডয়নের সময় x হলে, $x \geq 3.202$

$x \geq 3.202$ অসমতাটিকে $x - 3.202 \geq 0$ আকারে লেখা যায়

এখন $x - 3.202 = 0$

বা, $x = 3.202$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (3.202,0) বিন্দু দিয়ে y অক্ষের সমান্তরাল করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



এ রেখার বামপাশে অবস্থিত মূলবিন্দুতে $x - 3.202$ এর মান $- 3.202$, যা ঋণাত্মক। সুতরাং $x - 3.202 = 0$ রেখার সকল বিন্দু এবং রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবল এই সকল বিন্দু $x - 3.202 > 0$

বা $x \geq 3.202$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। চিত্রে দাগ টেনে লেখ চিহ্নিত করি। রেখাটিসহ এর ডানপাশে সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির 3 গুণ থেকে ২য় সংখ্যাটির 5 গুণ বিয়োগ করলে 5 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। আবার ১ম সংখ্যা থেকে ২য় সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করলে অনূর্ধ্ব 9 হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাগুলোকে অসমতায় দেখাও।

খ. ১ম সংখ্যাটির 5 গুণ, ১ম সংখ্যার দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট হলে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

গ. ক নং এ প্রাপ্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, প্রথম সংখ্যাটি x

এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটি y

শর্তমতে, $3x - 5y > 5$

এবং $x - 3y \leq 9$

খ. 'ক' থেকে পাই, প্রথম সংখ্যাটি x

শর্তমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 2x + 15 - 2x$ [উভয়পক্ষ থেকে 2x বিয়োগ করে]

বা, $3x < 15$

বা, $\frac{3x}{3} < \frac{15}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 5$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান : $x < 5$

গ. 'ক' হতে পাই, $3x - 5y > 5$

এবং $x - 3y \leq 9$

এখন $3x - 5y - 5 = 0$ .... (i)

এবং $x - 3y - 9 = 0$................. (ii) সমীকরণ দুইটির লেখ অঙ্কন করি।

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3x - 5y - 5 = 0$

বা, $3x - 5 = 5y$

বা, $y = \frac{3}{5}x - 1$

x	– 5	0	5
y	– 4	–1	2

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$x - 3y - 9 = 0$

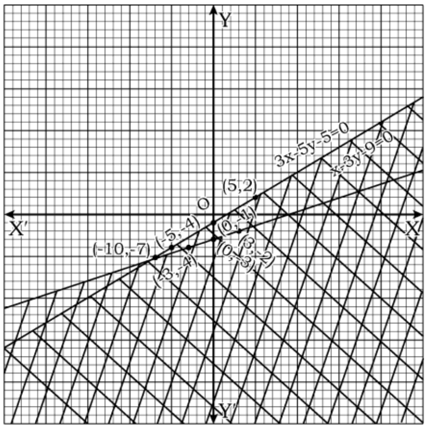
বা, $x - 9 = 3y$

বা, $3y = x - 9$

বা, $y = \frac{1}{3}x - 3$

x	–3	0	3
y	–4	–3	–2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (– 5, – 4), (0, – 1), (5, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 5y - 5 = 0$ সমীকরণের লেখরেখা এবং (– 3, – 4), (0, – 3), (3, – 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে, $x - 3y - 9 = 0$ সমীকরণের লেখরেখা অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 5y - 5$ রাশির মান $- 5$, যা ঋণাত্মক। সুতরাং $3x - 2y - 5 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $3x - 5y - 5 > 0$ অর্থাৎ $3x - 5y > 5$। দাগ টেনে চিহ্নিত অংশই এই অসমতার সমাধান সেট।

আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - 3y - 9$ রাশির মান -9, যা ঋণাত্মক। সুতরাং $x - 3y - 9 = 0$ এর লেখরেখাসহ এর যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 9 \geq 0$ অর্থাৎ $x - 3y \geq 9$। দাগ টেনে চিহ্নিত অংশই এই অসমতার সমাধান সেট।

$\therefore$ দ্বিতীয় রেখাসহ রেখা দুইটির ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $x - y + 2 \geq 0$ অসমতাটিতে $x = -1$ হলে, y এর কোন মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়?

ক 4 খ 3 গ 2 ● 1

২. $3x - 2y - 5 > 0$ অসমতাটি নিচের কোন বিন্দুর জন্য সত্য?

ক (4, 5) খ (–1, 2) গ (0, 5) ● (5, 4)

৩. লেখচিত্র রেখা সমগ্রতলটিকে কয়টি অংশে বিভক্ত করে?

৬·৩ : দুই চলকবিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫. $ax + by + c = 0$ আকারের সরল সমীকরণের লেখচিত্র একটি– (সহজ)

ক বৃত্ত ● সরলরেখা গ ত্রিভুজ ঘ বক্ররেখা

৬. একটি লেখচিত্র রেখা সমগ্র তলটিকে কয়টি পৃথক অংশে বিভক্ত করে? (সহজ)

ক একটি ● দুইটি গ তিনটি ঘ চারটি

৭. অসমতার লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য উক্ত অসমতায় মূলবিন্দু (0, 0) এর মান বসালে যা পাওয়া যায় তা যদি সত্য হয়, তবে অসমতাটির ছায়াচিত্র হবে– (সহজ)

● যে পার্শ্বে মূলবিন্দু আছে সে পার্শ্বে

খ যে পার্শ্বে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পার্শ্বে

গ মূলবিন্দুর উভয় পার্শ্বে

ঘ মূলবিন্দুর যেকোনো এক পার্শ্বে

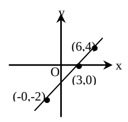
৮. বাস্তবে লেখচিত্রের বহিঃস্থ সকল বিন্দুর লেখ দ্বারা কয়টি অধতলে বিভক্ত? (সহজ)

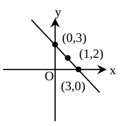
● দুইটি খ তিনটি খ চারটি ঘ পাঁচটি

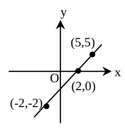
৬·৩ : দুই চলকবিশিষ্ট অসমতার লেখচিত্র

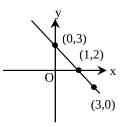
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. $x + y - 3 = 0$ এর লেখচিত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 

● 

গ 

ঘ 

১০. $f(x) = 0$ লেখের উপর অবস্থিত প্রত্যেক বিন্দু P এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

ক $f(p) > 0$ খ $f\,P < 0$ ● $f(P) = 0$ ঘ $f(P) \approx 0$

১১. $2x - 3y + 6 = 0$ সমীকরণটির সঠিক স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক (0, 2) (0, 1) খ (0, 2) (4, 3) খ (0, 4) (0, 2) ● (0, 2) (3, 4)

১২. অসমতার লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য উক্ত অসমতার মূলবিন্দু (0, 0) বসালে যা পাওয়া যায় তা যদি সত্য না হয় তবে অসমতার লেখের ছায়াচিত্র হবে– (সহজ)

ক মূলবিন্দু যে পার্শ্বে আছে সে পার্শ্বে

● মূলবিন্দু যে পার্শ্বে আছে তার বিপরীত পার্শ্বে

গ মূলবিন্দুর উভয় পার্শ্বে

ঘ মূলবিন্দুর যেকোনো এক পার্শ্বে

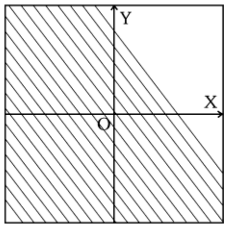
১৩.

ক 2টি ● 3টি গ 4টি ঘ 5টি

৪. x, y সমতলে $-2x < 5$ অসমতাটির লেখচিত্র কিরূপ?

ক x অক্ষের সমান্তরাল ● y-অক্ষের সমান্তরাল

গ মূল বিন্দুগামী ঘ অর্ধবৃত্ত



লেখচিত্রটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $x + y - 3 > 0$ খ $x + y - 3 = 0$

● $x + y - 3 < 0$ ঘ $x + y - 3 \geq 0$

১৪. $2y - 3x = 5$ সমীকরণের সঠিক স্থানাঙ্ক কোনগুলো? (মধ্যম)

ক (4, 1), (–1, 1) খ (1, 4), (1, –1)

● (1, 4), (–1, 1) ঘ (1, – 4), (–1, 1)

১৫. $2x - 5y = 10$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্য $y = -2$ হবে? (সহজ)

● 0 খ 2 গ 5 ঘ 10

১৬. $x + y - 3 \leq 0$ অসমতাটির (x, y) এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● (2, 1) খ (3, 1) গ (4, 2) ঘ (5,–1)

১৭. $x - y + 2 \geq 0$ অসমতাটি $x = -1$ হলে, y এর কোন মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ 2 ● –2

১৮. $5x - 3y < 0$ অসমতাটি (x, y) এর কোন মানের জন্য সিদ্ধ হয়? (সহজ)

ক (1, 1) খ (2, 2) গ (3, 3) ● (1, 2)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৯. i. x, y সমতলে $ax + by + c = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে

ii. লেখচিত্রের বাইরে কোনো কিছুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে না

iii. $ax + by + c = 0$ সমীকরণে x এর স্থানাঙ্ক অবশ্যই y এর স্থানাঙ্কের চেয়ে বড় হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ক i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২০. i. কোনো বিন্দুর x এর স্থানাঙ্কই ঐ বিন্দুর ভুজ

ii. কোনো বিন্দুর x এর স্থানাঙ্ক অবশ্যই ধনাত্মক হবে

iii. কোনো বিন্দুর y এর স্থানাঙ্ক ঐ বিন্দুর কোটি

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও iii খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২১. $ax + by + c = 0$ সমীকরণটি–

i. একটি সরলরেখার সমীকরণ

ii. এর লেখচিত্র বক্ররেখা

iii. এর লেখচিত্র সরলরেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২. $y < 2x$ অসমতার–

i. লেখচিত্র সরলরেখা

ii. লেখের উপরস্থ সকল বিন্দুর জন্য সিদ্ধ

iii. (0, 0) বিন্দু লেখের উপরস্থ বিন্দু

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৩. $x + y - 5 \leq 0$ এবং $2x - y - 4 \geq 0$ অসমতাযুগলের–

i. যুগপৎ সমাধান সংখ্যা অসীম

ii. প্রত্যেকটির অসীম সংখ্যক সমাধান আছে

iii. উভয়ের লেখ সরলরেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৪. $x + y - 3 = 0$ সমীকরণটি–

i. (1, 1) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয়

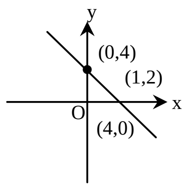
ii. (0, 3) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয়

iii. (1, 2) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৫.



লেখচিত্রটি–

i. সরলরেখা নির্দেশ করে

ii. y অক্ষকে (0, 4) বিন্দুতে ছেদ করে

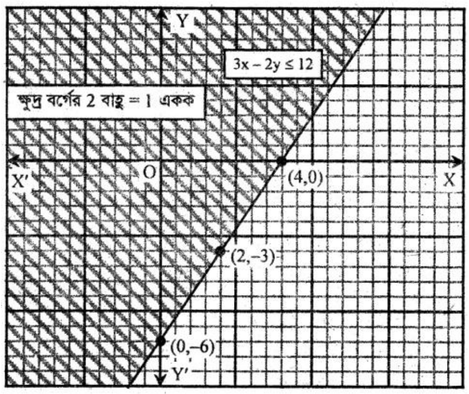
iii. x অক্ষকে (4,0) বিন্দুতে ছেদ করে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ২৬ – ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৬. $2x - 3y + 6 \geq 0$ অসমতার লেখচিত্র নিচের কোনটি হবে?

(ক) x অক্ষের সমান্তরাল

(খ) y অক্ষের সমান্তরাল

২৬. লেখচিত্রের অসমতাকে সমীকরণ ধরলে y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) $\frac{3x+12}{2}$ ● $\frac{3x-12}{2}$ (গ) $\frac{2x+12}{2}$ (ঘ) $\frac{2x-12}{2}$

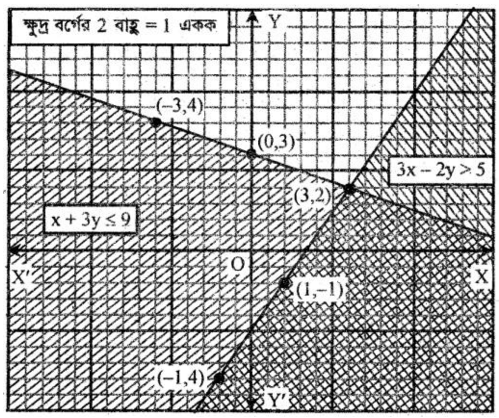
২৭. সংখ্যাগুলোর সম্ভাব্য সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $\left(1, \frac{9}{2}\right)$ (খ) $\left(-1, \frac{-9}{2}\right)$ ● $\left(1, \frac{-9}{2}\right)$ (ঘ) $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$

২৮. $3x - 2y - 12 < 0$ অসমতাটি নিচের কোন বিন্দুর জন্য সত্য? (মধ্যম)

(ক) (4, 0) ● (4, 3) (গ) (4, –3) (ঘ) (0, –6)

নিচের চিত্রের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২৯. (5, 4) বিন্দুটি নিচের কোন অসমতার লেখের প্রান্তবিন্দু? (মধ্যম)

(ক) $x + 3y \leq 9$ (খ) $x + 3y \geq 9$

(গ) $x + 2y < 5$ ● $x - 2y > 5$

৩০. নিচের কোন বিন্দুটি অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের বিন্দু? (মধ্যম)

(ক) (–3, 4) (খ) (0, 3) (গ) (5, 5) ● (6, 1)

৩১. অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু কোনটি? (সহজ)

(ক) (–1, 4) (খ) (1, –1) ● (3, 2) (ঘ) (6, 1)

$8 \geq 2 - 2x$

উপরের শর্তের আলোকে ৩২ – ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩২. প্রদত্ত অসমতাটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $2x \leq 6$ ● $2x \geq -6$ (গ) $6 < -2x$ (ঘ) $2x \leq -6$

৩৩. অসমতাটির সমাধান কত? (মধ্যম)

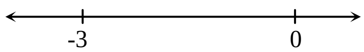
(ক) $x \leq 6$ (খ) $x \leq 5$ ● $x \geq -3$ (ঘ) $x \leq 6$

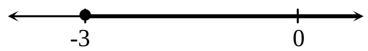
৩৪. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি? (সহজ)

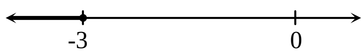
● $S = \{x \in R : x \geq -3\}$ (খ) $S = \{x \in R : x \leq -3\}$

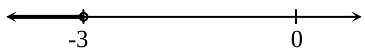
(গ) $S = \{x \in R : -3 \geq x\}$ (ঘ) $x \in R : x \geq -3$

৩৫. প্রদত্ত অসমতাটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক)


●


(গ)


(ঘ)


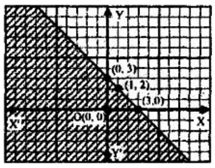
● যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশে

(ঘ) যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশে

৩৭. $x - y = -3$ সমীকরণটির x এর কোন মানের জন্য y = 0 হবে?

ⓚ 0 ● –3 ⓖ 3 ⓘ 4

৩৮. লেখচিত্রের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?



ⓚ $x + y - 3 > 0$ ⓚ $x + y - 3 = 0$

● $x + y - 3 < 0$ ⓘ $x + y - 3 \geq 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ● i ও iii ⓘ i, ii ও iii

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৯. যদি $x < y$ হয় তবে z এর যে কোনো মানের জন্য–

i. $x + z < y + z$

ii. $x \div z < y \div z$

iii. $x - z < y - z$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪০. i. আমাদের দৈনন্দিন জীবনে অসমতার ধারণা খুবই গুরুত্বপূর্ণ

ii. একটি কলমের দাম x টাকা হলে 5 টি কলমের দাম $(5 \times x)$ টাকা

iii. একটি পেন্সিলের দাম x টাকা হলে 10টি পেন্সিলের দাম অনুর্ধ্ব 105 টাকা হলে, $10x \leq 105$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪১. অসমান রাশিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা–

i. গুণ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

ii. যোগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

iii. ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪২. $8 \geq 2 - 2x$ অসমতাটির ক্ষেত্রে–

i. উভয়পক্ষে 2 বিয়োগ করলে হয় $6 \leq -2x$

ii. সমাধান $x \geq -3$

iii. সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \geq -3\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪৩. i. $ax + by + c = 0$ একটি সরলরেখার সমীকরণ

ii. $ax + by + c = 0$ সমীকরণটির লেখচিত্র একটি সরলরেখা

iii. $ax + by + c = 0$ সমীকরণটির লেখচিত্র একটি বক্ররেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪৪. i. দুটি সংখ্যার গুণফল $\frac{1}{3}$। প্রথম সংখ্যা $\frac{1}{3}$ হলে পরবর্তী সংখ্যা 1.

ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ অভেদ নয়

iii. $x + 4 = 2$ একটি একঘাত সমীকরণ

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ● i ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪৫. $y - 3 < 5$ অসমতার–

i. সমাধান অসীম

ii. সমাধান সেটে 8 বিদ্যমান

iii. সমাধান সেটে 0 বিদ্যমান

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৬ – ৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + y - 4 = 0$ একটি সমীকরণ।

৪৬. প্রদত্ত সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণ? (সহজ)

ⓚ বৃত্তের সমীকরণ ⓚ পরাবৃত্তের সমীকরণ

ⓖ বক্ররেখার সমীকরণ ● সরলরেখার সমীকরণ

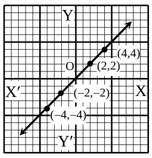
৪৭. প্রদত্ত সমীকরণের সঠিক স্থানাঙ্ক নিচের কোনগুলো? (মধ্যম)

ⓚ (0, 4) (1, – 4) ● (0, 4), (2, 2)

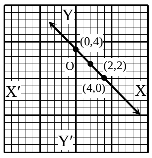
ⓖ (1, 4), (4, 0) ⓘ (2, 2), (3, 4)

৪৮. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র? (কঠিন)

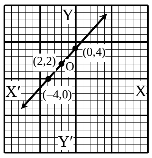
ⓚ



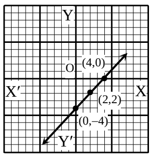
●



ⓖ



ⓘ



নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৯ – ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3(x - 2) < 6$ একটি অসমতা।

৪৯. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $x - 2 < 6$ ● $x - 2 < 2$

ⓖ $x + 2 < 2$ ⓘ $x - 2 > 2$

ব্যাখ্যা : $3(x - 2) < 6$ বা, $x - 2 < \frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x - 2 < 2$

৫০. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

● $x < 4$ ⓚ $x > 4$ ⓖ $x < -4$ ⓘ $x > -4$

ব্যাখ্যা : ৪৯ নম্বর হতে পাই, $x - 2 < 2$

বা, $x < 2 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

$\therefore x < 4$

৫১. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি হবে? (কঠিন)

ⓚ $S = \{x\ \mathbb{R} : x > -4\}$ ● $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

ⓖ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ ⓘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত অসমাতর সমাধান $x < 4$

$\therefore$ সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫২ – ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক–তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিন জনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর।

৫২. পিতার বয়স x বছর হলে ওপরের তথ্যমতে নিচের কোন অসমতাটি সঠিক? (মধ্যম)

● $x + (x - 6) + \frac{x-6}{3} \le 90$ ⓖ $x - 6 + \frac{x-6}{3} \le 90$

ⓖ $x + (x - 6) + \frac{x-6}{3} < 90$ ⓘ $x + (x - 6) + \frac{x-6}{3} \le 180$

ব্যাখ্যা : পিতার বয়স x হলে। মায়ের বয়স $(x - 6)$ বছর হলে এবং পুত্রের বয়স $\frac{x-6}{3}$ বছর।

$\therefore x + (x - 6) + \frac{x-6}{3} \le 90$ [$\because$ বয়সের সমষ্টি অনুর্ধ্ব 90 বছর]

৫৩. পিতার বয়স সর্বাধিক কত বছর হতে পারে? (সহজ)

ⓚ 32 ⓖ 36 ● 42 ⓘ 52

ব্যাখ্যা : $2x - 6 + \frac{x-6}{3} \le 90$ [ওপরের ব্যাখ্যা হতে]

বা, $6x - 18 + x - 6 \le 270$

বা, $7x \le 270 + 24$

বা, $7x \le 294$ $\therefore x \le 42$

৫৪. মায়ের বয়স সর্বাধিক কত বছর? (কঠিন)

ⓚ 26 ⓖ 30 ● 36 ⓘ 46

ব্যাখ্যা : পিতার বয়স সর্বোচ্চ 42 বছর

$\therefore$ মায়ের সবোচ্চ বয়স = $x - 6 = 42 - 6 = 36$ বছর।

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির দ্বিগুণ থেকে ২য় সংখ্যাটি বিয়োগ করলে 6 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হয়।

ক. প্রদত্ত সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও। ২

খ. যদি 12 থেকে ১ম সংখ্যাটির দ্বিগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগফল 8 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বা 8 এর সমান হয়, তবে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. 'ক' নং এ প্রাপ্ত অসমতার সমাধান সেটের লেখাচিত্র অঙ্কন কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, প্রথম সংখ্যাটি x

এবং দ্বিতীয় সংখ্যা y

প্রশ্নমতে, $2x - y < 6$

নির্ণেয় অসমতা $2x - y < 6$

খ. মনে করি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নানুসারে, $12 - 2x \le 8$

বা, $12 - 2x - 12 \le 8 - 12$ [উভয়পক্ষ থেকে 12 বিয়োগ করে]

বা, $-2x \le -4$

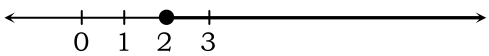
বা, $\frac{-2x}{2} \le \frac{-4}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $-x \le -2$

$\therefore x \ge 2$

$\therefore$ সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান $x \ge 2$

সংখ্যারেখা :



গ. $2x - y < 6$ অসমতাটিকে $2x - y - 6 < 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $2x - y - 6 = 0$

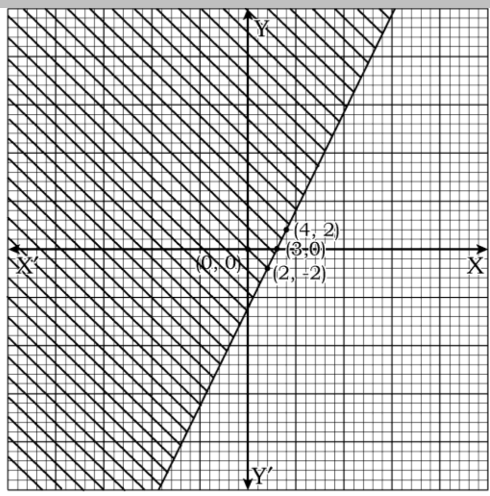
বা, $2x - 6 = y$

বা, $y = 2x - 6$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

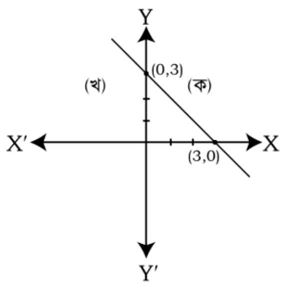
x	3	2	4
y	0	–2	2

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (3, 0), (2, –2), (4, 2) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ রেখাটি অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x - y - 6$ এর মান –6; যা একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দু এবং কেবল সে বিন্দুগুলোই $2x - y - 6 < 0$ বা $2x - y < 6$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। লেখরেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশে অবস্থিত সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এ লেখ গঠিত।

প্রশ্ন–২ ▸



ক. উপরের লেখচিত্র দ্বারা কী বোঝায়? ২

খ. $y < -2$ অসমতার লেখচিত্র চিহ্নিত কর। ৪

গ. $3x - 2y > 5$ এবং $x + 3y \le 9$ অসমতা যুগলের যুগপৎ সমাধান সেটের লেখচিত্র আঁক। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. লেখচিত্রটির সমগ্রতল দ্বারা তিনটি অংশ বোঝা যায়।

i. রেখার (ক) চিহ্নিত পাশের বিন্দুসমূহ

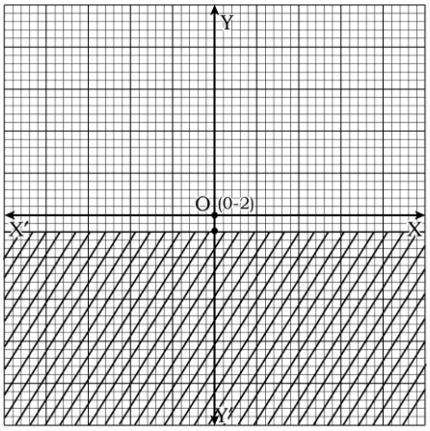
ii. রেখার (খ) চিহ্নিত পাশের বিন্দুসমূহ

iii. রেখাস্থিত বিন্দুসমূহ

খ. $y < -2$ অসমতাটিকে $y + 2 < 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন $y + 2 = 0$ বা $y = -2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, –2) বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল করে লেখরেখাটি অঙ্কন করি। এবার $y + 2 < 0$ অংশটুকু কালো করে দিই,



এই রেখার উপরের অংশের অবস্থিত মূলবিন্দুতে y + 2 এর মান 2, যা ধনাত্মক। সুতরাং $y + 2 = 0$ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সকল বিন্দু তার বিপরীত পাশে অর্থাৎ রেখাটির নিচের পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবলমাত্র এসব বিন্দুই $y + 2 < 0$ বা $y < -2$ চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ চিহ্নিত করি। লেখরেখাটির নিচের দিকে অবস্থিত সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

গ. প্রথমে $3x - 2y - 5 = 0$ .... (i)

এবং $x + 3y - 9 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ দুটির লেখ অঙ্কন করি,

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3x - 2y - 5 = 0$

বা, $3x - 5 = 2y$

বা, $2y = 3x - 5$

$\therefore y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

এখানে,

x	1	3	5
y	–1	2	5

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

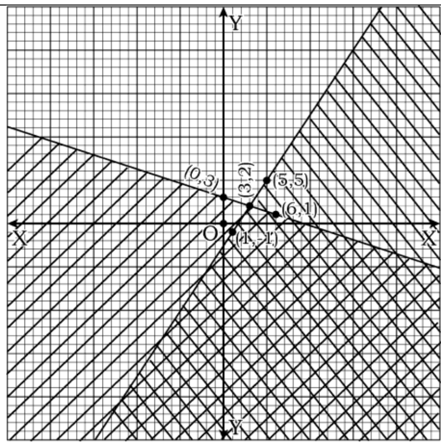
$x + 3y - 9 = 0$

বা, $3y = 9 - x$

$\therefore y = 3 - \frac{1}{3}x$ [3 দ্বারা ভাগ করে]

x	0	3	6
y	3	2	1

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, –1), (3, 2), (5, 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 2y - 5 = 0$ সমীকরণের লেখরেখা এবং (0, 3), (3, 2), (6, 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + 3y - 9 = 0$ সমীকরণের লেখরেখা অঙ্কন করি।



মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 2y - 5$ রাশির মান – 5, যা ঋণাত্মক। সুতরাং $3x - 2y - 5 = 0$ লেখ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $3x - 2y - 5 > 0$ অর্থাৎ $3x - 2y > 5$। ছক কাগজে দাগ টেনে চিত্রিত করা অবশ্যই এই সমীকরণের সমাধান সেট। আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + 3y - 9$ রাশির মান – 9 যা ঋণাত্মক। সুতরাং $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখরেখাসহ এর যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $x + 3y - 9 \geq 0$ অর্থাৎ $x + 3y \geq 9$। ছক কাগজে দাগ টেনে চিত্রিত করা অবশ্যই এই সমীকরণের সমাধান সেট। অতএব, এই রেখা দুইটির ছেদাংশই অসমতা দুটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ়ভাবে চিহ্নিত অংশই এই লেখচিত্র।

প্রশ্ন–৩ ▸ সমতলস্থ কোনো বিন্দু P লেখস্থিত উক্ত বিন্দুতে কোনো রাশির মান f(P) = 0, P বিন্দু লেখচিত্রের বহিঃস্থ হলে f(P) > 0 অথবা f(P) < 0 বাস্তবিক লেখচিত্রের পক্ষে বহিঃস্থ সকল বিন্দু লেখ দ্বারা দুটি অর্ধতলে বিভক্ত হয়। একটি অর্ধতলে প্রত্যেক বিন্দু P এর জন্য f(P) > 0; অপর অর্ধতলে প্রত্যেক বিন্দু P এর জন্য f(P) < 0।

ক. $x \geq 4$ অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. অসমতার সমাধান সেটের লেখ অঙ্কন কর $x + 3y < 0$ ৪

গ. $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \geq 0$ অসমতা দুটির যুগপৎ সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

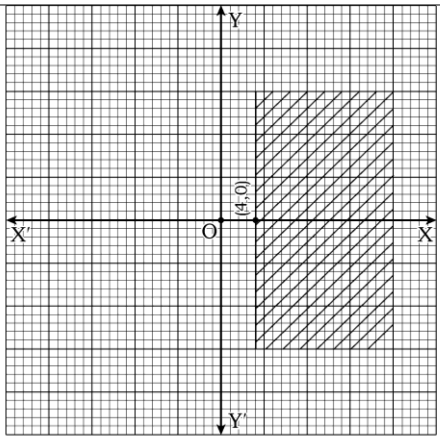
▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. $x \geq 4$ অসমতাটিকে $x - 4 \geq 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $x - 4 = 0$

বা, $x = 4y$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি,

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (4, 0) বিন্দু দিয়ে y অক্ষের সমান্তরাল করে লেখরেখাটি অঙ্কন করি।



এ রেখার বামপাশে অবস্থিত মূলবিন্দু x – 4 এর মান – 4; যা ঋণাত্মক। সুতরাং x – 4 = 0 রেখার সকল বিন্দু ও রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে অর্থাৎ রেখাটির ডানপাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবল এই সকল বিন্দুই x – 4 ≥ 0 বা x ≥ 4 অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত। রেখাস্থিত এর ডান পাশে সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

খ. দেওয়া আছে, $x + 3y < 0$

এখন, $x + 3y = 0$

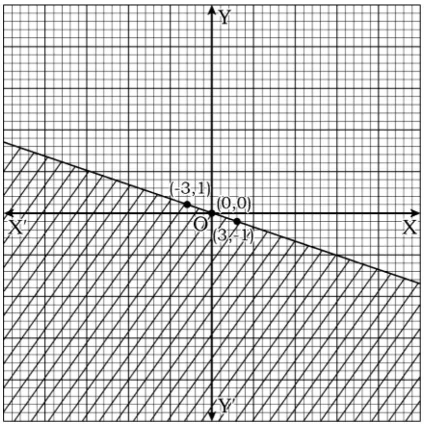
বা, $3y = -x$

বা, $y = -\frac{1}{3}x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	3	–3
y	0	–1	1

এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (3, –1), (–3, 1) বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করি।



এখন (–1, 0) বিন্দুতে $x + 3y = -1 + 3.0$ বা, $-1 < 0$

সুতরাং $x + 3y = 0$ রেখাস্থিত সকল বিন্দু ও এর যে পাশে (–1, 0) বিন্দু অবস্থিত সে পাশে অবস্থিত সকল বিন্দু এবং কেবলমাত্র ঐ সকল বিন্দু।

$x + 3y < 0$ অসমতার লেখের অন্তর্ভুক্ত।

চিত্রে দাগ টেনে এই লেখ চিহ্নিত করি। রেখাটিসহ এর যে পাশে (–1, 0) বিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে এই লেখ গঠিত।

গ. প্রথমে $x - y + 3 = 0$ .... (i)

এবং $2x - y - 6 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ দুটির লেখ অঙ্কন করি।

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$x - y + 3 = 0$

বা, $x + 3 = y$

$\therefore y = x + 3$

এখানে,

x	1	0	–3
y	4	3	0

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

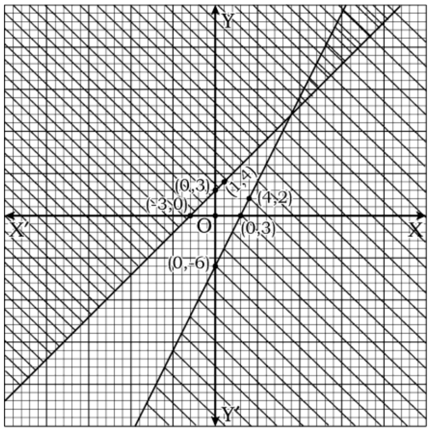
$2x - y - 6 = 0$

বা, $2x - 6 = y$

$\therefore y = 2x - 6$

এখানে

x	3	0	4
y	0	–6	2



এখন স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 4), (0, 3), (– 3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে

$x - y + 3 = 0$ সমীকরণের লেখরেখা এবং (3, 0), (0, – 6), (4, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখ রেখা অঙ্কন করি। মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y + 3$ রাশির মান 3, যা ধনাত্মক। সুতরাং $x - y + 3 = 0$ এর লেখচিত্র রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দুর $x - y + 3 < 0$ ছক কাগজে দাগ টেনে চিত্রিত করা অংশ এই সমীকরণের সমাধান সেট।

আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x - y - 6$, রাশির মান – 6, যা ঋণাত্মক।

সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ এর লেখরেখাসহ এর যে পাশে মূল বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 6 \geq 0$ দাগ কাগজে দাগ টেনে চিহ্নিত করা অংশই এই সমীকরণের সমাধান সেট। অতএব, এই রেখাটির ছেদাংশই অসমতা দুটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ়ভাবে চিহ্নিত অংশই এই লেখচিত্র।

প্রশ্ন–৪ ▸ $F(x, y) < 0$ এবং $\phi(x, y) < 0$

?

ক. $F(x, y) = x - 3$ হলে x কে অসমতা আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $F(x, y) = 2x - y - 6$ হলে, প্রদত্ত x ও y চলক সমন্বয়ে গঠিত অসমতার সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

গ. ‘খ’ সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$F(x, y) < 0$ .... (i)

এবং $F(x, y) = x - 3$..... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$x - 3 < 0$

বা, $x - 3 + 3 < 0 + 3$

$\therefore x < 3$

নির্ণেয় অসমতা $x < 3$.

খ. $F(x, y) = 2x - y - 6$

$\therefore 2x - y - 6 < 0$ [$F(x, y) < 0$] ...... (iii)

(iii) নং কে অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন করতে প্রথমেই ছক কাগজে $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন, $2x - y - 6 = 0$

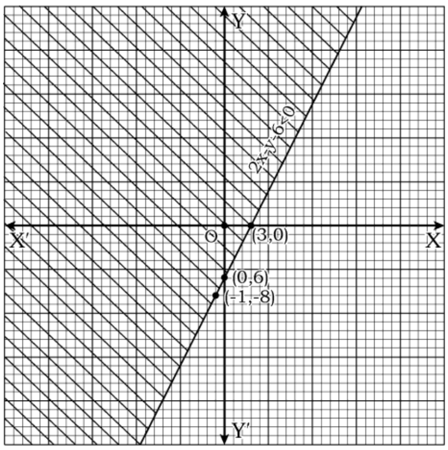
বা, $-y = 6 - 2x$

বা, $y = 2x - 6$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে] .... (iv)

(iv) নং সমীকরণ থেকে পাই,

x	3	–1	0
y	0	–8	–6

গ.



ছক কাগজে দুইটি পরস্পরছেদী লম্বরেখা XOX′ এবং YOY′ আঁকি। যা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। এখানে XOX′, YOY′ এবং O হলো যথাক্রমে x অক্ষ, y অক্ষ এবং মূলবিন্দু।

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(3, 0)$, $(-1, -8)$, $(0, -6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু $(0, 0)$ হতে $2x - y - 6$ রাশিটির মান -6 যা ঋণাত্মক অর্থাৎ $-6 < 0$।

সুতরাং লেখরেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 6 < 0$ অর্থাৎ, লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে সে পাশের সকল বিন্দুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান, যা ছক কাগজে লেখরেখার উপরের চিহ্নিত অংশ।

প্রশ্ন–৫ ▸ মনে কর, $f(a) = a - \frac{1}{a^2}$ এবং $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$ এখানে $a \neq 0$

ক. দেখাও যে, $f(2) < g(3)$ ২

খ. 'ক' এ দেওয়া অসমতার বামপক্ষে y এবং ডানপক্ষে x যোগ করলে যদি অসমতার চিহ্নের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে অসমতাটি সরলীকরণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$f(a) = a - \frac{1}{a^2}$

$\therefore f(2) = 2 - \frac{1}{2^2}$

বা, $f(2) = 2 - \frac{1}{4}$

বা, $f(2) = \frac{7}{4}$

$\therefore f(2) = 1\frac{3}{4}$

আবার, $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$

$\therefore g(3) = (2 \times 3) - \frac{3^2}{4}$

বা, $g(3) = 6 - \frac{9}{4}$

বা, $g(3) = \frac{15}{4}$

$\therefore g(3) = 3\frac{3}{4}$

সুতরাং $f(2) < g(3)$

খ. "ক" এ দেওয়া অসমতাটি হলো, $f(2) < f(3)$

অসমতাটির বামপক্ষে y এবং ডানপক্ষে x যোগ করে পাই,

$y + f(2) < x + g(3)$

বা, $y + 1\frac{3}{4} < x + 3\frac{3}{4}$

বা, $y + \frac{7}{4} < x + \frac{15}{4}$

বা, $y < x + \frac{15}{4} - \frac{7}{4}$ [উভয়পক্ষ থেকে $\frac{7}{4}$ বিয়োগ করে]

বা, $y < x + \frac{15 - 7}{4}$

বা, $y < x + \frac{8}{4}$

$\therefore y < x + 2$

গ. "খ" হতে পাই,

$y < x + 2$

বা, $y - x - 2 < 0$

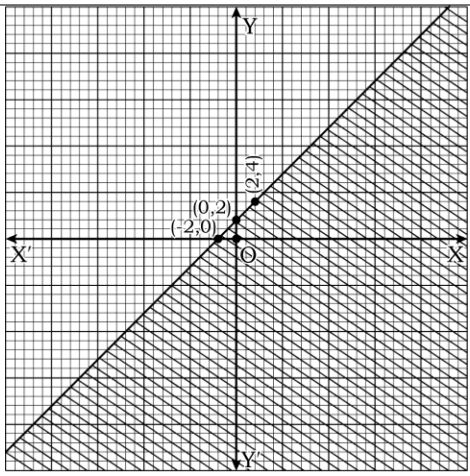
প্রথমে $y = x + 2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি,

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিম্নরূপ :

x	–2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(-2, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়। এখন, মূল বিন্দুতে $y - x - 2$ রাশির মান $-2 < 0$

$\therefore$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিচে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো—



প্রশ্ন–৬ ▸ স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকার নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে 75 মিনিট বা তার কম। কিন্তু স্রোতের প্রতিকূলে সময় লাগে 100 মিনিট বা তার বেশি।

?

ক. স্রোতের অনুকূলে পৌছানোর সময় x মিনিট এবং প্রতিকূলে পৌছানোর সময় y মিনিট ধরে সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রমে সময়ের মধ্যে একটি সম্পর্ক তৈরি কর। ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. স্রোতের অনুকূলে পৌছানোর সময় = x মিনিট এবং স্রোতের প্রতিকূলে পৌছানোর সময় = y মিনিট।

প্রশ্নমতে, $x \leq 75$

এবং $y \geq 100$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়,

$x \leq 75$ .... (i)

$y \geq 100$ ....(ii)

(i) নং হতে $x \leq 75$

বা, $4x \leq 300$ .... (iii) [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

(ii) হইতে

$y \geq 100$

বা, $3y \geq 300$ .... (iv)

(iii) ও (iv) হইতে লেখা যায়,

$4x \leq 300 \leq 3y$

বা, $4x \leq 3y$ ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

গ. $4x \leq 3y$

বা, $4x - 3y \leq 0$

এখন $4x - 3y = 0$

বা, $4x = 3y$

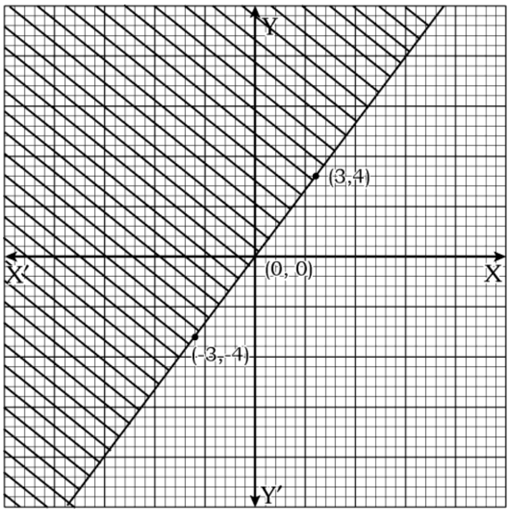
বা, $y = \frac{4}{3}x$

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	3	–3
y	0	4	–4

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বর্গ ঘরকে একক ধরে (0,0), (3,4), (–3, –4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করা হইল। এখন ছক কাগজে (1, 0) বিন্দুতে $4x - 3y = 0$ বা, $4 - 0 = 0$ বা, $4 > 0$

সুতরাং লেখচিত্রের যে পাশে (1, 0) বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের অঙ্কন বিন্দু রেখার উপরস্থ বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমন্বয়ে $4x - 3y \leq 0$ এর লেখচিত্র হবে।



প্রশ্ন–৭ ▸ দুইটি সংখ্যার সমষ্টি অনূর্ধ্ব 12 এবং ১ম সংখ্যা থেকে ২য় সংখ্যার বিয়োগফল সর্বনিম্ন 6।

?

ক. তথ্যসমূহ অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতা দুটি সমাধান করে সাধারণ বিন্দু নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, ১ম সংখ্যাটি = x

এবং ২য় সংখ্যাটি = y

শর্তমতে, $x + y \leq 12$

এবং $x - y \geq 6$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়–

$x + y \leq 12$

এবং $x - y \geq 6$

এখন অসমতাদ্বয়কে সমতার সমীকরণ বিবেচনা করি।

$x + y = 12$ .... (i)

$\underline{x - y = 6}$ ....(ii)

$2x \quad = 18$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{18}{2}$

$\therefore x = 9$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$9 + y = 12$

বা, $y = 12 - 9$

$\therefore y = 3$

$\therefore$অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু $(x, y) = (9, 3)$

গ. 'খ' হতে পাই,

$x + y = 12$ .... (i)

$x - y = 6$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$y = 12 - x$ ....(iii)

(iii) নং সমীকরণ হতে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	9	4
y	12	3	8

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (0, 12) (9, 3), (4, 8) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে

$x + y \leq 12$ সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + y \leq 12$ সত্য।

অতএব, $x + y \leq 12$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 12$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সেই পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$y = x - 6$ .... (iv)

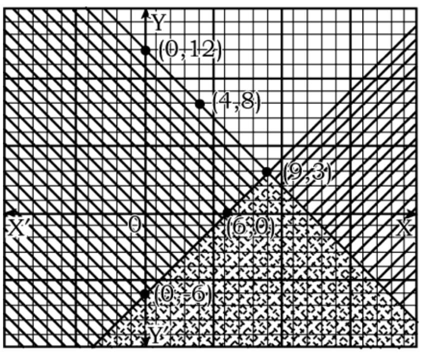
(iv) নং সমীকরণ হতে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	6	9	0
y	0	3	–6

পূর্বে বর্ণিত স্কেল ব্যবহার করে (6, 0) (9, 3) (0 –6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। এখন যে পাশে মধ্যবিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই

$x - y \geq 6$ সত্য।

অতএব, $x - y \geq 6$ অসমতার সমাধান সেট $x - y = 6$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



প্রশ্ন–৮ ▸ $5x + 2y > 11$ এবং $7x - 2y > 3$

ক. দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণের সাধারণ আকার লেখ। ২

খ. উপরিউক্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. উপরিউক্ত অসমতাদ্বয়ের চলক x কে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, y কে প্রস্থ বিবেচনা করে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। যেখানে, ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার, অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণের সাধারণ আকার হলো :

$ax + by = c$

খ. প্রথম অসমতা, $5x + 2y > 11$

বা, $5x + 2y - 11 > 0$

অপর অসমতা, $7x - 2y > 3$

বা, $7x - 2y - 3 > 0$

প্রথমে $5x + 2y - 11 = 0$ ও $7x - 2y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{11 - 5x}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু–

x	1	3	–1
y	3	–2	–8

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{7x - 3}{2}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু–

x	1	–1	3
y	2	–5	9

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 3), (3, –2), (–1, 8) বিন্দুগুলো স্থাপন করে, $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

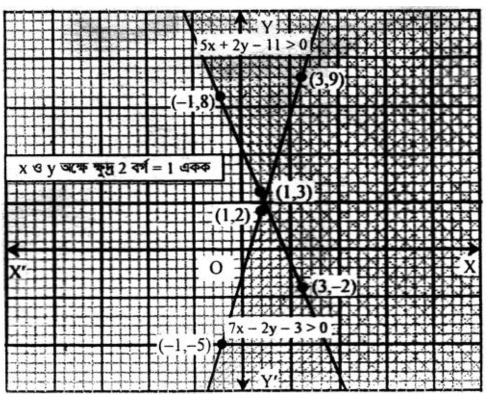
মূলবিন্দুতে $5x + 2y - 11$ রাশির মান, $-11 < 0$

সুতরাং $5x + 2y - 11 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $5x + 2y - 11 > 0$ এর লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $5x + 2y - 11 > 0$ অসমতার লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $7x - 2y - 3$ রাশির মান, $-3 < 0$

সুতরাং $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $7x - 2y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব ভিন্ন উপায়ে চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই (লেখরেখাদ্বয় ছাড়া) প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



গ. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore x > y$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা = $\frac{2x + 2y}{2}$ মিটার = (x + y) মিটার

আবার,

আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 300$ .... (i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ .... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2xy + y^2 + 100 - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [$\because$ (i) নং হতে $xy = 300$]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (–20) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x + y = 35$ .... (iii)

এখন, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= 35^2 - 4 \times 300$ [$\because x + y = 35$ এবং $xy = 300$]

$= 1225 - 1200$

$= 25$

$= (5)^2$

$\therefore x - y = 5$ .... (iv) [$\because x > y$, অর্থাৎ $x - y > 0$]

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

$\therefore x = 20$

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

$\therefore y = 15$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার।

প্রশ্ন–৯ ▸ $F(x, y) < 0$ এবং $Q(x, y) < 0$

ক. $F(x, y) = x - 3$ হলে, x কে অসমতা আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $F(x, y) = x - 3y - 6$ হলে প্রাপ্ত অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. $F(x, y) = x - 3y - 6$ এবং $Q(x, y) = 3x + y + 2$ হলে প্রাপ্ত অসমতা দুটির লেখচিত্র থেকে যুগপৎ সমাধান কর। ৪

▸◂ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $F(x, y) = x - 3$

আবার, $F(x, y) < 0$

বা, $x - 3 < 0$

বা, $x - 3 + 3 < 0 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore x < 3$

খ. দেওয়া আছে, $F(x, y) = x - 3y - 6$

আবার, $F(x, y) < 0$

বা, $x - 3y - 6 < 0$

প্রথমে, $x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

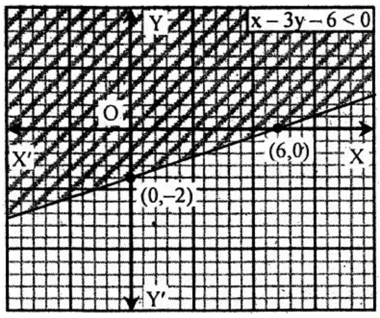
$\therefore x - 3y = 6$

বা, $y = \frac{x - 6}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু–

x	0	–3	3	6
$y = \frac{x-6}{3}$	–2	–3	–1	0

ছক কাগজে (0, –2), (–3, –3), (3, –1), (6, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়। মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - 3y - 6$ রাশির মান – 6 যা < 0। সুতরাং লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 6 < 0$ এর চিহ্নিত অংশ $x - 3y - 6 < 0$ অসমতার চিত্রে লেখচিত্র।



গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত

$y = \frac{x - 6}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু–

x	0	–3	3	6
$y = \frac{x-6}{3}$	–2	–3	–1	0

আবার, দেওয়া আছে, $Q(x, y) < 0$

এবং $Q(x, y) = 3x + y + 2$

বা, $3x + y + 2 < 0$

প্রথমে $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি,

$\therefore 3x + y + 2 = 0$

বা, $y = -3x - 2$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু–

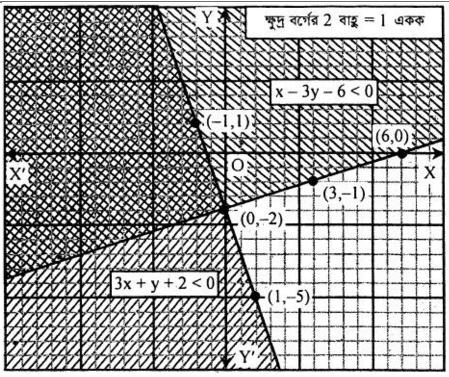
x	1	0	1

$y = -3x - 2$	1	–2	–5

'খ' হতে প্রথম সমীকরণে লেখচিত্র পাওয়া যায়।

এখন, ছক কাগজে (–1, 1), (0, –2), (1, –5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।

আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x + y + 2$ রাশির মান 2 যা > 0 সুতরাং এই লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশে সকল বিন্দুর জন্য $3x + y + 2 < 0$ এর চিহ্নিত অংশটুকু $3x + y + 2 < 0$ অসমতার লেখচিত্র। অতএব, রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশ বাদে এই দুইটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র।



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ প্রথম সংখ্যাটির 2 গুণের সাথে দ্বিতীয় সংখ্যাটির 3 গুণ বিয়োগ করলে সর্বনিম্ন 1 হয়। আবার, প্রথম সংখ্যার 2 গুণের সাথে দ্বিতীয় সংখ্যার 3 গুণ যোগ করলে অনূর্ধ্ব 7 হয়।

ক. প্রদত্ত সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রথম সংখ্যাটির 6 গুণ, ইহার 3 গুণ এবং 12 এর সমষ্টি অপেক্ষা বড় হলে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর। ৪

গ. 'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর : ক. $2x - 3y \geq 1$, $2x + 3y \leq 7$; খ. $x \geq 4$

প্রশ্ন–১১ ▸ হাশেম সাহেব প্রতিদিন বাসে করে যাত্রাবাড়ী থেকে ফার্মগেট তাঁর নিজস্ব ফার্মেসিতে যান। শুক্র ও শনিবার সাপ্তাহিক ছুটি থাকায় রাস্তায় যানজট কম থাকে। ছুটির দিনে তাঁর ফার্মগেটে পৌঁছতে 50 মিনিট বা তার কম সময় লাগে। কিন্তু অন্যান্য দিন ফার্মগেট যেতে তার 100 মিনিট বা তার বেশি সময় লাগে।

ক. ছুটির দিনে ফার্মগেটে পৌঁছানোর সময় x মিনিট এবং অন্যান্য দিনে পৌঁছানোর সময় y মিনিট হলে উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. ছুটির দিনে পৌঁছানোর সময় এবং অন্যান্য দিনে পৌঁছানোর সময়ের মাঝে একটি সম্পর্ক নিরূপণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর : ক. $x \leq 50$ এবং $y \geq 100$; খ. $y \geq 2x$

প্রশ্ন–১২ ▸ একটি ছাত্রাবাসে রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মোট 50 কেজির বেশি লাগে না।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতাটির সমাধান কর এবং সমাধান সেট লেখ। ৪

গ. লেখ অঙ্কন করে সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর : ক. $4x + x - 3 \leq 50$ খ. $x \leq \frac{53}{5}$

গ. $\left\{x \in R : 0 < x \leq \frac{53}{5}\right\}$

প্রশ্ন–১৩ ▸ $2x + 6 > 0$ এবং $4x - 3y \leq 16$

ক. প্রথম অসমতা হতে x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. দ্বিতীয় অসমতাটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর : ক. $x > -3$.

প্রশ্ন–১৪ ▸ $F(x, y) \geq 0$ এবং $\phi(x, y) \leq 0$

ক. $\phi(x, y) = 2y - 6$ হলে, y এর সর্বোচ্চ মান কত? ২

খ. $F(x, y) = x - 4$ হলে প্রাপ্ত অসমতার সমাধানে সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. $\phi(x, y) = x + y - 4$ এবং $F(x, y) = 2x - y - 3$ হলে, প্রাপ্ত অসমতা দুইটির লেখচিত্র এঁকে অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর : ক. 3

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৫ ▸ একটি স্রোতস্বিনী নদীতে মোটর চালিত একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে যথাক্রমে সর্বোচ্চ 10 এবং 6 কি.মি./ ঘণ্টা বেগে চলে। স্থির পানিতে নৌকাটির সর্বোচ্চ বেগ 8 কি.মি./ ঘণ্টা হলেও সাধারণত এটি কখনো এই বেগে চলে না।

ক. সমস্যাটিকে দুটি অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর।

খ. স্রোতের বেগ ও সাধারণত স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত? একটি ছক কাগজে অসমতাগুলো এঁকে তা নির্ণয় কর।

গ. নৌকাটি যদি তার সর্বোচ্চ গতিতে চলত তাহলে স্রোতের বেগ কত হতে পারত বলে তুমি মনে কর? সমাধান সেট নির্ণয় করে সংখ্যারেখায় দেখাও।

▸◂ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, নৌকার বেগ = x কি.মি./ঘণ্টা

স্রোতের বেগ = y কি.মি./ঘণ্টা

সুতরাং, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ, $x + y \leq 10$ ....(i)

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ, $x - y \leq 6$ ....(ii)

খ. (i) ও (ii) নং অসমতা সমাধান করলেই নৌকা এবং স্রোতের বেগ পাওয়া যাবে।

প্রথমে $x + y = 10$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = 10 - x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	5	10
y	10	5	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 10), (5, 5) এবং (10, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + y < 10$ সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + y < 10$।

অতএব, $x + y \leq 10$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 10$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সেই পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $x - y \leq 6$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = x - 6$

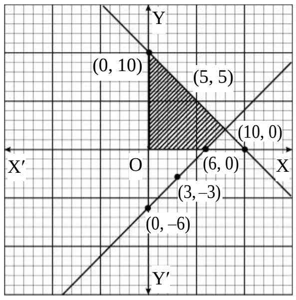
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	3	6
y	−6	−3	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 6), (3,−3) এবং (6, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y \leq 6$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই সত্য।

অতএব, $x - y < 6$ অসমতার সমাধান সেট $x - y = 6$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



কিন্তু এখানে বেগ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই বেগের মানের সমাধান অংশে x–অক্ষের নিচের y–অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

গ. (1) নং অসমতা থেকে পাই, $x + y \leq 10$

নৌকার সর্বোচ্চ বেগ 8 কি.মি./ঘণ্টা

$\therefore 8 + y \leq 10 \therefore y \leq 2$

কিন্তু স্রোতের বেগের দিক ধনাত্মক ধরলে ইহা কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান সেট = $\{x : 0 \leq x \leq 2\}$

নিম্নে সমাধান সেটটিকে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো–