চতুর্থ অধ্যায়

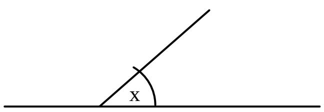
জ্যামিতিক অঙ্কন

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- ত্রিভুজের ভূমি ও ভূমি সংলগ্ন কোণ দেওয়া থাকলে প্রথমে একটি সরলরেখা থেকে ভূমির সমান অংশ কেটে নিয়ে তার এক প্রান্তে প্রদত্ত কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে।
- ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে দুইটি বাহুর যোগফল অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে অন্যথায় ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।
- ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন সম্ভব।
- বৃত্তের ওপর একটি বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায় এবং স্পর্শক ঐ বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।
- স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।
- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে যেভাবেই স্পর্শ করুক, তা কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করবে এবং স্পর্শবিন্দু ও কেন্দ্রদ্বয় সমরেখ হবে।
- দুইটি বৃত্ত একটি সম্পূর্ণভাবে অপরটির অভ্যন্তরে থাকে তবে কোনো সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন সম্ভব নয়।
- একটি বৃত্তের ও সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।
- ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্ত পরিবৃত্ত।
- ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অবস্থিত বাহুত্রয়কে স্পর্শকারী বৃত্ত অন্তর্বৃত্ত।
- ত্রিভুজের একটি বাহু ও অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শকারী বৃত্ত বহির্বৃত্ত।
- একটি ত্রিভুজের কেবল একটি অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত কিন্তু বহির্বৃত্ত তিনটি অঙ্কন করা সম্ভব।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১.



$x = 60°$ হলে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?

ⓚ 30°   ⓛ 60°   ● 120°   ⓜ 180°

ব্যাখ্যা : দুটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি 180°।

$\angle x = 60°$ এর সম্পূরক কোণ হবে $(180° - 60°) = 120°$

$\therefore$ সম্পূরক কোণের অর্ধেক $= \frac{120°}{2} = 60°$

২. i. যেকোনো দৈর্ঘ্যের তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় না।

ii. শুধুমাত্র ব্যাসার্ধ জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।

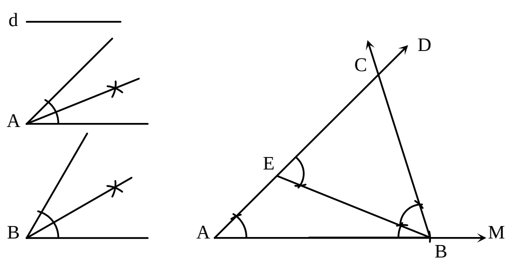
iii. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক আঁকা যায়।

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii   ⓛ ii ও iii   ● i ও iii   ⓜ i, ii ও iii

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle A$ ও $\angle B$ এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি AM এর A বিন্দুতে $\angle A$ এর সমান করে $\angle MAD$ আঁকি।

ধাপ ২ : AD রেখাংশ থেকে d এর সমান করে AE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : এখন E বিন্দুতে $\angle DEB = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : EB রেখাংশ AM কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

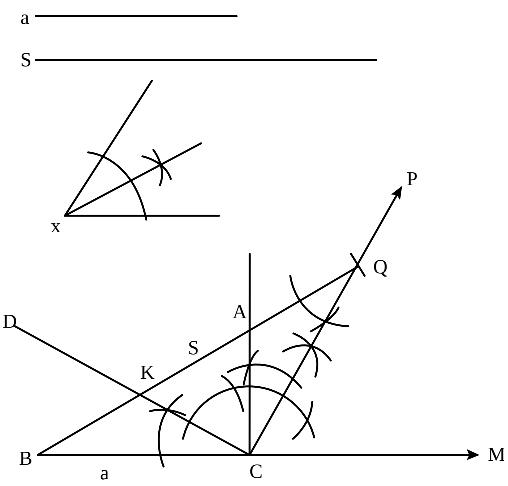
ধাপ ৫ : এখন B বিন্দুতে $\angle DEB$ এর সমান করে $\angle EBC$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৬ : BC রশ্মি AD রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C যোগ করি।

তাহলে, ABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle x$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle BCD$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : এখন, CD এর উপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে S এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি তা CP কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, Q যোগ করি।

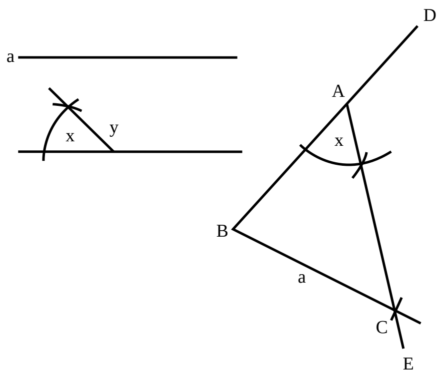
ধাপ ৬ : এখন CP রেখার C বিন্দুতে $\angle BQC$ এর সমান করে $\angle QCA$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ $\angle x$ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BD এর ওপর A যেকোনো একটি বিন্দু নিই।

ধাপ ২ : A বিন্দ্তে $\angle x$ এর সমান করে $\angle BAE$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

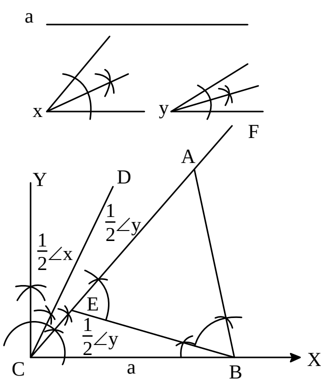
ধাপ ৪ : বৃত্তচাপটি AE কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B,C যোগ করি।

তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ $\angle x$ এবং অপর কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি CX হতে ভূমি a এর সমান করে CB অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : C বিন্দুতে CB এর ওপর CY লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle YCD$ অঙ্কন করি এবং $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে $\angle DCF$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে এখন $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে $\angle CBE$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৫ : BE রেখা CF রেখাকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

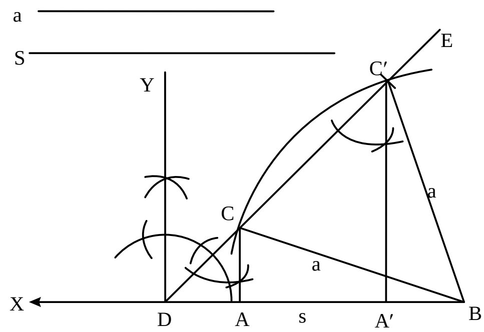
ধাপ ৬ : B বিন্দুতে এখন $\angle FEB$ এর সমান করে $\angle EBA$ কোণ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : BA রেখা CF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC ত্রিভুজই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX হতে S এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই

ধাপ ২ : D বিন্দুতে BD এর উপর DY লম্ব আঁকি এবং $\angle BDY$ এর অর্ধেক করে $\angle BDE$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অতিভুজ a –এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৪ : বৃত্তচাপটি DE রশ্মিকে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, C ও B, C′ যোগ করি।

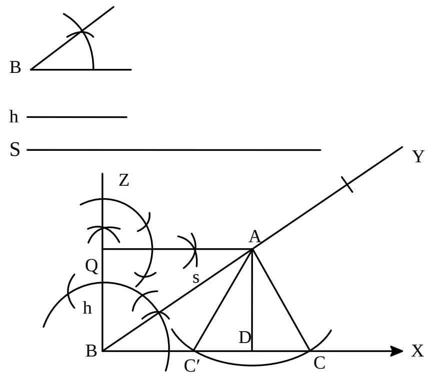
ধাপ ৬ : এখন, C ও C′ বিন্দুতে $\angle CDB$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle DCA$ এবং $\angle DC'A'$ আঁকি।

ধাপ ৭ : CA ও C′A′ রেখাংশদ্বয় DB রেখাংশকে যথাক্রমে A ও A′ বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC ও $\Delta A'BC'$ –ই–নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle B$, উচ্চতা h, এর অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX –এর B বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান করে $\angle XBY$ আঁকি।

ধাপ ২ : BY হতে S এর সমান করে BP অংশ কেটে নিই। B বিন্দুতে $BZ \perp BX$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BZ হতে উচ্চতা h এর সমান করে BQ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৪ : Q বিন্দুতে $QA \perp BZ$ আঁকি।

ধাপ ৫ : QA রেখা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

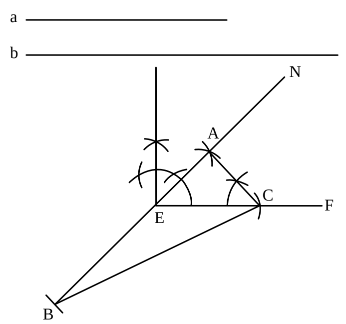
ধাপ ৬ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা BX রশ্মিকে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৭ : A, C এবং A, C′ যোগ করি।

তাহলে, ΔABC এবং $\Delta ABC'$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FEN = 45°$ আঁকি।

ধাপ ২ : এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EB = d হয়।

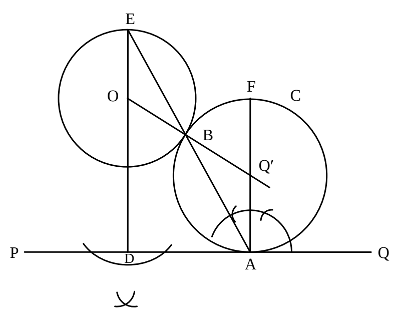
ধাপ ৩ : অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : পরিশেষে C বিন্দুতে EC-এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।

সমাধান :



মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O হতে PQ রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।

ধাপ ২ : DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩ : E, A যোগ করি। EA প্রদত্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

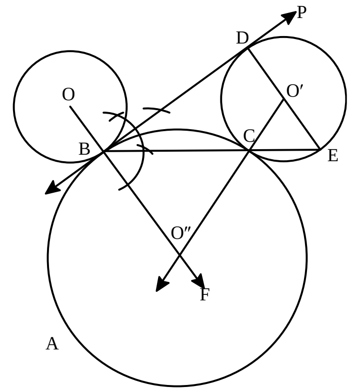
ধাপ ৪ : A বিন্দুতে $AF \perp PQ$ আঁকি।

ধাপ ৫ : O, B যোগ করে বর্ধিত করায় তা AF কে Q′ বিন্দুতে ছেদ করে। Q′-ই নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৬ : Q′-কে কেন্দ্র করে Q′ A বা Q′ B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি। তাহলে, ABC ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর যেকোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে B একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং O′ কেন্দ্রবিশিষ্ট নঅপর একটি বৃত্ত। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে এবং O′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, B যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BP স্পর্শক আঁকি।

ধাপ ৩ : O′ হতে $DO' \perp BP$ আঁকি।

ধাপ ৪ : DO′ কে বর্ধিত করি যেন তা O′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E, B যোগ করি।

ধাপ ৫ : EB, O′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

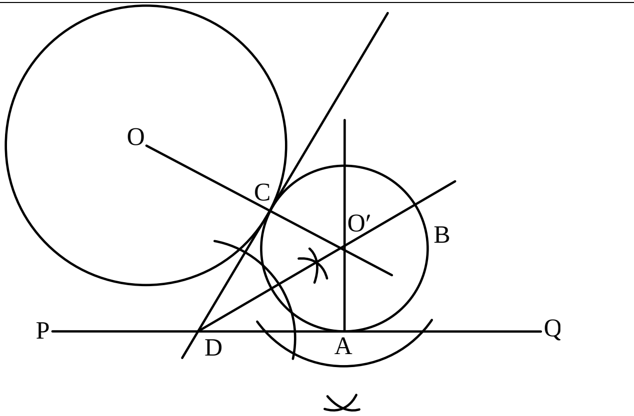
ধাপ ৬ : O′, C যোগ করে বর্ধিত করায় তা OF কে O′′ বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে O′′ ই নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৭ : এখন O′′ কে কেন্দ্র করে O′′ C বা O′′ B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্তটি আঁকি।

তাহলে, ABC -ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সমাধান :



মনে করি, PQ একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্তে C একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকতে হবে যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ও PQ সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, C যোগ করি।

ধাপ ২ : C বিন্দু দিয়ে CD স্পর্শক আঁকি যেন তা PQ কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : $\angle CDQ$ এর সমদ্বিখণ্ডক আঁকি।

ধাপ ৪ : OC–কে বর্ধিত করায় তা সমদ্বিখণ্ডকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

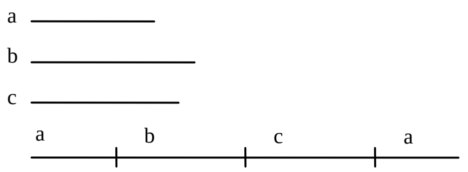
ধাপ ৫ : O′ থেকে $O'A \perp PQ$ আঁকি।

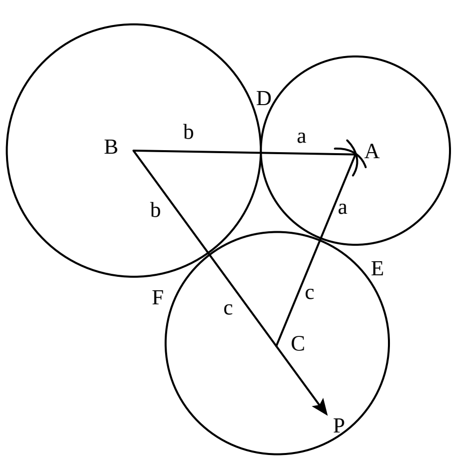
ধাপ ৬ : এখন, O′ কে কেন্দ্র করে O'A বা O′C এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, ABC–ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

সমাধান :





মনে করি, a, b, c তিনটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। এই তিনটি রেখাংশকে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত আঁকতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BP হতে (b + c) এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : B কে কেন্দ্র করে (b + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৩ : আবার, C কে কেন্দ্র করে (c + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৪ : চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

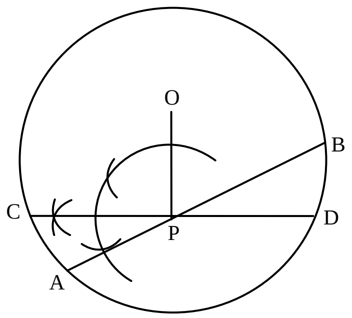
ধাপ ৫ : A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত আঁকি।

ধাপ ৬ : বৃত্তগুলো পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

তাহলে উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB জ্যা–এর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে। যেন $CP^2 = AP.\ PB$ হয়।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা–এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন, $CP^2 = AP.\ PB$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, P যোগ করি।

ধাপ ২ : P বিন্দুতে $OP \perp CP$ আঁকি।

ধাপ ৩ : লম্বটি বৃত্তকে C বিন্দুতে এবং CP এর বর্ধিতাংশ বৃত্তকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে CD-ই নির্ণেয় জ্যা।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে. মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে. মি.।

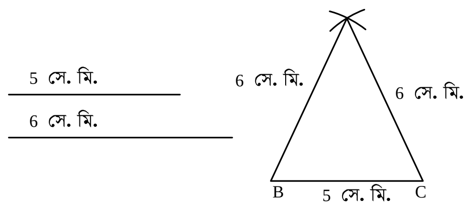
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু Q দিয়ে যায়।

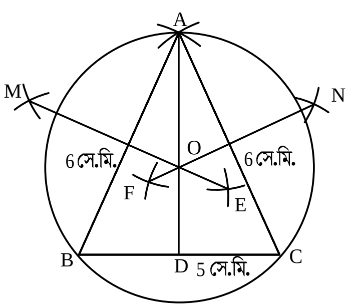
সমাধান :

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো :



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, যার ভূমি BC = 5 সে. মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য AB = AC = 6 সে. মি.।

খ.



ABC ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২ : A, O যোগ করি। O-কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় : ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

এখন, ΔABD-এ

$AD^2 + BD^2 = AB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$= 6^2 - (2.5)^2$

$= 36 - 6.25 = 29.75$

$\therefore$ AD = 5.45

Δ ABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

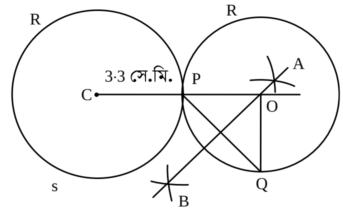
AB.AC = 2R.AD [ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $2R \times 5.45 = 6 \times 6$

বা, $R = \frac{36}{10.9} = 3.3$ সে. মি. (প্রায়)

$\therefore$ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে. মি. (প্রায়)।

গ.



'খ' থেকে প্রাপ্ত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে. মি.। এখন r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র C, P ঐ বৃত্তের ওপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩ : C,P যোগ করি এবং বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : বর্ধিত CP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত PQR– আঁকি।

তাহলে, PQR –ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $\angle x = 40°$, $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?

ⓚ 75° ● 70° ⓖ 65° ⓖ 60°

২. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 20 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 8 মিটার বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ 8 বর্গমিটার ⓚ 10 বর্গমিটার ● 16 বর্গমিটার ⓖ 24 বর্গমিটার

৩. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য (সে.মি.) দেওয়া থাকলে কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়?

ⓚ 3, 4, 5 ⓦ 6, 8, 10
ⓖ 5, 12, 13 ● 12, 15, 19

৪. একটি সামান্তরিক আঁকতে কমপক্ষে কতটি তথ্যের প্রয়োজন?
● 3 ⓦ 4
ⓖ 5 ⓖ 6

৫. তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে, যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5, 6 ও 7 সে.মি.। বৃত্ত তিনটির কেন্দ্র দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা কত?
ⓚ 9 সে.মি. ⓦ 18 সে.মি. ● 36 সে.মি. ⓖ 54 সে.মি.

৬. 1 cm, 2 cm ও 3 cm বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় কি?
ⓚ অঙ্কন করা যায় ⓦ জানা নেই
● অঙ্কন করা যাবে না ⓖ ক ও গ

৭. বৃত্তের ক্ষেত্রে–
i. বৃত্ত এবং এর ছেদকের একটি মাত্র সাধারণ বিন্দু থাকে
ii. স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব
iii. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইয়ের অধিক স্পর্শক আঁকা অসম্ভব
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ● ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৮. শুধু একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে–
i. সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়
ii. বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়
iii. আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ও ii ⓦ ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪·১ : ত্রিভুজ সংক্রান্ত কতিপয় উপপাদ্য

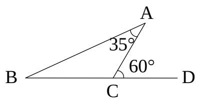
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. 70° এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 110° ● 55° ⓖ 20° ⓖ 10°

১০. PQR সমবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সম্পূরক কোণের দুই তৃতীয়াংশের মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ⓚ 60° ● 80° ⓖ 100° ⓖ 130°

১১. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (সহজ)
ⓚ 3, 4, 6 ⓦ 5, 7, 9 ● 5, 12, 13 ⓖ 6, 8, 11

১২. কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 3 : 4 : 5 এবং পরিসীমা 240 সে.মি. হলে, ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)
ⓚ 30 সে.মি. ⓦ 60 সে.মি. ● 80 সে.মি. 100 সে.মি.

১৩.


চিত্রে ∠ABC এর মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 15° ● 25° ⓖ 45° ⓖ 55°

১৪. সমকোণী ত্রিভুজের শিরঃকোণ 60° হলে অপর কোণ কত হবে? *(মধ্যম)*
ⓚ 90° ⓦ 60° ● 30° ⓖ 20°

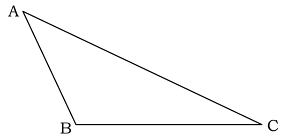
১৫. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অনুপাত কোনটি হবে? *(মধ্যম)*
ⓚ 3 : 2 ⓦ 3 : 1 ⓖ 2 : 1 ● 1 : 1

১৬. 50° কোণের সম্পূরক কোণের এক–পঞ্চমাংশ নিচের কোনটি? *(মধ্যম)*
● 26° ⓦ 30° ⓖ 35° ⓖ 36°

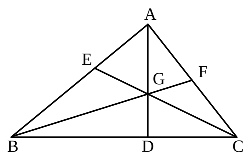
১৭. 45° কোণের পূরক কোণের দ্বিগুণ নিচের কোনটি? *(সহজ)*
ⓚ 30° ⓦ 45° ⓖ 60° ● 90°

১৮. সরল কোণের এক–তৃতীয়াংশ নিচের কোনটি? *(সহজ)*
ⓚ 45° ● 60° ⓖ 120° ⓖ 180°

১৯. কোনো ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ এর শীর্ষকোণের সমান হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকারের? *(সহজ)*
ⓚ সমবাহু ● সমদ্বিবাহু ⓖ বিষমবাহু ⓖ সমকোণী

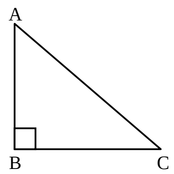
২০.


চিত্রে ΔABC কোন প্রকৃতির ত্রিভুজ? (সহজ)
● স্থূলকোণী ⓦ সূক্ষ্মকোণী ⓖ বিষমবাহু ⓖ সমদ্বিবাহু

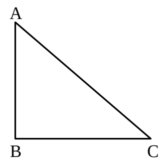
২১.


ABC ত্রিভুজে CE, AD ও BF যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যমা হলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
● 2EC = 3GC ⓦ 2AD = 2GC
ⓖ 2BG = 2BA ⓖ AD = CE

২২. ∠x = 55° হলে ∠x এর পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 25° ⓦ 105° ● 125° ⓖ 145°

২৩.


ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে ∠BAC এর পূরক কোণের মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 25° ● 45° ⓖ 90° ⓖ 145°

২৪.


ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● ∠A ⓦ ∠B ⓖ ∠C ⓖ ∠A + ∠B

২৫. 65° কোণের সম্পূরক কোণের দ্বিগুণ কত? (মধ্যম)
ⓚ 115° ⓦ 125° ⓖ 130° ● 230°
ব্যাখ্যা : যেহেতু দুইটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি 180°
∴ 65° কোণের সম্পূরক কোণ = (180° – 65°) = 15°
∴ দ্বিগুণ (115° × 2) = 230°

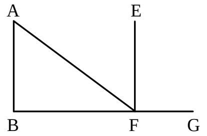
২৬. কোনো নির্দিষ্ট কোণ ও তার পূরক কোণের সমষ্টি কত ডিগ্রী? (সহজ)

● 90 (খ) 130 (গ) 180 (ঘ) 360

২৭. কোনো ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণের সমষ্টি 135° হলে ত্রিভুজের একটি কোণের মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 30° ● 45° (গ) 55° (ঘ) 115°

২৮.



AB||EF হলে ∠AFE এর মান কত? (সহজ)

(ক) 35° ● 55° (গ) 85° (ঘ) 105°

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৯. ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব হবে যদি দেওয়া থাকে–

i. তিনটি বাহু
ii. তিনটি কোণ
iii. দুই বাহু ও এককোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩০. 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে–

i. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস হবে 5 সে.মি.
ii. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে 2.88 সে.মি.
iii. ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4.33 সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩১. একটি ত্রিভুজের ভূমি a ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হলে– (মধ্যম)

i. ত্রিভুজের পরিসীমা = a + s হবে
ii. a > s হবে
iii. s > a হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩২. i. কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকা সম্ভব
ii. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকা যায়
iii. রম্বসের এক বাহু দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৩. i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণের মান 45°
ii. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান
iii. বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

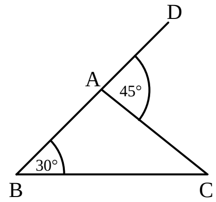
(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৪. i. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা
ii. সরলকোণের মান 180°
iii. 75° কোণের পূরক কোণের মান 25°

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫.



চিত্রে–

i. ∠ACB = 15°
ii. ∠BAC = 135°
iii. AB ≠ AC

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৬. ত্রিভুজের ভূমি S ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি P দেওয়া আছে। এক্ষেত্রে–

i. S = P
ii. P > S
iii. ত্রিভুজটির পরিসীমা S + P

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

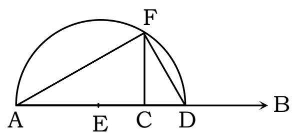
৩৭. শুধু একটি বাহু দেওয়া থাকলে আঁকা যায়–

i. বর্গক্ষেত্র
ii. সমবাহু ত্রিভুজ
iii. রম্বস

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৮.



চিত্রে সমকোণ হলো–

i. ∠ACF
ii. ∠FCD
iii. ∠AFD

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৯ – ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 একক এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 14 একক। ত্রিভুজটির উচ্চতা h একক।

৩৯. h এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 4 (খ) 6 (গ) 4 অথবা 6 ● 6 অথবা 8

৪০. ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

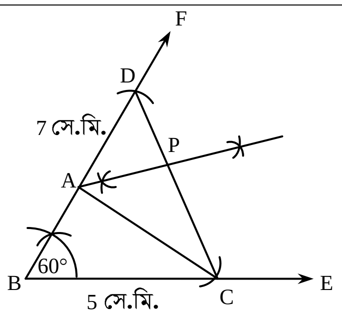
● 14 – h (খ) $14 - h^2$ (গ) $\sqrt{14 - h}$ (ঘ) $\sqrt{14^2 - h^2}$

৪১. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 12 ● 24 (গ) 48 (ঘ) 96

ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ বর্গ একক

নিচের চিত্রের আলোকে ৪২ – ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



AP, CD এর লম্বদ্বিখণ্ডক। BD = 7 সে.মি. এবং BC = 5 সে.মি.।

৪২. ΔAPD ও ΔAPC এর মধ্যে পরস্পর সম্পর্ক কী? (সহজ)

ⓚ ΔAPD ≤ ΔAPC ● ΔAPD ≅ ΔAPC
ⓖ ΔAPD > ΔAPC ⓖh ΔAPC ≥ ΔAPD

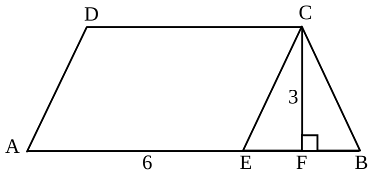
৪৩. AC এর মান কোনটি?

ⓚ 5 – AB ⓚh 5 – AP ● 7 – AB ⓖh 7 – AP

৪৪. AB + AC = কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 5 ● 7 ⓖ 12 ⓖh 14

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৫ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৫. AECD কোন ধরনের চতুর্ভুজ? (সহজ)

ⓚ আয়তক্ষেত্র ⓚh বর্গ ⓖ রম্বস ● সামান্তরিক

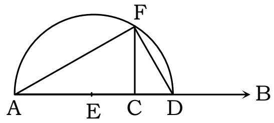
৪৬. ABCD বৃত্তস্থ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● AD = BC ⓚh BC = AF ⓖ CD = AB
ⓖh BE = BC

৪৭. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত? (সহজ)

ⓚ 10 বর্গ একক ⓚh 12 বর্গ একক
● 15 বর্গ একক ⓖh 16 বর্গ একক

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৮ – ৫০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৮. ∠AFD = কত হবে? (সহজ)

ⓚ 45° ● 90° ⓖ 95° ⓖh 115°

৪৯. চিত্রে ∠CFD এর সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ ∠FAB ⓚh ∠AFC ● ∠FAC ⓖh ∠FAD

৫০. ∠FAC + ∠AFC = কত হবে? (মধ্যম)

● 90° ⓚh 100° ⓖ 120° ⓖh 180°

৪·২ : বৃত্ত সংক্রান্ত অঙ্কন

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫১. বৃত্তের পরিধির কোনো বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব? (সহজ)

● 1 ⓚh 2 ⓖ 4 ⓖh অসংখ্য

৫২. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে এর পরিকেন্দ্র কোথায় থাকবে? (সহজ)

ⓚ অতিভুজে ● বহির্ভাগে
ⓖ অভ্যন্তরে ⓖh বৃহত্তর বাহুতে

৫৩. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে এর পরিকেন্দ্র কোথায় থাকবে? (সহজ)

ⓚ অতিভুজে ⓚh ভূমিতে ● অভ্যন্তরে ⓖh বহির্ভাগে

৫৪. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তকে ঐ ত্রিভুজের কী বলে?

ⓚ বহিঃবৃত্ত ⓚh অন্তবৃত্ত ● পরিবৃত্ত ⓖh নববিন্দু বৃত্ত

৫৫. সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে তার কেন্দ্র কোথায় থাকবে?

ⓚ ভূমির উপর ● লম্বের উপর
ⓖ অতিভুজের উপর ⓖh অভ্যন্তরে

৫৬. বৃত্তের ব্যাস d হলে এর পরিধি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $2\pi r$ ● πd ⓖ $2\pi d$ ⓖh $\frac{1}{2}\pi d$

৫৭. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ⓚ 0 ● 1 ⓖ 5 ⓖh 10

৫৮. 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বহিঃস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্ব 6 সে.মি. হলে, ঐ বিন্দু হতে বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 6·32 সে.মি. ⓚh 5·91 সে.মি.
● 5·66 সে.মি. ⓖh 4·47 সে.মি.

৫৯. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত P বিন্দুতে পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে, ∠APB = কত? (মধ্যম)

ⓚ 0° ⓚh 90° ● 180° ⓖh 300°

৬০. একটি সরলরেখা কোনো বৃত্তকে স্পর্শ করলে তা ঐ বৃত্তকে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে? (সহজ)

● 1 ⓚh 2 ⓖ 3 ⓖh 4

৬১. 2 সে.মি., 3 সে.মি., ও 4 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্তের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার পরিসীমা কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 9 ● 18 ⓖ 27 ⓖh 36

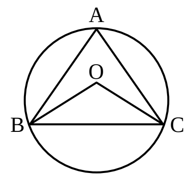
৬২. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? (সহজ)

● 2 ⓚh 3 ⓖ 4 ⓖh 5

৬৩. 25 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 5.2π বর্গ একক ⓚh 10.5π বর্গ একক
● 12.5π বর্গ একক ⓖh 18.5π বর্গ একক

৬৪.



চিত্রে ∠A = 60° এবং O বৃত্তের কেন্দ্র। ∠BOC এর মান কত? (মধ্যম)

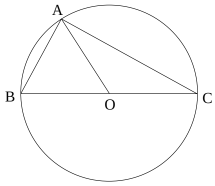
ⓚ 30° ⓚh 60° ⓖ 90° ● 120°

৬৫. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করে। বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ 4 ও 6 একক হলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (মধ্যম)

● 2 ⓚh 4 ⓖ 6 ⓖh 8

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৬. নিচের বৃত্তটিতে–



i. OA = AB

ii. $OA = \frac{1}{2}BC$

iii. $\angle AOC = 2\angle ABC$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৭. বৃত্তের–

i. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী

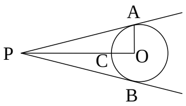
ii. শুধু কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়

iii. বৃহত্তম জ্যা বৃত্তের ব্যাস

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৮.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক PA ও PB হলে–

i. PA = PB

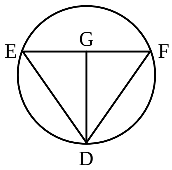
ii. $\angle PAO = 90°$

iii. OA = AC

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৯.



চিত্রে–

i. $\angle DGE = 2\ \angle DFE$

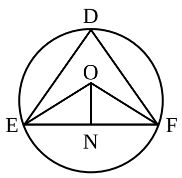
ii. $GD = \frac{1}{2}EF$

iii. GD = FD

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৭০.



চিত্রে EF = 4 সে.মি. ও ON লম্বের দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে–

i. ΔOFN এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

ii. ON কে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তের পরিধি 2π সে.মি.

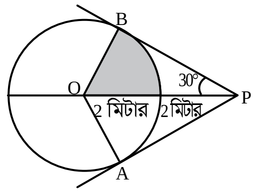
iii. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ৭১ ও ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৭১. PB এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

(ক) $\sqrt{21}$ মি. (খ) $\sqrt{29}$ মি. (গ) 21 মি. ● $2\sqrt{3}$ মি.

৭২. গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রেফল কত? (মধ্যম)

● $\frac{2\pi}{3}$ বর্গ মি. (খ) π বর্গ মি. (গ) $\frac{3\pi}{2}$ বর্গ মি. (ঘ) 4π বর্গ মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

1, 2 ও 3 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে যাদের কেন্দ্র যথাক্রমে, p, q ও r।

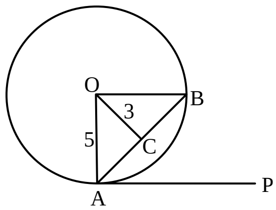
৭৩. pq এর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

(ক) 1 একক (খ) 2 একক ● 3 একক (ঘ) 4 একক

৭৪. Δpqr এর পরিসীমা কত একক? (মধ্যম)

(ক) 6 ● 12 (গ) 16 (ঘ) 24

নিচের চিত্রে আলোকে ৭৫ – ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং কেন্দ্র থেকে AB জ্যা এর লম্ব দূরত্ব 3 সে.মি.।

৭৫. বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব কত সে.মি.? (সহজ)

(ক) 3 (খ) 4 ● 5 (ঘ) 8

৭৬. AB জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 ● 8

৭৭. Δ AOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 6 (খ) 10 ● 12 (ঘ) 24

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

3, 4 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার পরিসীমা 24 সে.মি.।

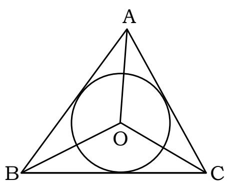
৭৮. r = কত সে.মি? (মধ্যম)

(ক) 3 ● 5 (গ) 7 (ঘ) 25

৭৯. r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

(ক) 7π (খ) $14\ \pi$ ● $25\ \pi$ (ঘ) $49\ \pi$

নিচের চিত্রের আলোকে ৮০ – ৮২নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC-এর অভ্যন্তরে অবস্থিত।

৮০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC-এর– (সহজ)

(ক) পরিবৃত্ত (খ) বহিঃবৃত্ত ● অন্তঃবৃত্ত (ঘ) উপবৃত্ত

৮১. O, △ABC এর– (মধ্যম)

● ভরকেন্দ্র (খ) উপবৃত্ত (গ) লম্ববিন্দু (ঘ) উপকেন্দ্র

৮২. নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) OA + OB + OC > AB + BC + AC

(খ) OA + OC ∠BC

● OA + OB + OC < AB + AC + BC

(ঘ) ∠A + ∠B = OC∠C + ∠O

৮৩. ত্রিভুজের ভূমি, শিরকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকলে কয়টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়?

(ক) 2 ● 1 (গ) 4 (ঘ) 5

৮৪. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 6 : 8 : 10 হলে, এর বৃহত্তর কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি?

(ক) 60 ● 90 (গ) 120 (ঘ) 180

৮৫. কোনো বর্গের অন্তর্লিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 সে.মি. হলে, বর্গটির একবাহুর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.?

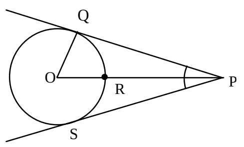
(ক) 5 ● $10\sqrt{2}$ (গ) 20 (ঘ) 25

৮৬. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের নাম কী?

● পরিবৃত্ত (খ) অন্তঃবৃত্ত (গ) বহিঃবৃত্ত (ঘ) নববিন্দুবৃত্ত

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯০.



0 কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক PQ ও PS হলে–

i. ∠OQP = 90°

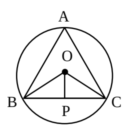
ii. OQ = OR

iii. PQ = PS

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৯১.



চিত্রে, BC = 4 সে.মি. ও OP লম্বের দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে–

i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ সে.মি.

ii. ΔOCP এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

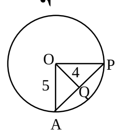
iii. OP কে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তের পরিধি 2π সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ৯২ – ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 একক এবং কেন্দ্র থেকে AP জ্যা এর লম্ব দূরত্ব 4 একক।

৯২. বৃত্তের কেন্দ্র তেকে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

● 5 (খ) 4 (গ) 9 (ঘ) 1

ব্যাখ্যা : কেন্দ্র থেকে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 একক।

৯৩. AP জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

(ক) 5 (খ) 4 ● 6 (ঘ) 1

৯৪. ΔOAP-ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

● 6 (খ) 12 (গ) 24 (ঘ) 10

৮৭. 3 সে.মি., 1 সে.মি. এবং 6 সে.মি. রেখা দ্বারা অঙ্কিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 9 ব. সে. মি. (খ) 10 ব. সে. মি.

● ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয় (ঘ) অসীম

৮৮. সমকোণী ত্রিভুজের শিরঃকোণ 30° হলে অপর কোণ কত ডিগ্রি হবে?

(ক) 30 (খ) 40 ● 60 (ঘ) 70

৮৯. কোন ত্রিভুজের–

i. পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ

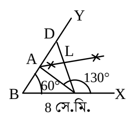
ii. ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোণ ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব

iii. ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 1 : 2 অনুপাতে বিভক্ত করে

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে ৯৫ – ৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে BD = 7 সে.মি. BC = 4 সে.মি. AL, CD এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক

৯৫. AB + AC এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 4 সে.মি. (খ) 3 সে.মি.

● 7 সে.মি. (ঘ) 2 সে.মি.

৯৬. ΔABC এর শিরঃকোণ কত? (সহজ)

(ক) 30° (খ) 50° (গ) 60° ● 70°

৯৭. ΔABC এর পরিসীমা কত? (মধ্যম)

● 11 সে.মি. (খ) (7 + 4 + AC) সে.মি.

(গ) (AB + BC + 7) সে.মি. (ঘ) 7 সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে ৯৮ – ১০০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

1, 2 ও 3 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। যাদের কেন্দ্র যথাক্রমে a,b, c।

৯৮. ab এর দৈর্ঘ্য কত ? (মধ্যম)

(ক) 4 একক ● 3 একক

(গ) 2 একক (ঘ) 1 একক

৯৯. বৃত্তত্রয়ের মোট ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

(ক) 6 π (খ) 10 π (গ) 12 π ● 14 π

১০০. Δabc এর পরীসীমা কত একক? (কঠিন)

(ক) 6 ● 12 (গ) 24 (ঘ) 18

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ **ΔABC–এর $\angle B = 45°$ দেওয়া আছে।**

ক. কোণটি আঁক। ২

খ. BC = 4·6 সে.মি. এবং AB + CA = 8·2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. BC = 4·5 সে.মি. এবং AB − AC = 2·5 সে.মি. হলে ত্রিভজটি আঁক। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।

খ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।

গ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ৪নং দেখ।

প্রশ্ন–২ **একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.।** [কাজ : পৃষ্ঠা–৮৭]

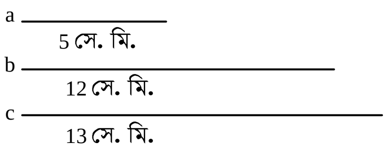
ক. ত্রিভুজের বাহু তিনটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

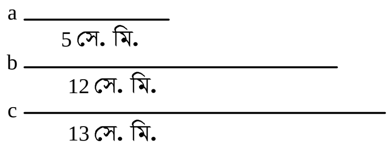
২ নং প্রশ্নের সমাধান

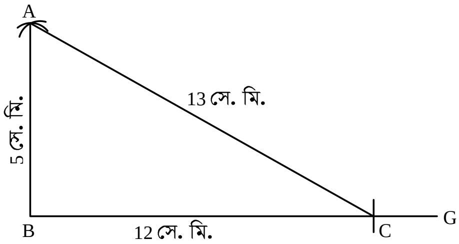
ক.



চিত্রে, ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে a = 5 সে.মি., b = 12 সে.মি. এবং c = 13 সে.মি.।

খ. মনে করি, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 5 সে.মি., b = 12 সে.মি. এবং c = 13 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BG থেকে BC = b = 12 সে.মি. অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : BC রেখার B ও C–কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC- এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : A, B এবং A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৬১ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ১নং দেখ।

প্রশ্ন–৩ **দুটি রেখাংশ a ও b এবং একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে।**

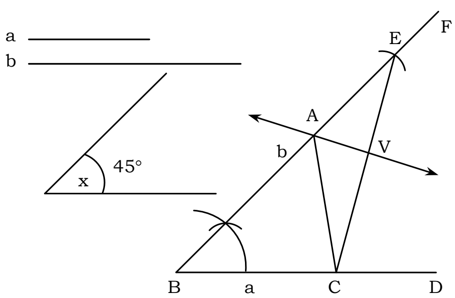
ক. যদি a একটি ত্রিভুজের ভূমি, b অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি এবং $\angle x$ ত্রিভুজটির শিরঃকোণ হয় তবে ত্রিভুজটির চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রদত্ত তথ্য উল্লেখপূর্বক অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. যদি $\angle x$ একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, a ত্রিভুজটির উচ্চতা এবং b অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি হয় তবে, ত্রিভুজটির চিহ্নিত চিত্র আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔABC এ BC = a, AB + AC = b, এবং $\angle ABC = \angle x$

খ. মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি a, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি b এবং শিরঃকোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BD থেকে BC = a কেটে নিই।

ধাপ ২ : BD রেখার B বিন্দুতে $\angle DBF = \angle x$ আঁকি।

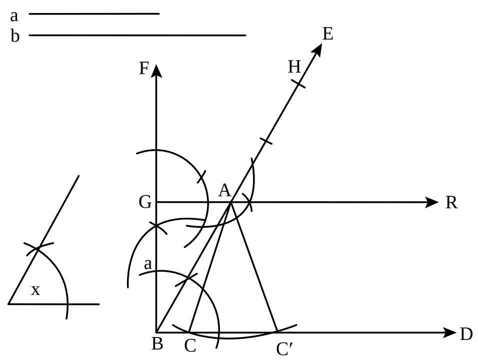
ধাপ ৩ : BF রশ্মি থেকে BE = b কেটে নিই। EC যোগ করি।

ধাপ ৪ : EC রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি যা BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : AC যোগ করি।

তাহলে ΔABC নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$, উচ্চতা a এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি b দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

ধাপ ২ : BD এর B বিন্দুতে $BF \perp BD$ আঁকি। BF হতে $BG = a$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : G বিন্দু দিয়ে BD এর সমান্তরাল করে GR আঁকি। GR রেখা BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে। এখন BE হতে $BH = b$ অংশ কাটি।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AH এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD কে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : A, C ও A, C′ যোগ করি।

তাহলে ABC ও ABC′ ত্রিভুজদ্বয় নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–৪ ▸ ΔABC–এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি.।

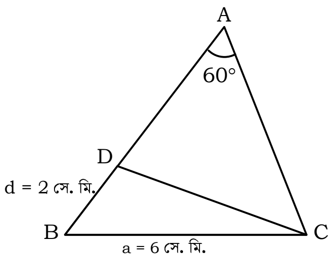
ক. ত্রিভুজটি এঁকে উপরিউক্ত তথ্যগুলো চিহ্নিত কর। ২

খ. পদ্ধতি অনুসারে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. ত্রিভুজটির একটি পরিবৃত্ত আঁক। ৪

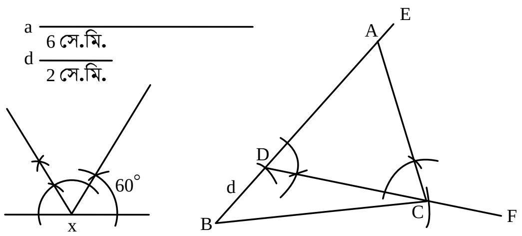
▸◂ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



ΔABC-এর চিত্র আঁকি এবং প্রদত্ত অংশ $BC = a$, $BD = d$ এবং $\angle BAC = 60°$ চিহ্নিত করি।

খ.



ΔABC–এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = d$ কেটে নিই।

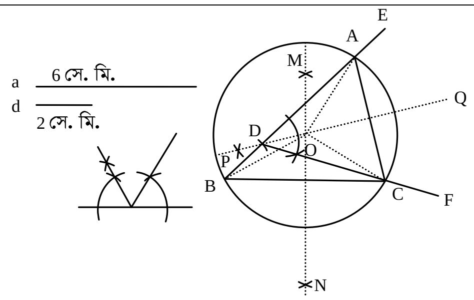
ধাপ ২ : BE রশ্মির D বিন্দুতে $\angle EDF = \frac{1}{2}(180° - \angle x)$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তা DF রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : C বিন্দুতে $\angle EDC = \angle DCA$ আঁকি। CA, DE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তাহলে $\triangle ABC$–ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ. ‘(খ)’ চিত্রে প্রদত্ত ΔABC এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : BC এর সমদ্বিখণ্ডক MN এবং AC এর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ আঁকি। এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ধাপ ২ : O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OC–এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এরূপে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন–৫ ▸ ত্রিভুজের উচ্চতা, ভূমির উপর মধ্যমা এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া আছে।

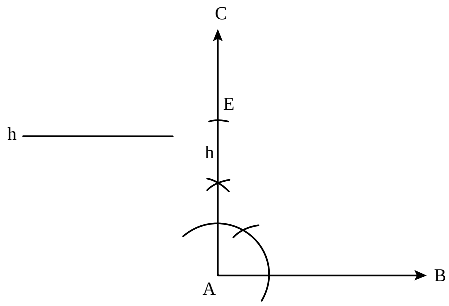
ক. সমকোণ এঁকে উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণ দাও এবং যৌক্তিকতা আলোচনা কর। ৪

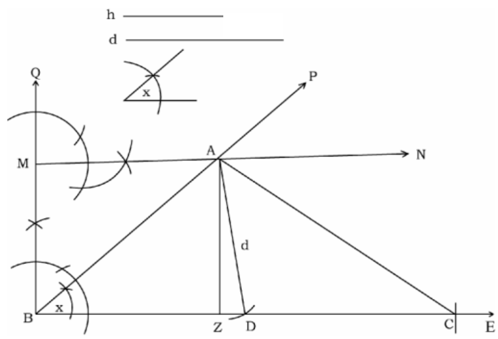
▸◂ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



চিত্রে, $\angle CAB = 90°$ = এক সমকোণ। h এর সমান করে AE রেখা–ই প্রদত্ত উচ্চতা।

খ.



ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ x এর সাহায্যে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

গ. **অঙ্কনের বিবরণ :**

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle EBP$ অঙ্কন করি।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BE রেখার উপর BQ লম্ব অঙ্কন করি, BQ থেকে ত্রিভুজ এর উচ্চতা h এর সমান BM অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BE এর সমান্তরাল করে MN রেখা অঙ্কন করি যা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। ঐ বৃত্তচাপ BE কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : BE থেকে BD = DC অংশ কেটে নিই। A,C যোগ করি।

তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : A, D যোগ করি এবং A থেকে BC এর উপর AZ লম্ব অঙ্কন করি।

এখানে, MN ও BE সমান্তরাল এবং MB ও AZ উভয়েই BE এর উপর লম্ব।

∴ MB = AZ = h উচ্চতা

BD = DC

∴ D বিন্দুই BC এর মধ্যবিন্দু।

∴ AD = d = ভূমির উপর মধ্যমা;

অর্থাৎ BC ভূমি,

আবার, ∠ABC = ∠x = ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ।

∴ ABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–৬ ▸ কোনো ত্রিভুজের ভূমি, a = 5 সে.মি., ভূমিসংলগ্ন কোণ ∠x = 60° এবং উচ্চতা, h = 3·5 সে.মি.

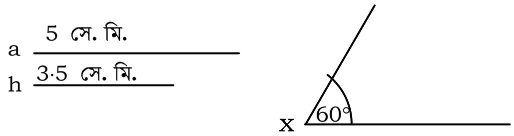
ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলো চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. যে ত্রিভুজের ২টি কোণ ∠x = 60° ও ∠y = 90° এবং তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর d = h − 2 এর সমান তা অঙ্কন কর ও যৌক্তিকতা তুলে ধর। (অঙ্কনের বিবরণ ও চিহ্ন আবশ্যক) ৪

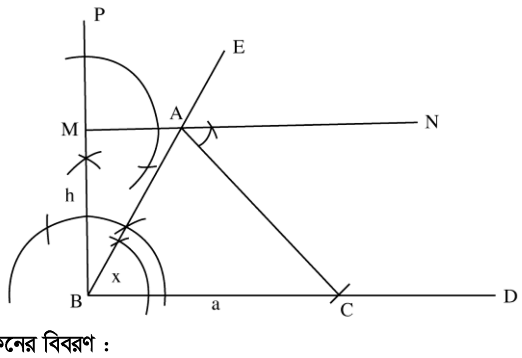
▸◂ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির ভূমি, a = 5 সে. মি. এবং উচ্চতা, h = 3·5 সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ ∠x = 60°। এ তথ্যগুলো উপরিউক্ত চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।

খ. প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যে একটি ত্রিভুজ আঁকা হলো।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD হতে BC = a = 5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BC বাহুর উপর BP লম্ব আঁকি। BP হতে BM = h = 3·5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BC বাহুর সমান্তরাল MN রেখাংশ আঁকি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে ∠CBE = ∠x = 60° আঁকি। BE বাহু MN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

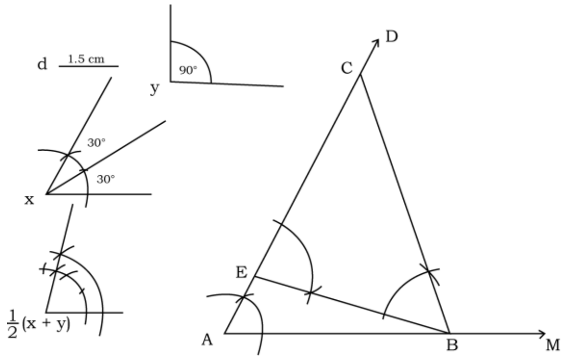
ধাপ ৫ : A,C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔABC এর উচ্চতা BM = h [∵ BM ⊥ BC]

ভূমি BC = a, ভূমি সংলগ্ন কোণ ∠CBA = ∠x

∴ ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



দেওয়া আছে কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ ∠x = 60° এবং ∠y = 90° এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর, d = h − 2 = (3.5 − 2) সে.মি. = 1.5 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ AM এর A বিন্দুতে ∠BAC = ∠x = 60° আঁকি।

ধাপ ২ : AD হতে AE = d = 1.5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : এখন E বিন্দুতে ∠DEB = $\frac{1}{2}$(∠x + ∠y) = 75° অঙ্কন করি।

EB রেখাংশ AM কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে ∠DEB এর সমান করে ∠EBC অঙ্কন করি।

ধাপ ৫ : BC রেখা AD রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ∠CEB = ∠CBE = $\frac{1}{2}$ (∠x + ∠y)

∴ CE = CB

∴ AC = CE + AE = CB + AE

∴ AC − CB = d [AE = d]

∠EBA = ∠CEB − ∠CAB = $\frac{1}{2}$(∠x + ∠y) − ∠x = $\frac{1}{2}$ (∠y − ∠x)

∠CBA = ∠CBE + ∠EBA

= $\frac{1}{2}$ (∠x + ∠y) + $\frac{1}{2}$(∠y − ∠x) = ∠y

ΔABC এর ∠x = ∠CAB, ∠y = ∠CBA এবং EC = BC বলে বাহুদ্বয়ের অন্তর, AE = d

∴ ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ। (পমাণিত)

প্রশ্ন–৭ ▸ ABC ত্রিভুজের ভূমি BC = 5 সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ ∠B = 45°, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 10 সে.মি.।

ক. ABC ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর এবং উক্ত পরিসীমা বিশিষ্ট একটি PQR সমবাহু ত্রিভুজ এঁকে দেখাও। ২

খ. ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

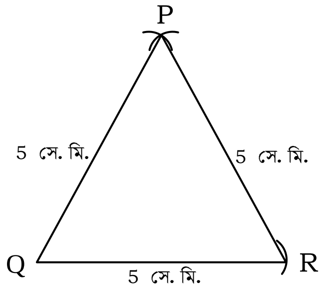
গ. ABC ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

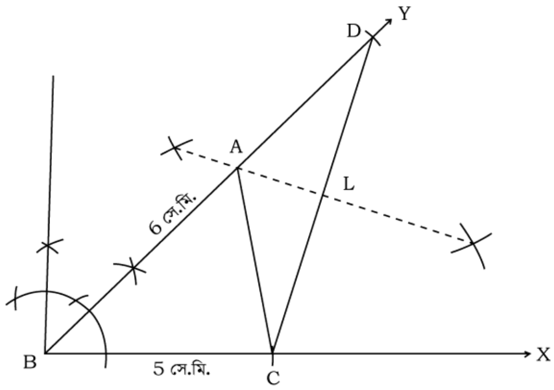
ক. ABC ত্রিভুজের পরিসীমা (5 + 10) সে. মি. = 15 সে.মি.।

∴ ABC ত্রিভুজের পরিসীমাকে PQR সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ধরলে PQR সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু হবে $\frac{15}{3}$ সে.মি. বা 5 সে.মি.।

∴ PQR ত্রিভুজটি নিম্নরূপ :



খ.



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার ভূমি BC = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 45^\circ$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি AB + AC = 10 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX থেকে BC = 5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : $\angle XBY = 45^\circ$ আঁকি। BY থেকে BD = 10 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : C,D যোগ করি।

ধাপ ৪ : CD রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি। যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

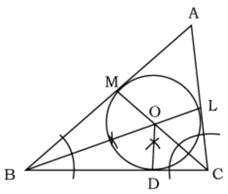
ধাপ ৫ : A, C যোগ করি। তাহলে ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

[**Note :** AL, CD পরস্পর লম্বদ্বিখণ্ডক]

∴ AD = AC

তাহলে, BA + AD = AB + AC = 10 সে. মি.

গ.



'খ' হতে প্রাপ্ত ABC ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে, BL ও CM আঁকি। মনে করি তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২ : O থেকে BC বাহুর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

তাহলে অঙ্কিত বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তঃবৃত্ত।

প্রশ্ন–৮ ▸ ABC ত্রিভুজের অতিভুজ AC = 10 সে.মি. ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 14 সে.মি.

ক. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 সে.মি. এবং ভূমি 6 সে.মি. হলে লম্ব নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. ΔABC-এর বহিঃবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে–

আমরা জানি, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$

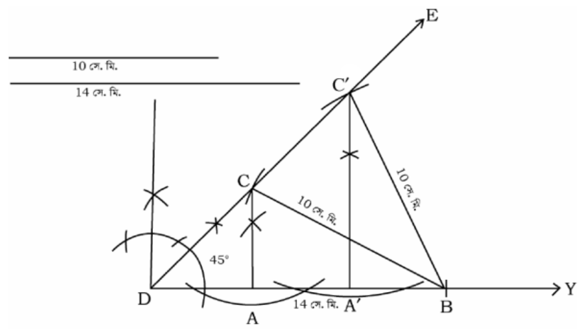
বা, $(\text{লম্ব})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{ভূমি})^2$

$= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

∴ লম্ব = 8 সে. মি.

নির্ণেয় লম্ব 8 সে.মি.

খ.



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ AC = 10 সে.মি. ও AB ও BC বাহুর সমষ্টি 14 সে.মি.। ABC ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি DY থেকে 14 সে.মি. এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

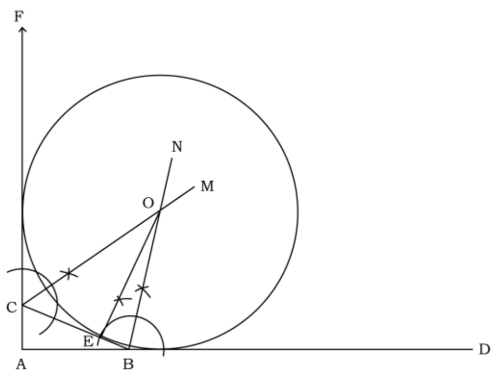
ধাপ ২ : D বিন্দুতে $\angle BDE = 45^\circ$ কোণ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : B কে কেন্দ্র করে 10 সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপটি DE কে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B,C ও B,C' যোগ করি।

ধাপ ৫ : এখন BD রেখার উপর C ও C′ হতে যথাক্রমে CA ⊥ BD ও C′A′ ⊥ BD আঁকি। তাহলে ΔABC ও ΔA′ BC′-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



'খ' হতে প্রাপ্ত ABC সমকোণী ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ ২ : $\angle FCB$ ও $\angle DBC$ এর সমদ্বিখণ্ডক CM এবং BN আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O থেকে BC এর উপর OE লম্ব আঁকি। মনে করি, তারা BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে অঙ্কিত বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন–৯ ▸ ΔABC -এর $\angle B = 45^\circ$ দেওয়া আছে।

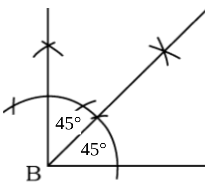
ক. কোণটি আঁক। ২

খ. BC = 4·6 সে. মি. এবং AB + CA = 8·2 হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

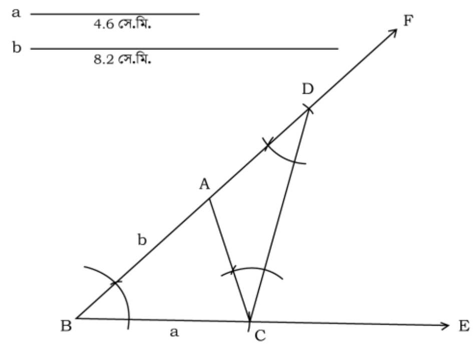
গ. BC = 4·5 সে. মি. এবং AB – AC = 2·5 সে. মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

▸◂ ৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



খ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি BC = a = 4.6 সে. মি. $\angle B = 45^\circ$ এবং AB + CA = b = 8.2 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 4.6 সে. মি. কেটে নিই।

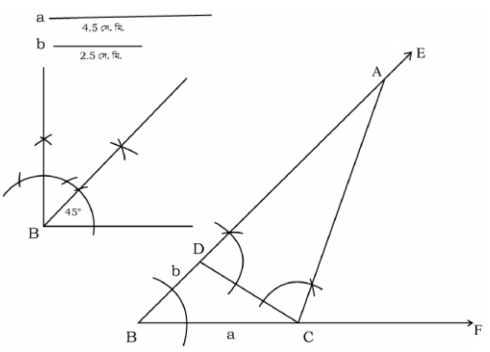
ধাপ ২ : BC–এর B বিন্দুতে $\angle CBF = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BF থেকে BD = b = 8.2 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle ACD = \angle BDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি BC = a = 4.5 সে. মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle B = 45^\circ$ এবং AB – AC = b = 2.5 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BF থেকে BC = a = 4.5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : BC-এর B বিন্দুতে $\angle CBE = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BE থেকে BD = b = 2.5 সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle DCA = \angle EDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, DE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–১০ ▸ ABC ত্রিভজের শিরঃকোণ $\angle x$, ভূমি a ও শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর d।

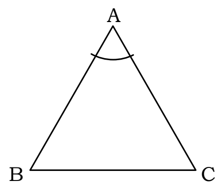
ক. চিত্রসহ শির:কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. উদ্দীপকে প্রদত্ত ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

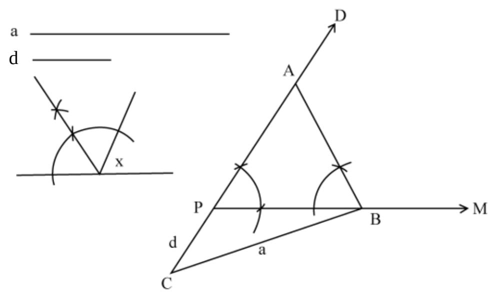
গ. ABC ত্রিভুজের ভূমি BC = 6 সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = \angle x$ এবং AB + AC = 9 সে. মি. হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ১০ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. **শিরঃকোণ :** কোনো ত্রিভুজের শীর্ষকোণকে শিরঃকোণ বলা হয়। পাশের ΔABC এর শীর্ষকোণ $\angle A$, ফলে ΔABC এর শিরঃকোণ হবে $\angle A$। তবে অবস্থান অনুযায়ী $\angle B$ ও $\angle C$ ও শিরঃকোণ হতে পারে।



খ.



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ $\angle A = \angle x$ এবং শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর AC – AB = d । ABC ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি CD থেকে CP = d অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : P বিন্দুতে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান $\angle DPM$ অঙ্কন করি।

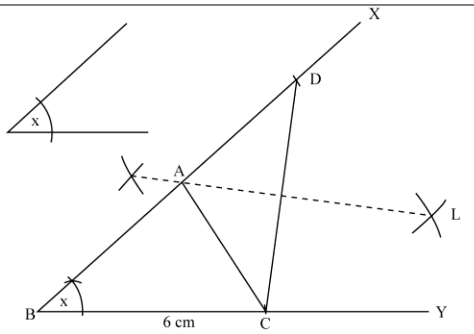
ধাপ ৩ : C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তচাপ PM সরলরেখাকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B ও C যোগ করি।

ধাপ ৫ : B বিন্দুতে $\angle DPB = \angle PBA$ অঙ্কন করি যেন BA রেখাংশ CD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC-উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, ABC ত্রিভুজের ভূমি BC = 6 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ ∠x, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি AB + AC = 9 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BY থেকে BC = 6 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : ∠XBY = ∠x আঁকি।

ধাপ ৩ : BX রশ্মি থেকে BD = 9 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C,D যোগ করি।

ধাপ ৫ : CD রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক AL আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A, C যোগ করি। তাহলে ABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–১১ ▸ একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র C, P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু।

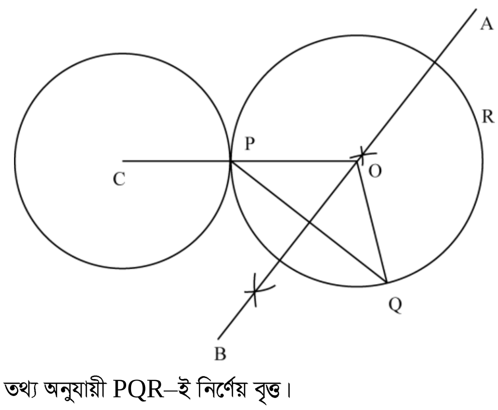
ক. এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণ এবং প্রমাণ দাও। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে। ৪

▸◂ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী PQR–ই নির্ণেয় বৃত্ত।

খ. অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB আঁকি।

ধাপ ২ : C, P যোগ করি এবং বর্ধিত করি। বর্ধিত CP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

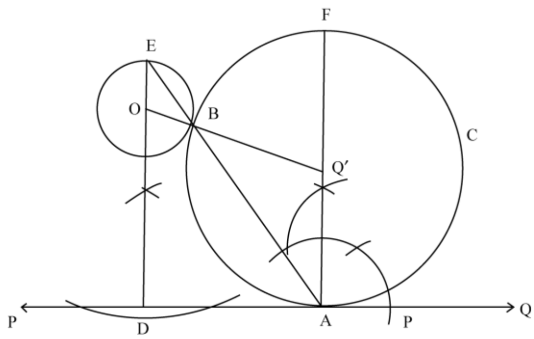
ধাপ ৩ : O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR–ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ : O, Q যোগ করি। AB রেখাংশ বা OB রেখাংশ PQ -এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

∴ OP = OQ

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা Q বিন্দু দিয়ে যাবে। আবার P বিন্দুটি দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং P বিন্দু উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত অর্থাৎ P বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় মিলিত হয়েছে। সুতরাং বৃত্তদ্বয় P বিন্দুতে স্পর্শ করে। সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ.



মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র, এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O হতে PQ রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।

ধাপ ২ : DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩ : E, A যোগ করি। EA প্রদত্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুতে AF ⊥ PQ আঁকি।

ধাপ ৫ : O, B যোগ করে বর্ধিত করি যেন তা AF কে Q′ বিন্দুতে ছেদ করে। Q′–ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৬ : Q′ কে কেন্দ্র করে Q′A বা Q′B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি। তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন–১২ ▸ C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P ও Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, CP = 2 সে. মি.

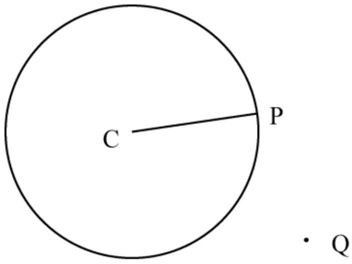
ক. প্রদত্ত তথ্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রে উপস্থাপন কর। ২

খ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে ও Q বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের বিবরণ ও চিহ্ন ও প্রমাণ আবশ্যক) ৪

গ. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 6 সে. মি. ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর C কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

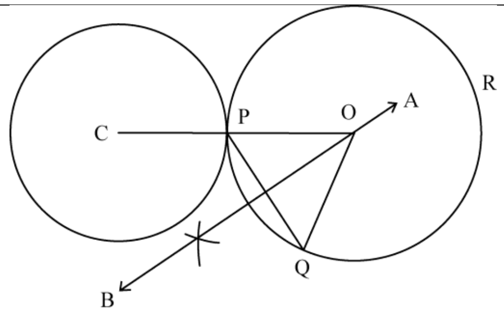
ক.



দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। C,P যোগ করা হলো। এখানে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ CP = 2 সে.মি.।

প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে উপরিউক্ত চিত্রটি আঁকা হলো।

খ.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ-এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB রেখা আঁকি, যা CP এর বর্ধিতাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O, Q যোগ করি।

ধাপ ৪ : O কে কেন্দ্র করে OP বা OQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR–ই নির্ণেয় বৃত্ত।

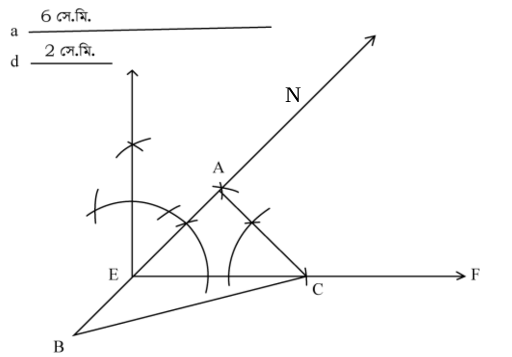
প্রমাণ : O, Q যোগ করি। AB রেখাংশ PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

$\therefore$ OP = OQ

O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত Q বিন্দু দিয়ে যায়। আবার, P বিন্দুটি বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং P বিন্দু উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত। অর্থাৎ P বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় মিলিত হয়েছে। সুতরাং বৃত্তদ্বয় P বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ.



দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, a = 6 সে.মি. ও অপর দুই বাহুর অন্তর, d = 2 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : EF রেখার E বিন্দুতে $\angle FEN = 45°$ আঁকি। NE কে B পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন BE = d হয়।

ধাপ ৩ : B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : C বিন্দুতে $\angle ECA = 45°$ আঁকি যা BN কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–১৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত এবং একটি নির্দিষ্ট DE সরলরেখাস্থ F একটি নির্দিষ্ট বিন্দু।

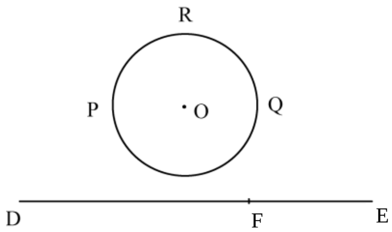
ক. প্রদত্ত তথ্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২

খ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা F বিন্দুতে DE রেখাকে এবং PQR বৃত্তকে Q বিন্দুতে স্পর্শ করে। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা LMN বৃত্তকে N বিন্দুতে এবং PQR বৃত্তকে R বিন্দুতে স্পর্শ করে। ৪

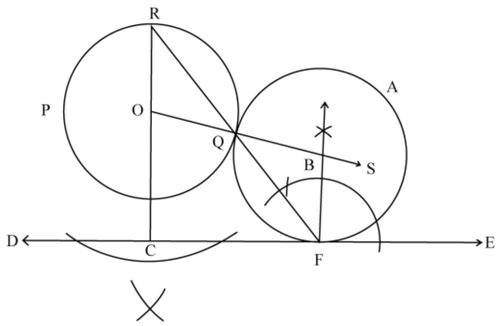
▸◂ ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত এবং একটি নির্দিষ্ট DE সরলরেখাস্থ F একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এ তথ্য অনুসারে উপরিউক্ত চিত্র অঙ্কন করা হলো।

খ.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O হতে DE এর উপর OC লম্ব আঁকি। CO এর বর্ধিতাংশে PQR বৃত্তকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২ : R, F যোগ করি। RF, PQR বৃত্তকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O, Q যোগ করে S পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : F বিন্দুতে FB $\perp$ DE আঁকি। FB ও OS এর ছেদবিন্দু B।

ধাপ ৫ : B কে কেন্দ্র করে BF বা BQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

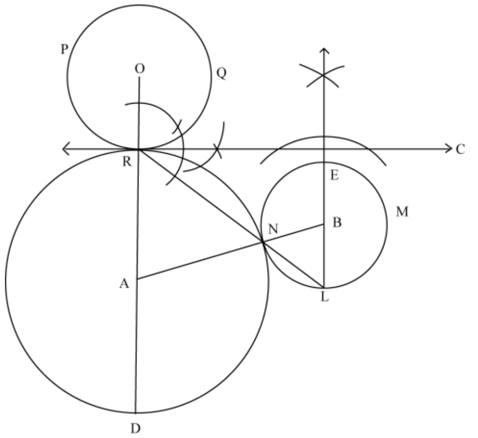
প্রমাণ : FB $\perp$ DE [$\because \angle BFD = 90°$]

বৃত্তটি F বিন্দুতে DE রেখাকে স্পর্শ করে। Q বিন্দুটি বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু এবং তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার উপর অবস্থিত।

অতএব বৃত্তদ্বয় Q বিন্দুতে পরস্পর স্পর্শ করে।

$\therefore$ QFA-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

গ.



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে R একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্তে N একটি বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে, যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে R বিন্দুতে এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, R যোগ করি। OR কে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।

ধাপ ২ : R বিন্দুতে PQR বৃত্তে RC স্পর্শক আঁকি।

ধাপ ৩ : B হতে RC রেখার উপর BE লম্ব অঙ্কন করি। BE এর বর্ধিতাংশ বৃত্তকে L বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : L, R যোগ করি। LR রেখা LMN বৃত্তকে N বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, N যোগ করি। BN এর বর্ধিতাংশ RD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A কে কেন্দ্র করে AN বা AR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত–ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের R বিন্দুতে RC স্পর্শক বলে RC $\perp$ OR.

আবার, RA $\perp$ RC. কিন্তু AR নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে RC একটি স্পর্শক হবে। ফলে A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি R বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে।

অঙ্কনানুসারে, AB = BN + AN.

কিন্তু BN ও AN যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ। কাজেই নির্ণেয় বৃত্তটি B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

$\therefore$ A কেন্দ্রবিশিষ্ট DNR বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন–১৪ ▸ একটি ত্রিভুজের ভূমি 4·5 সে.মি., শিরঃকোণ 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7 সে.মি।

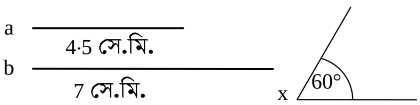
ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪

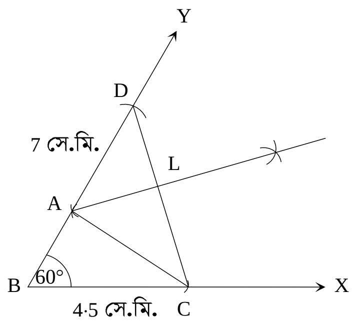
গ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি যথাক্রমে উপরিউক্ত ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টির সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর শিরঃকোণের সমান হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

▸◂ ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



খ.



দেওয়া আছে, ভূমি BC = 4·5 সে.মি. অপর দুই বাহুর সমষ্টি AB + AC = 7 সে.মি. এবং $\angle$ABC = 60°। Δ ABC অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ–১ : যেকোন রাশি BX থেকে BC = 4·5 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ–২ : $\angle$XBY = 60° কোণ আঁকি।

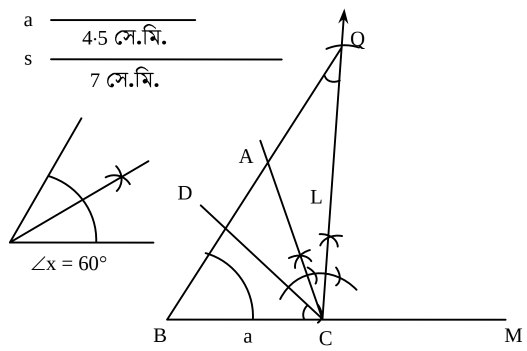
ধাপ–৩ : BY রশ্মি থেকে BD = 7 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ–৪ : C, D যোগ করি।

ধাপ–৫ : CD রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ–৬ : A, C যোগ করি, তাহলে ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle$BCD অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান বাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা CP রশ্মিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, Q যোগ করি।

ধাপ ৬ : এখন, CQ রশ্মির C বিন্দুতে $\angle$BQC এর সমান করে $\angle$QCA অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–১৫ ▸ i. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ii. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P এবং বহিঃস্থ একটি বিন্দু Q.

ক. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 সে.মি., ভূমি 6 সে.মি. হলে লম্ব নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের শর্তের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের আলোকে এমন একটি বৃত্ত আঁক যা Q বিন্দু দিয়ে যায় এবং P বিন্দুতে প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করে। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

▸◂ ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 10 সে.মি.

লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

(লম্ব)² + (ভূমি)² = (অতিভুজ)²

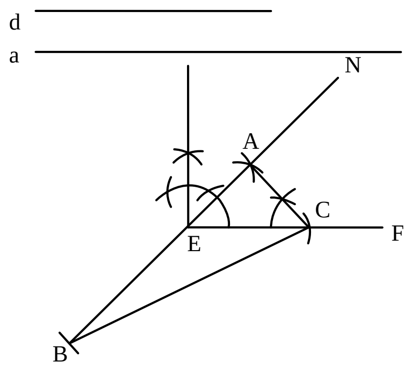
বা, (লম্ব)² $= 10^2 - 6^2$

$= 100 - 36$

$= 64$

∴ লম্ব = $\sqrt{64}$ = 8 সে.মি. [ধনাত্মক মান নিয়ে, কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না। (**Ans.**)

খ. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a ও অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে ∠FEN = 45° আঁকি।

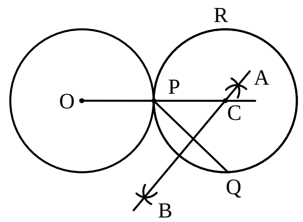
ধাপ ২ : এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EB = d হয়।

ধাপ ৩ : অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a–এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF–কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে ∠ECA = ∠CEN আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

গ. নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O, P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩ : O, P যোগ করে বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : বর্ধিত OP রেখাংশ AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : C কে কেন্দ্র করে CP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR–ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১৬ ▸ একটি ত্রিভুজের ভূমি 5 সে. মি. ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 7 সে. মি.।

ক. উপরিউক্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ভূমিসংলগ্ন কোণ 60° হলে, ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর নিয়ে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

প্রশ্ন–১৭ ▸ a = 4 সে. মি. এবং b = 2 সে. মি. দুইটি নির্দিষ্ট রেখাংশ।

ক. a, b ও c = $\frac{a+b}{2}$ রেখাংশত্রয় অঙ্কন কর। ২

খ. a, b, $\frac{a+b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধের তিনটি বৃত্ত আঁক, যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। ৪

গ. a ও b রেখাংশদ্বয়ের মধ্যসমানুপাতী নির্ণয় কর। ৪

প্রশ্ন–১৮ ▸ a = 5 সে.মি., 6 = 12 সে.মি., c = 13 সে.মি. এবং d = 1.5 সে.মি. কয়েকটি বাহুর দৈর্ঘ্য।

ক. বাহুগুলোর চিত্র আঁক। ২

খ. a, b, c বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত আঁক? (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. a সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং d কে অপর দুই বাহুর অন্তর বিবেচনা করে ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

প্রশ্ন–১৯ ▸ Δ ABC এর ∠B = 45° দেওয়া আছে।

ক. কোণটি অঙ্কন কর। ২

খ. BC = 4·5 সে.মি. এবং AB – AC = 2.5 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ অবশ্যক।) ৪

গ. BC = 4·6 সে.মি. এবং AB + CA = 8·2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ আবশ্যক) ৪

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২০ ▸ Δ ABC –এর AD একটি মধ্যমা এবং অপর একটি ত্রিভুজ PQR এর উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x.

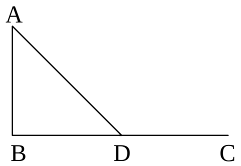
ক. লম্ব অভিক্ষেপ চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$. ৪

গ. PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

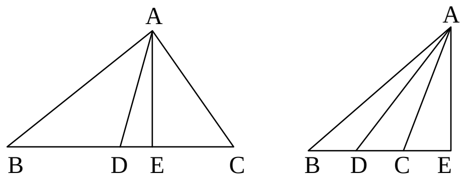
▸◂ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. **লম্ব অভিক্ষেপ :** কোনো নির্দিষ্ট রেখার উপর কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুকে ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে।



চিত্রে, BC রেখার উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ BD.

খ.



চিত্র : ১ চিত্র : ২

মনে করি, ΔABC–এর মধ্যমা AD.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন : A থেকে BC অথবা BC–এর বর্ধিতাংশের উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : মনে করি, চিত্র (১)–এ ∠ADB স্থূলকোণ,

অতএব, $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD \,.\, DE$ .... (i)

চিত্র (২)–এ ∠ADC সূক্ষ্মকোণ হলে,

$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2CD \,.\, DE$

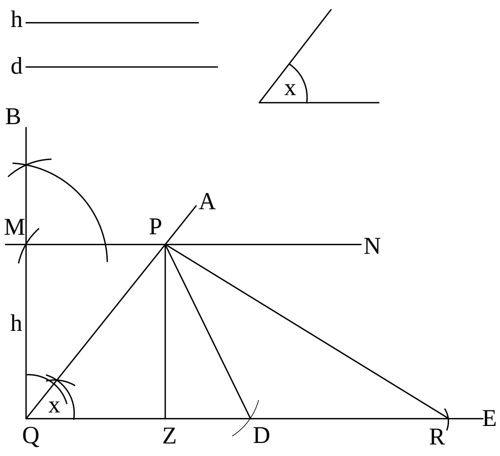
বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD \,.\, DE$ [∵ BD = CD] ...... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$BA^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD \,.\, DE + AD^2 + BD^2 - 2BD \,.\, DE$

∴ $AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (**প্রমাণিত**)

গ.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ – ১ : যেকোনো রশ্মি QE এর Q বিন্দুতে ∠x এর সমান ∠EQA অঙ্কন করি।

ধাপ – ২ : Q বিন্দুতে QE রেখার উপর BQ লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ – ৩ : BQ থেকে ত্রিভুজের উচ্চতা h এর সমান QM অংশ কেটে নিই।

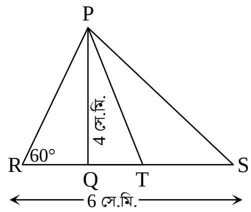
ধাপ – ৪ : M বিন্দুতে QE এর সমান্তরাল করে MN রেখা অঙ্কন করি যা QA কে P বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ – ৫ : P বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। ঐ বৃত্তচাপ QE কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ – ৬ : QE থেকে QD = DR অংশ কেটে নিই।

ধাপ – ৭ : P, R যোগ করি। তাহলে, PQR–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–২১ ▸



ΔPRS এর RS বাহুর মধ্যবিন্দু T।

ক. PR বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর।

গ. অঙ্কনের বিবরণসহ এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার ভূমি RS ও শিরঃকোণ ∠R এর সমান এবং অপর দুই বাহুর অন্তর 2 সে.মি.। ৪

▸◂ ২১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ΔPQR–এ ∠PQR = 90° এবং ∠PRQ = 60°

∴ ΔPQR এ $\sin\angle PRQ = \dfrac{PQ}{PR}$

বা, $\sin 60° = \dfrac{4}{PR}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4}{PR}$

বা, $\sqrt{3}PR = 8$

∴ $PR = \dfrac{8}{\sqrt{3}} = 4.62$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ. **এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য :** ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখণ্ডক মধ্যকার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

এখানে, ΔPRS এর T, RS এর মধ্যবিন্দু। PT মধ্যমা এবং PQ ⊥ RS.

প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 + PS^2 = 2(PT^2 + TR^2)$

প্রমাণ : PQ ⊥ RS

∴ ∠PQT = 90°, ∠PTQ সূক্ষ্মকোণ ও ∠PTS স্থূলকোণ।

ΔPTR এর ∠PTR সূক্ষ্মকোণ এবং RT বাহুতে PT এর লম্ব অভিক্ষেপ QT।

$\therefore PR^2 = PT^2 + RT^2 - 2RT.QT$................ (i)

আবার, ΔPTS–এ $\angle PTS$ স্থূলকোণ

$PS^2 = PT^2 + TS^2 + 2TS.QT$

$= PT^2 + TR^2 + 2TR.QT$.......................(ii)

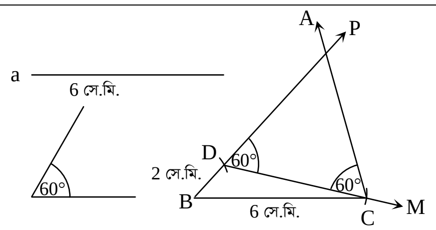
[PT মধ্যমা RT = TS]

(i) ও (ii) নং যোগ করে,

$PR^2 + PS^2 = 2PT^2 + 2RT^2$

$= 2(PT^2 + RT^2)$ (**প্রমাণিত**)

গ.



দেওয়া আছে, ত্রিভুজের ভূমি a = RS = 6 সে. মি.

শির কোণ x = 60° এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে. মি. আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BP হতে BD = 2 সে.মি. কেটে নিই। **ধাপ ২ :** D বিন্দুতে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান করে $\angle PDM$ আঁকি। **ধাপ ৩ :** B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a সে. মি. এর সমান করে ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা DM কে C বিন্দুতে ছেদ করে। **ধাপ ৪ :** C বিন্দুতে $\angle DCA = \angle PDC$ আঁকি যা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।