পঞ্চম অধ্যায়

সমীকরণ

অনুশীলনী ৫.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান :**

এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ $ax^2 + bx + c = 0$. এখানে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$।

সমীকরণটির সমাধান,

$ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2(ax)\left(\frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ … … … … … … … (i)

অতএব, x এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে,

(i) $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ … … … … … … … (ii)

(ii) $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ … … … … … … …(iii)

উপরের (i) নং সমীকরণে $b^2 - 4ac$ কে দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক বলে। কারণ ইহা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি

(i) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

(ii) $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

(iii) $b^2 - 4ac = 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এক্ষেত্রে $x = -\frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}$.

(iv) $b^2 - 4ac < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে বাস্তব মূল নাই।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সূত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $2x^2 + 9x + 9 = 0$

সমাধান : $2x^2 + 9x + 9 = 0$ কে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, a = 2, b = 9 এবং c = 9

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.2.9}}{2.2}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$

বা, $x = \frac{-9 \pm 3}{4}$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{-9+3}{4}$ এবং $x_2 = \frac{-9-3}{4}$

$x_1 = \frac{-6}{4}$ $\quad x_2 = \frac{-12}{4}$

$\therefore x_1 = \frac{-3}{2}$, $\quad x_2 = -3$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{-3}{2}, -3$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $3 - 4x - 2x^2 = 0$

সমাধান : $3 - 4x - 2x^2 = 0$

বা, $-2x^2 - 4x + 3 = 0$

সমীকরণটির আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -2, b = -4$ এবং $c = 3$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.2.(-3)}}{2.2}$

বা, $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$

বা, $x = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4}$

বা, $x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$

বা, $x = \frac{2(-2 \pm \sqrt{10})}{4}$

বা, $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

বা, $x = -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

অর্থাৎ $x_1 = -1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, x_2 = -1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $\left(-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}\right), \left(-1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $4x - 1 - x^2 = 0$

সমাধান : $4x - 1 - x^2 = 0$

বা, $-x^2 + 4x - 1 = 0$

সমীকরণটির আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1, b = -4$ এবং $c = 1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\therefore x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.1}}{2.1}$

বা, $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2}$

বা, $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$

বা, $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

বা, $x = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2}$

বা, $x = 2 \pm \sqrt{3}$

অর্থাৎ $x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $2 + \sqrt{3}, -\sqrt{3}$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $2x^2 - 5x - 1 = 0$

সমাধান : $2x^2 - 5x - 1 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2, b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2(-1)}}{2.2}$

বা, $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4}$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{1}{4}(5 + \sqrt{33}), x_2 = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{33})$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{1}{4}(5 + \sqrt{33}), \frac{1}{4}(5 - \sqrt{33})$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $3x^2 + 7x + 1 = 0$

সমাধান : $3x^2 + 7x + 1 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 3, b = 7$ এবং $c = 1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.3.1}}{2.3}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{1}{6}(-7 + \sqrt{37}), x_2 = \frac{1}{6}(-7 - \sqrt{37})$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{1}{6}(-7 - \sqrt{37}), \frac{1}{6}(-7 + \sqrt{37})$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $2 - 3x^2 + 9x = 0$

সমাধান : $2 - 3x^2 + 9x = 0$

$\therefore -3x^2 + 9x + 2 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 9$ এবং $c = 2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.(-3).2}}{2.(-3)}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 24}}{-6}$

বা, $x = \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{-6}$

বা, $x = \frac{9 \pm \sqrt{105}}{6}$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{9+\sqrt{105}}{6}$, $x_2 = \frac{9-\sqrt{105}}{6}$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{9+\sqrt{105}}{6}, \frac{9-\sqrt{105}}{6}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমাধান : $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\therefore x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.16}}{2.1} = \frac{8 \pm \sqrt{64-64}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2}$

$\therefore x_1 = \frac{8+0}{2}, x_2 = \frac{8-0}{2}$

অর্থাৎ, $x_1 = 4, x_2 = 4$

নির্ণেয় সমাধান : 4, 4

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $2x^2 + 7x - 1 = 0$

সমাধান : $2x^2 + 7x - 1 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2, b = 7$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\therefore x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4.2(-1)}}{2.2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49+8}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$

$\therefore x_1 = \frac{1}{4}(-7+\sqrt{57}), x_2 = \frac{1}{4}(-7-\sqrt{57})$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{1}{4}(-7+\sqrt{57}), \frac{1}{4}(-7-\sqrt{57})$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $7x - 2 - 3x^2 = 0$

সমাধান : $7x - 2 - 3x^2 = 0$

বা, $-3x^2 + 7x - 2 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 7$ এবং $c = -2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(-3).(-2)}}{2.(-3)}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-24}}{-6}$

বা, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{-6}$

বা, $x = \frac{-7 \pm 5}{-6}$

$\therefore x_1 = \frac{-7+5}{-6} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$ $\qquad x_2 = \frac{-7-5}{-6} = \frac{-12}{-6} = 2$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 2$

নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{3}, 2$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **$3x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত?**

ⓚ −8 ⓛ −4 ⓜ 4 ● 16

২. **$x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান কত?**

ⓚ −1 ● 0 ⓜ 1 ⓝ 2

৩. **$x^2 - 8x + 16 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক কত?**

ⓚ −4 ● 0 ⓜ 4 ⓝ $8\sqrt{2}$

৪. **$a(x + b) < c$ এবং $a < 0$ হলে অসমতাটির সমাধান কোনটি?**

ⓚ $x < \frac{c}{b} - b$ ● $x > \frac{c}{a} - b$ ⓜ $x < \frac{c}{a} + b$ ⓝ $x > \frac{c}{a} + b$

৫. **কোনটি সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূপ?**

● $f(x) = mx + c$ ⓛ $f(x) = ax^2 + bx + c$
ⓜ $f(x, y) = x^2 + y^2 = a^2$ ⓝ $f(x) = 4ax$

৬. **$2x^2 - 3x - 1 = 0$ এর নিশ্চায়ক কত?**

ⓚ 15 ⓛ 16 ● 17 ⓝ 18

৭. **$F(x) = (x - 1)^2$ হলে, x এর মান কত?**

ⓚ $1 + y$ ⓛ $1 - \sqrt{y}$ ● $1 \pm \sqrt{y}$ ⓝ $1 + \sqrt{y}$

৮. **$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হবে যখন—**

i. $b^2 - 4ac > 0$
ii. $b^2 - 4ac = 0$
iii. $b^2 - 4ac < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

৯. **$ax^2 + bx + c = 0$ এ—**

i. a-এর মান শূন্য হতে পারে না
ii. $b^2 - 4ac$ কে নিশ্চায়ক বলে
iii. $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

১০. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও মূলদ হলে–

i. $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হবে
ii. $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ নয়
iii. $b^2 - 4ac = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ⓑ ii ● i ও iii ⓓ i, ii ও iii

১১. $2x^2 - 7x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়–

i. বাস্তব ii. অসমান
iii. অমূলদ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ● i, ii ও iii

১২. $a^2 - 11a + 30 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়–

i. পূর্ণসংখ্যা ii. অসমান
iii. অবাস্তব

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$ax^2 + bx + c = 0$ যা দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ।

১৩. যদি $a = 1, b = -1$ এবং $c = 1$ হয়, তবে x এর মান কত?

● $\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ ⓑ $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$
ⓒ $\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}$ ⓓ $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

১৪. সমীকরণটির নিশ্চায়ক হচ্ছে–

ⓐ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ⓑ $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
● $b^2 - 4ac$ ⓓ $b^2 + 4ac$

৫.১ : এক চলক সংবলিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $7x - 2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণে c এর মান কোনটি? (সহজ)

ⓐ 0 ● –2 ⓒ –3 ⓓ 7

১৬. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $2 - 3x^2 + x = 0$ সমীকরণে a–এর মান কোনটি? (সহজ)

ⓐ 0 ⓑ 2 ● –3 ⓓ 9

১৭. কোনো অজ্ঞাত রাশি বা রাশিমালা যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার বা মানের সমান লেখা হয় তখন তাকে কী বলে? (সহজ)

ⓐ রাশি ⓑ রাশিমালা ⓒ সমাধান ● সমীকরণ

১৮. $x^2 - 5x + 6 = 0$ এর সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓐ 1, 3 ⓑ 1, 2 ● 2, 3 ⓓ 3, 4

১৯. $3x - 7 = 0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓐ 5 ⓑ $\frac{2}{5}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{7}{3}$

২০. $8x^2 - 3x - 5 = 0$ সমীকরণের ঘাত কত? (মধ্যম)

ⓐ 1 ● 2 ⓒ 3 ⓓ –8

২১. নিচের কোনটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ? (সহজ)

ⓐ $3x - 3 = 2$ ⓑ $7 - x = 3$
● $5x^2 - 2x - 5 = 0$ ⓓ $3x^3 - 2x - 2 = 0$

২২. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় হবে– (সহজ)

● বাস্তব, অসমান ও মূলদ ⓑ বাস্তব, অসমান ও অমূলদ
ⓒ বাস্তব ও পরস্পর সমান ⓓ বাস্তব ও অমূলদ

২৩. নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে কী হবে? (সহজ)

● মূলদ্বয় বাস্তব ⓑ অবাস্তব ⓒ অমূলদ ⓓ জটিল

২৪. $b^2 - 4ac < 0$ হলে মূলদ্বয় কিরূপ হবে? (সহজ)

● অবাস্তব ⓑ বাস্তব ⓒ সমান ⓓ পূর্ণবর্গ

২৫. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক শূন্য হলে মূলদ্বয় কী হবে? (কঠিন)

ⓐ $-\frac{6}{2a} + \frac{6}{2a}$ ● $-\frac{b}{2a} - \frac{b}{2a}$ ⓒ 2b ⓓ 2ab

২৬. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 3, 3 ⓑ 3 ⓒ 4, 3 ⓓ 2, 3

২৭. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান– (মধ্যম)

● 28 ⓑ $-2 \pm \sqrt{7}$ ⓒ $2 + \sqrt{7}$ ⓓ $2\ \sqrt{7}$

২৮. $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $1 \pm \sqrt{3}$ ⓑ $2 \pm \sqrt{3}$ ⓒ $3 \pm \sqrt{3}$ ⓓ $4 \pm \sqrt{3}$

২৯. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓐ $\frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4ab}}{2a}$ ⓑ $\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2b}$
ⓒ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ● $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

৩০. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটিতে নিশ্চায়ক নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ⓐ $a^2 - 4ab$ ● $b^2 - 4ac$ ⓒ $c^2 - 4ab$ ⓓ $b^2 - 4ab$

৩১. নিচের কোনটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ? (সহজ)

ⓐ $ax + by = 0$ ● $ax^2 + bx + c = 0$
ⓒ $ax^2 + by^2 + c = 0$ ⓓ $ax + bx^2 + c = 0$

৩২. নিচের কোন মানের জন্য $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে? (মধ্যম)

ⓐ $a = 1$ ⓑ $b = 0$ ⓒ $b \neq 0$ ● $a \neq 0$

৩৩. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে তাকে কী বলে? (মধ্যম)

ⓐ অজ্ঞাত চলক ● সূচক সমীকরণ
ⓒ সমতা ⓓ ফাংশন

৩৪. চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয় তাকে ঐ সমীকরণের কী বলে? (মধ্যম)

● বীজ ⓑ অসমতা ⓒ সেট ⓓ দ্বিপদ

৩৫. $5x^2 + 6x + 8 = 0$ দ্বিঘাত সমাকরণটির মূল কয়টি? (মধ্যম)

ⓐ একটি ● দুইটি ⓒ তিনটি ⓓ চারটি

৩৬. **$(3x - 6)$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?** (সহজ)

ⓚ 6 ⓛ 3 ● 2 ⓜ 0

৩৭. **$2x^2 - 3x - 1 = 0$ এর নিশ্চায়ক কত?** (সহজ)

ⓚ 15 ⓛ 16 ● 17 ⓜ 18

৩৮. **$x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক নিচের কোনটি?** (সহজ)

ⓚ 40 ⓛ $6\sqrt{2}$ ⓖ $2\sqrt{10}$ ● 0

৩৯. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

● $b^2 - 4ac = 0$ ⓛ $b^2 - 4ac > 0$
ⓖ $b^2 - 4ac < 0$ ⓜ $b^2 - 4ac$

৪০. **$x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি?** (কঠিন)

ⓚ বাস্তব ও অসমান ● বাস্তব ও সমান
ⓖ অমূলদ ও সমান ⓜ অসমান ও মূলদ

৪১. **নিচের কোনটি $4x^2 - 1 - x^2 = 0$ এর মূল?** (কঠিন)

ⓚ $-2-\sqrt{3}$ ⓛ $-2+\sqrt{3}$ ● $2 \pm \sqrt{3}$ ⓜ $2 + 2\sqrt{3}$

৪২. **$ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $x^2 - x - 16 = 0$ সমীকরণে b এর মান কত?** (মধ্যম)

ⓚ 1 ● −1 ⓖ 16 ⓜ −16

ব্যাখ্যা : আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ প্রদত্ত সমীকরণ $1.x^2 + (-1).x + (-16) = 0$

∴ সমীকরণদ্বয় তুলনা করে পাই $a = 1, b = -1, c = -16$

৪৩. **$x^2 + 8x + 6 = 4x - 2$ সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণ?** (সহজ)

ⓚ একঘাত ● দ্বিঘাত
ⓖ ত্রিঘাত ⓜ দুই চলক

৪৪. **$x^2 - 6x + 9 = 0$ এর মূলদ্বয় কিরূপ?** (সহজ)

● বাস্তব ও পরস্পর সমান ⓛ বাস্তব ও অমূলদ
ⓖ বাস্তব ও পরস্পর অসমান ⓜ বাস্তব, অসমান ও অমূলক

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের ক্ষেত্রে–**

i. $a = 0$ হলে, সমীকরণের মূল বাস্তব হবে
ii. $b = c = 0$ হলে, $x = 0$ হবে
iii. $a = 1$ হলে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

৪৬. **$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণ হলে–**

i. $a \neq 0$
ii. নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$
iii. সমীকরণটির দুইটি মূল থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৭. i. কোনো অজ্ঞাত রাশি বা রাশিমালা যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার বা মানের মান লেখা হয় তখন তাকে সমীকরণ বলে।
ii. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের দ্বিঘাত সমীকরণ বলে।
iii. বীজগণিতের সমীকরণের সাহায্যে অনেক বাস্তব সমস্যা সমাধান করা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৮. **$2 - 3x^2 + 9x = 0$ সমীকরণে–**

i. $a = 3, b = 9, c = 2$, যেখানে আদর্শ সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$
ii. নিশ্চায়ক = 105
iii. মূলদ্বয় বাস্তব

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

৪৯. **$ax^2 + bx + c = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের ক্ষেত্রে–**

i. $a = 0$ হতে পারে
ii. $x = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$
iii. মূল দুইটি

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

৫০. **$am^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ হবে যখন–**

i. $b^2 - 4ac > 0$
ii. $b^2 - 4ac < 0$
iii. $b^2 - 4ac$ পূর্ণ বর্গ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

৫১. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $c = 0$ এবং a.b মূলদ হলে–**

i. মূলগুলো মূলদ
ii. একটি মূল 0
iii. একটি মূল $\frac{-b}{a}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫২. **$ax^2 + bx + c = 0$, সমীকরণে $b = c = 0$ হলে–**

i. মূলদ্বয় সমান হবে
ii. মূলদ্বয় ভিন্ন হবে
iii. একটি মূল 0 হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

৫৩. **একটি সংখ্যা এবং ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার 3 গুণ 15। সম্ভাব্য সমীকরণটি গঠন করলে হয়–**

i. $x + \frac{1}{x} = 5$
ii. $x^2 - 15x = 3$
iii. $x^2 - 5x + 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে হতে ৫৪ – ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৫৪. **$a = 1, b = 2, c = 3$ হলে সমীকরণটি কী হবে?** (সহজ)

ⓚ $x^2 + 6x + 5$ ⓚ $x^2 + x + c = 0$
● $x^2 + 2x + 3 = 0$ ⓖ $x^2 - x + 5 = 0$

৫৫. $x^2 - 5x + 4 = 0$ সমীকরণটিতে c এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 5 ⓚ 1 ⓖ –5 ● 4

৫৬. $x^2 - 5x + 4$ সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান কত? (মধ্যম)

● 9 ⓚ 5 ⓖ $2 \neq \sqrt{3}$ ⓖ 7

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৭ – ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 - 8x + 16 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৫৭. $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করলে সমীকরণটিতে a, b, c এর মান যথাক্রমে কোনটি? (সহজ)

ⓚ 1, 8, – 16 ● 1, – 8, 16 ⓖ – 1, 8, 16 ⓖ – 1, – 8, 16

৫৮. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (মধ্যম)

ⓚ –8 ● 0 ⓖ 1 ⓖ 16

৫৯. সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ – 4, – 4 ⓚ 4, – 4 ⓖ – 4, 4 ● 4, 4

নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ – ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 - 5x + 6 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৬০. $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করলে সমীকরণটিতে b এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 6 ⓚ 1 ⓖ b ● – 5

৬১. এর বীজদ্বয় নিচের কোনটি? (কঠিন)

● 3, 2 ⓚ 2, 3 ⓖ 5, 6 ⓖ – 3, 2

৬২. সমীকরণের বীজদ্বয় কিরূপ হবে? (মধ্যম)

ⓚ সরল ● বাস্তব ও পরস্পর অসমান
ⓖ ঋণাত্মক ⓖ বাস্তব ও সমান

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ – ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3 - 4x - x^2 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৬৩. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (সহজ)

ⓚ 24 ⓚ 16 ⓖ – 28 ● 28

৬৪. সমীকরণটির মূলদ্বয় কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $2 \pm \sqrt{7}$ ⓚ $\sqrt{2} \pm \sqrt{7}$
ⓖ $-(\sqrt{2} \pm \sqrt{7})$ ● $-(\sqrt{2} \pm \sqrt{7})$

৬৫. সমীকরণটির মূলদ্বয় কিরূপ? (সহজ)

ⓚ বাস্তব ও মূলদ ⓚ অবাস্তব
● বাস্তব ও অমূলদ ⓖ বাস্তব, অবাস্তব ও অমূলদ

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$ax^2 + bx + c = 0$ যেখানে a, b, c বাস্তব এবং $a \neq 0$

৬৬. প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান ও বাস্তব হলে কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $b^2 = -4ac$ ⓚ $b^2 = \pm 4ac$
ⓖ $b^2 = b^2 > 4ac$ ● $b^2 = 4ac$

৬৭. $a = -1, b = -4, c = 3$ হলে সমীকরণটির নিশ্চায়কের বর্গমূল কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\sqrt{7}$ ⓚ 49 ● $2\sqrt{7}$ ⓖ $2\sqrt{49}$

৬৮. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $3 - 5x^2 = 0$ সমীকরণের b এর মান নিচের কোনটি?

● 0 ⓚ 1 ⓖ 3 ⓖ – 5

৬৯. $x^2 - x - 5 = 0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?

● $\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$ ⓚ $\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$ ⓖ $\frac{4+\sqrt{29}}{2}$ ⓖ $\frac{5+\sqrt{29}}{2}$

৭০. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি?

● 2 ⓚ 3 ⓖ 4 ⓖ 5

৭১. দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি?

ⓚ $ax + b + c$ ⓚ $ax + b$
ⓖ c ● $ax^2 + bx + c$

৭২. $bx^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান 57 হলে b এর মান কত?

● 2 ⓚ 4 ⓖ 12 ⓖ 24

৭৩. $ax^2 + bx + c = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে–

i. $b^2 - 4ac > 0$
ii. $b^2 - 4ac = 0$
iii. $b^2 - 4ac < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৭৪. $2x^2 - 11x + 9 = 0$ সমীকরণের–

i. একটি মূল 1
ii. নিশ্চায়ক 49
iii. মূলগুলো মূলদ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৭৫. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $D = b^2 - 4ac$ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয়–

i. সমান হবে যদি $D = 0$ হয়
ii. অসমান ও বাস্তব হবে যদি $D > 0$ হয়
iii. অসমান ও মূলদ হবে যদি $D \geq 0$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৭৬. $\sqrt{2x^2 - 9} = x$ সমীকরণের–

i. মূল 3, – 3.
ii. বর্গকৃত সমীকরণের মূল 3, – 3
iii. অবান্তর মূল আছে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৭ ও ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3x^2 + 7x + 1 = 0$ একটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

৭৭. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত?

ⓚ 36 ● 37 ⓖ 40 ⓖ 49

৭৮. সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি কিরূপ?

ⓚ বাস্তব ও মূলদ ⓚ অবাস্তব ও মূলদ
● বাস্তব ও অমূলদ ⓖ অবাস্তব ও সমান

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৯ ও ৮০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$-2 - \sqrt{7}$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল।

৭৯. অপর মূলটি কী হবে?

ⓚ $-2-\sqrt{7}$ ● $-2+\sqrt{7}$ ⓖ $2-\sqrt{7}$ ⓖ $2+\sqrt{7}$

৮০. দ্বিঘাত সমীকরণটি কোনটি?

● $x^2 + 4x - 3 = 0$ ⓚ $x^2 - \sqrt{7}x - 2 = 0$

ⓖ $x^2 + (2 + \sqrt{7})x = 0$ ⓓ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 3 = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে ৮১ – ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3 - 4x - x^2 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৮১. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত?

● 28 ⓚ 24 ⓖ 16 ⓓ – 28

৮২. সমীকরণটির মূলদ্বয় নিচের কোনটি?

ⓐ $2 \pm \sqrt{7}$ ⓚ $\sqrt{2} \pm \sqrt{7}$

● $-(2 \pm \sqrt{7})$ ⓓ $-(\sqrt{2} \pm \sqrt{7})$

৮৩. সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কিরূপ?

ⓐ বাস্তব ও মূলদ ● অবাস্তব

ⓖ বাস্তব ও সমান ⓓ অমূলদ

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণের আদর্শরূপ? ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণ হতে x এর দুইটি মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $b = c = 0$ হলে, x_1 ও x_2 এর মান নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ হচ্ছে এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ। যেখানে a, b, c বাস্তব। সংখ্যা এবং a এর মান কখনোই শূন্য (0) হতে পারবে না।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2(ax)\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত, $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

যখন $b = c = 0$ তখন,

$x_1 = \frac{-0 + \sqrt{0 - 4.a.0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$

যখন $b = c = 0$ তখন,

$x_2 = \frac{-0 - \sqrt{0 - 4\cdot a\cdot 0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$

প্রশ্ন–২ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$.

ক. $c = 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বের কর এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশেষণ কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণ হতে x_1 ও x_2 নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = 1, b = c = 2p$ হলে x_1 ও x_2 এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

$c = 0$ হলে, $ax^2 + bx = 0$

বা, $x(ax + b) = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $ax + b = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x–এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **(Ans.)**

গ. এখন, $a = 1, b = c = 2p$ হলে,

$x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4\cdot 1\cdot 2p}}{2\cdot 1}$

$= \frac{-2p \pm \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$

$= \frac{-2p \pm \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$

$= \frac{-2p \pm 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$

$= -p \pm \sqrt{p^2 - 2p}$

$\therefore x_1 = -p + \sqrt{p^2 - 2p}$ এবং $x_2 = -p - \sqrt{p^2 - 2p}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ $x^2 + 8x + 16 = 0$

ক. আদর্শরূপ সমীকরণের সাথে তলনা করে a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সূত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি আলোচনা কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $x^2 + 8x + 16 = 0$

আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = 8, c = 16$

খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4.1.16}}{2.1}$

$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$

$= \frac{-8 \pm 0}{2}$

$= \frac{-8 + 0}{2}, \frac{-8 - 0}{2}$

$= -4, -4$

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1 = -4, x_2 = -4$

গ. দেওয়া আছে, $x^2 + 8x + 16 = 0$

নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$

$= (8)^2 - 4.1.16$

$= 64 - 64$

$= 0$

যেহেতু $b^2 - 4ac = 0$ সুতরাং মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান।

প্রশ্ন–৪ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ কাকে বলে? ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $7x^2 - x - 9 = 0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **সমীকরণ :** কোনো অজ্ঞাত রাশি যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার সমান লেখা হয় তখন তাকে সমীকরণ বলে। যেমন : $2x + y = 0$, $x + y + 3x = 0$ ইত্যাদি।

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$

আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করি,

$ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$ [বর্গমূল করে]

বা, $ax = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2} - \frac{b}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\therefore$ x এর 2টি মান পাওয়া যাচ্ছে,

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

গ. প্রদত্ত সমীকরণ $7x^2 - x - 8 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়

$a = 7, b = -1$ এবং $c = -8$

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান,

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.7.(-8)}}{2.7}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{14} = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{14} = \frac{1 \pm 15}{14}$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{1 + 15}{14}$ এবং $x_2 = \frac{1 - 15}{14}$

$= \frac{16}{14}$ $\quad = \frac{-14}{14}$

$= \frac{8}{7}$ $\quad = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলদ্বয় $\frac{8}{7}, -1$

প্রশ্ন–৫ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। সমীকরণের দুইটি মূল হলো, a_1 ও a_2।

ক. দ্বিঘাত সমীকরণ কী? ২

খ. সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = 3, b = 4, c = -7$ হলে, সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যে সমীকরণে ঘাত বা শক্তি দুই তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। যেমন : $px^2 + qx + r = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ. ৪নং খ দ্রষ্টব্য।

গ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$

এখানে, $a = 3, b = 4, c = -7$.

∴ খ থেকে প্রাপ্ত

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4.3(-7)}}{2.3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-4 \pm 10}{6}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-4 + 10}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

এবং $x_2 = \frac{-4 - 10}{6} = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান; $x_1 = 1, x_2 = \frac{-7}{3}$

প্রশ্ন–৬ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি একচলক সংবলিত দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. দ্বিঘাত সমীকরণ বলতে কী বুঝ? ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। (উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে)। ৪

▸◂ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ আকারের সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x –এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **(Ans.)**

গ. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.(-1)}}{2\cdot2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ যেখানে, a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

ক. $b^2 - 4ac > 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি কিরূপ হবে? ২

খ. দেওয়া যে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ৪

গ. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণটি উল্লিখিত সমীকরণের সাথে তুলনা করে সমাধান কর। ৪

▸◂ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে,

$ax^2 + bx + c = 0$ ....(i)

যেখানে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

(i) নং সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$

$b^2 - 4ac > 0$ এবং $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

আবার, $b^2 - 4ac > 0$ এবং $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

খ. ৪নং এর খ দ্রষ্টব্য।

গ. পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫·১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা–৯১ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন–৮ ▸ a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$ হলে $ax^2 + bx + c = 0$ হলো এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ।

ক. সমীকরণটির কয়টি বীজ রয়েছে? এর নিশ্চায়কের মান কত? ২

খ. সমীকরণটির সমাধান কর। অতঃপর মূলগুলোর ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় কর। ৪

গ. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণকে প্রদত্ত সমীকরণের সাথে তুলনা করে a, b, c এর মান লিখ এবং সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

▸◂ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা।

এবং $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$ ....(i)

সমীকরণটি দ্বিঘাত, অতএব এর দুইটি মূল বিদ্যমান।

সমীকরণের নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$ **(Ans.)**

খ. ৪নং এর খ দ্রষ্টব্য।

$b^2 - 4ac$ প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক যা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি :

(i) $b^2 - 4ac = 0$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এক্ষেত্রে $x = \frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}$

(ii) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে।

(iii) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।

(iv) $b^2 - 4ac < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

গ. পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫·১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা–৯১ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন–৯ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. $c = 0$ হলে মূল কী হবে এবং এর প্রকৃতি কিরূপ? ২

খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $2x^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

$c = 0$ হলে, $ax^2 + bx = 0$

বা, $x(ax + b) = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $ax + b = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. সৃজনশীল ৪(খ) সমাধান দেখ।

গ. প্রদত্ত সমীকরণ, $2x^2 + 7x - 1 = 0$

উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2\,(-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$$

বা, $x = \frac{1}{4}(-7 \pm \sqrt{57})$

$\therefore x = \frac{1}{4}(-7 + \sqrt{57})$ এবং $\frac{1}{4}(-7 - \sqrt{57})$

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $\frac{1}{4}(-7 + \sqrt{57})$ এবং $(-7 - \sqrt{57})$ **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ $x^2 - 5x + 6 = 0, x^2 - 6x + 9 = 0, x^2 - 2x - 2 = 0$ তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রথম দুটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর : ক. ১ম সমীকরণে, $a = 1, b = -5, c = 6$

২য় সমীকরণে, $a = 1, b = -6, c = 9$

৩য় সমীকরণে, $a = 1, b = -2, c = -2$

খ. $x = 1 \pm \sqrt{3}$;

গ. ১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ। ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।

৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।

প্রশ্ন–১১ ▸ $x^2 - 5x + 6 = 0$ একটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করলে a, b ও c এর মান কত হবে? ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটি সমাধান করে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

গ. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণটির x এর যেকোনো একটি মানের জন্য উদ্দীপকের সমীকরণটি সত্য কিনা প্রমাণ কর। ৪

উত্তর : ক. $a = 1, b = -5, c = 6$

খ. $x = 3, 2$

গ. $x = 3$ এর জন্য সত্য।

প্রশ্ন–১২ ▸ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি এক চলক সম্বলিত সমীকরণ।

ক. সমীকরণটির সর্বোচ্চ ঘাত কত? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$ ধরে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 2; খ. $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; গ. 4.4

প্রশ্ন–১৩ ▸ $x^2 - 5x + 6 = 0. 7x - 2 - 3x^2 = 0, 4x - 1 - x^2 = 0$ তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রথম দুইটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর : ক. ১ম সমীকরণে $a = 1, b = -5, c = 6$

২য় সমীকরণে $a = -3, b = 7, c = -2$

৩য় সমীকরণে $a = -1, b = 4, c = -1$

গ. $x = 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$;

১ম ও ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, অমূলদ।

প্রশ্ন–১৪ ▸ $(k - 1)x^2 - (k + 2)x + 4 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণটি নিশ্চায়ক কত? ২

খ. k এর মান কত হলে সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব ও সমান হবে। ৪

গ. k এর মান ব্যবহার করে সমীকরণ গঠন কর এবং সমীকরণের মূলগুলো নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর। ৪

উত্তর : ক. $D = k^2 - 12k + 20$; খ. $k = 10, 2$;

গ. সমীকরণদ্বয় $9x^2 - 12x + 4 = 0$; $x^2 - 4x + 4 = 0$ এবং মূল যথাক্রমে $\frac{2}{3}$ এবং 2, বাস্তব ও অসমান।

অনুশীলনী ৫.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **মূল চিহ্ন সমন্বিত সমীকরণ**

আমরা জানি, চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয়, ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ বা মূল (Root) এবং ঐ মান বা মানগুলোর দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

সমীকরণে চলকের বর্গমূল সংবলিত রাশি থাকলে তাকে বর্গ করে বর্গমূল চিহ্নমুক্ত নতুন সমীকরণ পাওয়া যায়। উক্ত সমীকরণ সমাধান করে যে মূলগুলো পাওয়া যায় অনেক সময় সবগুলো মূল প্রদত্ত সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে না। এ ধরনের মূল অবান্তর (Extraneous) মূল। সুতরাং মূলচিহ্ন সংবলিত সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়ায় প্রাপ্ত মূলগুলো প্রদত্ত সমীকরণের মূল কিনা তা অবশ্যই পরীক্ষা করে দেখা দরকার। পরীক্ষার পর যেসব মূল উক্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে তাই হবে প্রদত্ত সমীকরণের মূল।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $\sqrt{x-4} + 2 = \sqrt{x+12}$

সমাধান : $\sqrt{(x-4)} + 2 = \sqrt{x+12}$

বা, $(\sqrt{x-4} + 2)^2 = (\sqrt{x+12})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x - 4 + 4 + 2\sqrt{x-4}.2 = x + 12$

বা, $4\sqrt{x-4} = x + 12 - x$

বা, $4\sqrt{x-4} = 12$

বা, $\sqrt{x-4} = 3$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(\sqrt{x-4})^2 = 3^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x - 4 = 9$

বা, $x = 9 + 4$

$\therefore x = 13$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = 13$ হলে প্রদত্ত সমীকরণে

বামপক্ষ = $\sqrt{13-4} + 2 = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5$

ডানপক্ষ = $\sqrt{13+12} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 13$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 13$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$

সমাধান : $\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$

বা, $(\sqrt{11x-6})^2 = (\sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x - 6 = 4x + 5 + x - 1 - 2\sqrt{4x+5}\sqrt{x-1}$

বা, $11x - 6 - 5x - 4 = -2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $6x - 10 = -2\sqrt{4x^2 + x - 5}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(3x-5)^2 = -(\sqrt{4x^2 + x - 5})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2 - 30x + 25 = 4x^2 + x - 5$

বা, $9x^2 - 30x + 25 - 4x^2 - x + 5 = 0$

বা, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

বা, $5x^2 - 25x - 6x + 30 = 0$

বা, $5x(x-5) - 6(x-5) = 0$

বা, $(x-5)(5x-6) = 0$

$\therefore$ হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $5x - 6 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore x = \frac{6}{5}$

$\therefore x = 5$ অথবা $\frac{6}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = $\sqrt{11 \times 5 - 6} = \sqrt{55-6} = \sqrt{49} = 7$

ডানপক্ষ = $\sqrt{4.5+5} - \sqrt{5-1} = \sqrt{25} - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 5$ সমীকরণের বীজ নয়।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11.\frac{6}{5} - 6} = \sqrt{\frac{66}{5} - 6} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

বামপক্ষ $= \sqrt{4.\frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$

$= \sqrt{\frac{24 + 25}{5}} - \sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $\frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{6}{5}$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x - 18} = \sqrt{7x + 1}$

সমাধান : $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x - 18} = \sqrt{7x + 1}$

বা, $(\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x - 18})^2 = (\sqrt{7x + 1})^2$

বা, $2x + 7 + 3x - 18 + 2\sqrt{2x + 7}\sqrt{3x - 18} = 7x + 1$

বা, $2\sqrt{(2x + 7)(3x - 18)} = 2x + 12$

বা, $2\sqrt{6x^2 - 15x - 126} = 2x + 12$

বা, $(\sqrt{6x^2 - 15x - 126})^2 = (x + 6)^2$

বা, $6x^2 - 15x - 126 = x^2 + 12x + 36$

বা, $5x^2 - 27x - 162 = 0$

বা, $5x^2 - 45x + 18x - 162 = 0$

বা, $5x(x - 9) + 18(x - 9) = 0$

বা, $(x - 9)(5x + 18) = 0$

হয়, $x - 9 = 0$ অথবা, $5x + 18 = 0$

$\therefore x = 9$ $\therefore x = \frac{-18}{5}$

$\therefore x = 9$ অথবা, $\frac{-18}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : এখন, $x = 9$ হলে পদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{2.9 + 7} + \sqrt{3.9 - 18} = \sqrt{25} + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8$

ডানপক্ষ $= \sqrt{7.9 + 1} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 9$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = \frac{-18}{5}$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{2.\left(\frac{-18}{5}\right) + 7} + \sqrt{3\left(\frac{-18}{5}\right) - 18}$

$= \sqrt{\frac{-1}{5}} + \sqrt{\frac{-144}{9}}$ [যা অবাস্তব]

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-18}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 9$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 11} = \sqrt{8x + 9}$

সমাধান : $\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 11} = \sqrt{8x + 9}$

বা, $(\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 11})^2 = (\sqrt{8x + 9})^2$

[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x + 4 + x + 11 + 2\sqrt{x + 4}\sqrt{x + 11} = 8x + 9$

বা, $2\sqrt{x^2 + 15x + 44} = 8x + 9 - 2x - 15$

বা, $2\sqrt{x^2 + 15x + 44} = 6x - 6$

বা, $(\sqrt{x^2 + 15x + 44})^2 = (3x - 3)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 15x + 44 = 9x^2 + 9 - 18x$

বা, $8x^2 - 33x - 35 = 0$

বা, $8x^2 - 40x + 7x - 35 = 0$

বা, $8x(x - 5) + 7(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(8x + 7) = 0$

$\therefore$ হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $8x + 7 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore x = -\frac{7}{8}$

$\therefore x = 5$ অথবা, $\frac{-7}{8}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{5 + 4} + \sqrt{5 + 11} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{8x + 9} = \sqrt{8.5 + 9} = \sqrt{49} = 7$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = -\frac{1}{7}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{-7}{8} + 4} + \sqrt{\frac{-7}{8} + 11}$

$= \sqrt{\frac{-7 + 32}{8}} + \sqrt{\frac{-7 + 88}{8}}$

$= \frac{5}{\sqrt{8}} + \frac{9}{\sqrt{8}} = \frac{14}{\sqrt{8}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{8\left(\frac{-7}{8}\right) + 9} = \sqrt{\frac{16}{8}} = \sqrt{2}$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-7}{8}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} + \sqrt{x - 1}$

সমাধান : $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} + \sqrt{x - 1}$

বা, $(\sqrt{11x - 6})^2 = (\sqrt{4x + 5} + \sqrt{x - 1})^2$

[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x - 6 = 4x + 5 + x - 1 + 2\sqrt{(4x + 5)}.\sqrt{(x - 1)}$

বা, $11x - 6 - 5x - 4 = 2\sqrt{(4x + 5)(x - 1)}$

বা, $6x - 10 = 2\sqrt{4x^2 + x - 5}$

বা, $(3x - 5)^2 = (\sqrt{4x^2 + x - 5})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2 - 30x + 25 = 4x^2 + x - 5$

বা, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

বা, $5x^2 - 25x - 6x + 30 = 0$

বা, $(x - 5)(5x - 6) = 0$

হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $5x - 6 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore x = \frac{6}{5}$

$\therefore x = 5$ অথবা $\frac{6}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11.5 - 6}$

$= \sqrt{55 - 6)}$

$= \sqrt{49}$

$= 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4.5 + 5} + \sqrt{5 - 1}$

$= \sqrt{25} + \sqrt{4}$

$= 5 + 2$

$= 7$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{11.\frac{6}{5} - 6}$

$= \sqrt{\frac{36}{5}}$

$= \frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4.\frac{6}{5} + 5} + \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{8}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{6}{5}$ উক্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$

সমাধান : $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$

ধরি, $x^2 + 4x = y$

বা, $\sqrt{y - 4} + \sqrt{y - 10} = 6$

বা, $(\sqrt{y - 4})^2 = (6 - \sqrt{y - 10})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y - 4 = 36 - 2.6\sqrt{y - 10} + y - 10$

বা, $12\sqrt{y - 10} = 30$

বা, $(2\sqrt{y - 10})^2 = (5)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $4(y - 10) = 25$

বা, $4y - 40 = 25$

বা, $4y = 65$

বা, $4(x^2 + 4x) = 65$ [$\because y = x^2 + 4x$]

বা, $4x^2 + 16x - 65 = 0$

বা, $4x^2 + 26x - 10x - 65 = 0$

বা, $2x(2x + 13) - 5(2x + 13) = 0$

বা, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$

হয়, $2x + 13 = 0$ অথবা, $2x - 5 = 0$

$\therefore x = \frac{-13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$

$\therefore x = \frac{-13}{2}$ অথবা $\frac{5}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা :

এখন, $x = \frac{-13}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 4}$

$+ \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 10}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = 6$

$= 6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-13}{12}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = \frac{5}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 10}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = 6 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-13}{12}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{5}{2}, \frac{-13}{2}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

সমাধান : $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

ধরি, $x^2 - 6x = y$

বা, $\sqrt{y + 9} - \sqrt{y + 6} = 1$

বা, $y + 9 = 1 + 2\sqrt{y + 6} + y + 6$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $2\sqrt{y + 6} = 2$

বা, $(\sqrt{y + 6})^2 = (1)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y + 6 = 1$

বা, $y = -5$

বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

বা, $x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(x - 1) = 0$

হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $x - 1 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore x = 1$

$\therefore x = 1$ অথবা 5

শুদ্ধি পরীক্ষা :

$x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1}$

$= 2 - 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = 1$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{(1)^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{(1)^2 - 6.1 + 6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1 = 1 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 1$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, 5$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $\sqrt{2x^2 + 5x - 2} - \sqrt{2x^2 + 5x - 9} = 1$

সমাধান : $\sqrt{2x^2 + 5x - 2} - \sqrt{2x^2 + 5x - 9} = 1$

ধরি, $2x^2 + 5x = y$

বা, $\sqrt{y - 2} - \sqrt{y - 9} = 1$

বা, $(\sqrt{y - 2})^2 = (1 + \sqrt{y - 9})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y - 2 = 1 + 2\sqrt{y - 9} + y - 9$

বা, $2\sqrt{y - 9} = 6$

বা, $(\sqrt{y - 9})^2 = (3)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y - 9 = 9$

বা, $y = 18$

বা, $2x^2 + 5x - 18 = 0$

বা, $2x^2 + 9x - 4x - 18 = 0$

বা, $x(2x + 9) - 2(2x + 9) = 0$

বা, $(2x + 9)(x - 2) = 0$

হয়, $x - 2 = 0$ অথবা, $2x + 9 = 0$

$\therefore x = 2$ $\therefore x = -\frac{9}{2}$

$\therefore x = 2$ অথবা $\frac{-9}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = 2$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{2.(2)^2 + 5.2 - 2} - \sqrt{2.(2)^2 + 5.2 - 9}$

$= \sqrt{16} - \sqrt{9}$

$= 4 - 3$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = 2$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = \frac{-9}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{2.\left(\frac{-9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{-9}{2}\right) - 2} - \sqrt{2\left(\frac{-9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{-9}{2}\right) - 9}$

$= \sqrt{\frac{81}{2} - \frac{45}{2} - 2} - \sqrt{\frac{81}{2} - \frac{45}{2} - 9}$

$= \sqrt{16} - \sqrt{9}$

$= 4 - 3 = 1 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-9}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2, -\frac{9}{2}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x - 1}\right)} + 5\sqrt{\left(\frac{x - 1}{2x}\right)} = 13$

সমাধান : $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x - 1}\right)} + 5\sqrt{\left(\frac{x - 1}{2x}\right)} = 13$

ধরি, $\frac{2x}{x - 1} = a^2$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণটি দাঁড়ায়

$\therefore 6a + \frac{5}{a} = 13$ $\left[\because \frac{2x}{x - 1} = a^2 \therefore \frac{x - 1}{2x} = \frac{1}{a^2}\right]$

বা, $\frac{6a^2 + 5}{a} = 13$

বা, $6a^2 + 5 = 13a$

বা, $6a^2 - 13a + 5 = 0$

বা, $6a^2 - 10a - 3a + 5 = 0$

বা, $2a(3a - 5) - 1(3a - 5) = 0$

বা, $(3a - 5)(2a - 1) = 0$

হয়, $3a - 5 = 0$ অথবা, $2a - 1 = 0$

$\therefore a = \frac{5}{3}$ $\therefore a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{5}{3}$ হলে আমরা পাই,

$\sqrt{\frac{2x}{x - 1}} = a = \frac{5}{3}$

বা, $\left(\sqrt{\frac{2x}{x - 1}}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{2x}{x - 1} = \frac{25}{9}$

বা, $18x = 25x - 25$

বা, $7x = 25$

$\therefore x = \frac{25}{7}$

আবার, $a = \frac{1}{2}$ হলে,

বা, $\left(\sqrt{\frac{2x}{x - 1}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{2x}{x - 1} = \frac{1}{4}$

বা, $8x = x - 1$

বা, $7x = -1$

$\therefore x = -\frac{1}{7}$

$\therefore x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = \frac{25}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= 6\sqrt{\frac{2.\frac{25}{7}}{\frac{25}{7} - 1}} + 5\sqrt{\frac{\frac{25}{7} - 1}{2.\frac{25}{7}}}$

$= 6\sqrt{\frac{50}{18}} + 5\sqrt{\frac{18}{50}}$

$= 6\sqrt{\frac{25}{9}} + 5\sqrt{\frac{9}{25}}$

$= 6.\frac{5}{3} + 5.\frac{3}{5} = 10 + 3 = 13 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{25}{7}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = -\frac{1}{7}$ হলে,

বামপক্ষ $= 6\sqrt{\frac{2.\left(\frac{-1}{7}\right)}{\left(\frac{-1}{7} - 1\right)}} + 5\sqrt{\frac{-\frac{1}{7} - 1}{2\left(\frac{-1}{7}\right)}}$

$= 6\sqrt{\frac{2}{8}} + 5\sqrt{\frac{8}{2}}$

$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4} = 3 + 10 = 13 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = -\frac{1}{7}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{25}{7}, \frac{-1}{7}$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$

সমাধান : $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$

ধরি, $\frac{x-1}{3x+2} = a^2$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণটি,

$a + \frac{2}{a} = 3$

বা, $\frac{a^2+2}{a} = 3$

বা, $a^2 + 2 = 3a$

বা, $a^2 - 3a + 2 = 0$

বা, $(a-2)(a-1) = 0$

$\therefore a = 1, 2$

$a = 1$ হলে, আমরা পাই,

$\therefore \left(\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}}\right)^2 = (1)^2$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 1$

বা, $x - 1 = 3x + 2$

বা, $2x = -3$

$\therefore x = \frac{-3}{2}$

আবার, $a = 2$ হলে, আমরা পাই,

$\left(\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}}\right)^2 = (2)^2$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 4$

বা, $12x + 8 = x - 1$

বা, $11x = -9$

$\therefore x = \frac{-9}{11}$

$\therefore x = \frac{-3}{2}, -\frac{9}{11}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x = \frac{-3}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{-\frac{3}{2} - 1}{3\left(-\frac{3}{2}\right) + 2}} + 2\sqrt{\frac{3\left(-\frac{3}{2}\right) + 2}{-\frac{3}{2} - 1}}$

$= \sqrt{\frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{5}{2}}} + 2\sqrt{\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{-5}{2}}}$

$= 1 + 2.1 = 3 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-3}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x = -\frac{9}{11}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\dfrac{\frac{-9}{11}-1}{3\left(\frac{-9}{11}\right)+2}} + 2\sqrt{\dfrac{3\left(\frac{-9}{11}\right)+2}{\frac{-9}{11}-1}}$

$= \sqrt{\dfrac{\frac{-20}{11}}{\frac{-5}{11}}} + 2\sqrt{\dfrac{\frac{-5}{11}}{\frac{-20}{11}}}$

$= \sqrt{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}}$

$= 2 + 2.\frac{1}{2} = 2 + 1$

$= 3 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং $x = -\frac{9}{11}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = -\frac{3}{2}, -\frac{9}{11}$

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫·২ : মূল চিহ্ন সংবলিত সমীকরণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয়, ঐ মান বা মানগুলোকে কী বলা হয়? (মধ্যম)
● মূল ⓦ সূচক ⓖ বর্গ ⓘ ঘাত

২. নিচের কোনটি দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)
ⓚ বর্গমূল ● মূল ⓖ ঘাত ⓘ সূচক

৩. দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ কতটি মূল থাকে? (সহজ)
● 2টি ⓦ 3টি ⓖ 4টি ⓘ 5টি

৪. চলক দুইটি x ও y হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
● $(x, y) = (a, b)$ ⓦ $x - a = 0, y - 6 = 0$
ⓖ $x + a = y + b$ ⓘ $x - a = y - b$

৫. $x^2 - x + 13 = 0$ হলে সমীকরণের একটি মূল কোনটি? (কঠিন)
● $\frac{-1+\sqrt{-51}}{2}$ ⓦ $\frac{1+\sqrt{-51}}{2}$ ⓖ $\frac{-1-\sqrt{51}}{2}$ ⓘ $\frac{1+\sqrt{51}}{2}$

৬. $\sqrt{x-4} = 3$ হলে $x =$ কত? (মধ্যম)
ⓚ 9 ⓦ 11 ● 13 ⓘ 15

৭. $x^2 - 3x - 40 = 0$ সমীকরণটি x এর কোন মানের জন্য সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)
ⓚ 5 ● 8 ⓖ 9 ⓘ 11

৮. $\sqrt{x+9} - \sqrt{x+6} = 1$ সমীকরণের মূল কোনটি? (কঠিন)
ⓚ –5 ● ±5 ⓖ ±4 ⓘ ±5

৯. $x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ 5, 6 ● 2, 3 ⓖ 1, 2 ⓘ 1, 6

১০. $\sqrt{x^2+7} = 3$ সমীকরণের মূলগুলো কী কী? (মধ্যম)
ⓚ $x = 4$ ● $\pm\sqrt{2}$ ⓖ $x = 4, 4$ ⓘ $x = 3, 3$

১১. $\sqrt{8x+9} = \sqrt{3}$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $-\frac{3}{8}$ ⓦ $-\frac{3}{2}$ ● $-\frac{3}{4}$ ⓘ $-\frac{5}{4}$

১২. $\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = 1$ সমীকরণের মূল কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ 1 ● –1 ⓖ 2 ⓘ –2

১৩. $(1+x)^{\frac{1}{2}} + (1-x) = 2^{\frac{1}{2}}$ সমীকরণের মূল কোনটি? (কঠিন)
● –1, 1 ⓦ 1,1 ⓖ –2, 2 ⓘ 2,2

১৪. $(y + 1)^2 - (y-1)^2 = 4y$ সমীকরণটি y এর কোন মানের জন্য সিদ্ধ হবে? (কঠিন)
ⓚ 1 ⓦ 4
ⓖ 100 ● সকল মানের জন্য

১৫. $-3 + \sqrt{5}$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূল হলে, সমীকরণটি হবে (কঠিন)
ⓚ $x^2 + \sqrt{3x} - 5 = 0$ ● $x^2 - \sqrt{5x} - 3 = 0$
ⓖ $x^2 + 5x + 4 = 0$ ⓘ $x^2 + \sqrt{5x-3} = 0$

১৬. $4\sqrt{x} = 8$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 3 ● 4 ⓖ $\frac{1}{4}$ ⓘ $\frac{3}{2}$

১৭. $\sqrt{x-4} + 2 = \sqrt{x+12}$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ 4 ⓦ 8 ⓖ 12 ● 13

১৮. $\sqrt{x-6} = 0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (সহজ)
● 6 ⓦ 5 ⓖ $3\sqrt{2}$ ⓘ $\sqrt{6}$

১৯. $\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} = 1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম)
● $-\frac{3}{2}$ ⓦ $\frac{3}{2}$ ⓖ $-\frac{1}{2}$ ⓘ $-\frac{5}{2}$

২০. $\sqrt{3x-5} - 2 = 0$ সমীকরণটির মূল কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ 2 ● 3 ⓖ – 3 ⓘ 4

২১. $\sqrt{8x-9} = \sqrt{2x+9}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)
ⓚ 2 ⓦ – 2 ● 3 ⓘ – 3

ব্যাখ্যা : $\sqrt{8x-9} = \sqrt{2x+9}$
বা, $8x - 2x = 9 + 9$
বা, $x = \frac{18}{6} = 3$

২২. $2\sqrt{2x-1} - 1 = 0$ সমীকরণটির মূল কোনটি? (সহজ)
ⓚ $\frac{8}{5}$ ⓦ $-\frac{8}{5}$ ⓖ $-\frac{5}{8}$ ● $\frac{5}{8}$

২৩. $\sqrt[3]{\frac{x-1}{3x+2}} = 2$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)
● $-\frac{17}{23}$ ⓦ $\frac{17}{23}$ ⓖ $-\frac{23}{17}$ ⓘ $\frac{23}{17}$

ব্যাখ্যা : $\sqrt[3]{\frac{x-1}{3x+2}} = 2$
বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 8$
বা, $24x - x = -1 - 16$

বা, $x = -\frac{17}{23}$

২৪. $(1 + x)^{\frac{1}{3}} + (1 - x)^{\frac{1}{3}} = 0$ সমীকরণটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 1 ● ± 1 গ 2 ঘ ± 2

২৫. $(1 - x)^{\frac{1}{2}} = 5$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 26 খ 25 গ 24 ● – 24

ব্যাখ্যা : $1 - x = 25$

$\therefore x = -24$

২৬. $(1 + x)^{\frac{1}{3}} + (1 - x)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}}$ সমীকরণের মূল কোনটি? (মধ্যম)

ক 1, – 1 ● 2, – 2 গ – 3, 3 ঘ 3, – 3

ব্যাখ্যা : প্রশ্নটির সমাধান করতে সামান্য চিন্তাই যথেষ্ট। অপশন চারটির মধ্যে 2 বা – 2 বসালে ডানপক্ষের অপশনটি $(3^{\frac{1}{3}})$ পাওয়া যাবে।

২৭. Extraneous শব্দের অর্থ কী? (সহজ)

ক মূল চিহ্ন খ চিহ্নমুক্ত গ শুদ্ধি পরীক্ষা ● অবান্তর মূল

২৮. $(1 + x)^{\frac{1}{2}} + (1 - x)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$ সমীকরণের মূল কোনটি? (মধ্যম)

● ± 1 খ ± 2 গ 2, 2 ঘ 1, 1

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৯. $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x - 18} = \sqrt{7x + 1}$

i. সমীকরণটির মূল 9

ii. সমীকরণটির বীজ 9

iii. সমীকরণটির সমাধান 9

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩০. i. $\sqrt{8x + 9} - \sqrt{2x + 15} = \sqrt{2x - 6}$

ii. $\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 11} = \sqrt{8x + 9}$

iii. $\sqrt{2x + 9} - \sqrt{x - 4} = \sqrt{x + 3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩১. $(1 + x)^{\frac{1}{3}} + (1 - x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$ সমীকরণটি লক্ষ কর :

i. সমীকরণের চলক সংখ্যা একটি

ii. সমীকরণটির সমাধান (1, –1)

iii. সমীকরণটির সমাধান $x = \pm 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩২. $(1 + x)^{\frac{1}{3}} + (1 - x)^{\frac{1}{3}} = 0$ সমীকরণের–

i. $x = -1$ একটি সমাধান

ii. $x = 1$ একটি অবান্তর মূল

iii. $(1 + x (1 - x) = 0$ একটি রূপ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৩. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0$ সমীকরণটি–

i. $x = -3$ এর জন্য সত্য

ii. $x = 3$ এর জন্য সত্য

iii. $x = 2$ এর জন্য সত্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৪. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$ সমীকরণটি–

i. একটি বহুপদী সমীকরণ

ii. $x = 5$

iii. $x = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৫. $\sqrt{2x^2 - 9} = x$ সমীকরণের–

i. মূল 3, – 3

ii. বর্গকৃত সমীকরণের মূল 3, – 3

iii. অবান্তর মূল আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৬. $\sqrt{2 + x} = 0$ সমীকরণের–

i. একটি মাত্র মূল বিদ্যমান

ii. সমাধান – 2

iii. সমাধান 2

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

$\sqrt{2x + 8} - 2\sqrt{x + 5} = -2$

উপরের সমীকরণটির আলোকে ৩৭ – ৩৯ নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৩৭. সমীকরণটির একটি মূল 4 হলে, অপর মূলটি কত? (মধ্যম)

ক 2 ● – 4 গ $\frac{1}{2}$ ঘ – 3

৩৮. x = 4 হলে, বামপক্ষ = কত? (সহজ)

● – 2 খ 2 গ 0 ঘ – 4

৩৯. সমীকরণটির সমাধান কত? (কঠিন)

ক 4 ● ±4 গ 0 ঘ $\pm\frac{1}{4}$

নিচের সমীকরণ দুটির আলোকে ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\sqrt{\frac{x}{x + 16}} + \sqrt{\frac{x + 16}{x}} = \frac{25}{12}$ এবং $p = \sqrt{\frac{x}{x + 16}}$ দুইটি সমীকরণ।

৪০. ১ম সমীকরণে x এর কয়টি মূল পাওয়া যাবে? (সহজ)

ক 1 ● 2 গ 3 ঘ 4

৪১. p = 2 হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক 0 খ –1 ● $-\frac{64}{3}$ ঘ 2

নিচের সমীকরণটির আলোকে ৪২ – ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\sqrt{2x + 9} - \sqrt{x - 4} = \sqrt{x + 1}$ একটি সমীকরণ–

৪২. সমীকরণটিকে সরল আকারে প্রকাশ কোনটি? (কঠিন)

● $x^2 - 5x + 6 = 0$ খ $x^2 + 5x - 6 = 0$

গ $x^2 - 6x + 5 = 0$ ঘ $x^2 + 6x - 5 = 0$

৪৩. সমীকরণটি সমাধান করলে x এর কোন কোন মান পাওয়া যাবে? (মধ্যম)

ক – 8, – 5 ● 8, – 5 গ 8, 5 ঘ – 8, 5

৪৪. সমীকরণটির মূল কত? (মধ্যম)

ⓚ 5   ⓛ – 5   ⓜ – 4   ● 8

৪৫. $\sqrt{2x+8}+2=0$ সমাকরণের মূল কোনটি?

ⓚ – 2   ⓛ 2   ⓜ 4   ● মূল নেই

৪৬. নিচের কোনটি $\sqrt{8x+9}-\sqrt{2x+15}=\sqrt{2x-6}$ সমীকরণের একটি মূল?

ⓚ – 5   ⓛ 0   ● 5   ⓝ 6

৪৭. $\sqrt[3]{1+x}=2$ হলে, x এর মান কত?

ⓚ 1   ⓛ 2   ⓜ 3   ● 7

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sqrt{2x+8}-2\sqrt{x+5}=-2$$

৪৮. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূপ কোনটি?

ⓚ $4\sqrt{2x+8}=2x+4$ ⓛ $4\sqrt{2x+8}=x+4$

● $2\sqrt{2x+8}=x+4$ ⓝ $2\sqrt{2x+8}=x-4$

৪৯. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল?

ⓚ 0   ⓛ 1   ⓜ 2   ● 4

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $\sqrt{\frac{x}{x+16}}+\sqrt{\frac{x+16}{x}}=\frac{25}{12}$ একটি সমীকরণ।

ক. $p=\sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে দেখাও যে, $12p^2-25p+12=0$ ২

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণের সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sqrt{\frac{x}{x+16}}+\sqrt{\frac{x+16}{x}}=\frac{25}{12}$

বা, $p+\frac{1}{p}=\frac{25}{12}$ [$p=\sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে $\therefore \frac{1}{p}=\sqrt{\frac{x+16}{x}}$]

বা, $\frac{p^2+1}{p}=\frac{25}{12}$

বা, $12p^2+12=25p$

বা, $12p^2-25p+12=0$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$12p^2-25p+12=0$

বা, $12p^2-16p-9p+12=0$

বা, $4p(3p-4)-3(3p-4)=0$

বা, $(3p-4)(4p-3)=0$

হয়, $3p-4=0$ অথবা, $4p-3=0$

বা, $3p=4$ বা, $4p=3$

বা, $p=\frac{4}{3}$ বা, $p=\frac{3}{4}$

বা, $\sqrt{\frac{x}{x+16}}=\frac{4}{3}$ বা, $\sqrt{\frac{x}{x+16}}=\frac{3}{4}$

বা, $\frac{x}{x+16}=\frac{16}{9}$ [বর্গ করে]   বা, $\frac{x}{x+16}=\frac{9}{16}$ [বর্গ করে]

বা, $16x+256=9x$ বা, $16x=9x+144$

বা, $7x=-256$ বা, $7x=144$

$\therefore x=-\frac{256}{7}$ $\therefore x=\frac{144}{7}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y)=\left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7}\right)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান : $(x, y)=\left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7}\right)$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x=-\frac{256}{7}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256}{7}+16}}+\sqrt{\frac{-\frac{256}{7}+16}{-\frac{256}{7}}}$

$= \sqrt{\dfrac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256+112}{7}}} + \sqrt{\dfrac{\frac{-256+112}{7}}{\frac{-256}{7}}}$

$= \sqrt{\dfrac{-256}{7} \times \dfrac{7}{-144}} + \sqrt{\dfrac{-144}{7} \times \dfrac{7}{-256}}$

$= \sqrt{\dfrac{256}{144}} + \sqrt{\dfrac{144}{256}}$

$= \dfrac{16}{12} + \dfrac{12}{16} = \dfrac{4}{3} + \dfrac{3}{4} = \dfrac{16+9}{12}$

$= \dfrac{25}{12} =$ ডানপক্ষ

যেহেতু $x = \dfrac{-256}{7}$ হলে সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অতএব, $x = \dfrac{-256}{7}$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

আবার, $x = \dfrac{144}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\dfrac{\frac{144}{7}}{\frac{144}{7}+16}} + \sqrt{\dfrac{\frac{144}{7}+16}{\frac{144}{7}}}$

$= \sqrt{\dfrac{\frac{144}{7}}{\frac{144+112}{7}}} + \sqrt{\dfrac{\frac{144+112}{7}}{\frac{144}{7}}}$

$= \sqrt{\dfrac{144}{7} \times \dfrac{7}{256}} + \sqrt{\dfrac{256}{7} \times \dfrac{7}{144}}$

$= \sqrt{\dfrac{144}{256}} + \sqrt{\dfrac{256}{144}} = \dfrac{12}{16} + \dfrac{16}{12}$

$= \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{9+16}{12} = \dfrac{25}{12} =$ ডানপক্ষ

যেহেতু $x = \dfrac{144}{7}$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = \dfrac{144}{7}$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

প্রদত্ত সমীকরণটির শুদ্ধি পরীক্ষায় সত্যতা প্রমাণিত হলো।

প্রশ্ন–২ ▸ যদি $x^2 - 6x = p$ হয়, তবে–

ক. $p = 16$ হলে, x এর মান কত? ২

খ. $\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$ হলে, x এর মান কত? ৪

গ. $\sqrt{p+15} - \sqrt{p+13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$ হলে, x এর মান কত? ৪

▸◂ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 6x = p$ এবং $p = 16$

$\therefore x^2 - 6x = 16$

বা, $x^2 - 6x - 16 = 0$

বা, $x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$

বা, $x(x-8) + 2(x-8) = 0$

বা, $(x-8)(x+2) = 0$

$\therefore x = 8$ এবং $x = -2$

খ. প্রদত্ত রাশি, $\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$

দেওয়া আছে,

$p = x^2 - 6x$

$\therefore \sqrt{x^2-6x+9} - \sqrt{x^2-6x+6} = 1$

বা, $\left(\sqrt{x^2-6x+9}\right)^2 = \left(1+\sqrt{x^2-6x+6}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 6x + 9 = 1 + 2\sqrt{x^2-6x+9} + x^2 - 6x + 6$

বা, $x^2 - 6x + 9 - 1 - x^2 + 6x - 6 = 2\sqrt{x^2-6x+6}$

বা, $2 = 2\sqrt{x^2-6x+6}$

বা, $1 = \sqrt{x^2-6x+6}$

বা, $x^2 - 6x + 6 = 1$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

বা, $x(x-5) - 1(x-5) = 0$

বা, $(x-5)(x-1) = 0$

$\therefore x = 5$ এবং $x = 1$

এখন, $x = 5$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6}$

$= \sqrt{25-30+9} - \sqrt{25-30+6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1}$

$= 2 - 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

যেহেতু, $x = 5$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = 5$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

আবার, $x = 1$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6}$

$= \sqrt{1-6+9} - \sqrt{1-6+6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1}$

$= 2 - 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

যেহেতু, $x = 1$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ,

$\therefore x = 1$ সমীকরণটির একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, 5$

গ. $\sqrt{p+15} - \sqrt{p+13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

বা, $\sqrt{p+15} + \sqrt{8} = \sqrt{p+13} + \sqrt{10}$

বা, $\left(\sqrt{p+15} + \sqrt{8}\right)^2 = \left(\sqrt{p+13} + \sqrt{10}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $p + 15 + 2\sqrt{p+15}.\sqrt{8} + 8 = p + 13 + 2\sqrt{p+13}.\sqrt{10} + 10$

বা, $P + 23 + 2\sqrt{8p+120} = P + 23 + 2\sqrt{10p+130}$

বা, $2\sqrt{8p+120} = 2\sqrt{10p+130}$

বা, $\sqrt{8p+120} = \sqrt{10p+130}$ [বর্গ করে]

বা, $8p + 120 = 10p + 130$

বা, $2p = -10$

বা, $p = -5$

বা, $x^2 - 6x = -5$ [p এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

বা, $x(x-5) - 1(x-5) = 0$

বা, $(x-5)(x-1) = 0$

$\therefore x = 5$ এবং $x = 1$

এখন, $x = 5$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{5^2 - 6.5 + 15} - \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 13}$

$= \sqrt{25 - 30 + 15} - \sqrt{25 - 30 + 13}$

$= \sqrt{10} - \sqrt{8}$ = ডানপক্ষ

আবার, $x = 1$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{1^2 - 6.1 + 15} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 13}$

$= \sqrt{10} - \sqrt{8}$ = ডানপক্ষ

যেহেতু $x = 5$ ও 1 হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x = 5$ ও 1 হলে, উক্ত সমীকরণটি একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5, 1$

প্রশ্ন–৩ $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1}$ **একটি মূল চিহ্ন সংবলিত সমীকরণ**

ক. সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. নিশ্চায়কের সাহায্যে দেখাও যে, প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো অবান্তর মূল নেই এবং সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. x এর প্রাপ্ত প্রতিটি মানই প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান কিনা? যাচাই করে দেখ। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1}$

বা, $(\sqrt{11x - 6})^2 = \left(\sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $11x - 6 = 4x + 5 - 2\sqrt{4x + 5}\sqrt{x - 1} + x - 1$

বা, $2\sqrt{4x + 5}\sqrt{x - 1} = 4x + 5 + x - 1 - 11x + 6$

বা, $2\sqrt{4x + 5}\sqrt{x - 1} = -6x + 10$

বা, $\sqrt{4x + 5}\sqrt{x - 1} = -3x + 5$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left\{-\sqrt{(4x + 5)(x - 1)}\right\}^2 = (3x - 5)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4x^2 + x - 5 = 9x^2 - 30x + 25$

বা, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

যা $ax^2 + bx + c = 0$ আকারের সমীকরণ

খ. ক হতে প্রাপ্ত,

$5x^2 - 31x + 30 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 5, b = -31, c = 30$

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$

$= (-31)^2 - 4.5.30$

$= 961 - 600$

$= 361$

এখানে, নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = 361 > 0$

$\therefore$ পাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব।

এখন, আমরা জানি, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-31) \pm \sqrt{361}}{2.5}$ $[\because b^2 - 4ac = 361]$

$= \frac{31 \pm 19}{10}$

$= \frac{31 \pm 19}{10}, \frac{31 - 19}{10} = \frac{50}{10}, \frac{12}{10} = 5, \frac{6}{5}$

$\therefore$ দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1 = 6, x_2 = \frac{6}{5}$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত $x_1 = 5, x_2 = \frac{6}{5}$

এখানে x_1 ও x_2 প্রদত্ত মূলচিহ্ন সংবলিত সমীকরণের সমাধান কিনা তা যাচাই করে দেখতে হবে। $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের–

বামপক্ষ $= \sqrt{11 \times 5 - 6} = \sqrt{55 - 6} = \sqrt{49} = 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4 \times 5 + 5} - \sqrt{5 - 1}$

$= \sqrt{20 + 5} - \sqrt{4}$

$= \sqrt{25} - \sqrt{4}$

$= 5 - 2 = 3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের জন্য সত্য নয়।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11 \times \frac{6}{5} - 6}$

$= \sqrt{\frac{66 - 30}{5}}$

$= \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4 \times \frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$

$= \sqrt{\frac{24 + 25}{5}} - \sqrt{\frac{6 - 5}{5}}$

$= \sqrt{\frac{49}{5}} - \sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{7 - 1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x = \frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

প্রশ্ন–৪ $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

ক. $x^2 - 6x = y$ ধরে দেখাও যে, $\sqrt{y + 6} = 1$ ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটিকে উৎপাদক আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

বা, $\sqrt{y + 9} - \sqrt{y + 6} = 1$ $[\because x^2 - 6x = y]$

বা, $\sqrt{y + 9} = 1 + \sqrt{y + 6}$

বা, $\sqrt{(y + 9)}^2 = (1 + \sqrt{y + 6})^2$ [বর্গ করে]

বা, $y + 9 = 1 + 2\sqrt{y + 6} + y + 6$

বা, $2\sqrt{y + 6} = 2$

বা, $\sqrt{y + 6} = 1$ (দেখানো হলো)

খ. ‘ক’ থেকে পাই,

$\sqrt{y+6} = 1$

বা, $(\sqrt{y+6})^2 = (1)^2$ [বর্গ করে]

বা, $y + 6 = 1$

বা, $y = 1 - 6$

বা, $y = -5$

বা, $x^2 - 6x = -5$

বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

বা, $x(x-5) -1(x-5) = 0$

বা, $(x-5)(x-1) = 0$

এটাই নির্ণেয় উৎপাদক আকার।

গ. ‘খ’ থেকে পাই, $(x-1)(x-5) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $x - 5 = 0$

$\therefore x = 1$ $\therefore x = 5$

এখন, $x = 5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6}$

$= \sqrt{25 - 30 + 9} - \sqrt{25 - 30 + 6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1}$

$= 2 - 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

আবার, $x = 1$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6}$

$= \sqrt{1 - 6 + 9} - \sqrt{1 - 6 + 6}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{1}$

$= 2 - 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5, 1$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৫ ▸ $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$

ক. $x^2 + 4x = y$ হলে দেখাও যে, $2\sqrt{y - 10} = 5$ ২

খ. দেখাও যে, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$ ৪

গ. সমীকরণটি সমাধান করে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

উত্তর : গ. $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

প্রশ্ন–৬ ▸ $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)} + 5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)} = 13$ **একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।**

ক. $\frac{2x}{x-1} = p^2$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটি লেখ। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $6p + \frac{5}{p} = 13$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. সুতরাং, $x = \frac{25}{7}$ অথবা $-\frac{1}{7}$

প্রশ্ন–৭ ▸ $\sqrt{2x^2 + 5x - 2} - \sqrt{2x^2 + 5x - 9} = 1$ **একটি মূল চিহ্ন সম্বলিত সমীকরণ এবং** $P = 23x^2 + 5x - 2$

ক. P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. P এর মান ব্যবহার করে প্রদত্ত সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $2x^2 + 5x = y$ ধরে সমীকরণের সমাধান খ–এর সমাধানের অনুরূপ কিনা? যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $P = 16$; খ. $x = 3, -\frac{9}{2}$

গ. সমাধান একই।

অনুশীলনী ৫.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **সূচক সমীকরণ (Indicial Equation)**

যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে।

$2^x = 8$, $16^x = 4^{x+2}$, $2^{x+1} - 2x - 8 = 0$ ইত্যাদি সমীকরণগুলো সূচক সমীকরণ যেখানে x অজ্ঞাত চলক। সূচক সমীকরণ সমাধান করতে সূচকের নিম্নলিখিত ধর্মটি ব্যবহার করা যায় :

$a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি $x = m$ হয়। এ জন্য প্রথমে সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যার ঘাত বা শক্তিরূপে প্রকাশ করা হয়।

জেনে রাখতে হবে :

সূচকের নিয়মে ভিত্তি কখনো শূন্য হতে পারে না $\frac{a}{b}$ এর ক্ষেত্রে $b \neq 0$ হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $3^{x+2} = 81$

সমাধান : $3^{x+2} = 81$

বা, $3^{x+2} = 3^4$ [$\because 3^4 = 81$]

বা, $x + 2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x = 4 - 2$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

সমাধান : $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}} = 1$

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$

বা, $3x - 7 = 0$

বা, $3x = 7$

$\therefore x = \frac{7}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{7}{3}$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $2^{x-4} = 4a^{x-6}$, $(a > 0, a \neq 2)$

সমাধান : $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $2^{x-4} = 2^2.a^{x-6}$

বা, $2^{x-4}.2^{-2} = a^{x-6}$ [2^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1 = \left(\frac{2}{a}\right)^0$

বা, $x - 6 = 0$

$\therefore x = 6$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 6$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

সমাধান : $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

বা, $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5}$

বা, $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ [$\because a^x = a^m$ হলে $x = m$]

বা, $2(2x + 5) = 3(x + 5)$

বা, $4x + 10 = 3x + 15$

বা, $4x - 3x = 15 - 10$

$\therefore x = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

সমাধান : $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left\{\sqrt[11]{(4)^3}\right\}^{2x+7}$ [$\because 4^3 = 64$]

বা, $(4)^{\frac{4x+7}{5}} = \left\{(4)^{\frac{3}{11}}\right\}^{2x+7}$

বা, $\frac{4x+7}{5} = \frac{3(2x+7)}{11}$

বা, $\frac{4x+7}{5} = \frac{6x+21}{11}$

বা, $11(4x + 7) = 5(6x + 21)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

বা, $44x - 30x = 105 - 77$

বা, $14x = 28$

বা, $x = \frac{28}{14}$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ $(a > 0)$

সমাধান : $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$

বা, $\frac{3^{3x-4}}{3^{x+1}} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$

বা, $3^{3x-4-x-1} = 1$ [$\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$]

বা, $3^{2x-5} = 1 = 3^\circ$ [$\because x^0 = 1$]

বা, $2x - 5 = 0$ [$\because a^x = a^m$ হলে $x = m$]

বা, $2x = 5$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{5}{2}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$ $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

সমাধান : $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$

বা, $\frac{5^{3x-5}}{5^{x+1}} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$

বা, $5^{3x-5-x-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}$

বা, $\frac{5^{2x-6}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}} = 1$ $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}\text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে}\right]$

বা, $\left(\frac{5}{\frac{a}{b}}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5}{\frac{a}{b}}\right)^0$

বা, $2x - 6 = 0$

বা, $2x = 6$

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

সমাধান : $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

বা, $4^{x+2} - 2^{2x+1} = 14$

বা, $2^{2x+4} - 2^{2x+1} = 14$

বা, $2^{2x}(2^4 - 2^1) = 14$

বা, $2^{2x}(16 - 2) = 14$

বা, $2^{2x}.14 = 14$

বা, $2^{2x} = 1$

বা, $2^{2x} = 2^0$ [$\because a^0 = 1$]

বা, $2x = 0$

$\therefore x = 0$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 0$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $5^x + 5^{2-x} = 26$

সমাধান : $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$ [$\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$]

বা, $5^x + \frac{25}{5^x} = 26$

বা, $\frac{(5^x)^2 + 25}{5^x} = 26$

বা, $(5^x)^2 + 25 = 26.\ 5^x$

বা, $a^2 + 25 = 26a$ [$5^x = a$ ধরি]

বা, $a^2 - 26a + 25 = 0$

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$

বা, $(a - 25)(a - 1) = 0$

হয়, $a - 25 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

বা, $a = 25$ বা, $a = 1$

বা, $5^x = 25$ বা, $5^x = 1$

বা, $5^x = 5^2$ বা, $5^x = 5^0$

$\therefore x = 2$ $\therefore x = 0$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 0, 2$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

সমাধান : $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3.9^x - 3.4.3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3(3^2)^x - 4.3^x + 1 = 0$

বা, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

বা, $3a^2 - 4a + 1 = 0$ [$3^x = a$ ধরি]

বা, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$

বা, $3a(a-1) - 1(a - 1) = 0$

বা, $(a-1)(3a - 1) = 0$

হয়, $a - 1 = 0$ অথবা, $3a-1 = 0$

বা, $a = 1$ বা, $3a = 1$

বা, $3^x = 1$ বা, $a = \frac{1}{3}$

বা, $3^x = 3^\circ$ বা, $3^x = \frac{1}{3}$

$\therefore x = 0$ বা, $3^x = 3^{-1}$

$\therefore x = -1$

নির্ণেয় সমাধান : $x = -1, 0$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

সমাধান : $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

বা, $4.4^x + 4.4^{-x} = 10$

বা, $4(4^x + 4^{-x}) = 10$

বা, $2(4^x + 4^{-x}) = 5$

বা, $2(4^x + \frac{1}{4^x}) = 5$

বা, $2(a + \frac{1}{a}) = 5$ [$4^x = a$ ধরে]

বা, $\frac{2(a^2 + 1)}{a} = 5$

বা, $2a^2 + 2 = 5a$

বা, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

বা, $2a^2 - 4a - a + 2 = 0$

বা, $2a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$

বা, $(a-2)(2a-1) = 0$

হয়, $a - 2 = 0$ অথবা, $2a - 1 = 0$

বা, $a = 2$ বা, $2a = 1$

বা, $4^x = 2$ বা, $a = \frac{1}{2}$

বা, $2^{2x} = 2^1$ বা, $4^x = \frac{1}{2}$

বা, $2x = 1$ বা, $2^{2x} = 2^{-1}$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ বা, $2x = -1$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$

সমাধান: $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$

বা, $2^{2x} - 3.2^x.2^2 + 32 = 0$

[$\because a^{mn} = (a^m)^n$ এবং $a^{m+n} = a^m.a^n$]

বা, $(2^x)^2 - 12.2^x + 32 = 0$

বা, $a^2 - 12a + 32 = 0$ [$2^x = a$ ধরি]

বা, $a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

বা, $a(a - 8) - 4(a - 8) = 0$

বা, $(a - 8)(a - 4) = 0$

হয়, $a - 8 = 0$ অথবা, $a - 4 = 0$

বা, $a = 8$ বা, $a = 4$

বা, $2^x = 8$ বা, $2^x = 4$

বা, $2^x = 2^3$ বা, $2^x = 2^2$

$\therefore x = 3$ $\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2, 3$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $9^{2x} = 3^{5x-2}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ⓚ -2 ⓛ $-\frac{2}{3}$ ⓖ $\frac{2}{3}$ ● 2

২. $3^{3x} = \frac{1}{3}$ হলে, x–এর মান কত?

ⓚ -3 ● $\frac{-1}{3}$ ⓖ $\frac{1}{3}$ ⓘ 3

৩. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ হলে, x এর মান কত?

ⓚ -12 ● 3 ⓖ 5 ⓘ 11

৪. $\sqrt{x - 4} = \sqrt{x + 12} - 2$ সমীকরণটির বীজ কত?

ⓚ 5 ⓛ 7 ● 13 ⓘ 15

৫. $\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = 1$ সমীকরণের মূল কোনটি?

ⓚ -2 ● -1 ⓖ 1 ⓘ 2

৬. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[8]{3}\right)^{2x+5}$ হলে x এর মান কত?

ⓚ 25 ● $\frac{-15}{2}$ ⓖ $\frac{5}{7}$ ⓘ $\frac{-5}{4}$

৭. $(2 + a)^{\frac{1}{3}} = 2$ হলে a এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 4 ● 6 ⓖ 7 ⓘ 8

৮. $9^{x+5} = 81^{x+1}$ হলে, x এর মান কত?

ⓚ -6 ⓛ -3 ● 3 ⓘ 6

৫.৩ : সূচক সমীকরণ (Indicial Equation)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১০. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে তাকে কী সমীকরণ বলে? (সহজ)

● সূচক ⓛ অসমতা ⓖ পরমমান ⓘ দ্বিঘাত

১১. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2 ● 3 ⓖ 4 ⓘ 1

১২. $3.27^{x} = 9^{x+4}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

● $x = 7$ ⓛ $x = 4$ ⓖ $x = 3$ ⓘ $x = -7$

১৩. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ সমীকরণে x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{3}{7}$ ● $\frac{7}{3}$ ⓖ 3 ⓘ 7

১৪. a^{x} = কত? যখন $x = 0$ (সহজ)

ⓚ 0 ● 1 ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓘ -1

১৫. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ সমীকরণে x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 6 ⓛ $\frac{7}{3}$ ● 5 ⓘ 4

১৬. $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^{\circ}$ সমীকরণে x এর মান কত? (কঠিন)

● 3 ⓛ 2 ⓖ 1 ⓘ 0

১৭. $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$ এর জন্য নিচের কোন তথ্যটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ $2x + 2y + 3 = 10$ ● $x + 2y + 3 = 10$
ⓖ $x + 2y + 7 = 0$ ⓘ $2x + y = 7$

১৮. $16^{x} = 4^{x+1}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (সহজ)

ⓛ 0 ● 1 ⓖ 2 ⓘ 3

১৯. $3.3^{x} = 27$ সমীকরণকে $a^{x} = a^{m}$ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $3^{x} = 3^{3}$ ⓛ $3+x+1 = 3^{2}$ ● $3^{x+1} = 3^{3}$ ⓘ $3^{x-1} = 3^{3}$

২০. $2^{x+5} = 4^{x}$ সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণ? (সহজ)

ⓚ দ্বিঘাত ⓛ ত্রিঘাত ● সূচক ⓘ সরল

২১. $\left(\sqrt[3]{27}\right)^{4}$ এর সমান কোনটি? (মধ্যম)

● 81 ⓛ 243 ⓖ 729 ⓘ 2187

ব্যাখ্যা : $\left(\sqrt[3]{27}\right)^{4} = \left(\sqrt[3]{3^{3}}\right)^{4}$

$= \left\{(3^{3})^{\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{1}{4}}$

$= \left(3^{3.\frac{1}{3}}\right)^{4}$

$= 3^{4} = 81$

২২. $16^{x+2} = 8^{3x+1}$ সমীকরণে $a^{n} = a^{m}$ আকারে প্রকাশিত রূপ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $2^{4x+4} = 2^{9x+3}$ ● $2^{4x+8} = 2^{9x+3}$

৯. $3^{2x-6} = b$ সমীকরণ—

i. $b = 3$ হলে, $x = 3$ ii. $b = 27$ হলে, $x = 4$

iii. $b = 27$ হলে, $x = \frac{9}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

ⓖ $2^{8x+4} = 2^{3x+9}$ ⓘ $4^{4x+8} = 4^{9x+3}$

ব্যাখ্যা : $16^{x+2} = 8^{3x+1}$

বা, $(2^{4})^{x+2} = (2^{3})^{3x+1}$

$\therefore 2^{4x+8} = 2^{9x+3}$

২৩. $\frac{243}{1024}$ কে $\frac{3}{4}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে ঘাত কত হবে? (সহজ)

ⓚ $-\frac{1}{3}$ ⓛ -4 ⓖ $\frac{1}{4}$ ● -6

ব্যাখ্যা : $\frac{243}{1024} = \frac{3^{5}}{4^{5}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-6}$

$\therefore$ ঘাত $= -6$

২৪. নিচের কোনটি 729 এর সমান? (সহজ)

● $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$ ⓛ $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{3}$ ⓖ $\left(\sqrt[3]{9}\right)^{15}$ ⓘ $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{9}$

ব্যাখ্যা : $729 = 9^{3} = \left\{\left(9^{\frac{1}{5}}\right)^{5}\right\}^{3} = \left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$

২৫. নিচের কোনটি 4096 এর সমান? (মধ্যম)

ⓚ $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{3}$ ● $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$ ⓖ $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{36}$ ⓘ $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{54}$

২৬. $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{x} = 4996$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 3 ⓛ 4 ⓖ 9 ● 18

২৭. $(ab)^{x} = (ab)^{-2}$ সূত্রে সমীকরণটির $(a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1)$ সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2 ● -2 ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓘ $-\frac{1}{2}$

২৮. $2^{x}.5^{x} = 1000$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

● 3 ⓛ 4 ⓖ 5 ⓘ 6

২৯. $q \neq 1$ হলে $q^{x} = q$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $x = -1$ ⓛ $x = \frac{1}{2}$ ● $x = 1$ ⓘ $x = \pm 1$

৩০. $a \neq 1$, $a^{x} = a^{y}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $x > y$ ⓛ $x < y$ ⓖ $xy = 1$ ● $x = y$

৩১. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ (যেখানে $a > 0, a \neq 2$) সমীকরণটির বীজ কত? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ 4 ● 6 ⓘ 8

৩২. $a \neq 1$ হলে, $a^{x} = a$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

ⓚ $x = 0$ ● $x = 1$ ⓖ $x = 2$ ⓘ $x = 3$

৩৩. $7^{x} = 343$ হলে x = কত? (সহজ)

● 3 ⓛ 2 ⓖ 1 ⓘ 0

৩৪. $\left(\sqrt[3]{8}\right)^{4}$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 4 ⓛ 8 ● 16 ⓘ 32

৩৫. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ 3 ● 5 ⓘ 10

৩৬. $3^{x+2} = 81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓘ 4

৩৭. $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (কঠিন)

● 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

৩৮. নিচের কোনটি সূচক সমাধানের উদাহরণ? (মধ্যম)

● $2^x = 8$ (খ) $4x + 51 = 0$
(গ) $x + 2 > 0$ (ঘ) $x^2 + 5x + 2 = 0$

৩৯. $2^{x-6} = a^{x-6}$ সমীকরণে x এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 ● 6

৪০. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ সমীকরণে x এর মান কত? (মধ্যম)

● 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3

৪১. $2^{x+9} = 8^{x+1}$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 2 ● 3 (গ) 8 (ঘ) 9

৪২. $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

(ক) (2, – 1) (খ) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ● $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (ঘ) (2, 4)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৩. সূচক সমীকরণের ক্ষেত্রে–

i. অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে
ii. $a \neq 1$ হলে, $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি $x = m$ হয়
iii. $30^x = 1$ হলে, $x = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৪. $3^{3y-1} = 9^{x+y}$ সমীকরণটির জন্য –

i. $2x - y + 1 = 0$
ii. $2x - y = -1$
iii. $2x + y - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৫. $3^x.9^y = 81$ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়–

i. $x + 2y = 4$
ii. $x - 2y = 4$
iii. $x + 2y - 4 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৬. i. $16^x = 4^{x+2}$
ii. $2^x = 8$
iii. $\sqrt{x-4} + 2 = \sqrt{x+12}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৭. i. $5^x = 1$ সমীকরণের সমাধান $x = 0$
ii. $5^x = 25$ সমীকরণের সমাধান $x = 2$
iii. $5^x = 125$ সমীকরণের সমাধান $x = 3$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৮. i. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ হলে, $x = 3$
ii. $3.27^x = 9^{x+4}$ হলে, $x = 7$
iii. $3^{mx-1} = 3.a^{mx-2}$ হলে, $x = 2m$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৯. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ সূচকীয় সমীকরণে–

i. $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$
ii. $x = -5$
iii. $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫০. $\left(\frac{a}{3}\right)^{mx-2} = 1$ সূচকীয় সমীকরণে–

i. $a \neq 3$
ii. $x \neq 3$
iii. $m \neq 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫১. $|x-2| = 2$ সমীকরণে সমাধান–

i. 0 যখন $x - 2 < 0$
ii. 8 যখন $x - > 0$
iii. 0 যখন $x - 2 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫২. $x^{1+x} + 4^{1-x} = 22$ হলে–

i. $4.4^x + 4.4^{-x} = 22$
ii. $4(4^x + 4^{-x}) = 22$
iii. $2(4^x + 4^{-x}) = 11$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৩. $2^{2x-3} = a$ সমীকরণে–

i. $a = 1$ হলে, $x = \frac{3}{2}$
ii. $a = 2$ হলে, $x = 2$
iii. $x = 0$ হলে, $a = 8$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৪. 729 সংখ্যাটির –

i. 3 এর সূচক 3^6
ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^{\frac{3}{2}}$
iii. 27 এর সূচক 27^2

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৫. $a^x = a^m$ হলে–

i. $x = 1$ এর জন্য $m = 2$ হবে
ii. $x = m$ হবে
iii. $a^{xm} = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৬. $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = a^2b^2$ হলে–

i. $a > 1$

ii. $b > 1$

iii. $ab = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৭ – ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3^{mx-1} = 3.a^{mx-2}$ একটি সূচক সমীকরণ

৫৭. প্রদত্ত সমীকরণটিকে নিচের কোন সমীকরণের আকারে লেখা যায়? (সহজ)

● $3^{mx-2} = a^{mx-2}$ খ $3m = 3^{2x}$

গ $3^{mx} = a^{mx-2}$ ঘ $3^{mx} = 3^{2x+1}$

৫৮. প্রদত্ত সমীকরণে x এর মান কোনটি? (কঠিন)

● $\frac{2}{m}$ খ $2m$ গ $\frac{1}{m}$ ঘ m

৫৯. a = 9 এবং m = 24 হলে, x এর মান কত? (কঠিন)

● $\frac{1}{12}$ খ $\frac{2}{13}$ গ 24 ঘ $\frac{3}{12}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ – ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$5^x + 5^{2-x} = 26$

৬০. $5^x = p$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটি দাঁড়ায়– (সহজ)

● $p^2 - 26p + 25 = 0$ খ $p^2 - 13p + 25 = 0$

গ $p + 25 = 0$ ঘ $p^3 - 26p^2 + 25 = 0$

৬১. $5^x = 25$ হলে, x এর মান কত? (সহজ)

ক 3 খ 1 ● 2 ঘ 7

৬২. $5^x = p$ এবং p = 1 হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

● 0 খ 1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ -1

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ – ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

৬৩. সমীকরণের 3 সূচক নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $2(x + 2)$ ● $2(x - 1)$ গ $2(x + 1)$ ঘ $2(x + 3)$

৬৪. $3^x = p$ হলে সমীকরণটিকে p এর মাধ্যমে কী হবে? (মধ্যম)

ক $p^2 - 5p - 27 = 0$ খ $p^2 - 27p - 544 = 0$

গ $p^2 + 22p - 594 = 0$ ● $p^2 - 5p - 594 = 0$

৬৫. উক্ত সমীকরণে x এর মান কত? (কঠিন)

ক 2 ● 3 গ 4 ঘ 5

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬ – ৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ একটি সূচক সমীকরণ।

৬৬. সমীকরণটির বামপক্ষকে 2 এর সূচকে প্রকাশ করলে কী হবে? (সহজ)

ক 2^{2x+2} ● 2^{2x+4} গ 2^{2x+1} ঘ 2^{2x+3}

৬৭. $2^x = a$ ধরে সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশিত রূপ কোনটি? (মধ্যম)

ক $16a^2 = 14$ ● $14a^2 - 14 = 0$

গ $a14 - 4a^2 = 0$ ঘ $4a^2 + 13 = 0$

৬৮. উপরিউক্ত সমীকরণের সমাধান কী হবে? (কঠিন)

● 0 খ 1 গ 2 ঘ 3

৬৯. $4^x = 2^{x+1}$ হলে, x এর মান কত?

ক 0 ● 1 গ 2 ঘ 4

৭০. $4^x = 32$ হলে, x এর মান কত?

ক 5 ● $\frac{5}{2}$ গ 3 ঘ $\frac{3}{2}$

৭১. $3^{x+4} = 8$ সমীকরণে x এর মান কোনটি?

ক 4 খ 3 গ 2 ● 0

৭২. $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1$ হলে x এর মান কত?

ক 1 খ 2 ● 3 ঘ 0

৭৩. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ হলে, x এর মান কত?

● 5 খ 6

গ -3 ঘ 4

৭৪. $2^{x+6} = 8^{x+2}$ হলে, x এর মান কত?

● 0 খ 4 গ -4 ঘ 8

৭৫. $2^{x+7} = 4^{2x+1}$ হলে, x এর মান কত?

ক $\frac{4}{3}$ ● 2 গ 3 ঘ -2

৭৬. $a^x = a^m$ হলে –

i. x = 1 এর জন্য m = 2 হবে

ii. x = m হবে

iii. $a^{x-m} = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও ii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭৭. 729 সংখ্যাটির –

i. 3 এর সূচক 3^6 ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^6$

iii. 27 এর সূচক 27^2

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৭৮. i. $4^x = \frac{1}{2}$ হলে, $x = -\frac{1}{2}$

ii. $5^x = 1$ হলে, x = 1

iii. $9^x = 3$ হলে, $x = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

● i ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৯ – ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

৭৯. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটি a এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কিরূপ হবে?

● $3a^2 - 12a + 9 = 0$ খ $a^2 - 4a + 9 = 0$

গ $3a^2 - 4a + 9 = 0$ ঘ $a^3 - 4a + 9 = 0$

৮০. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটিতে a এর মান কত?

ⓚ $-3, -9$ ● $1, 3$ ⓖ $-\frac{1}{3}, 9$ ⓘ $3, \frac{1}{9}$

৮১. সমীকরণটির সমাধান কত?

● $0, 1$ ⓚ $0, -1$ ⓖ $1, 2$ ⓘ $\frac{1}{2}, 1$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ **$4096, 729$ ও $\frac{64}{729}$ তিনটি সংখ্যা।**

ক. ১ম সংখ্যাটিকে $\frac{1}{2}, 4$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ২

খ. ১ম সংখ্যাটিকে $8,\ 2\sqrt{2}$ এর সূচকে এবং ২য় সংখ্যাটিকে $9, \sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

গ. ৩য় সংখ্যাটিকে $\frac{3}{2}, \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

▸◂ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ২০৬ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজের ১, ২, ৩ দেখ।

প্রশ্ন–২ ▸ **সূচক সমীকরণের সমাধান করতে সূচকের যে ধর্মটি প্রায়ই ব্যবহার করা হয় তা হলো $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি $x = m$ হয়। এজন্য প্রথম সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যা ঘাত বা শক্তিরূপে প্রকাশ করা হয়।**

? ক. সমাধান কর : $3.27^x = 9^{x+4}$ ২

খ. সমাধান কর : $3^{mp-1} = 3a^{mp-2}$ $(a > 0, a \neq 3, p \neq 0)$, যেখানে m অজ্ঞাত চলক। ৪

গ. সমাধান কর : $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $3.27^x = 9^{x+4}$

বা, $3.3^{3x} = 3^{2(x+4)}$

বা, $3^{3x+1} = 3^{2(x+4)}$

বা, $3x + 1 = 2x + 8$

বা, $3x - 2x = 8 - 1$

$\therefore x = 7$

খ. $3^{mp-1} = 3a^{mp-2}$

বা, $\frac{3^{mp-1}}{3} = a^{mp-2}$

বা, $\frac{3^{mp-2}}{a^{mp-2}} = 1$

বা, $\left(\frac{3}{a}\right)^{mp-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$

বা, $mp - 2 = 0$

বা, $mp = 2$

বা, $m = \frac{2}{p}$

নির্ণেয় সমাধান : $m = \frac{2}{p}$

গ. $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3.3^{2x} - 3.4.3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3.(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

ধরি, $3^x = a$

$\therefore 3a^2 - 4a + 1 = 0$

বা, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$

বা, $3a(a - 1) - 1(a - 1) = 0$

বা, $(a - 1)(3a - 1) = 0$

হয়, $a - 1 = 0$ অথবা, $3a - 1 = 0$

$\therefore a = 1$ $\therefore a = \frac{1}{3}$

$a = 1$ হলে, $a = \frac{1}{3}$ হলে, $3^x = \frac{1}{3}$

$3^x = 1$ [a এর মান বসিয়ে] বা, $3^x = 3^{-1}$

বা, $3^x = (3)^0$ $\therefore x = -1$

$\therefore x = 0$

নির্ণেয় সমাধান : $-1, 0$

প্রশ্ন–৩ ▸ $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$ **এবং** $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$ **$(a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1)$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।**

? ক. প্রথম সমীকরণকে $a^m = a^n$ আকারে লেখ। ২

খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$

$\therefore 4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ. ‘ক’ থেকে পাই, $4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$

$\therefore \frac{1}{5}(4x + 7) = \frac{3(2x + 7)}{11}$

বা, $11(4x + 7) = 15(2x + 7)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

বা, $44x - 30x = 105 - 77$

বা, $14x = 28$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

গ. দেওয়া আছে, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x}. a^x + a^{-x}. b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$

বা, $1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$

বা, $(ab)^{-x} = (ab)^{-2}$

বা, $-x = -2$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

‘খ’ হতে প্রথম সমীকরণের সমাধান $x = 2$

অর্থাৎ সমীকরণ দুটির মূল সমান।

প্রশ্ন–৪ ▸ $b = mx - 1$

? ক. $m = 1$ এবং $b = -2$ হলে 2^x এর মান কত? ২

খ. $3^b = 3.a^{b-1}$ হলে x এর মান কত? যেখানে $(a > 0, b \neq 3, m \neq 0)$ ৪

গ. $m = 1$ এবং $3^{2b} - 5.3^{b-1} - 66 = 0$ হলে x এর মান কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $b = mx - 1$

এবং $b = -2$

সুতরাং $mx - 1 = -2$

বা, $x - 1 = -2$ [$\because m = 1$]

বা, $x = -1$

$\therefore 2^x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

নির্ণেয় মান : $2^x = \frac{1}{2}$

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $3^b = 3.a^{b-1}$

প্রদত্ত সমীকরণে b এর মান বসিয়ে পাই,

$3^{mx-1} = 3.a^{mx-1-1}$

বা, $3^{mx-1} = 3.a^{mx-2}$

বা, $\frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2}$

বা, $3^{mx-2} = a^{mx-2}$

বা, $\left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^{0}$ [$\because a > 0, a \neq 3$]

বা, $mx - 2 = 0$

বা, $mx = 2$

$\therefore x = \frac{2}{m}$ [$\because m \neq 0$]

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{2}{m}$

গ. প্রদত্ত সমীকরণ, $3^{2b} - 5.3^{b-1} - 66 = 0$

বা, $3^{2(mx-1)} - 5.3^{mx-1-1} - 66 = 0$ [$\because b = mx-1$]

বা, $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$ [$\because m = 1$]

বা, $3^{2x}.3^{-2} - 5.3^{x}.3^{-2} - 66 = 0$

বা, $\frac{3^{2x}}{9} - \frac{5}{9}.3^{x} - 66 = 0$

বা, $3^{2x} - 5.3^{x} - 594 = 0$

বা, $(3^x)^2 - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $a^2 - 5a - 594 = 0$ [$3^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0$

বা, $(a - 27)(a + 22) = 0$

এখন $a + 22 \neq 0$ কেননা, $a = 3^x > 0$

$\therefore a - 27 = 0$

বা, $3^x = 27$

বা, $3^x = 3^3$

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$

প্রশ্ন–৫ ▸ A. $3^x.9y = 81$

B. $a^{3x+y}.a^{2y} = a^{20}$

C. $8y^x - 7^{2x} = 16$

D. $2^x = y^2$

ক. B হতে x ও > এর সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. C ও D সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a^{3x+y}.a^{2y} = a^{20}$

বা, $a^{3x+y+2y} = a^{20}$

বা, $3x + 3y = 20$

বা, $3x = 20 - 3y$

$\therefore x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$ এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ. দেওয়া আছে, $3^x.9y = 81$

বা, $3^x.3^{2y} = 81$

বা, $3^{x+2y} = 3^4$

বা, $x + 2y = 4$

$\therefore x = 4 - 2y$ ....(i)

'ক' থেকে পাই, $x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$4 - 2y = \frac{1}{3}(20 - 3y)$

বা, $12 - 6y = 20 - 3y$

বা, $-6y + 3y = 20 - 12$

বা, $-3y = 8$

$\therefore y = -\frac{8}{3}$

সমীকরণ (i) –এ y–এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 4 - 2\left(-\frac{8}{3}\right)$

বা, $x = \frac{12 + 16}{3}$

$\therefore x = \frac{28}{3}$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{28}{3}, \frac{8}{3}\right)$

গ. $8y^x - 7^{2x} = 16$ ....(i)

$2^x = y^2$ ....(ii)

এখন, সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$\therefore y^x = 4$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

প্রশ্ন–৬ ▸ $\left.\begin{matrix} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{matrix}\right\}$ **এবং** $\left.\begin{matrix} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{matrix}\right\}$**; $y \neq 1$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $y^x = x^2$ ....(i)

$x^{2x} = y^4$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং দ্বারা]

বা, $y^{x^2} = y^4$

বা, $x^2 = 4$ [সূচক সমীকৃত করে]

$\therefore x = \pm 2$ **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই, $x = \pm 2$

আবার, 'ক' থেকে পাই, $y^x = x^2$ ....(i)

x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

এবং $x = -2$ হলে, $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2)\ (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

গ. ২য় সমীকরণ জোট থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয়পক্ষের ঘাত x–এ উন্নীত করে]

বা, $2^{x^2} = y^{2x}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n$]

বা, $2^{x^2} = 4^2$ [(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

এখন, সমীকরণ (ii)– এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$, তখন, $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন, $x = -2$, তখন, $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (y, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

$y^x = 4$ ....(i)

$y^2 = 2^x$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$(y^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{x}{2}}$ [উভয় দিকে বর্গমূল করে]

বা, $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ....(iii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

বা, $y^x = 4$

বা, $\left(2^{\frac{x}{2}}\right)^x = 4$ [(iii) নং থেকে $y = 2^{\frac{x}{2}}$ বসিয়ে]

বা, $2^{\frac{x^2}{2}} = 2^2$

বা, $\frac{x^2}{2} = 2$

$\therefore x = \pm 2$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

$x = -2$ হলে, $y^{-2} = 4$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2)\ (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান, প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। **(দেখানো হলো)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৭ ▸ $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$ এবং $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$ দুইটি সূচক সমীকরণ।

ক. $2^x = a$ ধরে ১ম সমীকরণটি লেখ। ২

খ. ১ম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. ২য় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণদ্বয়ের মধ্যে সাধারণ মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $a^2 - 12a + 32 = 0$; খ. $x = 2, 3$; গ. $x = 3$, সাধারণ মূল $= 3$

প্রশ্ন–৮ ▸ $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{5}\right)^{2x+5}$ এবং $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$ **দুইটি সূচক সমীকরণ।**

ক. সূচক সমীকরণ কাকে বলে? ২

খ. ১ম সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর এবং শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

উত্তর : খ. $x = 5$; গ. $x = 2$

প্রশ্ন–৯ ▸ $4^{1+x} = 4^{1-x} = 10$ ....(i)

$4^x = a$ ....(ii)

ক. (i) নং সমীকরণকে a এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. a এর মান বাস্তব কী? সূত্রের সাহায্যে a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. $x = 5$

গ. $x = 2$

অনুশীলনী ৫.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট**

যে সমীকরণ জোটের উভয় সমীকরণই দ্বিঘাত এদেরকে দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট বলে। যেমন– $x^2 + y^2 = 25, xy = 12$ দ্বিঘাত সমীকরণ জোট।

জেনে রাখ :

১. $x^2 + y^2$ এর মান সর্বদা ধনাত্মক কারণ দুইটি সংখ্যার বর্গের যোগফল কখনও ঋণাত্মক হয় না।

২. xy এর মান ঋণাত্মক হলে x কিংবা y এর যেকোনো একটি ঋণাত্মক।

৩. $(x + y)$ ও $(x - y)$ উভয় রাশির মানই ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক যেকোনোটি অথবা উভয়ই হতে পারে।

যেমন : $(x + y)^2 = 49$ হলে $x + y = \pm 7$

আবার $(x - y)^2 = 64$ হলে $x - y = \pm 8$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $(2x + 3)(y - 1) = 14$

$(x - 3)(y - 2) = -1$

সমাধান : $(2x + 3)(y - 1) = 14$ ....(i)

$(x - 3)(y - 2) = -1$ ....(ii)

সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই,

$y - 1 = \frac{14}{2x + 3}$

বা, $y = \frac{14}{2x + 3} + 1$ ....(iii)

y এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$(x - 3)\left(\frac{14}{2x + 3} + 1 - 2\right) = -1$

বা, $(x - 3)\left(\frac{14}{2x + 3} - 1\right) = -1$

বা, $(x - 3)\left(\frac{14 - 2x - 3}{2x + 3}\right) = -1$

বা, $\frac{(x - 3)(11 - 2x)}{(2x + 3)} = -1$

বা, $(x - 3)(11 - 2x) = -(2x + 3)$

বা, $11x - 2x^2 - 33 + 6x = -(2x + 3)$

বা, $17x - 2x^2 - 33 + 2x + 3 = 0$

বা, $2x^2 - 19x + 30 = 0$

বা, $2x^2 - 15x - 4x + 30 = 0$

বা, $x(2x - 15) - 2(2x - 15) = 0$

বা, $(2x - 15)(x - 2) = 0$

হয়, $x - 2 = 0$ ∴ $x = 2$ | অথবা, $2x - 15 = 0$ বা, $2x = 15$ ∴ $x = \frac{15}{2}$

x এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{15}{2}$ হলে,

$\left(\frac{15}{2} - 3\right)(y - 2) = -1$

বা, $\frac{9}{2}(y - 2) = -1$

বা, $y - 2 = -\frac{2}{9}$

বা, $y = -\frac{2}{9} + 2 = \frac{-2 + 18}{9} = \frac{16}{9}$

আবার, $x = 2$ হলে,

$(2 - 3)(y - 2) = -1$

বা, $-1(y - 2) = -1$

বা, $y - 2 = 1$

∴ $y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3), \left(\frac{15}{2}, \frac{16}{9}\right)$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $(x - 2)(y - 1) = 3$

$(x + 2)(2y - 5) = 15$

সমাধান : $(x - 2)(y - 1) = 3$ ....(i)

$(x + 2)(2y - 5) = 15$ ....(ii)

সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই,

$x - 2 = \frac{3}{y - 1}$

বা, $x - 2 + 4 = \frac{3}{y - 1} + 4$

বা, $x + 2 = \frac{3 + 4y - 4}{y - 1}$

$= \frac{4y - 1}{y - 1}$

$(x + 2)$ এর মান সমকীরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{4y - 1}{y - 1}\right)(2y - 5) = 15$

বা, $8y^2 - 22y + 5 = 15y - 15$

বা, $8y^2 - 22y + 5 - 15y + 15 = 0$

বা, $8y^2 - 37y + 20 = 0$

বা, $8y^2 - 32y - 5y + 20 = 0$

বা, $8y(y - 4) - 5(y - 4) = 0$

বা, $(y - 4)(8y - 5) = 0$

হয়, $y - 4 = 0$ ∴ $y = 4$ | অথবা, $8y - 5 = 0$ বা, $8y = 5$ ∴ $y = \frac{5}{8}$

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$y = 4$ হলে,

$(x - 2)(4 - 1) = 3$

$y = \frac{5}{8}$ হলে,

বা, $(x-2).3 = 3$

বা, $x - 2 = 1$

$\therefore x = 3$

$(x-2)\left(\frac{5}{8}-1\right) = 3$

বা, $(x-2)\cdot\frac{-3}{8} = 3$

বা, $x - 2 = 3 \times \frac{8}{-3}$

বা, $x - 2 = -8$

$\therefore x = -6$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 4), (-6, \frac{5}{8})$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $x^2 = 7x + 6y$

$y^2 = 7y + 6x$

সমাধান : $x^2 = 7x + 6y$ ....(i)

$y^2 = 7y + 6x$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x-y)(x+y) - 1(x-y) = 0$

বা, $(x-y)(x+y-1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore x = y$ ....(iii) $\therefore x = 1 - y$ ....(iv)

$x = 1 - y$ মানটি (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$(1-y)^2 = 7(1-y) + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 7 - 7y + 6y$

বা, $y^2 - 2y + 1 - 7 + y = 0$

বা, $y^2 - y - 6 = 0$

বা, $y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$

বা, $(y-3)(y+2) = 0$

হয়, $y - 3 = 0$ অথবা, $y + 2 = 0$

$\therefore y = 3$ $\therefore y = -2$

y এর মানসমূহ (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 3$ হলে, $x = 1 - 3 = -2$

$y = -2$ হলে, $x = 1 - (-2) = 3$

আবার, (i) নং এ $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 7y + 6y$

বা, $y^2 = 13y$

বা, $y^2 - 13y = 0$

বা, $y(y - 13) = 0$

$\therefore y = 0$ অথবা 13

এখন, y-এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 0$ হলে, $x = 0$

$y = 13$ হলে, $x = 13$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $x^2 = 3x + 2y$

$y^2 = 3y + 2x$

সমাধান : $x^2 = 3x + 2y$ ....(i)

$y^2 = 3y + 2x$ ....(ii)

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = 3x + 2y - 3y - 2x$

বা, $x^2 - y^2 - x + y = 0$

বা, $(x-y)(x+y) - 1(x-y) = 0$

বা, $(x-y)(x+y-1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore x = y$ ....(iii) $\therefore x = 1 - y$ ....(iv)

(i) নং এ $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 3y + 2y$

বা, $y^2 = 5y$

বা, $y^2 - 5y = 0$

বা, $y(y - 5) = 0$

$\therefore y = 0$ অথবা 5

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 0$ হলে, $x = 0$

$y = 5$ হলে, $x = 5$

আবার, (i) নং এ $x = 1 - y$ বসিয়ে পাই,

$(1-y)^2 = 3(1-y) + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 3 - 3y + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 3 - y$

বা, $y^2 - 2y + y - 2 = 0$

বা, $(y-2)(y+1) = 0$

$\therefore y = 2$ অথবা -1

y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 2$ হলে, $x = 1 - 2 = -1$

$y = -1$ হলে, $x = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (0, 0), (5, 5), (-1, 2), (2, -1)$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $x + \frac{4}{y} = 1$

$y + \frac{4}{x} = 25$

সমাধান : $x + \frac{4}{y} = 1$ ....(i)

$y + \frac{4}{x} = 25$ ....(ii)

(i) নং হতে পাই, $xy + 4 = y$ ....(iii)

(ii) নং হতে পাই, $xy + 4 = 25x$ .... (iv)

(iv) – (iii) হতে পাই, $25x - y = 0$

$\therefore y = 25x$ ....(v)

(i) নং এ $y = 25x$ বসিয়ে পাই,

$x + \frac{4}{25x} = 1$

বা, $25x^2 + 4 = 25x$

বা, $25x^2 - 25x + 4 = 0$

বা, $25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$

বা, $(5x-4)(5x-1) = 0$

হয়, $5x - 4 = 0$ অথবা, $5x - 1 = 0$

বা, $5x = 4$ বা, $5x = 1$

$\therefore x = \frac{4}{5}$ $\therefore x = \frac{1}{5}$

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{4}{5}$ হলে, $y = 25\left(\frac{4}{5}\right) = 20$

$x = \frac{1}{5}$ হলে, $y = 25 \times \frac{1}{5} = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{1}{5}, 5\right), \left(\frac{4}{5}, 20\right)$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $y + 3 = \frac{4}{x}$

$x - 4 = \frac{5}{3y}$

সমাধান : $y + 3 = \frac{4}{x}$ ....(i)

$x - 4 = \frac{5}{3y}$ .... (ii)

(i) নং হতে পাই, $y = \frac{4}{x} - 3$ ....(iii)

(ii) নং হতে পাই, $x - \frac{5}{3y} = 4$

বা, $3xy - 5 = 12y$ ....(iv)

(iii) নং হতে y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x\left(\frac{4}{x} - 3\right) - 5 = 12\left(\frac{4}{x} - 3\right)$

বা, $3x\left(\frac{4 - 3x}{x}\right) - 5 = \frac{12(4 - 3x)}{x}$

বা, $12 - 9x - 5 = \frac{48}{x} - 36$

বা, $7 - 9x = \frac{48}{x} - 36$

বা, $9x + \frac{48}{x} = 36 + 7$

বা, $9x^2 + 48 = 43x$

বা, $9x^2 - 43x + 48 = 0$

বা, $9x^2 - 27x - 16x + 48 = 0$

বা, $(x - 3)(9x - 16) = 0$

হয়, $x - 3 = 0$ অথবা, $9x - 16 = 0$

$\therefore x = 3$ বা, $9x = 16$

$\therefore x = \frac{16}{9}$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 3$ হলে,

$y = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4 - 9}{3} = \frac{-5}{3}$

$x = \frac{16}{9}$ হলে, $y = \frac{4}{\frac{16}{9}} - 3$

$= 4 \times \frac{9}{16} - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9 - 12}{4} = \frac{-3}{4}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, \frac{-5}{3}), \left(\frac{16}{9}, \frac{-3}{4}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $xy - x^2 = 1$

$y^2 - xy = 2$

সমাধান : $xy - x^2 = 1$ ....(i)

$y^2 - xy = 2$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$x(y - x) = 1$ ....(iii)

(ii) নং থেকে পাই,

$y(y - x) = 2$ ....(iv)

(iv) নং কে (iii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{y(y - x)}{x(y - x)} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{y}{x} = \frac{2}{1}$

$\therefore y = 2x$ ....(v)

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$x.2x - x^2 = 1$

বা, $2x^2 - x^2 = 1$

বা, $x^2 = 1$

বা, $x^2 - 1 = 0$

বা, $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ অথবা -1

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 2 \times 1 = 2$

$x = -1$ হলে, $y = 2(-1) = -2$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2), (-1, -2)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $x^2 - xy = 14$

$y^2 + xy = 60$

সমাধান : $x^2 - xy = 14$ ....(i)

$y^2 + xy = 60$ .... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে (i) ভাগ করে পাই,

$\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{60}{14}$

বা, $\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{30}{7}$

বা, $30x^2 - 30xy = 7y^2 + 7xy$

বা, $30x^2 - 30xy - 7y^2 - 7xy = 0$

বা, $30x^2 - 37xy - 7y^2 = 0$

বা, $30x^2 - 42xy + 5xy - 7y^2 = 0$

বা, $6x(5x - 7y) + y(5x - 7y) = 0$

বা, $(5x - 7y)(6x + y) = 0$

হয়, $5x - 7y = 0$ অথবা, $6x + y = 0$

বা, $5x = 7y$ বা, $6x = -y$

$\therefore x = \frac{7y}{5}$ ....(iii) $\therefore x = -\frac{y}{6}$ ....(iv)

(i) নং এ $x = \frac{7y}{5}$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{7y}{5}\right)^2 - \left(\frac{7y}{5}\right) y = 14$

বা, $\frac{49y^2}{25} - \frac{7y^2}{5} = 14$

বা, $7\left(\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5}\right) = 14$

বা, $\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 2$ [7 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{7y^2 - 5y^2}{25} = 2$

বা, $2y^2 = 50$

বা, $y^2 = 25$

$\therefore y = \pm 5$

y এর মান (iii)নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 5$ হলে, $x = \frac{7}{5} \times 5 = 7$

$y = -5$ হলে, $x = \frac{7}{5} \times (-5) = -7$

আবার, (i) নং এ $x = \frac{-y}{6}$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{-y}{6}\right)^2 - \left(\frac{-y}{6}\right) y = 14$

বা, $\frac{y^2}{36} + \frac{y^2}{6} = 14$

বা, $\frac{y^2 + 6y^2}{36} = 14$

বা, $7y^2 = 14 \times 36$

বা, $y^2 = \frac{14 \times 36}{7}$

বা, $y^2 = 36 \times 2$

$\therefore y = \pm 6\sqrt{2}$

$\therefore y = 6\sqrt{2}$ অথবা $-6\sqrt{2}$

y এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই,

$y = 6\sqrt{2}$ হলে, $x = -\frac{1}{6} \times 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$y = -6\sqrt{2}$ হলে $x = -\frac{1}{6} \times (-6\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $x^2 + y^2 = 25$

$xy = 12$

সমাধান : $x^2 + y^2 = 25$ ....(i)

এবং $xy = 12$ ....(ii)

(i) নং হতে আমরা পাই,

$(x + y)^2 - 2xy = 25$

বা, $(x + y)^2 = 25 + 2 \times 12$ [(ii) হতে]

বা, $(x + y)^2 = 49$

বা, $(x + y)^2 = (\pm 7)^2$

বা, $x + y = \pm 7$

$\therefore x + y = 7$ হলে, $x = 7 - y$ ....(iii)

আবার, $x + y = -7$ হলে, $x = -7 - y$ ....(iv)

(ii) নং–এ $x = 7 - y$ বসিয়ে পাই,

$y(7 - y) = 12$

বা, $7y - y^2 = 12$

বা, $y^2 - 7y + 12 = 0$

বা, $y^2 - 4y - 3y + 12 = 0$

বা, $y(y - 4) - 3(y - 4) = 0$

বা, $(y - 4)(y - 3) = 0$

হয়, $y - 4 = 0$ অথবা, $y - 3 = 0$

$\therefore y = 4$ $\therefore y = 3$

আবার, (ii) নং এ $x = -7 - y$ বসিয়ে পাই

$y(-7 - y) = 12$

বা, $y^2 + 7y + 12 = 0$

বা, $y^2 + 4y + 3y + 12 = 0$

বা, $(y + 4)(y + 3) = 0$

হয়, $y + 4 = 0$ অথবা, $y + 3 = 0$

$\therefore y = -4$ $\therefore y = -3$

y এর মানসমূহ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$y = 4$ হলে, $x = \frac{12}{4} = 3$

$y = 3$ হলে, $x = \frac{12}{3} = 4$

$y = -4$ হলে, $x = \frac{12}{-4} = -3$

$y = -3$ হলে, $x = \frac{12}{-3} = -4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 4), (4, 3), (-3, -4), (-4, -3)$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\frac{x + y}{x - y} + \frac{x - y}{x + y} = \frac{10}{3}$

$x^2 - y^2 = 3$

সমাধান : $\frac{x + y}{x - y} + \frac{x - y}{x + y} = \frac{10}{3}$ ....(i)

$x^2 - y^2 = 3$ ....(ii)

(i) নং হতে পাই, $\frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{(x - y)(x + y)} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{3} = \frac{10}{3}$ [(ii) হতে]

বা, $x^2 + y^2 = 5$ ....(iii)

(ii) থেকে (iii) যোগ করে পাই,

$2x^2 = 8$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

$x = 2$ হলে, (ii) নং হতে পাই,

$-y^2 = -1$

বা, $y = \pm 1$

আবার, $x = -2$ হলে, (ii) নং হতে পাই,

$-y^2 = -1$

বা, $y^2 = 1$

$\therefore y = \pm 1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x^2 + xy + y^2 = 3$

$x^2 - xy + y^2 = 7$

সমাধান : $x^2 + xy + y^2 = 3$ ....(i)

এবং $x^2 - xy + y^2 = 7$................ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2(x^2 + y^2) = 10$

$\therefore x^2 + y^2 = 5$ ....(iii)

আবার, (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$2xy = -4$

$\therefore xy = -2$ ....(iv)

আমরা জানি,

$x^2 - y^2 = \sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2}$

$= \sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4(xy)^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4(-2)^2}$ [(iii) ও (iv) নং হতে]

$= \sqrt{25 - 16}$

$= \sqrt{9}$

$\therefore x^2 - y^2 = \pm 3$ ....(v)

(iii) ও (v) নং যোগ করে পাই,

হয়, $2x^2 = 8$ | অথবা, $2x^2 = 2$

বা, $x^2 = 4$ | বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 2$ | $\therefore x = \pm 1$

x এর মানগুলো (iv) এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y = \frac{-2}{2} = -1$

$x = -2$ হলে, $y = \frac{-2}{-2} = 1$

$x = 1$ হলে, $y = \frac{-2}{1} = -2$

$x = -1$ হলে, $x = \frac{-2}{-1} = 2$

নির্ণেয় সমাধান: (x, y) = (1, – 2), (2, –1), (–1, 2), (–2, 1)

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$

$5x^2 + 4y^2 = 41$

সমাধান : $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$ ....(i)

$5x^2 + 4y^2 = 41$ ....(ii)

সমীকরণ (i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$

বা, $100x^2 + 80y^2 = 82x^2 + 123xy + 41y^2$

বা, $100x^2 - 82x^2 - 123xy + 80y^2 - 41y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$ [3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $6x^2 - 2xy - 39xy + 13y^2 = 0$

বা, $2x(3x - y) - 13y(3x - y) = 0$

বা, $(3x - y)(2x - 13y) = 0$

হয়, $3x - y = 0$ | অথবা, $2x - 13y = 0$

$\therefore y = 3x$ ....(iii) | বা, $2x = 13y$

$\therefore y = \frac{2}{13}x$ ....(iv)

(ii) নং সমীকরণে y = 3x বসিয়ে পাই,

$5x^2 + 4(3x)^2 = 41$

বা, $5x^2 + 4 \times 9x^2 = 41$

বা, $5x^2 + 36x^2 = 41$

বা, $41x^2 = 41$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

(iii) নং সমীকরণে $x = \pm 1$ বসিয়ে পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 3 \times 1 = 3$

$x = -1$ হলে, $y = 3(-1) = -3$

(ii) নং সমীকরণে $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই,

$5x^2 + 4\left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 41$

বা, $5x^2 + 4\frac{4x^2}{169} = 41$

বা, $845x^2 + 16x^2 = 41 \times 169$

বা, $861x^2 = 41 \times 169$

বা, $x^2 = \frac{41 \times 169}{861}$

বা, $x^2 = \frac{169}{21}$

বা, $x = \pm\sqrt{\frac{169}{21}}$

$\therefore x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$

(iv) নং সমীকরণে $x = \pm\frac{13}{\sqrt{21}}$ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{13}{\sqrt{21}}$ হলে, $y = \frac{2}{13} \times \frac{13}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$

$x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$ হলে, $y = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 3), (–1, –3)

$\left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(-\frac{13}{\sqrt{21}}, -\frac{2}{\sqrt{21}}\right)$

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫·৪ : দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **$y + 3 = \frac{4}{x}$ সমীকরণটি থেকে নিচের কোন সমীকরণটি পাওয়া যায়?** (মধ্যম)

ক $xy - 3x = 4$ ● $xy + 3x = 4$
গ $xy - x = 3$ ঘ $xy + x = 3$

২. **নিচের কোনটি $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}$, $y + \frac{1}{x} = 3$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান হবে?** (মধ্যম)

ক (x, y) = (0, 0) ● (x, y) = (1, 2)
গ (x, y) = (2, 1) ঘ (x, y) = (2, 3)

৩. **কোনটি দুই চলকের দ্বিঘাত সমীকরণ?** (সহজ)

● $x^2 + y^2 = 40$ খ $4x + 5 = 0$
গ $2x - 1 = 0$ ঘ $ax + y = 0$

৪. **$x^2 + y^2 = 25$, $x - 2y = 10$ সমীকরণের সমাধান কত?** (কঠিন)

ক (0, –5), (4, 3) খ (0, 5), (4, –3)
● (0,–5, (4, –3) ঘ (0, 5), (4, 3)

৫. **$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 5$, $x + y = 10$ সমীকরণের সমাধান কত?** (কঠিন)

● (8, 2), (2, 8) খ (–9, –2), (–1, 4)
গ (2, 8), (–2, –8) ঘ (8, 2), (– 8, – 2)

৬. **নিচের কোনটি দুই চলক বিশিষ্ট এক ঘাত সমীকরণ?** (মধ্যম)

ক $x^2 + xy = 12$, $xy = 8$ খ $x^2 + y^2 = 25$, $x - 2y = 10$

(গ) $xy - y^2 = 1, y^2 - xy = 2$ ● $x + y = 20, 2x + 3y = 8$

৭. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}, x^2 + y^2 = 90$ সমীকরণ জোটের x^2 এর মান কত? (কঠিন)

(ক) 9 (খ) 18 (গ) 90 ● 81

৮. $3x + 6y = 20, 2x - 3y = 4$
সমীকরণ জোটের (x, y) এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

(ক) (4, 3) ● $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ (গ) (3, 4) (ঘ) $\left(4, \frac{1}{2}\right)$

৯. $xy = -30, x^2 + y^2 = 61$ সমীকরণ জোটের সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $(x, y) = (3, 4)$ ● $(x, y) = (6, -5)$
(গ) $(x, y) = (6, 5)$ (ঘ) $(x, y) = (5, 4)$

১০. $x + xy = 74, xy = 48$ সমীকরণে (x, y) এর সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

● $(x, y) = (6, 8)$ (খ) $(x, y) = (8, 4)$
(গ) $(x, y) = (2, 6)$ (ঘ) $(xy) = (4, 6)$

১১. $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, y + \frac{1}{x} = 3$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $x = 3y$ ● $y = 2x$ (গ) $x = 2y$ (ঘ) $y = 6x$

১২. $x^2 + y^2 = 60$ ও $xy = -42$ হলে $(x - y)$ এর ঋণাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

(ক) – 144 ● – 12 (গ) $-\sqrt{144}$ (ঘ) 14

ব্যাখ্যা : $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
$= 60 + 2 \times 42$
$= 144$
$\therefore x - y = \sqrt{144} = \pm 12$

১৩. $x^2 + y^2 = 25$ ও $xy = 12$ হলে $(x^2 - y^2)$ এর ধনাত্মক মান কত? (মধ্যম)

● 7 (খ) 9 (গ) 11 (ঘ) 25

ব্যাখ্যা : $(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$
$= 625 - 576$
$= 49$
$\therefore x^2 - y^2 = \sqrt{49} = \pm 7$

১৪. $2\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right) = 5$ ও $x + y = 10$
সমীকরণ জোটের সমাধান কোনটি? (কঠিন)

(ক) $(x, y) = (-2, 8)$ (খ) $(x, y) = (2, -8)$
(গ) $(x, y) = (-2, -8)$ ● $(x, y) = (2, 8)$

১৫. $x^2 = 7x + 6y, y^2 = 7y + 6x$ হলে $(x + y)$ = কত? (কঠিন)

● 1 (খ) – 1 (গ) 2 (ঘ) – 2

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৬. $x^2 + y^2 = 25$ এবং $xy = 12$ একটি সমীকরণ জোট হলে–
i. $x + y = \pm 7$
ii. $x - y = \pm 1$
iii. $(x, y) = (4, 3)$ একটি সমাধান
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৭. i. $x + 2y - 3 = 0, 4x - y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের x–এর মান 1
ii. উপরিউক্ত সমীকরণদ্বয়ে y এর মান 3
iii. উপরিউক্ত সমীকরণের সমাধান হবে (1, 1)
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. i. $x + 2y = 3; 4x - y = 3$ সমীকরণদ্বয়ে y এর মান 1
ii. সমীকরণদ্বয়ে y এর মান 2
iii. সমীকরণদ্বয়ে y এর মান 1
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯. $6x - 5y = 8$ ও $4x - 5y = 2$ দুইটি সমীকরণ–
i. সমীকরণদ্বয়ে $5y = 10$
ii. সমীকরণদ্বয়ে x এর মান 3
iii. সমীকরণদ্বয়ে y এর মান 2
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২০. i. $x^2 + y^2 = 25, xy = 12$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ জোট
ii. $x + 2y = 3, 4x - y = 3$ একটি দ্বিচলক সমীকরণ জোট
iii. $x^2 + xy = 3$ একটি এক চলক সমীকরণ জোট
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১. $x^2 + xy + y^2 = 3$ এবং $x^2 - xy + y^2 = 7$ হলে–
i. $(x + y)^2 = 1$
ii. $x^2 + y^2 = 0$
iii. $xy = -2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২২. $x^2 + y^2 = 81$ এবং $xy = 40$ সমীকরণ জোটে–
i. $x > 0$ হলে $y > 0$
ii. $x > 0$ হলে $y < 0$
iii. $x < 0$ হলে $y > 0$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩. $y^2 - y - 6 = 0$ হলে–
i. $y - 3 = 0$ ii. $y - 2 = 0$
iii. $y = -2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৪. $2x^2 = 128$ হলে–
i. $x = 2$ ii. $x^2 = 64$
iii. $x = \pm 8$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ – ২৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$xy - x^2 = 1, y^2 - xy = 2$ একটি সমীকরণ জোট।

২৫. প্রদত্ত সমীকরণ জোট অনুসারে নিচের কোনটি $x^2 - y^2$ এর মান? (সহজ)

● -3 ⓦ 3 ⓖ 4 ⓘ 6

২৬. $(x-y)^2$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ -1 ● 1 ⓖ $\sqrt{3}$ ⓘ 3

২৭. ২য় সমীকরণে $x = 0$ হলে, $y^2 + (-y)^2$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ -2 ⓦ 0 ⓖ 2 ● 4

নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 + xy + y^2 = 3; x^2 - xy + y^2 = 7$

২৮. $x^2 + y^2$ = কত? (সহজ)

ⓚ 3 ⓦ 4 ● 5 ⓘ 6

২৯. xy = কত? (সহজ)

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 7 ⓘ 8

নিচের তথ্যের আলোকে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$ এবং $x^2 + y^2 = 90$

৩০. $x^2 - y^2$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 27 ⓦ 112 ● 72 ⓘ 90

৩১. $\frac{x+y}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓦ -1 ● 2 ⓘ -2

৩২. $x^2 + y^2 = 61, xy = -30$ হলে, $(x-y)^2$ = কত?

ⓚ 160 ⓦ 120

● 121 ⓘ 0

৩৩. $x^2 = 7x + 6y, y^2 = 7y + 6x$ হলে, $x + y$ = কত?

ⓚ 0 ● 1 ⓖ -1 ⓘ 2

৩৪. $7x^2 - 5x + 6 = ax^2 + cx + b$ এর সহগগুলো সমীকৃত করলে পাই–

i. $b = 6$

ii. $c = -5$

iii. $a = 7$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓦ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৩৫. i. $4^x = \frac{1}{2}$ হলে, $x = -\frac{1}{2}$

ii. $3^x = 1$ হলে, $x = 1$

iii. $9^x = 3$ হলে, $x = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৬ – ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 - y^2 = 8, xy = -3$ একটি সমীকরণ জোট।

৩৬. x এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ ± 1 ⓦ ± 2 ● ± 3 ⓘ ± 9

৩৭. y এর মান নিচের কোনটি?

● ± 1 ⓦ ± 2 ⓖ ± 3 ⓘ ± 9

৩৮. $x^2 + y^2$ এর মান কত?

ⓚ 4 ⓦ 8 ⓖ 9 ● 10

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $x^2 + y^2 = 61$ এবং $xy = -30$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ জোট।

ক. $(x+y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

গ. বিকল্প পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$x^2 + y^2 = 61$ ....(i)

এবং $xy = -30$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) এর সাথে যোগ করি।

$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$

$\therefore (x+y)^2 = 1$

নির্ণেয় মান 1

খ. 'ক' থেকে পাই,

বা, $(x+y)^2 = 1$

বা, $x + y = \pm\sqrt{1}$

$\therefore x + y = \pm 1$ ....(iii)

আবার সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) থেকে বিয়োগ করি

$x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 60$

বা, $(x-y)^2 = 121$

বা, $x - y = \pm\sqrt{121} = \pm 11$

$\therefore x - y = \pm 11$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = 11 \end{array}\right\}$ .... (v) $\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = -11 \end{array}\right\}$ .... (vi)

$\left.\begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = 11 \end{array}\right\}$ .... (vii) $\left.\begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = -11 \end{array}\right\}$ ....(viii)

(v) সমাধান করে পাই, $x = 6$ এবং $y = -5$

(vi) সমাধান করে পাই, $x = -5, y = 6$

(vii) সমাধান করে পাই, $x = 5, y = -6$

(viii) সমাধান করে পাই, $x = -6, y = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (6, -5), (-5, 6), (5, -6), (-6, 5)$

গ. $x^2 + y^2 = 61$ ....(i)

$xy = -30$ ....(ii)

(ii) সমীকরণ হতে পাই, $x = \frac{-30}{y}$ ....(iii)

(iii) সমীকরণ এ প্রাপ্ত x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{-30}{y}\right)^2 + y^2 = 61$

বা, $\frac{900}{y^2} + y^2 = 61$

বা, $y^4 + 900 = 61y^2$

বা, $y^4 - 61y^2 + 900 = 0$

বা, $(y^2)^2 - 25y^2 - 36y^2 + 900 = 0$

বা, $y^2(y^2 - 25) - 36(y^2 - 25) = 0$

বা, $(y^2 - 25)(y^2 - 36) = 0$

হয়, $y^2 - 25 = 0$ অথবা, $y^2 - 36 = 0$

$\therefore y = \pm 5$ $\therefore y = \pm 6$

এখন, y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = 5$ হলে, $x = -6$

$y = -5$ হলে, $x = 6$

$y = 6$ হলে, $x = -5$

$y = -6$ হলে, $x = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (5, -6), (-5, 6), (-6, 5), (6, -5)$

প্রশ্ন–২ ▸ (i) $x^2 - xy = 14, y^2 + xy = 60$

(ii) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}, x^2 - y^2 = 3$

ক. (ii) নং হতে $x^2 + y^2$ এর মান কত? ২

খ. (ii) নং হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) এর সমাধান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{3} = \frac{5}{3}$ $[\because x^2 - y^2 = 3]$

$\therefore x^2 + y^2 = 5$

খ. সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$x^2 - y^2 = 3$ ....(iii)

এবং 'ক' থেকে $x^2 + y^2 = 5$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$x^2 - y^2 + x^2 + y^2 = 3 + 5$

বা, $2x^2 = 8$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

আবার, সমীকরণ (iv) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$x^2 + y^2 - x^2 + y^2 = 5 - 3$

বা, $2y^2 = 2$

বা, $y^2 = 1$

$\therefore y = \pm 1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)$

গ. দেওয়া আছে,

$x^2 - xy = 14$ ....(i)

এবং $y^2 + xy = 60$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{60}{14}$

বা, $\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{30}{7}$

বা, $30x^2 - 30xy = 7y^2 + 7xy$

বা, $30x^2 - 7y^2 - 37xy = 0$

বা, $30x^2 - 37xy - 7y^2 = 0$

বা, $30x^2 - 42xy + 5xy - 7y^2 = 0$

বা, $6x(5x - 7y) + y(5x - 7y) = 0$

বা, $(5x - 7y)(6x + y) = 0$

হয়, $5x - 7y = 0$ অথবা, $6x + y = 0$

বা, $5x = 7y$ বা, $x = -\frac{y}{6}$ ....(iv)

বা, $x = \frac{7y}{5}$ ....(iii)

সমীকরণ (i) এ $x = \frac{7y}{5}$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{7y}{5}\right)^2 - \left(\frac{7y}{5}\right)y = 14$

বা, $\frac{49y^2}{25} - \frac{7y^2}{5} = 14$

বা, $7\left(\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5}\right) = 14$

বা, $\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 2$

বা, $\frac{7y^2 - 5y^2}{25} = 2$

বা, $2y^2 = 50$

বা, $y^2 = 25$

$\therefore y = \pm 5$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 5$ হলে $x = \frac{7}{5} \times 5 = 7$

$y = -5$ হলে $x = \frac{7}{5}(-5) = -7$

আবার, $x = -\frac{y}{6}$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{-y}{6}\right)^2 - \left(\frac{-y}{6}\right)y = 14$

বা, $\frac{y^2}{36} + \frac{y^2}{6} = 14$

বা, $\frac{y^2 + 6y^2}{36} = 14$

বা, $7y^2 = 14 \times 36$

বা, $y^2 = \frac{14 \times 36}{7}$

বা, $y^2 = 36 \times 2$

বা, $y = \pm 6\sqrt{2}$

$\therefore y = 6\sqrt{2}$ অথবা $-6\sqrt{2}$

y এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 6\sqrt{2}$ হলে, $x = \frac{-1}{6} \times 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$y = -6\sqrt{2}$ হলে, $x = \frac{-1}{6} \times -6\sqrt{2} = \sqrt{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

প্রশ্ন–৩ ▸ **(i)** $x + \frac{4}{y} = 1, y + \frac{4}{x} = 25$

(ii) $2x^2 + 3xy + y^2 = 20, 5x^2 + 4y^2 = 41$

ক. (i) হতে x কে y এর মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. (i) হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) এর সমাধান কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $x + \frac{4}{y} = 1$

বা, $xy + 4 = y$ ....(i)

আবার, $y + \frac{4}{x} = 25$

বা, $xy + 4 = 25x$ ....(ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$y = 25x$

বা, $x = \frac{y}{25}$

$\therefore$ x কে y এর মাধ্যমে দেখানো হলো।

খ. 'ক' হতে পাই, $y = 25x$ ....(iii)

উদ্দীপক অনুযায়ী,

$x + \frac{4}{y} = 1$

বা, $x + \frac{4}{25x} = 1$

বা, $25x^2 + 4 = 25x$

বা, $25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$

বা, $5x(5x - 4) - 1(5x - 4) = 0$

বা, $(5x - 4)(5x - 1) = 0$

হয়, $5x - 4 = 0$ অথবা, $5x - 1 = 0$

বা, $x = \frac{4}{5}$ $\therefore x = \frac{1}{5}$

যখন, $x = \frac{4}{5}$ তখন, $y = 25 \times \frac{4}{5} = 20$

যখন, $x = \frac{1}{5}$ তখন $y = 25 \times \frac{1}{5} = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right); \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

গ. দেওয়া আছে,

$2x^2 + 3xy + y^2 = 20$ ....(i)

$5x^2 + 4y^2 = 41$ ....(ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$

বা, $100x^2 + 80y^2 = 82x^2 + 123xy + 41y^2$

বা, $100x^2 - 82x^2 - 123xy + 80y^2 - 41y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 2xy - 39xy + 13y^2 = 0$

বা, $2x(3x - y) - 13y(3x - y) = 0$

বা, $(3x - y)(2x - 13y) = 0$

হয়, $3x - y = 0$ অথবা, $2x - 13y = 0$

বা, $y = 3x$ .... (iii) বা, $2x = 13y$

বা, $13y = 2x$

বা, $y = \frac{2x}{13}$ ....(iv)

(ii) এ $y = 3x$ বসিয়ে পাই,

$5x^2 + 4(3x)^2 = 41$

বা, $5x^2 + 4.9x^2 = 41$

বা, $5x^2 + 36x^2 = 41$

বা, $41x^2 = 41$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

(iii) এ $x = \pm 1$ বসিয়ে পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 3 \times 1 = 3$

$x = -1$ হলে, $y = 3(-1) = -3$

(ii) এ $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই,

$5x^2 + 4\left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 41$

বা, $5x^2 + \frac{16x^2}{169} = 41$

বা, $845x^2 + 16x^2 = 41 \times 169$

বা, $861x^2 = 41 \times 169$

বা, $x^2 = \frac{41 \times 169}{861}$

বা, $x^2 = \frac{169}{21}$

বা, $x = \pm\sqrt{\frac{169}{21}}$

$\therefore x = \pm\frac{13}{\sqrt{21}}$

(iv) এ $x = \pm\frac{13}{\sqrt{21}}$ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{13}{\sqrt{21}}$ হলে, $y = \frac{2}{13} \times \left(\frac{13}{\sqrt{21}}\right) = \frac{2}{\sqrt{21}}$

$x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$ হলে, $y = \frac{2}{13} \times \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 3), (-1, -3), \left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(-\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}}\right)$।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৪ ▸ $(x-2)(y-1) = 3$ এবং $(x+2)(2y-5) = 15$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. ১ম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত x কে ২য় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে,
$8y^2 - 37y + 20 = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর । ৪

উত্তর : ক. $x = \frac{3}{y-1} + 2$;

খ. $(x, y) = (3, 4), (-6, \frac{5}{8})$

প্রশ্ন–৫ ▸ $x^2 - xy = 14$ এবং $y^2 + xy = 60$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. ১ম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে অপর সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $y = x - \frac{14}{x}$;

খ. $x = \pm 7$ অথবা $\pm\sqrt{2}$;

গ. $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

অনুশীলনী ৫.৫

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দ্বিঘাত সহসমীকরণের ব্যবহার**

অনেক সময় সমস্যায় দুইটি অজ্ঞাত রাশির মান নির্ণয় করতে হয়, সেক্ষেত্রে অজ্ঞাত রাশি দুইটির মান x এবং y বা অন্য যেকোনো দুইটি স্বতন্ত্র প্রতীক ধরতে হয়। তারপর সমস্যার শর্ত বা শর্তগুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর, সঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করে সমীকরণ জোটের সমাধান করলেই x এবং y অজ্ঞাত রাশিগুলোর মান নির্ণয় করা যায়।

■ **বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক হলে বর্গক্ষেত্রের**

1. ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ একক
2. পরিসীমা = $4x$ একক
3. কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}x$ একক

■ **আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক হলে আয়তক্ষেত্রের**

1. ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক
2. পরিসীমা = $2(x + y)$ একক
3. কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

■ **একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে–**

1. সংখ্যাটি = $x + 10y$
2. অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি = $(y + 10x)$

জেনে রাখ :

1. কোনো বাস্তব সংখ্যার বর্গ সর্বদাই ধনাত্মক হবে।
2. কোনো সংখ্যার বর্গমূল সর্বদাই ধনাত্মক হবে।
3. যেকোনো ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও ক্ষেত্রফল সর্বদাই ধনাত্মক। এদের ঋণাত্মক মান কখনোই গ্রহণযোগ্য নয়।
4. বর্গ ও আয়তের ক্ষেত্রে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হবে।
5. কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা সর্বদাই ধনাত্মক হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত?

সমাধান : মনে করি, একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার, এবং অপর বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য y মিটার।

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481$ ....(i)

এবং $xy = 240$ ....(ii)

আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$= 481 + 2 \times 240$

$= 481 + 480$

$= 961$

$\therefore x + y = \pm 31$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না

সুতরাং $x + y = -3$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore x + y = 31$ ....(iii)

আবার, $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

$= 481 - 2 \times 240$

$= 481 - 480$

$= 1$

$\therefore x - y = \pm 1$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y = 31$

$x - y = \pm 1$

$2x = 31 \pm 1$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{31 \pm 1}{2}$

+ চিহ্নিত নিয়ে, $x = \frac{31 + 1}{2} = 16$

– চিহ্ন নিয়ে, $x = \frac{31 - 1}{2} = 15$

$\therefore x = 16$ অথবা 15

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 16$ হলে,

$16 + y = 31;$

বা, $y = 31 - 16$

$\therefore y = 15$

আবার, $x = 15$ হলে,

$15 + y = 31$

বা, $y = 31 - 15 \therefore y = 16$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্র দুটির বাহুর পরিমাণ 16 মিটার এবং 15 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 250$ ....(i)

এবং $xy = 117$ ....(ii)

আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$= 250 + 2 \times 117$

$= 250 + 234$

$= 484$

$\therefore x + y = \pm 22$ যেহেতু দুটি ধনাত্মক সংখ্যার সমষ্টি ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং $x + y = -2$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore x + y = 22$ .... (iii)

আবার, $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

$= 250 - 2 \times 117$

$= 250 - 234$

$= 16$

$\therefore x - y = \pm 4$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে,

$x + y = 22$

$x - y = \pm 4$

$2x = 22 \pm 4$

বা, $x = \frac{22 \pm 4}{2}$

বা, $x = 11 \pm 2$

$\therefore x = 13$ অথবা 9

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 13$ হলে, $13 + y = 22$

$\therefore y = 9$

$x = 9$ হলে, $9 + y = 22$

$\therefore y = 13$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে 13 এবং 9। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 28 বর্গমিটার হলে, প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $\sqrt{x^2 + y^2} = 10$

$\therefore x^2 + y^2 = 100$ ....(i)

অপর আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে $(x + y)$ ও $(x - y)$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $(x + y)(x - y) = 28$

বা, $x^2 - y^2 = 28$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 = 100$

$x^2 - y^2 = 28$

$2x^2 = 128$

বা, $x^2 = 64$

$\therefore x = \pm 8$

$\therefore x = 8$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$8^2 + y^2 = 100$

বা, $y^2 = 100 - 64$

বা, $y^2 = 36$

বা, $y = \pm\sqrt{36} = \pm 6$

$\therefore y = 6$ [$\because$ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 8 মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুটি x ও y।

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 181$ ....(i)

এবং $xy = 90$ ....(ii)

সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর $x^2 - y^2$ অথবা $y^2 - x^2$

আমরা জানি, $(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= (181)^2 - 4(90)^2$

$= 32761 - 32400$

$= 361$

$\therefore x^2 - y^2 = \sqrt{361}$

$= \pm 19$

আবার, $(y^2 - x^2)^2 = (y^2 + x^2)^2 - 4x^2 y^2$

$= (x^2 + y^2)^2 - 4(xy)^2$

$= (181)^2 - 4(90)^2 = 32761 - 32400$

$\therefore y^2 - x^2 = \sqrt{361} = \pm 19$

যেহেতু সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর অর্থাৎ শুধুমাত্র মান চাওয়া হয়েছে।

সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর 19। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অপেক্ষা যথাক্রমে 4 মিটার এবং 1 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 50 বর্গমিটার। প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 24$ ....(i)

অপর আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে $(x + 4)$ মিটার ও $(y + 1)$ মিটার

তাহলে অপর আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

$= (x + 4)(y + 1)$ বর্গমিটার

$= (xy + x + 4y + 4)$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $xy + x + 4y + 4 = 50$

বা, $24 + x + 4y = 50 - 4$ [$\because xy = 24$]

বা, $x + 4y = 46 - 24$

বা, $x = 22 - 4y$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(22 - 4y).y = 24$

বা, $22y - 4y^2 - 24 = 0$

বা, $-4y^2 + 22y - 24 = 0$

বা, $2y^2 - 11y + 12 = 0$

বা, $2y^2 - 8y - 3y + 12 = 0$

বা, $2y(y - 4) - 3(y - 4) = 0$

বা, $(y - 4)(2y - 3) = 0$

$\therefore y = 4$ অথবা $\frac{3}{2}$ বা, $1\frac{1}{2}$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 4$ হলে, $x = 22 - 4 \times 4 = 22 - 16 = 6$

$y = \frac{3}{2}$ হলে, $x = 22 - 4 \times \frac{3}{2} = 22 - 6 = 16$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মি. ও 4 মি.

অথবা, 16 মি. ও $1\frac{1}{2}$ মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে,তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

প্রশ্নানুসারে, $xy = 600$ ....(i)

এবং $2y = x + 23$

বা, $x = 2y - 23$ ....(ii)

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$xy = 600$

বা, $(2y - 23)y = 600$

বা, $2y^2 - 23y - 600 = 0$

বা, $2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$

বা, $2y(y - 24) + 25)(y - 24) = 0$

বা, $(y - 24)(2y + 25) = 0$

হয়, $y - 24 = 0$ অথবা, $2y + 25 = 0$

$\therefore y = 24$ বা, $2y = -25$

$\therefore y = -\frac{25}{2}$

কিন্তু $y = -\frac{25}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore y = 24$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 2y - 23 = 2 \times 24 - 23 = 48 - 23$ $\therefore x = 25$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 25 মি. এবং প্রস্থ 24 মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মি. এবং প্রস্থ y মি.

তাহলে, আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = $2(x + y)$ মি.

এবং ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

$\therefore$ দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $2\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

প্রশ্নমতে, $2\sqrt{x^2 + y^2} + 8 = 2(x + y)$

বা, $\sqrt{x^2 + y^2} + 4 = x + y$

বা, $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$ ....(i)

এবং $xy = 48$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$

বা, $(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = (x + y - 4)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2.(x + y).4 + 4^2$

বা, $x^2 + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 8(x + y) + 16$

বা, $8(x + y) = x^2 + 2.48 + y^2 + 16 - x^2 - y^2$ [$\because xy = 48$]

বা, $8(x + y) = 96 + 16$

বা, $x + y = \frac{112}{8}$

বা, $x + y = 14$

$\therefore y = 14 - x$ ....(iii)

এখন y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$xy = 48$

বা, $x(14 - x) = 48$

বা, $14x - x^2 - 48 = 0$

বা, $-x^2 + 14x - 48 = 0$

বা, $x^2 - 14x + 48 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $x^2 - 8x - 6x + 48 = 0$

বা, $x(x - 8) - 6(x - 8) = 0$

বা, $(x - 8)(x - 6) = 0$

$\therefore x = 8$ অথবা 6

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$x = 8$ হলে, $y = 14 - 8 = 6$

$x = 6$ হলে, $y = 14 - 6 = 8$

$x = 6$ এবং $y = 8$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা বৃহত্তর।

$\therefore x = 8$ এবং $y = 6$

অতএব, দৈর্ঘ্য 8 মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয়। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + y$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{10x + y}{xy} = 2$

বা, $10x + y = 2xy$ ....(i)

আবার, $10x + y + 27 = 10y + x$

বা, $10x + y + 27 - 10y - x = 0$

বা, $9x - 9y + 27 = 0$

বা, $9(x - y + 3) = 0$

বা, $x - y + 3 = 0$

বা, $x - y = -3$

বা, $x = y - 3$ ....(ii)

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$10x + y = 2xy$

বা, $10(y - 3) + y = 2y(y - 3)$

বা, $10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$

বা, $10y + y - 2y^2 + 6y - 30 = 0$

বা, $-2y^2 + 17y - 30 = 0$

বা, $2y^2 - 17y + 30 = 0$ [(–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$

বা, $2y(y - 6) - 5(y - 6) = 0$

বা, $(y - 6)(2y - 5) = 0$

হয়, $y - 6 = 0$ অথবা, $2y - 5 = 0$

$\therefore y = 6$ বা, $2y = 5$

$\therefore y = \frac{5}{2}$

কোনো পূর্ণসংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না।

$\therefore y = 6$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = y - 3 = 6 - 3 = 3 \therefore x = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 6 = 30 + 6 = 36$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার বাগানটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা = $2(x + y)$ মিটার

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

এবং ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

বা, $x + y = 28$ ....(i)

এবং $\sqrt{x^2 + y^2} = 20$

বা, $x^2 + y^2 = 400$ ....(ii) [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$x + y = 28$

বা, $(x + y)^2 = (28)^2$

বা, $x^2 + y^2 + 2xy = 784$

বা, $400 + 2xy = 784$ [(ii) থেকে]

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $xy = \frac{784 - 400}{2} = 192$

$\therefore xy = 192$

$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{192}$ মি.

$= \sqrt{64 \times 3}$ মি.

$= 8\sqrt{3}$ মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা = $\frac{2(x + y)}{2}$ মিটার

$= x + y$ মিটার

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

শর্তমতে, $xy = 300$ ....(i)

এবং $x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$ .... (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে,

$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2$

বা, $(x + y)^2 - 2(x + y).10 + (10)^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 20x - 20y + 100 - x^2 - y^2 = 0$

বা, $2xy - 20x - 20y + 100 = 0$

বা, $2.300 - 20x - 20y + 100 = 0$ [(i) হতে]

বা, $600 - 20x - 20y + 100 = 0$

বা, $-20x - 20y = -700$

বা, $20(x + y) = 700$ [(–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $x + y = 35$ ....(iii)

আবার, $x - y = \sqrt{(x + y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(35)^2 - 4 \times 300}$

$= \sqrt{1225 - 1200}$

$= \sqrt{25}$

$\therefore x - y = 5$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

$\therefore x = 20$

x এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$20 - y = 5$

বা, $y = 20 - 5$

বা, $y = 15$

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মি. এবং প্রস্থ 15 মি.। **(Ans.)**

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 90 এবং গুণফল 27 হলে সংখ্যা দুইটি কি কি?

● 9, 3 ⓑ 9, 6 ⓒ 6, 3 ⓓ 12, 6

২. দুইটি সংখ্যার বর্গের অন্তর 11এবং গুণফল 30। সংখ্যা দুটি কত?

ⓚ 3 এবং 5 ⓖ 4 এবং 5 ● 5 এবং 6 ⓖ 6 এবং 4

৩. **$3x - 4y = 0, 2x - 3y = -1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?**

● (4, 3) ⓖ (3, 4) ⓖ (2, 3) ⓖ (3, 2)

৪. **$x^y = y^z$ এর $x = 2y$ হলে (x, y) = কত?**

ⓚ (2, 4) ● (4, 2) ⓖ (2, 6) ⓖ (6, – 2)

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের অন্তর 8 এবং গুণফল 3

৫. **সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?**

● 10 ⓖ 13 ⓖ 17 ⓖ 25

৫·৫ : দ্বিঘাত সহসমীকরণের ব্যবহার

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. **একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, এজন্য নিচের কোন সমীকরণটি সত্য?** *(মধ্যম)*

ⓚ $x + y = 600$ ⓖ $x - y = 600$
● $xy = 600$ ⓖ $x^2y^2 = 600$

১০. **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?** *(কঠিন)*

ⓚ 20 মি. ● 30 মি. ⓖ 40 মি. ⓖ 50 মি.

১১. **একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং একটি কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানটির ক্ষেত্রফল কত?** (কঠিন)

ⓚ 190 বর্গমিটার ⓖ 191 বর্গমিটার
● 192 বর্গমিটার ⓖ 193 বর্গমিটার

১২. **দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30। সংখ্যা দুইটি কত?** (মধ্যম)

ⓚ 3 ও –5 ⓖ 5 ও 4 ⓖ 6 ও 4 ● 6 ও 5

১৩. **একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 70 মিটার ও একটি কর্ণ 25 মিটার হলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার?** (কঠিন)

ⓚ 25 মি. ও 15 মি. ● 20 মি. ও 15 মি.
ⓖ 20 মি. ও 12 মি. ⓖ 15 মি. ও 10 মি.

১৪. **দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 41, সংখ্যা দুইটির গুণফল 20; সংখ্যা দুইটি কত?** (কঠিন)

ⓚ 3 ও 4 ● 4 ও 5 ⓖ 5 ও 6 ⓖ 7 ও 8

১৫. **দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 337। সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর 175। সংখ্যাটি কত?** (কঠিন)

● 9 ও 16 ⓖ 12, 15 ⓖ 13, 14 ⓖ 15, 16

১৬. **কোনটি কর্ণের দৈর্ঘ্য পরিমাপের সূত্র?** (সহজ)

ⓚ $x^2 + y^2$ ⓖ $x^2 - y^2$ ● $\sqrt{x^2 + y^2}$ ⓖ $\sqrt{x^2 - y^2}$

১৭. **একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 মি., আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x ও y মি. হলে $x^2 + y^2$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ⓚ 5 ● 25 ⓖ 50 ⓖ 100

১৮. **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 4 মি. ও প্রস্থ 3 মি. হলে এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

ⓚ 16 ⓖ 9 ⓖ 7 ● 5

১৯. **বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 মি. হলে ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?** (সহজ)

ⓚ 36 মি. ⓖ 72 মি. ⓖ 124 মি. ● 144 মি.

৬. **সংখ্যা দুইটির সমষ্টির বর্গ কত?**

ⓚ 9 ● 16 ⓖ 25 ⓖ 36

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 25 বর্গমিটার এবং এদের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল 12 বর্গমিটার

৭. **ক্ষুদ্রতর বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত?**

ⓚ 6 মিটার ⓖ 5 মিটার ⓖ 4 মিটার ● 3 মিটার

৮. **বর্গক্ষেত্র দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?**

ⓚ 25 : 16 ● 16 : 9 ⓖ 9 : 4 ⓖ 4 : 3

২০. **একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক y এর তিন গুণ হলে সংখ্যাটি কত?** (মধ্যম)

ⓚ 6y ⓖ 12y ● 13y ⓖ 31y

২১. **দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 113 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 56 হলে সংখ্যা দুটির সমষ্টির বর্গ কত?** (মধ্যম)

ⓚ 169 ⓖ 220 ● 225 ⓖ 325

২২. **একটি আয়তকার বাগানের পরিসীমা 70 মিটার এবং একটি কর্ণ 25 মি. হলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার?** (কঠিন)

ⓚ 20 মি. ও 10 মি. ● 20 মি. ও 15 মি.
ⓖ 15 মি. ও 12 মি. ⓖ 12 মি. ও 10 মি.

২৩. **দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের অন্তর 13 এবং গুণফল 42 সংখ্যা দুটি কত?** (মধ্যম)

● 7, 6 ⓖ 6, 5 ⓖ 6, 4 ⓖ 6, 3

২৪. **আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ দৈর্ঘ্যের এক–তৃতীয়াংশ। যদি আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 145 বর্গমিটার হয় তবে নিচের কোনটি সত্য?** (কঠিন)

ⓚ $x^2 = 145$ ● $x^2 = 435$
ⓖ $x(x + 3) = 535$ ⓖ $x^2 + 3x = 435$

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে, ক্ষেত্রফল = $x \cdot \frac{x}{3}$

$\therefore \frac{x^2}{3} = 145$ বর্গমিটার

$\therefore x = 435$ বর্গমিটার

২৫. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 12 অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি মূল সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ হয়। সংখ্যাটি কত?** (মধ্যম)

ⓚ 98 ⓖ 100 ● 102 ⓖ 120

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে, সংখ্যাটি = $10x + 12 - x$
$= 9x + 12$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে = $10(12 - x) + x = 3x$

বা, $120 - 10x + x = 3x$

বা, $-12x = -120$

$\therefore x = 10$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $9 \times 10 + 12 = 102$

২৬. **একটি বর্গাকার বাগানের দৈর্ঘ্য একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের সমান। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে, বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত?** (সহজ)

ⓚ $x + y$ বর্গ একক ⓖ $(x + y)^2$ বর্গ একক
● $x^2 + y^2$ বর্গ একক ⓖ $(\sqrt{x^2 + y^2})$ বর্গ একক

২৭. **একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক x এর $\frac{1}{4}$ গুণ। সংখ্যাটি কত?** (মধ্যম)

ⓚ 10x ⓛ $\frac{10x^2}{4}$ ⓜ $\frac{40x}{4}$ ● $\frac{41x}{4}$

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে, সংখ্যাটি = $10x + \frac{x}{5} = \frac{41x}{4}$

২৮. একটি বাগানের ক্ষেত্রফল 324 বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত মিটার?(মধ্যম)

ⓚ 18 ⓛ 54 ● 72 ⓝ 90

ব্যাখ্যা : প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{324} = 18$

$\therefore$ পরিসীমা = $4 \times 18 = 72$ মিটার

২৯. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য x এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য y হলে (y – x) = কত? (মধ্যম)

● $(\sqrt{2} - 1)x$ ⓛ $(1 - \sqrt{2})x$

ⓜ $(\sqrt{1} - 2)x$ ⓝ $(2 - \sqrt{1})x$

৩০. একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক x এর দ্বিগুণ হলে সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)

ⓚ 10x ● 12x ⓜ 20x ⓝ 24x

ব্যাখ্যা : দশক স্থানীয় অঙ্ক x

একক স্থানীয় অঙ্ক 2x

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + 2x = 12x$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩১. বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 একক হলে–

i. কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ একক

ii. ক্ষেত্রফল 12 একক

iii. পরিসীমা 24 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও iii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩২. দুইটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 হলে–

i. সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 2 ও 3

ii. সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 5

iii. সংখ্যাদ্বয় অমূলদ সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও iii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৩. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y এর বর্গের সমষ্টি 221 এবং গুণফল 110 হলে–

i. একটি সমীকরণ xy = 110

ii. একটি সমীকরণ $x^2 + y^2 = 221$

iii. একটি সমীকরণ x = 10, y = 21

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও iii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৪. বর্গের পরিসীমা 24 এক হলে–

i. বাহুর এক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 একক

ii. ক্ষেত্রফল 30 একক

iii. কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}.6$ একক

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও iii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : (i) এক বাহুর দৈর্ঘ্য $x = \frac{24}{4} = 6$ একক

(ii) ক্ষেত্রফল $(6)^2 = 36$ একক

(iii) কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}.x = \sqrt{2}.6$ একক

৩৫. কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 4 এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের 4 গুণ হলে–

i. সংখ্যাটি হবে 164

ii. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি হবে 65

iii. অঙ্কদ্বয়ের যোগফল একক স্থানীয় অঙ্কের পাঁচগুণ

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও iii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : একক স্থানীয় অঙ্ক 4

দশক স্থানীয় অঙ্ক $4 \times 4 = 16$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10 \times 16 + 4 = 164$

অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি $10 \times 4 + 16 = 56$

অঙ্কদ্বয়ের যোগফল $4 + 16 = 20$ যা একক স্থানীয় অঙ্কের 5 গুণ

৩৬. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল 117। এজন্য–

i. $x \times y = 117$

ii. x + y = 117

iii. xy = 117

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩৭. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 4 একক এবং ক্ষেত্রফল 24 বর্গ একক হলে–

i. দৈর্ঘ্য 6 একক

ii. কর্ণ $2\sqrt{3}$ একক

iii. পরিসীমা 20 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও iii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩৮. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 6। সম্ভাব্য সমীকরণটি গঠন করলে হয়–

i. $x + \frac{1}{x} = 6$

ii. $x^2 + 1 = 6x$

iii. $x^2 - 6x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩৯. x এবং y দ্বইটি ধনাত্মক সংখ্যা এবং $x^2 - y^2 = 20$ এবং x + y = 10 হলে–

i. $x^2 + y^2 = 52$

ii. x = 6, y = 4

iii. x = 2y

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 650 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্র দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 323 বর্গমিটার।

উপরের তথ্যের আলোকে ৪০ – ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪০. বর্গক্ষেত্র দুইটির বাহু যথাক্রমে x ও y হলে ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সমীকরণের মাধ্যমে দেখাও। (সহজ)

● $x^2 + y^2 = 650$ ⓛ $x^2 = 650 + y^2$

Ⓖ $2x + 2y = 650$ Ⓗ $x^2y^2 = 650$

৪১. ছোট বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

● 17 Ⓑ 19
Ⓖ 71 Ⓗ 91

৪২. বড় বর্গক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

Ⓐ 17 ● 19
Ⓖ 71 Ⓗ 91

দুইটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর 9 এবং গুণফল 20।

উপরের তথ্যের আলোকে ৪৩ ও ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৩. সংখ্যা দুইটি কী কী? (কঠিন)

Ⓐ 3, 4 ● 4, 5 Ⓖ 3, 5 Ⓗ 5, 6

৪৪. সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত? (কঠিন)

Ⓐ 1 ● 41 Ⓖ 25 Ⓗ 61

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৫ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ও একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। তাদের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য $(\pi - 1)$ বর্গ একক।

৪৫. বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (কঠিন)

● 1 Ⓑ 2 Ⓖ π Ⓗ π^2

৪৬. বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

Ⓐ $(\pi-1)$ Ⓑ (π^2-1) ● π Ⓗ π^2

৪৭. বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (কঠিন)

Ⓐ 2 ● $\sqrt{2}$ Ⓖ $\sqrt{2}/2$ Ⓗ $\sqrt{2}\,\pi$

৪৮. দুইটি ক্রমিক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল 141 অপেক্ষা বড়। ছোট সংখ্যা নিম্নপক্ষে কী হতে পারে?

● 11 Ⓑ 12 Ⓖ 13 Ⓗ 15

৪৯. দুটি ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 130, বর্গের অন্তর 32 হলে সংখ্যা দুটি কত?

Ⓐ 7, 5 ● 9, 7 Ⓖ 11, 9 Ⓗ 8, 9

৫০. একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় y হলে সংখ্যাটি কত?

● $10x + y$ Ⓑ $10y + x$ Ⓖ $10x - y$ Ⓗ $10y - x$

৫১. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 7 সম্ভাব্য সমীকরণ গঠন করলে হবে–

i. $x + \frac{1}{x} = 7$ ii. $x^2 + 1 = 7x$
iii. $x^2 - 7x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

Ⓐ i ও iii ● i ও ii
Ⓖ ii ও iii Ⓗ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার। দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 4 মিটার বেশি।

৫২. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

● 16 Ⓑ 12
Ⓖ 10 Ⓗ 9

৫৩. আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

Ⓐ 182 ● 192
Ⓖ 212 Ⓗ 312

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

ক. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. যদি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হয় তবে প্রমাণ কর যে, $x - 15 = 0$ ৪
গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি,
আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ x মিটার
∴ দৈর্ঘ্য $(2x + 10)$ মিটার
আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(2x + 10)\,x$ বর্গমিটার
$= (2x^2 + 10x)$ বর্গমিটার

খ. 'ক' থেকে পাই,
আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (2x^2 + 10x)$ বর্গমিটার
শর্তমতে, $2x^2 + 10x = 600$
বা, $2x^2 + 10x - 600 = 0$
বা, $2(x^2 + 5x - 300) = 0$
বা, $x^2 + 5x - 300 = 0$
বা, $x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$
বা, $x(x + 20) - 15(x + 20) = 0$
বা, $(x + 20)(x - 15) = 0$
হয়, $x + 20 = 0$ অথবা, $x - 15 = 0$
∴ $x = -20$ [গ্রহণযোগ্য নয়] ∴ $x - 15 = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ. 'খ' হতে পাই,
$(x + 20)(x - 15) = 0$
হয়, $x + 20 = 0$
বা, $x = -20$ [কিন্তু $x = -20$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]
অথবা, $x - 15 = 0$
∴ $x = 15$
∴ দৈর্ঘ্য $= (2x + 10)$ মিটার
$= (2 \times 15 + 10)$ মিটার
$= (30 + 10)$ মিটার
$= 40$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 12 মিটার বেশি।

ক. কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমার সূত্রটি লেখ। ২
খ. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 108 বর্গমিটার হলে প্রমাণ কর যে, দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = 21 মিটার। ৪
গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার
এবং প্রস্থ y মিটার
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মিটার
এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

খ. 'ক' থেকে পাই, পরিসীমা $= 2(x + y)$ মিটার
এবং দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= 2\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার
$\therefore 2\sqrt{x^2 + y^2} + 12 = 2(x + y)$
বা, $\sqrt{x^2 + y^2} + 6 = x + y$
$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6$ ....(i)
এবং $xy = 108$ ....(ii)
(i) হতে পাই, $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6$
বা, $(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = (x + y - 6)^2$ [বর্গ করে]
বা, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 12(x + y) + 36$
বা, $x^2 + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 12(x + y) + 36$
বা, $12(x + y) = 252$ [$\because xy = 108$]
বা, $x + y = 21$
$\therefore$ দৈর্ঘ্য + প্রস্থ $= 21$ মি (প্রমাণিত)

গ. 'খ' হতে পাই,
$x + y = 21$
বা, $y = 21 - x$ ....(i)
এবং $xy = 108$ ....(ii)
(ii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,
$x(21 - x) = 108$
বা, $21x - x^2 = 108$
বা, $x^2 - 12x - 9x + 108 = 0$
বা, $x(x - 12) - 9(x - 12) = 0$
বা, $(x - 12)(x - 9) = 0$
হয়, $x - 12 = 0$ অথবা, $x - 9 = 0$
$\therefore x = 12$ $\therefore x = 9$
x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,
$x = 12$ এর জন্য
$y = 21 - 12$
$\therefore y = 9$
এবং $x = 9$ এর জন্য
$y = 21 - 9$
$\therefore y = 12$
কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা ছোট হতে পারে না।
$\therefore$ দৈর্ঘ্য $= 12$ মি. এবং প্রস্থ $= 9$ মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মি. বেশি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গ মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। ২
খ. উপরের সম্পর্কের মাধ্যমে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
গ. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বের কর এবং উহার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি বের কর। ৪

▸◂ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার
প্রশ্নমতে, $2y = x + 23$
এবং ক্ষেত্রফল $xy = 600$ বর্গমিটার

খ. $2y = x + 23$
বা, $x = 2y - 23$ ....(i)
আবার, $xy = 600$
বা, $(2y - 23)y = 600$
বা, $2y^2 - 23y - 600 = 0$
বা, $2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$
বা, $2y(y - 24) + 25(y - 24) = 0$
বা, $(y - 24)(2y + 25) = 0$
হয়, $y - 24 = 0$ অথবা, $2y + 25 = 0$
$\therefore y = 24$ বা, $2y = -25$
$\therefore y = -\frac{25}{2}$
কিন্তু প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না
$\therefore y \neq -\frac{25}{2}$
y এর ধনাত্মক মান (i) এ বসিয়ে পাই,
$x = 2 \times 24 - 23 = 48 - 23 = 25$
আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 25 মি এবং প্রস্থ 24 মিটার। **(Ans.)**

গ. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
$= 2 \times (25 + 24)$ মিটার
$= 2 \times 49$ মিটার $= 98$ মিটার
আবার, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^২ + (\text{প্রস্থ})^২}$
$= \sqrt{(25)^2 + (24)^2}$
$= \sqrt{625 + 576}$
$= \sqrt{1201} = 34{\cdot}66$ মিটার
যেহেতু কর্ণ দুটি পরস্পর সমান,
$\therefore$ দুটি কর্ণের সমষ্টি $= (34{\cdot}66 + 34{\cdot}66)$ মিটার
$= 69{\cdot}32$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে।

ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২
খ. সম্পর্ক দুটির মাধ্যমে একটি দ্বিঘাত সহসমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. সমীকরণটি সমাধান করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং
একক স্থানীয় অঙ্ক y
$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$
অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা হবে $10x + y$

খ. প্রশ্নমতে, $\frac{10x + y}{xy} = 2$ ....(i)
এবং $10x + y + 27 = 10y + x$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$10x + y + 27 = 10y + x$

বা, $10x + y - 10y - x + 27 = 0$

বা, $9x - 9y + 27 = 0$

বা, $9(x - y + 3) = 0$

বা, $x - y + 3 = 0$

বা, $x = y - 3$ ....(iii)

আবার সমীকরণ (i) হতে পাই,

$10x + y = 2xy$

বা, $10(y - 3) + y = 2(y - 3)y$

বা, $10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$

বা, $2y^2 - 6y - 11y + 30 = 0$

বা, $2y^2 - 17y + 30 = 0$ **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই,

$2y^2 - 17y + 30 = 0$

বা, $2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$

বা, $2y(y - 6) - 5(y - 6) = 0$

বা, $(y - 6)(2y - 5) = 0$

হয় $y - 6 = 0$ | অথবা, $2y - 5 = 0$

$\therefore y = 6$ | $\therefore y = \frac{5}{2}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$y = 6$, সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$x = 6 - 3$

বা, $x = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 6$

$= 30 + 6 = 36$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 36।

প্রশ্ন–৫ ▸ একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মি. এবং কর্ণ 20 মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ও কর্ণ কাকে বলে এবং পরিসীমা ও কর্ণ নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২

খ. অনুচ্ছেদের সাপেক্ষে একটি দ্বিঘাত সহসমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধান করে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের কর এবং এ ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আয়তক্ষেত্রের চার বাহুর সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে।

$\therefore$ পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

আবার, আয়তক্ষেত্রের বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে কর্ণ বলে।

$\therefore$ কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

খ. মনে করি,

আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মি.

এবং প্রস্থ y মি.

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

এবং ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

বা, $x + y = 28$ ....(i)

এবং $\sqrt{x^2 + y^2} = 20$

বা, $x^2 + y^2 = 400$ ....(ii) [বর্গ করে]

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$x + y = 28$

বা, $(x + y)^2 = (28)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + y^2 + 2xy = 784$

গ. 'খ' থেকে পাই,

$x^2 + y^2 + 2xy = 784$

বা, $400 + 2xy = 784$

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $xy = \frac{384}{2}$

$\therefore xy = 192$

অর্থাৎ বাগানের ক্ষেত্রফল =192 বর্গমিটার

আবার আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{192}$ মি.

$= \sqrt{64 \times 3}$ মি.

$= 8\sqrt{3}$ মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন–৬ ▸ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

ক. উপরের তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি ক্ষেত্রটির প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি হয়, তখন এর ক্ষেত্রফল উক্ত ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হয়। তবে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য নিণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore x > y$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা $= \frac{2x + 2y}{2}$ মিটার $= (x + y)$ মিটার

আবার,

কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 300$

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$

খ. ‘ক’ হতে পাই, $xy = 300$ ....(i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = \sqrt{(x^2 + y^2)}^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2xy + y^2 + 100 - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [$\because xy = 300$]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (– 20) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x + y = 35$ ....(iii)

এখন, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= 35^2 - 4 \times 300 = 1225 - 1200 = 25 = (5)^2$

$\therefore x - y = 5$ ....(iv) [$\because x > y$, অর্থাৎ $x - y > o$]

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

$\therefore x = 20$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

$\therefore y = 15$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার। **(Ans.)**

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y হয়, তবে শর্তমতে,

$2y = x + 10$ বা, $x = 2y - 10$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(2y - 10)y$ বর্গ মিটার। ‘খ’ তে প্রাপ্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার ও প্রস্থ 15 মিটার হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (20×15) বা, 300 বর্গমিটার।

প্রশ্নমতে, $(2y - 10)y = 2 \times 300$

বা, $2(y - 5)y = 2 \times 300$

বা, $y^2 - 5y = 300$

বা, $y^2 - 5y - 300 = 0$

বা, $y^2 - 20y + 15y - 300 = 0$

বা, $y(y - 20) + 15(y - 20) = 0$

বা, $(y - 20)(y + 15) = 0$

হয়, $y - 20 = 0$	অথবা $y + 15 = 0$
বা, $y = 20$	$\therefore y = -15$

$y \neq -15$ কারণ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore$ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, $x = (2 \times 20 - 10)$ মিটার

$= 40 - 10$ মিটার $= 30$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 600 মিটার।

ক. দুইটি চলক ধরে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর। ২

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মিটার চওড়া এবং 2 মিটার উঁচু একটি প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 15 সে.মি. প্রশস্ত এবং 10 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট কতটি ইট লাগবে? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং ” প্রস্থ = x মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = xy বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $xy = 600$ ....(i)

এবং $2y = x + 10$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. ‘ক’ হতে পাই, $2y = x + 10$

$\therefore y = \frac{x + 10}{2}$ ....(iii)

এখন, y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x \left(\frac{x + 10}{2}\right) = 600$

বা, $\frac{x^2 + 10x}{2} = 600$

বা, $x^2 + 10x = 1200$

বা, $x^2 + 10x - 1200 = 0$

বা, $x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$

বা, $x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$

বা, $(x + 40)(x - 30) = 0$

হয়, $x + 40 = 0$	অথবা, $x - 30 = 0$
$\therefore x = -40$	$\therefore x = 30$

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 30 মিটার

এবং প্রস্থ $= \frac{30 + 10}{2}$ [(iii) হতে]

$= \frac{40}{2}$ মি. = 20 মি.

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার **(Ans.)**

গ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মি. চওড়া প্রাচীর নির্মাণ করতে হবে।

প্রাচীরসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= (30 + 2 \times 2)$ মি.

$= 34$ মি.

” ” প্রস্থ $= (20 + 2 \times 2)$ মি.

$= 24$ মি.

$\therefore$ ” ” ক্ষেত্রফল $= (34 \times 24)$ ব. মি.

$= 816$ ব. মি.

আবার, প্রাচীরবাদে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = 600 বর্গ মি.

$\therefore$ প্রাচীরের ক্ষেত্রফল

= প্রাচীরসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল – প্রাচীরবাদে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

= (816 – 600) বর্গ মি.

= 216 বর্গ মি.

∴ প্রাচীরের আয়তন = প্রাচীরের ক্ষেত্রফল × প্রাচীরের উচ্চতা

= (216 × 2) ঘন মি.

= 432 ঘন মি.

দেওয়া আছে, ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি. = 0·25 মি.

" প্রস্থ = 15 সে.মি. = 0·15 মি.

ইটের উচ্চতা = 10 সে. মি. = 0·10 মি.

ইটের আয়তন = (0·25 × 0·15 × 0·10) ঘন মি.

= 0·00375 ঘন মি.

∴ প্রাচীরটি নির্মাণ করতে ইট লাগবে = $\frac{\text{প্রাচীরের আয়তন}}{\text{ইটের আয়তন}}$

= $\frac{432}{0{\cdot}00375}$ টি

= 115200 টি

প্রাচীর নির্মাণ করতে 115200টি ইট লাগবে **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার, প্রস্থ y মিটার।

ক. আয়তক্ষেত্রটির অর্ধ পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য x এবং y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কোনো বর্গের পরিসীমার সমান হলে, বর্গটির ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার

" প্রস্থ y মিটার

পরিসীমা = 2(x + y) মিটার

অর্ধপরিসীমা = (x + y) মিটার **(Ans.)**

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার **(Ans.)**

খ. শর্তমতে, xy = 300 ....(i)

এবং $(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ ....(ii)

বা, $x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + y^2 + 100 + 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, 20x + 20y = 100 + 2 × 300 = 700 [(i) হতে]

বা, x + y = 35

বা, $x + \frac{300}{x} = 35$ $\left[\text{(i) হতে } y = \frac{300}{x}\right]$

বা, $x^2 + 300 = 35x$

বা, $x^2 - 35x + 300 = 0$

বা, $x^2 - 20x - 15x + 300 = 0$

বা, x(x – 20) – 15(x – 20) = 0

বা, (x – 20) (x – 15) = 0

∴ x = 20 বা, x = 15

x = 20 হলে দৈর্ঘ্য = 20 মিটার, প্রস্থ = 15 মিটার

x = 15 হলে দৈর্ঘ্য = 15 মি. প্রস্থ = 20 মি. যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য > প্রস্থ।

দৈর্ঘ্য = 20 মি. ও প্রস্থ = 15 মি. **(Ans.)**

গ. আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

= $\sqrt{20^2 + 15^2}$ মিটার

= 25 মিটার

∴ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = 25 × 2 = 50 মিটার

শর্তমতে, বর্গের পরিসীমা = 50 মিটার

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{50}{4} = 12{\cdot}5$ মিটার

∴ বর্গটির ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক

= $(12{\cdot}5)^2$ বর্গমিটার

= 156·25 বর্গমিটার **(Ans.)**

∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ একক

= $12{\cdot}5\sqrt{2}$ মি. = 17·68 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৯ ▸ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 বেশি।

ক. আয়তক্ষেত্রের অর্ধপরিসীমা কাকে বলে এবং এর সূত্রটি লেখ। ২

খ. উদ্দীপক সাপেক্ষে সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণের সাপেক্ষে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. xy = 300 এবং $(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$

গ. দৈর্ঘ্য 20 মিটার ও প্রস্থ 15 মিটার

প্রশ্ন–১০ ▸ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y যেখানে x > y সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর 64।

ক. সংখ্যা দুইটির অন্তর 2 হলে সমষ্টি কত? ২

খ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হয় তবে ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. x + y = 32; খ. x = 17, y = 15

গ. ক্ষেত্রফল 225 বর্গমিটার, কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{514}$ মিটার এবং পরিসীমা 64 মিটার।

প্রশ্ন–১১ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অপেক্ষা যথাক্রমে 4 মিটার ও 1 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 50 বর্গমিটার।

ক. প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y ধরে সমীকরণ দুইটি লেখ। ২

খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হয়। তবে উক্ত বর্গক্ষেত্রের বর্গের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $xy = 24, x + 4y = 22$ খ. $(x, y) = (6, 4)\left(16, \frac{3}{2}\right)$

গ. $5\sqrt{2}$

অনুশীলনী ৫.৬

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোট**

সূচকীয় সমীকরণে উভয়পক্ষে ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।

সমীকরণ জোটে যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

জেনে রাখ

(১) যেকোনো সংখ্যার সূচক বা ঘাত শূন্য (0) হলে তার মান 1.

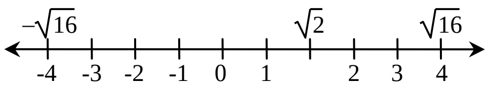
যথা $a^\circ = 1, (-2a)^\circ = 1, \left(\frac{x}{5}\right)^\circ = 1, \left(\frac{2x^2}{3x+12}\right)^\circ = 1$ কিন্তু 0° অসংজ্ঞায়িত।

(২) $y^{-2} = \frac{1}{9}$ হলে $y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3$ [± sign হয়েছে দ্বিঘাত সমীকরণের জন্য, বর্গমূল (√) এর জন্য নয়]

(৩) যেকোনো ধনাত্মক সংখ্যার বর্গমূল সর্বদা ধনাত্মক।

আরো জেনে রাখ

সংখ্যারেখায় দেখা যায় $\sqrt{2}$ (1.732) এর অবস্থান শূন্য (0) হতে ডানদিকে অর্থাৎ ধনাত্মক। অনুরূপভাবে $\sqrt{16}$ এর সর্বদা ধনাত্মক এ কারণেই সংখ্যারেখায় $\sqrt{16}$ ডানদিকে কিন্তু $-\sqrt{16}$ শূন্য (0) হতে বামদিকে অবস্থিত।



সর্বদা শূন্য (0)

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $\mathbf{2^x + 3^y = 31}$

$\mathbf{2^x - 3^y = -23}$

সমাধান : $2^x + 3^y = 31$ ....(i)

$2^x - 3^y = -23$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2.2^x = 8$

বা, $2^x = 2^2$

বা, $x = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$2.3^y = 54$

বা, $3^y = 27$

বা, $3^y = 3^3$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\mathbf{3^x = 9^y}$

$\mathbf{5^{x+y+1} = 25^{xy}}$

সমাধান: $3^x = 9^y$ ....(i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$3^x = (3^2)^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

$\therefore x = 2y$ ....(iii)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$5^{x+y+1} = 5^{2xy}$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x + y + 1 = 2xy$

বা, $x + y + 1 - 2xy = 0$

বা, $2y + y + 1 - 2y.\ 2y = 0$ [(iii) হতে]

বা, $3y + 1 - 4y^2 = 0$

বা, $-4y^2 + 3y + 1 = 0$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$ [(–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y-1) + 1(y-1) = 0$

বা, $(y-1)(4y+1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore y = 1$ বা, $4y = -1$

$\therefore y = -\frac{1}{4}$

এখন, y এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$y = 1$ হলে, $x = 2.1$

$\therefore x = 2$

এবং $y = -\frac{1}{4}$ হলে, $x = 2.\left(-\frac{1}{4}\right)$

বা, $x = -\frac{2}{4}$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $3^x.9^y = 81$

$2x - y = 8$

সমাধান : $3^x.9^y = 81$ ....(i)

$2x - y = 8$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$3^x.9^y = 81$

বা, $3^x.(3^2)^y\ 3^4$ [$\because 3^4 = 81$]

বা, $3^x.3^{2y} = 3^4$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $3^{x+2y} = 3^4$ [$\because a^m.a^n = a^{m+n}$]

বা, $x + 2y = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x + 2y - 4 = 0$ ....(iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$2x - y = 8$

বা, $2x - y - 8 = 0$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই

$$\frac{x}{2\times(-8)-(-4)\times(-1)} = \frac{y}{(-4)\times 2-(-8)\times 1} = \frac{1}{1\times(-1)-2\times 2}$$

বা, $\frac{x}{-16-4} = \frac{y}{-8+8} = \frac{1}{-1-4}$

বা, $\frac{x}{-20} = \frac{y}{0} = \frac{1}{-5}$

$\therefore x = 4, y = 0$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 0)$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $2^x.3^y = 18$

$2^{2x}.\ 3^y = 36$

সমাধান : $2^x.3^y = 18$ ....(i)

$2^{2x}.\ 3^y = 36$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে (i) ভাগ করে পাই,

$\frac{2^{2x}.3^y}{2^x.3^y} = \frac{36}{18}$

বা, $\frac{2^{2x}}{2^x} = 2$

বা, $2^{2x-x} = 2$

বা, $2^x = 2^1$

$\therefore x = 1$

এখন x এর মান সমীকরণ (i) –এ বসিয়ে পাই,

$2^1.3^y = 18$

বা, $2.3^y = 18$

বা, $3^y = 9$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3^y = 3^2$

$\therefore y = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $a^x.a^{y+1} = a^7$

$a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20}$

সমাধান: $a^x.a^{y+1} = a^7$ ....(i)

$a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20}$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$a^x.a^{y+1} = a^7$

বা, $a^{x+y+1} = a^7$ [$\because a^m.a^n = a^{m+n}$]

বা, $x + y + 1 = 7$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x + y = 6$

$\therefore x + y - 60 = 0$ ....(iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20}$

বা, $a^{2y+3x+5} = a^{20}$

বা, $3x + 2y + 5 = 20$

বা, $3x + 2y = 20 - 5$

বা, $3x + 2y = 15$

$\therefore 3x + 2y - 15 = 0$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতি অনুসারে,

$$\frac{x}{1\times(-15)-(-6)\times 2} = \frac{y}{(-6)\times 3-(-15)\times 1} = \frac{1}{1\times 2-3\times 1}$$

বা, $\frac{x}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$

$\therefore x = 3$ এবং $y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 3)$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\left.\begin{array}{l} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{array}\right\} (y \neq 1)$

সমাধান : $y^x = x^2$ ....(i)

$x^{2x} = y^4$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) হতে]

বা, $y^{x^2} = y^4$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

এবং $x = -2$ হলে, $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm\frac{1}{2})$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $y^x = 4$

$y^2 = 2^x$

সমাধান : $y^x = 4$ .... (i)

$y^2 = 2^x$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয়পক্ষের ঘাত x–এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$ [$(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$ [$(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [(i) থেকে y এর মান বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = 2^{x^2}$

বা, $2^4 = 2^{x^2}$ [$(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$ [বর্গমূল করে]

এখন, x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই

যখন $x = 2$	যখন $x = -2$
তখন $y^2 = 4$	তখন $y^{-2} = 4$
$\therefore y = \pm 2$	বা, $\frac{1}{y^2} = 4$
	বা, $y^2 = \frac{1}{4}$
	$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm\frac{1}{2})$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $4^x = 2^y$

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

সমাধান : $4^x = 2^y$ ....(i)

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

$\therefore 2x = y$ ....(iii) [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2y+2}$

বা, $3xy = 2y + 2$

বা, $3x.2x = 2.2x + 2$ [(iii) হতে]

বা, $6x^2 = 4x + 2$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

বা, $3x^2 - 2x - 1 = 0$

বা, $3x^2 - 3x + x - 1 = 0$

বা, $3x(x - 1) + 1(x - 1) = 0$

বা, $(x - 1)(3x + 1) = 0$

হয় $x - 1 = 0$	অথবা, $3x + 1 = 0$
$\therefore x = 1$	বা, $3x = -1$
	$\therefore x = -\frac{1}{3}$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 2.1$

$\therefore y = 2$

এবং $x = \frac{-1}{3}$ হলে, $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right)$

$\therefore y = -\frac{2}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$

সমাধান : $8y^x - y^{2x} = 16$ ....(i)

$2^x = y^2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$8y^x - y^{2x} - 16 = 0$

বা, $-y^{2x} + 8y^x - 16 = 0$

বা, $y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + (4)^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

বা, $y^x - 4 = 0$

বা, $y^x = 4$

বা, $y^x = 2^2$

বা, $(y^x)^{\frac{1}{x}} = (2^2)^{\frac{1}{x}}$

$\therefore y = 2^{\frac{2}{x}}$ ....(iii)

y এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$2^x = \left(2^{\frac{2}{x}}\right)^2$

বা, $2^x = 2^{\frac{4}{x}}$

বা, $x = \frac{4}{x}$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

x এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $2^2 = y^2$

বা, $4 = y^2$

বা, $y = \pm 2$

এবং $x = -2$ হলে, $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{2^2}$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm\frac{1}{2})$

৫·৬ : দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ সেট

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $8.2^{xy} = 4^y$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $3 - xy = 2y$ ● $2y - xy = 3$
ⓖ $2y + xy = 3$ ⓘ $3 + xy = 2y$

২. $9^x .3^{xy} = \frac{1}{27}$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $2x + xy = 3$ ⓛ $2x - xy = -3$
● $2x + xy = -3$ ⓘ $2x + xy = 0$

৩. $8.2^{xy} = 4^y$ এবং $x = -1$ হলে, y এর মান কত? (কঠিন)

● 1 ⓛ 0 ⓖ −1 ⓘ −2

৪. $2^x + 3^y = 31, 2^x - 3^y = -23$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত? (কঠিন)

● (2, 3) ⓛ (3, 2) ⓖ (−2, 3) ⓘ (−3, −2)

৫. $2^x.3^y = 18.\ 2^{2x}.3^y = 36$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান (x, y) = কত? (কঠিন)

ⓚ (1, −2) ⓛ (−1, −2) ● (1, 2) ⓘ (0, 1)

৬. $(27)^{xy} = 9^{y+1}$ এবং $y = 2$ হলে, x এর মান কত? (সহজ)

ⓚ −2 ⓛ 0 ● 1 ⓘ 3

৭. $y^x = 4$ এবং $y^2 = 2^x$ হলে, x = ? (মধ্যম)

ⓚ ± 1 ● ± 2 ⓖ ± 3 ⓘ ± 4

৮. $x^y = y^2, y^{2y} = x^4$
সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ (2, 2), (4, 2) ● $(-2, 2), (\frac{1}{2}, -2)$
ⓖ (4, 2), (2, −2) ⓘ $(-\frac{1}{2}, 4), (-4, 12)$

৯. $p^x.p^{y+1} = p^7$; $p^{2y}.p^{3x+5} = p^2$
সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ (1, 1) ⓛ (2, 2) ● (3, 3) ⓘ (−4, 4)

১০. $p^x.q^y = pq^2, p^m.q^y = p^2q^2$
সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ (3, 1) ⓛ (1, 1) ● (1, 2) ⓘ (2, 1)

১১. $2^x.3^y = 18, 2^m.3^y = 36$
উপরিউক্ত সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

● (1, 2) ⓛ (2, 1) ⓖ (3, 2) ⓘ (4, 2)

১২. $2^{mx-1} = 2p^{mx-2}$ সমীকরণটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{m}{2}$ ⓛ $\frac{-m}{2}$ ⓖ m ● $\frac{2}{m}$

১৩. $8{\cdot}2^{xy} = 4^y$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $xy + 4y = 8$ ⓛ $8 + xy = 4y$
ⓖ $2xy + 4y = 4$ ● $3 + xy = 2y$

১৪. $27^x{\cdot}3^{xy} = \frac{1}{81}$ হলে, $3x + xy$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ − 3 ● − 4 ⓖ 4 ⓘ 9

১৫. $2^x + 3^y = 31$ এবং $2^x - 3^y = -23$ হলে (x, y) = কত? (কঠিন)

● (2, 3) ⓛ (3, 2) ⓖ (3, 4) ⓘ (2, − 3)

১৬. $3^x = 9^y, 5^{x+y+1} = 25^{xy}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $x = 2y$ ⓛ $2x = y$ ⓖ $x = -2y$ ⓘ $x = 3y$

১৭. $3^x . 9^y = 81, 2x - y = 8$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

$2x + 3y = 27$ ● $x + 2y - 4 = 0$
$x + 2y + 4 = 0$ $2x + y - 4 = 0$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. $y^y = x^y$ সমীকরণে–

i. $y = 1$ হলে $x = 1$ ii. $y = 2$ হলে $x = \pm 2$
iii. $y = 2$ হলে $x = \pm 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৯. $y^{2y} = x^4$ সূচকীয় সমীকরণে–

i. $x = 0$ হলে $y = 0$ ii. $x = 2$ হলে $y = 2$
iii. $y = 2$ হলে $x = 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

২০. $x^y = y^2$ এবং $y^{2y} = x^4$ $(x \neq 1)$ হলে–

i. $x^{y^2} = y^{2y}$
ii. $y = \pm 2$
iii. x এর 4টি মান বা মূল পাওয়া যাবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২১. $3^x.9^y = 81, 2x - y = 8$ হলে–

i. $x + 2y = 4$ ii. $y = 2x - 8$
iii. $(x, y) = (4, 0)$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২২. $a^{2y}. a^{3x+5} = a^{20}$ সমীকরণকে লেখা যায়–

i. $2x + 3y + 20 = 0$ ii. $3x + 2y - 15 = 0$
iii. $2y + 3x + 5 = 20$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ – ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$18y^x - y^{2x} = 81$ এবং $3^x = y^2$

২৩. প্রথম সমীকরণ থেকে y^x এর মান কোনটি? (সহজ)

ক 2　খ 3　গ 6　● 9

২৪. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ±1　● ±2　গ ±4　ঘ ±16

২৫. $x > 0, y > 0$ হলে, (x, y) = কত? (কঠিন)

● (2, 3)　খ $(\sqrt{3}, 2)$　গ (9, 2)　ঘ (6, 2)

নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো সমীকরণ জোটের সমাধান $(x, y) = (1, 2)$ হলে এর একটি সমীকরণ $(27)^{xy} = 9^{y+1}$

২৬. অপর সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ক $x^4 = y^2$　● $4^x = 2^y$　গ $y^2 = 2^x$　ঘ $y^x = x^2$

২৭. উক্ত সমীকরণ জোটের অপর সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$　● $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$　গ $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$　ঘ $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ – ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$y^x = x^2, x^{2x} = y^4\} \; y \neq 1$

২৮. সমীকরণদ্বয় হতে লেখা যায়? (মধ্যম)

ক $x^2 = 2$　খ $x = 4$　গ $x^2 = 3$　● $x^2 = 4$

২৯. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x = 4$　খ $x = \pm 4$　গ $x = 2$　● $x = \pm 2$

৩০. y এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $y = \pm 2$　খ $y = 2$　● $y = \pm\frac{1}{2}$　ঘ $y = \frac{1}{2}$

৩১. $9^x \cdot 3^{xy} = \frac{1}{27}$ হলে, $2x + xy$ = কত?

ক – 9　● – 3　গ 3　ঘ 6

৩২. $3^x \cdot 9^y = 81$ হলে, $x + 2y$ এর মান কত?

ক 3　খ 2　গ – 4　● 4

৩৩. $x^{2x} = y^4$ এবং $x = 2$ হলে, y = কত?

ক 1　● 2　গ 3　ঘ 4

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4^x - 3.2^{x+2} + 2^5 = 0$ একটি সূচকীয় সমীকরণ এবং $2^x = y$

৩৪. $y^2 - 12y$ = কত?

● – 32　খ 32　গ 16　ঘ – 8

৩৫. y এর মান কত?

● 4, 8　খ – 4, – 8　গ – 4, 8　ঘ 4, – 8

৩৬. x এর মান কত?

ক – 2, – 3　খ – 2, 3　গ 2, – 3　● 2, 3

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭ ও ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

৩৭. $4^x = a$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণটি দাঁড়ায়–

● $4a^2 - 10a + 4 = 0$　খ $4a^2 + 4 = 5a$

গ $2a + \frac{4}{a} = 10$　ঘ $2a + \frac{a}{4} = 5$

৩৮. $4a^2 + 4 = 10a$ সমীকরণটি a এর মান কত?

● $2, -\frac{1}{2}$　খ $2, \frac{1}{2}$　গ $-2, \frac{1}{2}$　ঘ $\frac{1}{2}, 2$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ (i) $4^p = 2^q, (27)^{pq} = 9^{q+1}$

(ii) $18^{qp} - q^{2p} = 81, 3^p = q^2$

ক. i এর ২য় সমীকরণটির q কে p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. i নং সমীকরণদ্বয় হতে p, q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ii নং সমীকরণকে সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ২য় সমীকরণটি হলো, $(27)^{pq} = 9^{q+1}$

বা, $3^{3pq} = 3^{2(q+1)}$

বা, $3^{pq} = 2(q + 1)$

বা, $3^{pq} = 2q + 2$

বা, $3^{pq} - 2q = 2$

বা, $q(3p - 2) = 2$

$\therefore q = \frac{2}{3p - 2}$

খ. ক থেকে পাই, $q = \frac{2}{3p-2}$

উদ্দীপক অনুযায়ী (i) নং সমীকরণ, $4^p = 2^q$

বা, $2^{2p} = 2^q$

বা, $2p = q$

বা, $q = 2p$

বা, $\frac{2}{3p-2} = 2p$ [(i) নং হতে]

বা, $6p^2 - 4p = 2$

বা, $2(3p^2 - 2p) = 2$

বা, $3p^2 - 2p - 1 = 0$

বা, $3p^2 - 3p + p - 1 = 0$

বা, $3p(p - 1) + 1(p - 1) = 0$

বা, $(p - 1)(3p + 1) = 0$

$\therefore p = 1$ অথবা $p = -\frac{1}{3}$

(i) নং এ মান বসিয়ে

$p = 1$ হলে, $q = 2. 1 = 2$

$p = -\frac{1}{3}$ হলে, $q = 2(-\frac{1}{3}) = -\frac{2}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(p, q) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

গ. উদ্দীপক অনুসারে, (ii) নং সমীকরণ

$18^{qp} - q^{2p} = 81$

$3^p = q^2$

এখন,

$18q^p - q^{2p} = 81$

বা, $18q^p - q^{2p} - 81 = 0$

বা, $(q^p)^2 - 2.q^p.9 + (9)^2 = 0$

বা, $(q^p - 9)^2 = 0$

বা, $(q^p - 9)^2 = 0$

$\therefore\ q^p = 3^2$

আবার,

$3^p = q^2$

বা, $(3^p)^p = (q^2)^p$

বা, $3^{p^2} = q^{2p}$

বা, $3^{p^2} = \left(q^p\right)^2$

বা, $3^{p^2} = \left(3^2\right)^2$

বা, $3^{p^2} = 3^4$

বা, $p^2 = 4$

$\therefore p = \pm 2$

$p = 2$ হলে, $q^2 = 3^2 = 9$

$\therefore q = \pm 3$

$p = -2$ হলে, $q^2 = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$\therefore q = \pm\frac{1}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(p, q) = (2, 3)\ (2, -3)\ (-2, \frac{1}{3}), (-2, -\frac{1}{3})$

প্রশ্ন–২ ▸ $\left.\begin{array}{l}\mathbf{4^x = 2^y}\\ \mathbf{(27)^{xy} = 9^{y+1}}\end{array}\right\}$ **একটি সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সরল সমীকরণ জোট থেকে দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর এবং উক্ত সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. সূচকীয় সমীকরণ জোটের সমাধানের শুদ্ধতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $4^x = 2^y$

বা, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2x = y$ [$\because$ ($a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore 2x - y = 0$

আবার, $(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2y+2}$

বা, $3xy = 2y + 2$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

$\therefore$ সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট $2x - y = 0$

$3xy = 2y + 2$

খ. অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮ এর সমাধান দেখ।

গ. সূচকীয় সমীকরণের জোটের ক্ষেত্রে,

$x + 1$, হলে $2.x = 2.1 = 2$

$x = \frac{1}{3}$ হলে $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$(x, y) = (1, 2)$ এর জন্য $4^1 = 2^2 = 4$

$(27)^{1.2} = (27)^2 = 3^6$

আবার, $9^{y+1} = 9^{2+1} = 9^3 = 3^6$

আবার, $(x, y) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$ এর জন্য $4^{\left(-\frac{1}{3}\right)} = 2^{\left(-\frac{2}{3}\right)}$

আবার, $(27)^{-\frac{1}{3}.\left(\frac{-2}{3}\right)} = 27^{\frac{2}{9}} = 3^{3.\frac{2}{9}} = 3^{\frac{2}{3}}$

এবং $9^{y+1} = 9^{-\frac{2}{3}+1} = 9^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$

$\therefore$ সমীকরণ জোটের শুদ্ধতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন–৩ ▸ **(1) $3^x = 9^y$**

(2) $5^{x+y+1} = 25^{xy}$

(3) $y^x = 4, y^2 = 2^x$

ক. (1) হতে x কে y এর মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. (1) ও (2) হতে (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (3) এর সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $3^x = 9^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

বা, $x = 2y$

খ. ক' হতে প্রাপ্ত $x = 2y$ ....(i)

আবার (2) নং হতে

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

বা, $x + y + 1 = 2xy$

বা, $2y + y + 1 = 2.2y.y$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$

বা, $(y - 1)(4y + 1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore y = 1$ $\therefore y = -\frac{1}{4}$

$y = 1$ হলে, $x = 2 \times 1 = 2$

$y = -\frac{1}{4}$ হলে $x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1)\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

গ. দেওয়া আছে,

$y^x = 4$ ....(i)

এবং $y^2 = 2^x$ ....(ii)

(i) থেকে পাই,

$y^x = 4$

বা, $(y^x)^2 = 4^2$ [বর্গ করে]

বা, $y^{2x} = (2^2)^2$

বা, $(y^2)^x = 2^4$

বা, $(2^x)^x = 2^4$ [(iii) এর মান বসিয়ে]

বা, $2x^2 = 2^4$

বা, $x^2 = 4$

বা, $x = \pm 2$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y^2 = 2^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

$x = -2$ হলে, $y^2 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm2), (-2, \pm\frac{1}{2})$

প্রশ্ন–৪ ▸ $\left.\begin{matrix} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{matrix}\right\}$ **এবং** $\left.\begin{matrix} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{matrix}\right\}$ $y \neq 1$ **দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

প্রথম সমীকরণ জোট,

$y^x = x^2$ ....(i)

$x^{2x} = y^4$ ....(ii)

(ii) নং হতে পাই,

$x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm2$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$

তখন, $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm2$

আবার, যখন, $x = -2$

তখন, $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$

গ. দেওয়া আছে,

$y^x = 4$ ....(iii)

$y^2 = 2^x$ ....(iv)

(iv) থেকে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [(iii) এর মান বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = 2^{x^2}$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm2$

(iii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$ তখন, $y^2 = 4$

বা, $y = \pm2$

আবার যখন, $x = -2$ তখন $y^{-2} = 4$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2 -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$

সুতরাং দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৫ ▸ $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$ **একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।**

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে প্রমাণ কর যে, $y^x = 4$ ২

খ. সমীকরণ জোট থেকে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$8y^x - y^{2x} = 16$ ....(i)

$2^x = y^2$ ....(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + (4)^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$\therefore y^x = 4$ **(প্রমাণিত)**

খ. 'ক' এর (ii) থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$

বা, $2^{x^2} = y^{2x}$

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$

বা, $2^{x^2} = 4^2$ ['ক' এর সমাধান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$

বা, $x = \pm2$ **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$

তখন, $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

বা, $y = \pm 2$

যখন, $x = -2$

তখন, $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore\ y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$

প্রশ্ন–৬ ▸ **(1) $3^x \cdot 9^y = 81$ (2) $a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20}$ (3) $8y^x - y^{2x} = 16$; $2^x = y^2$.**

ক. (2) হতে x ও y এর সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

খ. (1) ও (2) হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. (3) এর সমীকরণদ্বয় সমাধান কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. 2 নং থেকে পাই,

$a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20}$

বা, $a^{3x+y+2y} = a^{20}$

বা, $3x + 3y = 20$

বা, $3x = 20 - 3y$

$\therefore\ x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$ এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ. 1 নং থেকে পাই,

$3^x \cdot 9^y = 81$

বা, $3^x \cdot 3^{2y} = 81$

বা, $3^{x+2y} = 3^4$

বা, $x + 2y = 4$

$\therefore\ x = 4 - 2y$ ....(i)

'ক' থেকে পাই, $x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$ ....(ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$4 - 2y = \frac{1}{3}(20 - 3y)$

বা, $12 - 6y = 20 - 3y$

বা, $-6y + 3y = 20 - 12$

বা, $-3y = 8$

$\therefore\ y = -\frac{8}{3}$

(i) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 4 - 2\left(-\frac{8}{3}\right)$

বা, $x = \frac{12 + 16}{3}$

$\therefore\ x = \frac{28}{3}$

$(x, y) = \left(\frac{28}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ **(Ans.)**

গ. 3 নং থেকে পাই,

$8y^2 - y^x = 16$ ....(i)

$2^x = y^2$ ....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$\therefore\ y^x = 4$ ....(iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $2^{x^2} = y^{2x}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n$]

বা, $2^{x^2} = 4^2$ [(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore\ x = \pm 2$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore\ y = \pm 2$

যখন $x = -2$ তখন $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore\ y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right)\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৭ ▸ $\left.\begin{array}{l} a^x \cdot a^{y+1} = a^7 \\ a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20} \end{array}\right\}$ এবং $\begin{array}{l} a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = a^{10} \\ a^{2x} \cdot a^{y+1} = a^9 \end{array}$ **দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।**

ক. ১ম সমীকরণ জোট থেকে দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ১ম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $x + y - 6 = 0$ এবং $3x + 2y - 15 = 0$ খ. $(x, y) = (3, 3)$; গ. $(x, y) = (3, 2)$

প্রশ্ন–৮ ▸ নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর :

$3^x = 9^y$ … … … … … … … … (i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ ……………… (ii)

$y^x = 4$, $y^2 = z^x$ … … … … … (iii)

ক. (i) হতে x কে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. (i) ও (ii) নং হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. (iii) নং সমীকরণদ্বয়কে সমাধান কর। ৪

উত্তর : ক. $x = 2y$; খ. $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$; গ. $(x, y) = (2, \pm 2), \left(-2, \frac{1}{2}\right)$

অনুশীলনী ৫.৭

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধান**

মনে করি, $y = ax^2 + bx + c$, তাহলে, x এর যে সকল মানের জন্য $y = 0$ হবে অর্থাৎ লেখচিত্রটি x-অক্ষকে ছেদ করবে, x-এর ঐ সকল মানই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে b এর মান কোনটি?

ক 0　খ 1

● –1　ঘ 3

২. $16^x = 4^{x+1}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ক 2　● 1　গ 4　ঘ 3

৩. $x^2 - x - 13 = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল কোনটি?

ক $\frac{-1+\sqrt{+51}}{2}$　খ $\frac{-1-\sqrt{51}}{2}$

গ $\frac{1+\sqrt{-51}}{2}$　● $\frac{1+\sqrt{53}}{2}$

৪. $y^x = 9$, $y^2 = 3^x$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান

ক $(-3, -3)$　খ $\left(2, \frac{1}{3}\right)$

● $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$　ঘ $(-2, 3)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30।

৫. সংখ্যা দুইটি কা কা?

ⓚ 1 এবং 30 ⓛ 2 এবং 15

● 5 এবং 6 ⓜ 5 এবং – 6

৬. সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

ⓚ 1 ⓛ 5 ● 61 ⓜ $\sqrt{41}$

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ে 41 এর পরিবর্তে 61 হবে]

৭. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 6। সম্ভাব্য সমীকরণটি গঠন করলে হয়–

i. $x + \frac{1}{x} = 6$ ii. $x^2 + 1 = 6x$

iii. $x^2 - 6x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৮. $2^{px-1} = 2q^{px-2}$ এর সমাধান কোনটি?

ⓚ $\frac{p}{2}$ ⓛ p ⓜ $-\frac{p}{2}$ ● $\frac{2}{p}$

লেখচিত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর :

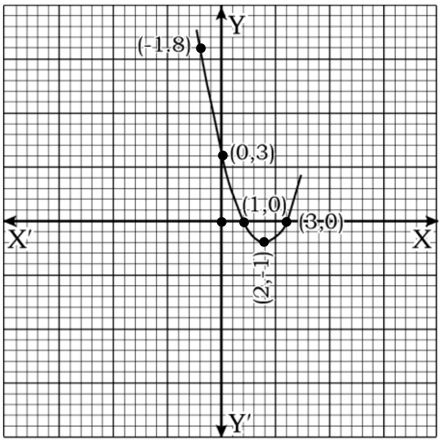
প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $x^2 - 4x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 4x + 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–1	0	1	2	3
y	8	3	0	–1	0

বর্গের ক্ষুদ্রতম 2 বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (1, 0) ও (3, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 1 বা x = 3

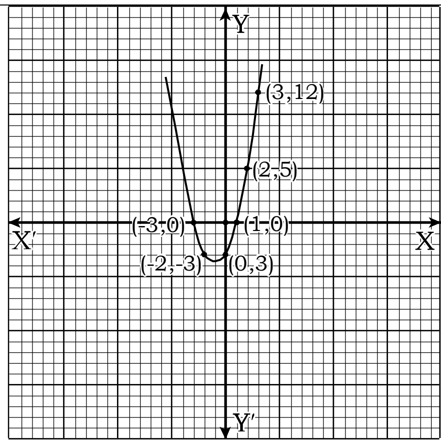
প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $x^2 + 2x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0	–3	–4	–3	0	5	12

বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (1, 0), (–3, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 1 বা x = –3

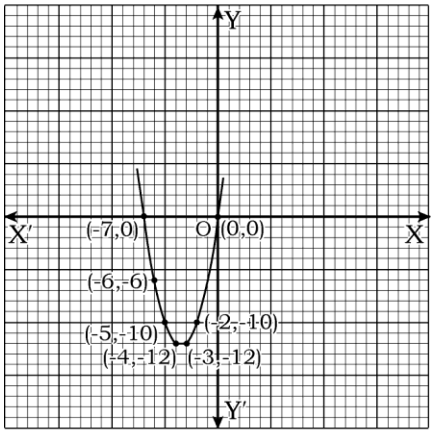
প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x^2 + 7x = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 7x$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–7	–6	–5	–4	–3	–2	0
y	0	–6	–10	–12	–12	–10	0

বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (0, 0) ও (– 7, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 0, –7

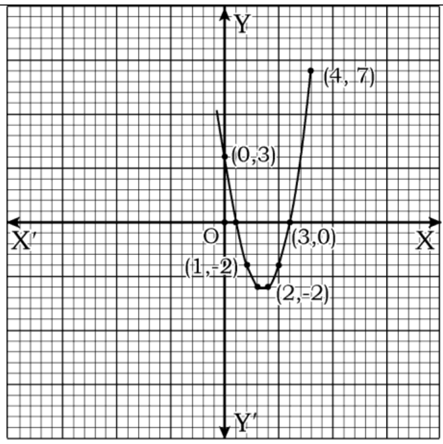
প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 7x + 3$

সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4
y	3	–2	–3	0	7

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (0.5, 0) ও (3, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 0.5, 3

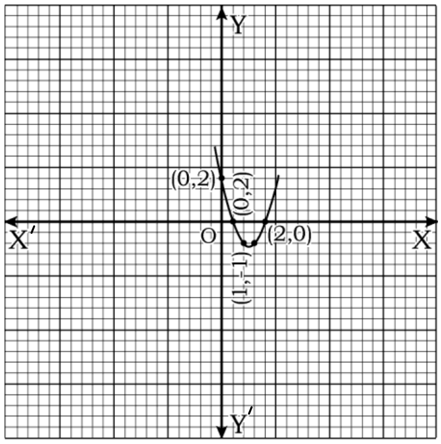
প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 2$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	2
y	2	0	–1	0

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (0.5 , 0) , (2, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 0.5 ‚ 2

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $x^2 + 8x + 16 = 0$

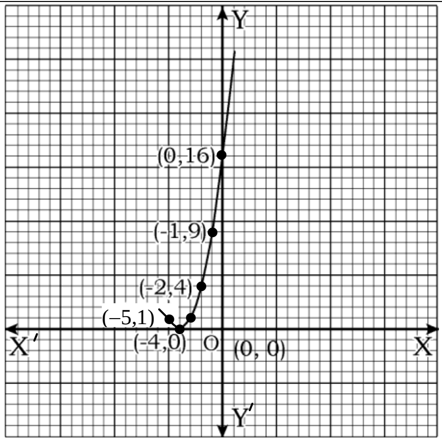
সমাধান : মনে করি,

$$y = x^2 + 8x + 16$$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–5	–4	–3	–2	–1	0
y	1	0	1	4	9	16

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় লেখচিত্রটি x অক্ষকে (– 4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণে দুটি মূল থাকে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = – 4, x = – 4

নির্ণেয় সমাধান : x = – 4, x = – 4

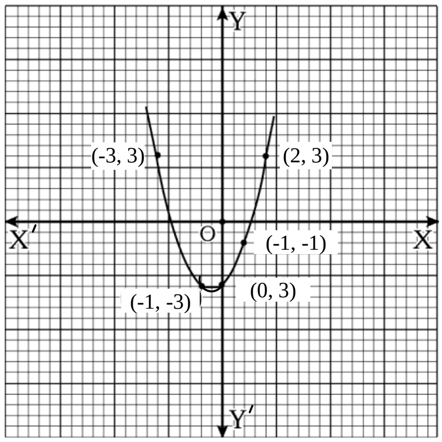
প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $x^2 + x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + x - 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–1	2	0	– 3	1
y	–3	3	–3	3	–1

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (–2.3 , 0) এবং (1.3 , 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = –2.3 (প্রায়) বা, x = 1.3 (প্রায়)

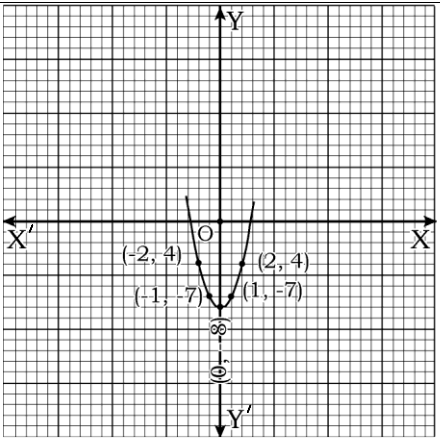
প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $x^2 = 8$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 8$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান দিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–2	–1	0	1	2
y	–4	–7	–8	–7	–4

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গকে 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গকে 1 একক ধরে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় লেখচিত্রটি x–অক্ষকে মোটামুটি (–2.83, 0) ও (2.83, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = –2.83 বা x = 2.83

নির্ণেয় সমাধান : x = –2.83 (প্রায়) বা, x = 2.83 (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে ১ম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. ২য় সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

সমাধান :

ক. মনে করি, সংখ্যাটি = x

শর্তমতে, $2x^2 = 5x - 3$

বা, $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ....(i)

আবার, $3x^2 = 5x + 3$

বা, $3x^2 - 5x - 3 = 0$ ....(ii)

খ. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়।

a = 2, b = – 5, c = 3

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{4}$$

হয়, $x = \frac{5+1}{4}$ $= \frac{6}{4}$ $\therefore x = \frac{3}{2}$

অথবা, $x = \frac{5-1}{4}$ $= \frac{4}{4}$ $\therefore x = 1$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{3}{2}$ এবং $x_2 = 1$

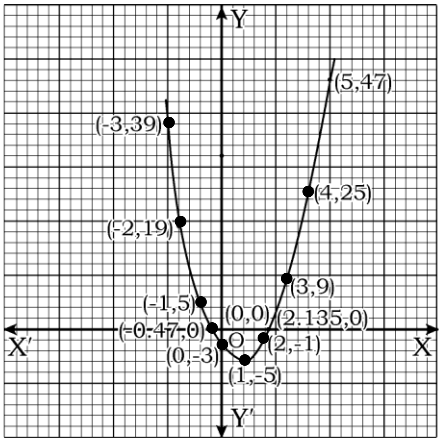
গ. মনে করি, $y = 3x^2 - 5x - 3$

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	–3	–2	1	–0.47	0	1	2	2.135	3	4	5
y	39	19	5	0	–3	–5	–1	–7	9	25	47

উপরের সমীকরণটিতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

X–অক্ষে প্রতি 2 বর্গকে = 1 একক ধরে Y-অক্ষে প্রতি বর্গকে = 2 একক ধরে



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, প্রদত্ত সমীকরণটি একটি পরাবৃত্ত। পরাবৃত্তটি (– 0. 47, 0) এবং (2.13, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

সমীকরণটির সমাধান x = – 0.47, 2.13 (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ জনাব আশফাক আলীর আয়তাকার এক খন্ড জমির ক্ষেত্রফল 0.12 হেক্টর। জমিটির অর্ধপরিসীমা এর একটি কর্ণ অপেক্ষা 20 মিটার বেশি। তিনি তার জমি থেকে শ্যামবাবুর নিকট এক আয়তাকার তৃতীয়াংশ বিক্রি করেন। শ্যামবাবুর জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি। [১ হেক্টর = ১০,০০০ বর্গমিটার]

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. শ্যামবাবুর জমিটির কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

সমাধান :

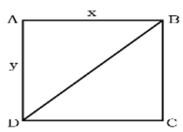
ক. মনে করি, আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য = x মিটার

,, ,, ,, প্রস্থ = y মিটার

ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, xy = 0.12 × 10,000

= 1200 বর্গমিটার



xy = 1200 ....(i)

$20 + \sqrt{x^2 + y^2} = (x + y)$ ....(ii)

খ. (ii) হতে পাই,

$\sqrt{x^2 + y^2} + 20 = x + y$

বা, $(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = \{(x + y) - 20\}^2$

বা, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 40(x + y) + 400$

বা, $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 40x - 40y + 400$

বা, $2xy - 40(x + y) + 400 = 0$

বা, $40(x + y) = 2800$

বা, $x + y = 70$

$\therefore y = 70 - x$

(i) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$x(70 - x) = 1200$

বা, $70x - x^2 - 1200 = 0$

বা, $x^2 - 70x + 1200 = 0$

বা, $x^2 - 40x - 30x + 1200 = 0$

বা, $(x - 40)(x - 30) = 0$

$\therefore x = 40, 30$

(i) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 40$ হলে, $y = 30$

$x = 30$ হলে, $y = 40$

কিন্তু দৈর্ঘ্য > প্রস্থ

$\therefore x = 40$ এবং $y = 30$

আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য 40 মি. এবং প্রস্থ 30 মি. **(Ans.)**

গ. ধরি, শ্যামবাবুর জমির প্রস্থ = x মি.

∴ ,, ,, দৈর্ঘ্য = (x + 5) মি.

∴ জমির ক্ষেত্রফল = x(x + 5) বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $x(x + 5) = \frac{1}{3} \times 1200$

বা, $x^2 + 5x = 400$

বা, $x^2 + 5x - 400 = 0$

$\therefore x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4.1(-400)}}{2.1}$

$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1600}}{2}$

$= \frac{-5 \pm \sqrt{1625}}{2}$

$= \frac{-5 + 40.31}{2}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে]

$= \frac{35.31}{2}$

$= 17.655$

∴ জমির প্রস্থ = 17.655 মি.

,, দৈর্ঘ্য = (17.655 + 5) মি. = 22.655 মি.

∴ জমির কর্ণ $= \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{513.1493 + 311.5226}$

$= \sqrt{824.6718}$

$= 28.7170$

∴ কর্ণের পরিমাণ = 28.7170 মি.

পরিসীমা = 2(x + y)

জমির = 2(22.5656 + 17.6556) মি.

= 80.6224 মি.

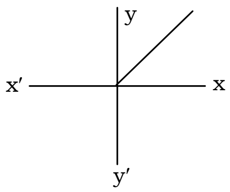
কর্ণের দৈর্ঘ্য 28.72 মিটার (প্রায়) এবং পরিসীমা 80.63 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫·৭ : লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধান

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

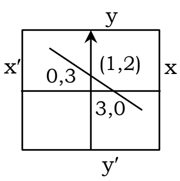
১.



উপরের লেখচিত্রটি কোন সমীকরণ নির্দেশ করে? (সহজ)

ⓚ x = 0 ● y = x ⓖ 2x = y ⓘ y = 2x

২.



উপরের লেখচিত্রটির সঠিক সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ ax + by + c = 0 ⓛ $x^2 + y^2 - 3 = 0$
● x + y – 3 = 0 ⓘ a + by – 3 = 0

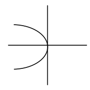
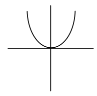
৩. **ax + by + c = 0 এর লেখচিত্র কী ধরনের হবে?** (সহজ)

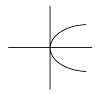
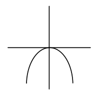
● সরলরেখা ⓛ বৃত্ত
ⓖ পরাবৃত্ত ⓘ উপবৃত্ত

৪. **ঘনকের মাত্রা কয়টি?** (সহজ)

ⓚ 2টি ● 3টি
ⓖ 4টি ⓘ 1টি

৫. **$y = 2x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?** (সহজ)

ⓚ  ● 

ⓖ  ⓘ 

৬. **লেখচিত্রের অক্ষ কয়টি?** (সহজ)

ⓚ 0টি ⓛ 1টি ● 2টি ⓘ 3টি

৭. **লেখচিত্রের দুই অক্ষের উপরের ডান অংশে কিরূপ মান বসে?**

(মধ্যম)

● দুইটি ধনাত্মক মান

ⓚ ১টি ধনাত্মক ১টি ঋণাত্মক মান

ⓖ দুইটি ঋণাত্মক মান

ⓘ x এর ধনাত্মক ও x এর ঋণাত্মক মান

৮. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x অক্ষ স্পর্শ করলে এর মূলগুলো কিরূপ?** (মধ্যম)

ⓚ অবাস্তব ⓚ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট

ⓖ 1 ● সমান

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. **$x^2 - 5x + 4 = 0$** দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় 1এবং 4 হলে–

i. সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে (1, 0) এবং (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে

ii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান ± 3

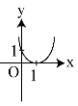
iii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান 9

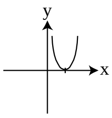
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১০. **নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :** (কঠিন)

i. যে মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান হয় তা হলো ওই সমীকরণের মূল

ii. $y = (x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র 

iii.  লেখচিত্রটি x অক্ষের ধনাত্মক অংশে বিস্তৃত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$y = x^2 - 2x$

১১. **$y = 0$ হলে, x এর মান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

● 2, 0 ⓚ 1, 2 ⓖ 3, 4 ⓘ 5, 2

১২. **সমীকরণটির লেখচিত্র কোন প্রকৃতির হবে?** (সহজ)

● উপবৃত্ত ⓚ পরাবৃত্ত ⓖ বৃত্ত ⓘ বর্গ

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সংখ্যা এবং তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 2।

১৩. **দ্বিঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি?** (সহজ)

ⓚ $x^2 + 2x + 1 = 20$ ⓚ $x^2 + 2x - 1 = 0$

● $x^2 - 2x + 1 = 0$ ⓘ $x^2 - 2x - 1 = 0$

১৪. **সমীকরণটির মূল কয়টি?** (সহজ)

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓘ 4

নিচের তথ্যের আলোকে ১৯ – ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$y = 2x^2$

১৫. **$x = 0$ হলে, y এর মান কত?** (সহজ)

ⓚ $y = 2$ ⓚ $y = 4$ ⓖ $y = 1$ ● $y = 0$

১৬. **সমীকরণটির লেখচিত্র কোন প্রকৃতির?** (সহজ)

ⓚ বৃত্তাকার ● উপবৃত্তাকার ⓖ সরলরেখা ⓘ বক্ররেখা

১৭. **সমীকরণটির মূল কয়টি?** (সহজ)

ⓚ 1টি ● 2টি ⓖ 3টি ⓘ 4টি

১৮. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ করলে এর মূলগুলো কিরূপ?**

ⓚ অবাস্তব ● সমান

ⓖ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট ⓘ 0

১৯. **$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x- অক্ষকে সর্বাধিক কত বার ছেদ করতে পারে?**

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓘ অসংখ্য

২০. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটি x-অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে এর মূল কীরূপ?**

ⓚ অমূলদ ⓚ বাস্তব ● অবাস্তব ⓘ নেই

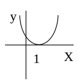
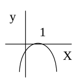
২১. **$y^2 + 25x = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র কোনটি?**

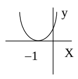
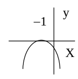
● বৃত্ত ⓚ উপবৃত্ত ⓖ পরাবৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

২২. **$y = (x - 2)^2$ সমীকরণটির লেখচিত্র y- অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?**

ⓚ (4, 0) ● (0, 4) ⓖ (0, – 4) ⓘ (4, 4)

২৩. **$y = 2x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?**

●  ⓚ 

ⓖ  ⓘ 

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৪. **একটি ধনাত্মক অখন্ড সংখ্যার 5 গুণ তার বর্গের দ্বিগুণ অপেক্ষা 3 কম হলে সংখ্যাটি কত?**

ⓚ 1 ● 3 ⓖ 2 ⓘ 5

২৫. **$x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র x অক্ষকে কতবার ছেদ করে?**

ⓚ 0 ⓚ 1 ● 2 ⓘ অসংখ্য

২৬. **$y = x^2 + 4x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র কীরূপ?**

ⓚ বৃত্ত ⓚ উপবৃত্ত ● পরাবৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

২৭. **$y = x^2 - x - 12$ সমীকরণটির লেখচিত্র–**

i. দুইটি বিন্দুতে x অক্ষকে ছেদ করে

ii. y অক্ষকে (0, – 12) বিন্দুতে ছেদ করে

iii. $x = -12$ সমীকরণটির একটি সমাধান

নিচের কোনটি সঠিক?

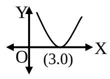
● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

২৮. **পাশের লেখচিত্রটি–**

i. x অক্ষকে (3, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করে

ii. y অক্ষের ধনাত্মক অংশে বিস্তৃত

iii. যে সমীকরণের তার সমাধান x = 3, 3



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii　ⓑ ii ও iii　ⓒ i ও iii　ⓓ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : লেখ থেকে দেখা যায় যে, (i) ও (ii) নং সত্য। আবার, সমীকরণের লেখ x-অক্ষকে স্পর্শ করলে এর সমাধান বাস্তব ও সমান হবে এবং x-অক্ষের সাথে স্পর্শ বিন্দুর ভুজ হলো সমাধান।
(iii) নং সঠিক।

২৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের 3 গুণ। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 363 বর্গমিটার হলে–

i. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 33 মিটার ও 11 মিটার

ii. কর্ণ $\sqrt{1210}$ মিটার

iii. পরিসীমা 88 মিটার

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓐ i ও ii　ⓑ ii ও iii　ⓒ i ও iii　● i, ii ও iii

৩০. $x^2 = 3x + 2y$ ও $y^2 = 3y + 2x$ হলে–

i. $x^2 - y^2 = x - y$　ii. $x + y = 1$

iii. $y^2 - x^2 = x - y$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓒ ii ও iii　ⓓ i, ii ও iii

৩১. $4^{1+x} = 4^{1-x}$ = হলে–

i. $4.4^x + 4.4^{-x} = 10$　ii. $4(4^x + 4^{-x}) = 10$

iii. $2\left(4^x + \frac{1}{4^x}\right) = 10$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓒ ii ও iii　ⓓ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৬ – ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 - 6x + 9 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

৩২. সমীকরণটির মূল কয়টি? (সহজ)

ⓐ 1　● 2　ⓒ 3　ⓓ 4

ব্যাখ্যা : সমীকরণের ঘাত যত মূল সংখ্যা তত 1 দ্বিঘাত সমীকরণ বলে এর মূল দুটি হবে।

৩৩. সমীকরণটির লেখ x অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করবে? (মধ্যম)

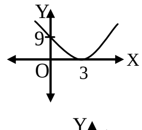
● (3, 0)　ⓑ (–3, 0)　ⓒ (0, 3)　ⓓ (3, 3)

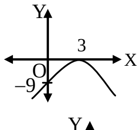
ব্যাখ্যা : $x^2 - 6x + 9 = 0$

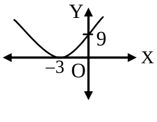
বা, $x^2 - 3x - 3x + 9 = 0$ বা, $(x - 3)(x - 3) = 0 \therefore x = 3, 3$

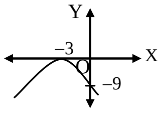
যেহেতু সমীকরণের মূল 3 তাই x অক্ষকে (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করবে।

৩৪. সমীকরণটির জন্য অঙ্কিত লেখচিত্র কোনটি? (কঠিন)

● 

ⓑ 

ⓒ 

ⓓ 

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৯ – ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 + y^2 = 61$ এবং $xy = -30$ একটি সমীকরণ জোট

৩৫. $(x - y)^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

● 121　ⓑ – 11　ⓒ $\pm\sqrt{11}$　ⓓ ± 11

ব্যাখ্যা : $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 30\ (2)$

$\therefore (x - y)^2 = 121$

৩৬. $(x + y)^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓐ ± 1　● 1　ⓒ – 1　ⓓ $\sqrt{1}$

ব্যাখ্যা : $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 61 + 2.(-30) = 1$

৩৭. x = 6 হলে y এর মান কত? (মধ্যম)

ⓐ 5　ⓑ – 6　● – 5　ⓓ 6

ব্যাখ্যা : যেহেতু xy = – 30 অতএব, x = 6 হলে y এর মান অবশ্যই ঋণাত্মক হবে।

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪২ – ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মি. এবং কর্ণ 20 মিটার দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার।

৩৮. পরিসীমার শর্তযুক্ত সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

● 2(x + y) = 56　ⓑ x + y = 56

ⓒ (x + y) = 126　ⓓ $x^2 + y^2 = 56$

ব্যাখ্যা : পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(x + y)

৩৯. কর্ণের ক্ষেত্রে কোনটি সত্য? (কঠিন)

● $x^2 + y^2 = 400$　ⓑ $x^2 + y^2 = 56$

ⓒ $\sqrt{x^2 + y^2} = 400$　ⓓ 2(x + y)

ব্যাখ্যা : কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2} = 20$ বা, $x^2 + y^2 = 400$

৪০. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (কঠিন)

● 392　ⓑ 400　ⓒ 360　ⓓ 192

ব্যাখ্যা : 2(x + y) = 56

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৫ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$18y^x - y^{2x} = 81$ .... (i)
$3^x = y^2$ ....(ii)
} একটি সমীকরণ জোট।

৪১. (i) সমীকরণ হতে নিচের কোনটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

● $y^x = 9$　ⓑ $y^x = 9$　ⓒ $y^x = 3$　ⓓ $y^2 = 3^x$

ব্যাখ্যা : $18y^x - y^{2x} - 81 = 0$

$\Rightarrow \{(y^x)^2 - 2.y^x.9 - 9^2\} = 0$

$\Rightarrow (y^x - 9)^2 = 0$

$\therefore y^x = 9$

৪২. x = 2 এর জন্য সমীকরণজোটে y এর মান কত? (মধ্যম)

ⓐ 3　ⓑ – 3　● ± 3　ⓓ $\pm\frac{1}{3}$

৪৩. x = –2 হলে (x, y) = কত? (মধ্যম)

ⓐ $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$　ⓑ $\left(-2, -\frac{1}{3}\right)$　ⓒ (– 2, 3)　● $\left(-2, \pm\frac{1}{3}\right)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৮ – ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 + xy + y^2 = 3$ ও $x^2 - xy + y^2 = 7$

৪৪. $x^2 + y^2$ = কত? (মধ্যম)

ⓐ 10　ⓑ 7　● 5　ⓓ –5

ব্যাখ্যা : $x^2 + xy + y^2 = 3$ ....(1)

$x^2 - xy + y^2 = 7$ ....(2)

$(1) + (2) \Rightarrow 2(x^2 + y^2) = 10$

$\therefore x^2 + y^2 = 5$

৪৫. xy = কত? (মধ্যম)

ⓐ ± 2　● – 2　ⓒ 2　ⓓ – 4

ব্যাখ্যা : $(1) - (2) \Rightarrow 2xy = -4 \therefore xy = -2$

৪৬. $x + y$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ● ± 1 ⓖ ± 2 ⓘ ± 3

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\left.\begin{array}{l} y^x = 4 \ldots\ldots\ldots(i) \\ y^2 = 2^x \ldots\ldots\ldots(ii)\end{array}\right\}$ একটি সমীকরণ জোট।

৪৭. (ii) সমীকরণকে নিম্নোক্ত কোন উপায়ে প্রকাশ করা যায়? (সহজ)

ⓚ $(y^x)^2 = 2x$ ⓛ $y^2 = 2^2$

● $(y^x)^2 = 2^{x^2}$ ⓘ $(y^x)^2 = 2^x$

ব্যাখ্যা : $y^2 = 2^x$

$\Rightarrow (y^2)^x = (2^x)^x$

$\Rightarrow (y^x)^2 = 2^{x^2}$

৪৮. x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ – 2 ● ± 2 ⓘ $\sqrt{2}$

৪৯. y এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ ⓛ $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ ⓖ $(-2, \pm 2)$ ● $\left(-2, \pm\frac{1}{2}\right)$

ব্যাখ্যা : $x = 2$ হলে পাই,

$y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

আবার $x = -2$ হলে পাই,

$y^2 = 2^{-2}$

$\Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৪ – ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{64}{729}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

৫০. ভগ্নাংশটিকে $\frac{3}{2}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

ⓚ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$ ⓛ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$ ● $\left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$ ⓘ $\left(\frac{2}{3}\right)^{6}$

৫১. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে ভগ্নাংশটি কিরূপ হবে? (মধ্যম)

ⓚ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-6}$ ● $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-12}$ ⓖ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$ ⓘ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{12}$

৫২. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যাবে? (কঠিন)

● $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$ ⓛ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-12}$ ⓖ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-6}$ ⓘ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{18}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৭ – ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2^{3x-5}.a^{x-2} = 2^{x-3}; 2a^{1-x}; (a > 0$ এবং $a \neq \frac{1}{2})$ একটি সূচক সমীকরণ।

৫৩. প্রদত্ত সূচক সমীকরণের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $a^{2x-3} = 2^{-2x+3}$ ⓛ $2^{2x+3} = a^{2x-3}$

ⓖ $2^{2x+3} = a^{-2x-3}$ ⓘ $2^{-2x-3} = a^{-2x-3}$

ব্যাখ্যা : $2^{3x-5}.a^{x-2} = 2^{x-3}.2a^{1-x}$

বা, $\frac{a^{x-2}}{a^{1-x}} = \frac{2^{x-2}}{2^{3x-5}}$ বা, $a^{2x-3} = 2^{-2x+3}$

$\therefore$ 'ক' নং সত্য।

৫৪. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $\left(\frac{a}{2}\right)^{2x-3} = 1$ ⓛ $\left(\frac{2}{a}\right)^{2x-3}$

● $(2a)^{2x-3} = 1$ ⓘ $(2a)^{2x+3} = 1$

ব্যাখ্যা : $a^{2x-3} = 2^{-2x+3}$

বা, $\frac{a^{2x-3}}{2^{-2x+3}} = 1$

বা, $a^{2x-3} \times 2^{-(-2x+3)} = 1$

বা, $a^{2x-3} \times 2^{2x-3} = 1$

বা, $(2a)^{2x-3} = 1$

৫৫. সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ⓚ $x = \frac{2}{3}$ ● $x = \frac{3}{2}$ ⓖ $x = -\frac{3}{2}$ ⓘ $x = -\frac{2}{3}$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ **একটি সংখ্যার বর্গ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 4 কম।**

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধন কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, সংখ্যাটি x

$\therefore$ সমীকরণটি $x^2 = 5x - 4$

বা, $x^2 - 5x + 4 = 0$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$x^2 - 5x + 4 = 0$

এখানে, $a = 1$ এবং $b = -5$ এবং $c = 4$

$\therefore$ আমরা জানি, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.4}}{2.1}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$

$= \frac{5 \pm 3}{2}$

$= \frac{5 + 3}{2}, \frac{5 - 3}{2}$

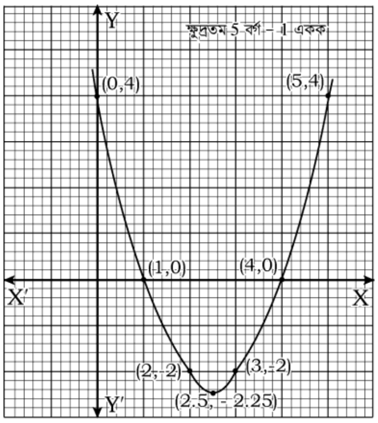
$= \frac{8}{2}, \frac{2}{2} = 4, 1 \ \therefore x = 4, 1$

গ. মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি।

x	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	−2	−2.25	−2	0	4

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যাচ্ছে লেখটি x অক্ষের উপর $(1, 0)$ ও $(4, 0)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

সমীকরণের সমাধান $x = 1$ বা $x = 4$

প্রশ্ন–২ ▸ $y = ax^2 + bx + c$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ x-এর যে সকল মানের জন্য $y = 0$ অর্থাৎ লেখচিত্র x অক্ষকে ছেদ করবে।

ক. $b = c = 0$ হলে, y = কী হবে? ২

খ. লেখচিত্রে $x^2 + 2x - 3 = 0$ সমাধান কর। ৪

গ. $a = 1, b = -5, c = 4$ হলে, সমীকরণটি লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপক হতে,

$y = ax^2 + bx + c$

যেহেতু $b = c = 0$

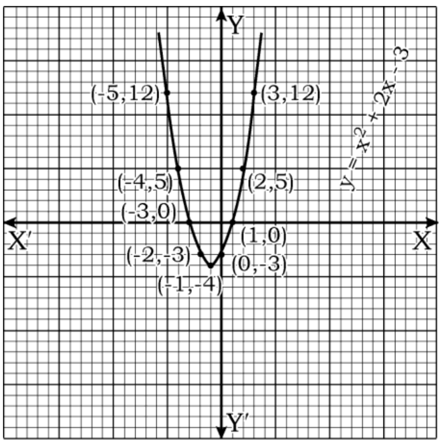
সুতরাং, $y = ax^2 + 0.x + 0$

$\therefore y = ax^2$

খ. মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

x	−5	−3	−2	−1	0	1	−4	3	2
y	12	0	−3	−4	−3	0	5	12	5

বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় লেখাচিত্রটি x অক্ষকে $(-3, 0)$ ও $(1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = -3$ বা $x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x = -3, 1$

গ. উদ্দীপক হতে $y = ax^2 + bx + c$

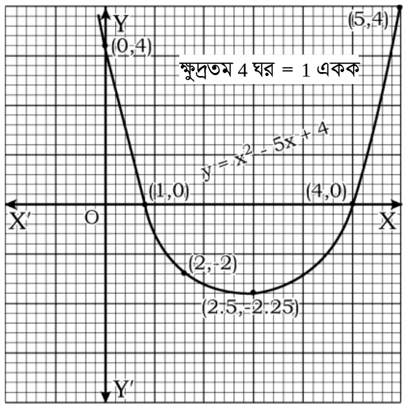
যেহেতু $a = 1, b = -5, c = 4$ এর জন্য

$y = x^2 - 5x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	2.5	4	5
y	4	0	−2	−2.25	0	4

উপরের সারণি থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 ঘর একক ধরে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রে x অক্ষকে $(1, 0)$ ও $(4, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, $x = 1$ বা 4।

প্রশ্ন–৩ ▸ $f(x) = 3^x.9^y$ এবং $f(y) = 2x - y$

এবং $g(x) = -x^2 + 3x - 2$

ক. $x = 2$ এবং $f(x) = 81$ হলে, y এর মান কত? ২

খ. $f(x) = 81$ এবং $f(y) = 8$ হলে, সমীকরণ জোটের সমাধান কত? ৪

গ. $g(x) = 0$ হলে, লেখাচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = 3^x. 9^y$

$81 = 3^x. (3^2)^y$

বা, $3^2. 3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{2 + 2y} = 3^4$

বা, $2 + 2y = 4$

বা, $2y = 2$

$\therefore y = 1$

খ. $f(x) = 81$

$3^x. 9^y = 81$

বা, $3^x. 3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{x + 2y} = 3^4$

বা, $x + 2y = 4$

$\therefore x = 4 - 2y$ .... (i)

আবার, দেওয়া আছে,

$f(y) = 8$

$\therefore (2x - y) = 8$

বা, $2(4 - 2y) - y = 8$ [i এর মান বসিয়ে]

বা, $8 - 4y - y = 8$

বা, $5y = 8 - 8$

$\therefore y = 0$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 4 - 2.0$

বা, $x = 4$

$\therefore x = 4$

নির্ণেয় সমাধান : (4, 0)

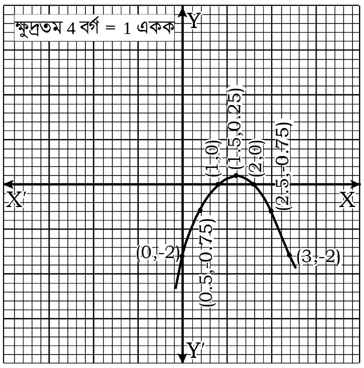
গ. দেওয়া আছে, $g(x) = 0$

$\therefore -x^2 + 3x - 2 = 0$

মনে করি, $y = -x^2 + 3x - 2$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	–2	–0.75	0	0.25	0	–0.75	–2



ছক কাগজের XOX′ বরাবর x অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি, সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর (1,0) ও (2, 0) বিন্দু দিয়ে গেছে।

$\therefore$ সমীকরণটি সমাধান, x = 1, বা 2

নির্ণেয় সমাধান : x = 1 , 2

প্রশ্ন–৪ ▸ রাশিদ্বয় লক্ষ কর : (x – 1) এবং (x – 4)

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে সমীকরণ গঠন কর এবং প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মানের জন্য সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত মানসমূহ ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল $(x - 1)(x - 4)$

$= x^2 - 4x - x + 4$

$= x^2 - 5x + 4$

খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 5x + 4 = 0$

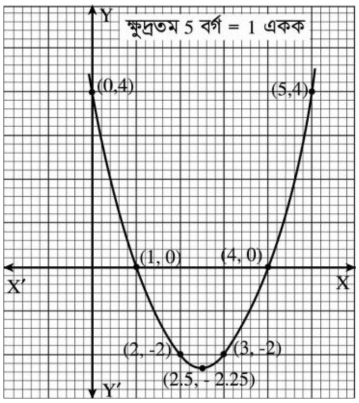
মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

x	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	–2	–2.25	–2	0	4

গ. ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 'খ' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (1, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সমীকরণের সমাধান : x = 1 বা x = 4

প্রশ্ন–৫ ▸ দ্বিঘাত সমীকরণটি লক্ষ কর : $ax^2 + bc + c = 0$

ক. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর কোন সকল মান সমীকরণটির সমাধান নির্দেশ করবে? ২

খ. a = – 1, b = 3 এবং c = – 2 হলে সমীকরণটি কিরূপ দাঁড়ায়? প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর যে সকল মানের জন্য লেখচিত্রটি x অক্ষকে ছেদ করবে x এর ঐ সকল মানই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।

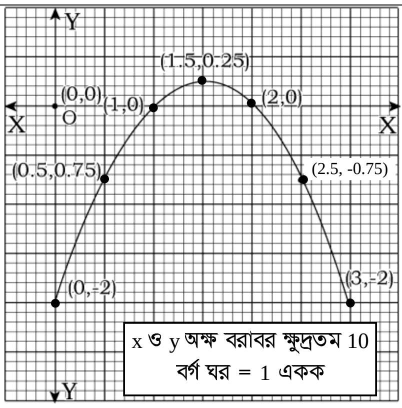
খ. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে a = – 1, b = 3 এবং c = – 2 বসিয়ে পাই, $-x^2 + 3x - 2 = 0$

মনে করি $y = -x^2 + 3x - 2$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0·5	1	1·5	2	2·5	3
y	–2	–1, 75	0	0·25	0	–0·75	–2

গ. ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x–অক্ষকে (1, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রশ্ন–৬ ▸ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যার বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে ২য় সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. ১ম সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে,

$2x^2 = 5x - 3$

$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$

এবং $3x^2 = 5x + 3$

$\therefore 3x^2 - 5x - 3 = 0$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$ ও $3x^2 - 5x - 3 = 0$ **(Ans.)**

খ. ‘ক’ হতে পাই, ২য় সমীকরণটি,

$3x^2 - 5x - 3 = 0$

উপরিউক্ত সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের সাধারণ রূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 3, b = -5$ এবং $c = -3$

আমরা জানি,

দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\cdot3(-3)}}{2\cdot3}$$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}$$

সমীকরণটির একটি মূল $\frac{5+\sqrt{61}}{6}$ এবং অপরটির $\frac{5-\sqrt{61}}{6}$ **(Ans.)**

গ. ‘ক’ হতে পাই, ১ম সমীকরণটি,

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = 1, x = 2$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

ধরি,

$y = 2x^2 - 5x + 3$ ....(i)

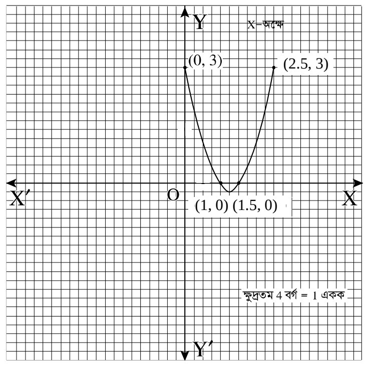
x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে (i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2·5	1	1·5	0	3	4
y	3	0	0	3	6	15

ছক থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো হলো :

(1, 0), (3, 6), (4, 15), (0, 3) (1·5, 0) ও (2·5, 3)।

এখন, XOX′ বরাবর X–অক্ষ, YOY′ বরাবর Y অক্ষ ও O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং পরস্পর যোগ করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায়, বক্ররেখাটি x অক্ষকে $x = 1$ এবং $x = \frac{3}{2}$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, \frac{3}{2}$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৭ ▸ $x^2 - 4x + 3 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণের মূল কয়টি ও কী কী নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

উত্তর : ক. $x = 3$ বা 1

প্রশ্ন–৮ ▸ $x^2 + 8x + 16 = 0$

ক. সমীকরণটির সমাধান কর। ২

খ. লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $x = 4$

খ.

x	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1
y	1	0	1	4	9

গ. $x = – 4$

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৯ ▸ x একটি সংখ্যা যার বর্গ 8.

ক. উদ্দীপকের আলোকে একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণের নিশ্চায়কের সাহায্যে সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় করে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, x সংখ্যাটির বর্গ 8

$\therefore x^2 = 8$

বা, $x^2 – 8 = 0$

এটিই নির্ণেয় দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ $x^2 – 8 = 0$ ....(i)

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = 0, c = – 8$

$\therefore$ সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= b^2 – 4ac$

$= 0^2 – 4.1 (–8) = 32$

এখানে, প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক 32, যা শূন্য অপেক্ষা বড় কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়।

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

আবার, সমীকরণটির সমাধান $x = \dfrac{– b \pm \sqrt{b^2 – 4ac}}{2a}$

$= \dfrac{0 \pm \sqrt{32}}{2·1}$

$= \dfrac{\pm \sqrt{32}}{2} = \pm \dfrac{2\sqrt{8}}{2}$

$= \pm \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

এখানে, $x^2 – 8 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = 2\sqrt{2}$ ও $– 2\sqrt{2}$ যারা, বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।

গ. এখানে, $x^2 = 8$

$\therefore x^2 – 8 = 0$

মনে করি, $y = x^2 – 8$ ....(i)

সর্বনিম্ন বিন্দুর জন্য $y = x^2 – 8$

$(x – 0)^2 – 8$

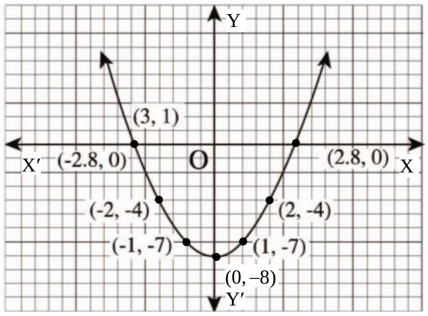
$\therefore x = 0$ হলে $y = – 8$

$\therefore$ মোচড় বিন্দু $(0, – 8)$

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	1	–4	–7	–8	–7	–4	1

সারণিতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজের স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে $(– 2·8, 0)$ ও $(2·8,0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = – 2·8$ (প্রায়), $2·8$ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন–১০ ▸ $(2x + 3) (y – 1) = 14$

এবং $(x – 3) (y – 2) = – 1$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $2x^2 – 19x + 30 = 0$ ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$(2x + 3) (y – 1) = 14$ ....(i)

$(x – 3) (y – 2) = – 1$ ....(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$(2x + 3) (y – 1) = 14$

বা, $y – 1 = \dfrac{14}{2x + 3}$

$\therefore y = \dfrac{14}{2x + 3} + 1$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$y = \dfrac{14}{2x + 3} + 1$ ....(iii)

(iii) নং থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(x – 3) \left(\dfrac{14}{2x + 3} + 1 – 2\right) = – 1$

বা, $(x – 3) \left(\dfrac{14}{2x + 3} – 1\right) = – 1$

বা, $(x – 3) \left(\dfrac{14 – 2x – 3}{2x + 3}\right) = – 1$

বা, $\frac{(x-3)(11-2x)}{(2x+3)} = -1$

বা, $(x-3)(11-2x) = -(2x+3)$

বা, $11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$

বা, $-2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$

বা, $-2x^2 + 19x - 30 = 0$

$\therefore 2x^2 - 19x + 30 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'খ' থেকে পাই,

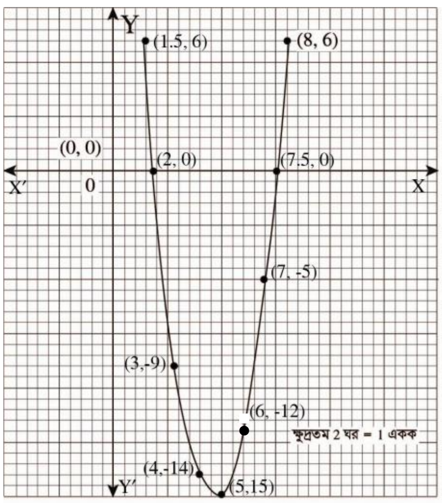
$2x^2 - 19x + 30 = 0$

মনে করি, $y = 2x^2 - 19x + 30$

তখন x–এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1·5	2	3	4	5	6	7	7·5	8
y	6	0	–9	–14	–15	–12	–5	0	6

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 ঘর সমান 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (2, 0) ও (7·5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, x = 2 বা, x = 7·5.

প্রশ্ন–১১ ▸ $x^2 - 4x + 4 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? ২

খ. নিশ্চায়কের মান থেকে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে গৃহীত সিদ্ধান্তের সত্যতা যাচাই কর। ৪

▸◂ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত সমীকরণ $x^2 - 4x + 4 = 0$ ....(i)

(i) নং সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -4, c = 4$

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$

$= (-4)^2 - 4\cdot4\cdot1$

$= 16 - 16 = 0$ **(Ans.)**

খ. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক = 0

আমরা জানি, কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়কের মান শূন্য (0) হলে এর মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে।

এখন, সমীকরণটির সমাধান $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2\cdot1}$

বা, $= x = \frac{4+0}{2}, \frac{4-0}{2}$

$\therefore x = 2, 2$

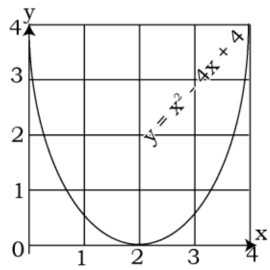
অর্থাৎ মূলদ্বয় সমান। ∴ সত্যতা যাচাই হলো।

গ. মনে করি, $y = x^2 - 4x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক করি :

x	0	1	1·5	2	2·5	3	4
y	4	1	0·25	0	0·25	1	4

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। লেখচিত্রে দেখা যায় যে এটি x অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে x = 2, x = 2



প্রশ্ন–১২ ▸ একটি সংখ্যার বর্গের থেকে সংখ্যাটির চার গুণ বিয়োগ করে 3 যোগ করলে সংখ্যাটির মান শূন্য হয়।

ক. উদ্দীপকের আলোকে x চলক ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর (সূত্র প্রয়োগ করে)। ৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

▸◂ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $x^2 - 4x + 3 = 0$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি,

$x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $1.x^2 + (-4)x + 3 = 0$

এখানে, a = 1, b = –4 ও c = 3

আমরা জানি,

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2.1}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$

$= \frac{4 \pm 2}{2}$

$= \frac{4+2}{2}$ বা, $\frac{4-2}{2}$

$= \frac{6}{2}$ বা, $\frac{2}{2}$

$= 3$ বা, 1

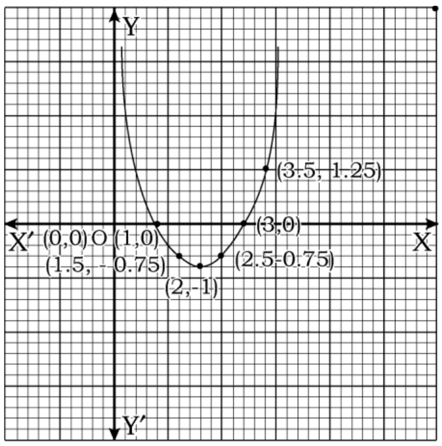
নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$ বা, 3

গ. ধরি, $y = x^2 - 4x + 3$

এখন x–এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	1·5	2	2·5	3	3·5
y	0	–0·75	–1	–0·75	0	1·25

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x–অক্ষকে (1, 0) ও (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের 2টি সমাধান থাকে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$ বা, 3

'খ' থেকে প্রাপ্ত মূল ও 'গ' এর লেখচিত্র থেকে প্রাপ্ত মূল সমান।

অতএব, সমীকরণটির সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন–১৩ ▸ $\mathbf{f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$

$\mathbf{P(x) = x^2 - 9x - 6}$

$\mathbf{Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x})}$

ক. $A = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $f(x) = 0\}$ হলে n(A) = কত? ২

খ. $\frac{P(x)}{f(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

গ. $Q(x) = \sqrt[3]{2}$ হলে সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $f(x) = 0\}$

এবং $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

এখন, $f(x) = 0$

এখন, $f(1) = 1^3 - 6\cdot1^2 + 11\cdot1 - 6 = 0$

$f(2) = 2^3 - 6\cdot2^2 + 11\cdot2 - 6 = 0$

$f(3) = 3^3 - 6\cdot3^2 + 11\cdot3 - 6 = 0$

$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$\therefore A = \{1, 2, 3\}$

সুতরাং $n(A) = 3$ **(Ans.)**

খ. $\frac{P(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 9x - 6}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ ['ক' হতে]

ধরি, $\frac{x^2-9x-6}{(x-1)(x-2)(x-3)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$ .... (i)

বা, $x^2 - 9x - 6 \equiv A(x-2)(x-3) + B(x-1)(x-3) + C(x-1)(x-2)$ .... (ii)

[উভয়পক্ষকে $(x-1)(x-2)(x-3)$ দ্বারা গুণ করে]

এখন, x = 1, (ii) এ বসাই,

$1^2 - 9.1 - 6 = A(1-2)(1-3) + B.0 + C.0$

বা, $1 - 9 - 6 = A.(-1)(-2)$

বা, $2A = -14$

$\therefore A = -7$

আবার, x = 2 হলে (ii) হতে পাই,

$2^2 - 9.2 - 6 = A.0 + B(2-1)(2-3) + C.0$

বা, $4 - 18 - 6 = B(1)\cdot(-1)$

বা, $-B = -20$

$\therefore B = 20$

এবং x = 3 হলে (ii) হতে পাই,

$3^2 - 9.3 - 6 = A.0 + B.0 + C(3-1)(3-2)$

বা, $9 - 27 - 6 = 2.1.C$

বা, $2C = -24$

$\therefore C = -12$

এখন, A, B ও C এর মান (i)–এ বসিয়ে পাই,

$\frac{x^2 - 9x - 6}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{-7}{x-1} + \frac{20}{x-2} + \frac{-12}{x-3}$

$\therefore \frac{P(x)}{f(x)} = \frac{-7}{x-1} + \frac{20}{x-2} - \frac{12}{x-3}$

ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ। **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে,

$Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}$ এবং $Q(x) = \sqrt[3]{2}$

তাহলে, $\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{2}$

বা, $(1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

এরপর অনুশীলনী ৫.২ এর উদাহরণ–৬ এর সমাধান দেখ।