একাদশ অধ্যায়

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী ১১.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **স্থানাঙ্কের কতিপয় নিয়ম :**

- সাধারণভাবে x-Coordinate-কে ভুজ এবং y-Coordinate-কে কোটি বলা হয়।
- O(0, 0)-কে মূলবিন্দু হিসেবে চিহ্নিত করা হয়।
- **স্থানাঙ্ক জ্যামিতি :** বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার বীজগাণিতিক প্রকাশ জ্যামিতির যে অংশে অধ্যয়ন করা হয়, তাই স্থানাঙ্ক জ্যামিতি নামে পরিচিত।
- **কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক :** পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ এক জোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- **মনে রেখো :** স্থানাঙ্ক জ্যামিতি ও বিশ্লেষণ জ্যামিতি মূলত কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের ওপর নির্ভর করে। তাই রেনে ডেকার্তকে বিশ্লেষণ জ্যামিতির প্রবর্তক বলা হয়।
- **সামান্তরিক প্রমাণের শর্ত :** বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও কর্ণদ্বয় পরস্পর অসমান হবে।
- **আয়ত প্রমাণের শর্ত :** বিপরীত বাহুদ্বয় এবং কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হতে হবে।
- **তিনটি বিন্দু একই রেখায় অবস্থিত কি না প্রমাণের শর্ত :** বিন্দুগুলো A, B, C হলে AB, BC, CA বের করলে যেকোনো দুইটির যোগফল তৃতীয়টির সমান হবে। এরূপ বিন্দুত্রয় ত্রিভুজ গঠন করে না।
  যদি এমন হয়, যেকোনো দুই বাহুর বর্গের যোগফল তৃতীয় বাহুর বর্গ হয়, তবে সমকোণী ত্রিভুজ বা সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হবে।
- **রম্বস প্রমাণের শর্ত :** বাহুগুলো পরস্পর সমান, কর্ণদ্বয় পরস্পর অসমান।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ প্রতিক্ষেত্রে প্রদত্ত বিন্দুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

i. (2, 3) ও (4, 6)

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(2, 3) এবং Q(4, 6)

∴ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(4-2)^2 + (6-3)^2}$ একক

$= \sqrt{2^2 + 3^2}$ একক

$= \sqrt{4 + 9}$ একক

$= \sqrt{13}$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব = $\sqrt{13}$ একক।

ii. (– 3, 7) ও (– 7, 3)

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(– 3, 7) এবং Q(– 7, 3)

∴ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$PQ = \sqrt{\{-7-(-3)\}^2 + (3-7)^2}$ একক

$= \sqrt{(-7+3)^2 + (3-7)^2}$ একক

$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব = $4\sqrt{2}$ একক।

iii. (a, b) ও (b, a)

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(a, b) এবং Q(b, a)

∴ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(b-a)^2 + (a-b)^2}$ একক

$= \sqrt{b^2 - 2ba + a^2 + a^2 - 2ab + b^2}$ একক

$= \sqrt{2a^2 - 4ab + 2b^2}$ একক

$= \sqrt{2(a-b)^2}$ একক

$= (a-b)\sqrt{2}$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব = $(a-b)\sqrt{2}$ একক।

iv. (0, 0) ও (sinθ, cosθ)

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(0, 0) এবং Q(sinθ, cosθ)

$\therefore$ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2}$ একক

$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$ একক

$= \sqrt{1} = 1$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব = 1 একক।

v. $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ ও $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $P\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ এবং $Q\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$\therefore$ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$PQ = \sqrt{\left\{\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 + \{2 - (-1)\}^2}$ একক

$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 + (2 + 1)^2}$ একক

$= \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + (3)^2}$ একক

$= \sqrt{2^2 + 9}$ একক

$= \sqrt{4 + 9}$ একক

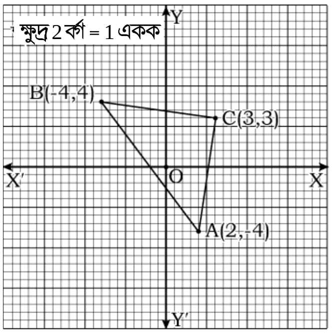
$= \sqrt{13}$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব = $\sqrt{13}$ একক।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে A(2, – 4), B(– 4, 4) ও C(3, 3)। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান :

প্রদত্ত বিন্দুসমূহ A(2, – 4), B(– 4, 4) ও C(3, 3)। XY সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো A, B; B, C এবং C, A যোগ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো :



এখন, ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(-4-2)^2 + \{4 - (-4)\}^2}$ একক

$= \sqrt{(-6)^2 + (8)^2}$ একক

$= \sqrt{36 + 64}$ একক

$= \sqrt{100}$ একক

$= 10$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3 + 4)^2 + (3 - 4)^2}$ একক

$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2}$ একক

$= \sqrt{49 + 1}$ একক

$= \sqrt{50}$ একক

$= 5\sqrt{2}$ একক।

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3 - 2)^2 + (3 + 4)^2}$ একক

$= \sqrt{1^2 + 7^2}$ একক

$= \sqrt{49 + 1}$ একক

$= \sqrt{50}$ একক

$= 5\sqrt{2}$ একক।

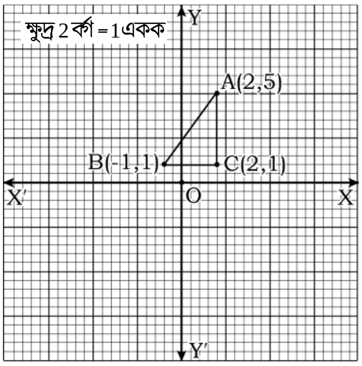
যেহেতু ABC ত্রিভুজে, BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AC বাহুর দৈর্ঘ্য।

সুতরাং ABC ত্রিভুজ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ A(2, 5), B(– 1, 1) ও C(2, 1) একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়। ত্রিভুজটি আঁক ও দেখাও যে, এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান :

দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, 5), B(– 1, 1) ও C(2, 1)। XY সমতলে বিন্দুত্রয়ের অবস্থান দেখানো হলো এবং এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি দেখানো হলো।



এখন, ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(-1 - 2)^2 + (1 - 5)^2}$ একক

$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{9 + 16}$ একক

$= \sqrt{25}$ একক

$= 5$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(2 + 1)^2 + (1 - 1)^2}$ একক

$= \sqrt{3^2 + 0^2}$ একক

$= \sqrt{9}$ একক

$= 3$ একক।

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(2 - 2)^2 + (1 - 5)^2}$ একক

$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + 16}$ একক

$= \sqrt{16}$ একক

$= 4$ একক।

সুতরাং $AB^2 = 5^2 = 25$

$BC^2 = 3^2 = 9$

$AC^2 = 4^2 = 16$

$\therefore AC^2 + BC^2 = 16 + 9 = 25 = AB^2$

অতএব, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ A(1, 2), B(– 3, 5) ও C(5, – 1) বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর।

সমাধান :

আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ এবং AB, BC ও AC এর তিনটি বাহু।

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-1)^2 + (5-2)^2}$ একক

$= \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 9}$ একক

$= \sqrt{25}$ একক

$= 5$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+3)^2 + (-1-5)^2}$ একক

$= \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$ একক

$= \sqrt{64 + 36}$ একক

$= \sqrt{100}$ একক

$= 10$ একক।

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-3)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 9}$ একক

$= \sqrt{25}$ একক

$= 5$ একক।

এখানে, $AB + AC = 5 + 5 = 10 = BC$

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

$\therefore$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করে অর্থাৎ বিন্দু তিনটি দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যাবে না।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ মূলবিন্দু থেকে $(-5, 5)$ ও $(5, k)$ বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $A(-5, 5)$, $B(5, k)$ এবং মূলবিন্দু $O(0, 0)$।

সুতরাং, দূরত্ব OA $= \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2}$ একক

$= \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$ একক

$= \sqrt{25 + 25}$ একক

$= \sqrt{50}$ একক।

এবং দূরত্ব OB $= \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2}$

$= \sqrt{5^2 + k^2}$

$= \sqrt{25 + k^2}$ একক।

যেহেতু, OA = OB

সুতরাং $\sqrt{25 + k^2} = \sqrt{50}$

বা, $25 + k^2 = 50$ [বর্গ করে]

বা, $k^2 = 50 - 25$

বা, $k^2 = 25$

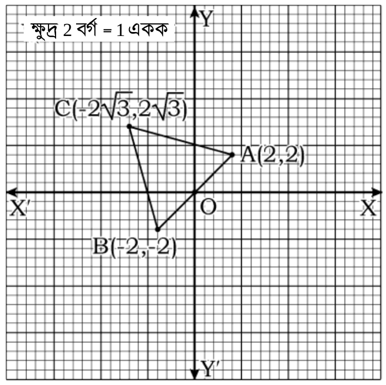
$\therefore k = \pm 5$

নির্ণেয় মান $k = -5, 5$.

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ দেখাও যে, $A(2, 2)$, $B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। এর পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান :

XY সমতলে $A(2, 2)$, $B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ বিন্দুগুলোর অবস্থান চিহ্নিত করা হলো :



এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-2)^2}$ একক

$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3} + 2)^2 + (2\sqrt{3} + 2)^2}$ একক

$= \sqrt{(2 - 2\sqrt{3})^2 + (2 + 2\sqrt{3})^2}$ একক

$= \sqrt{2^2 - 2.2.2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2.2.2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2}$ একক

$= \sqrt{4 - 8\sqrt{3} + 4 \times 3 + 4 + 8\sqrt{3} + 4 \times 3}$ একক

$= \sqrt{8 + 12 + 12}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক।

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3} - 2)^2 + (2\sqrt{3} - 2)^2}$ একক

$= \sqrt{(2\sqrt{3} + 2)^2 + (2\sqrt{3} - 2)^2}$ একক

$= \sqrt{2\{(2\sqrt{3})^2 + 2^2\}}$ একক

$= \sqrt{2\,(4 \times 3 + 4)}$ একক

$= \sqrt{2 \times 16}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক।

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AC বাহুর দৈর্ঘ্য।

সুতরাং ABC ত্রিভুজ একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং A, B, C বিন্দুত্রয় ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু।

আবার, ABC ত্রিভুজের পরিসীমা = AB + BC + AC

$= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ একক

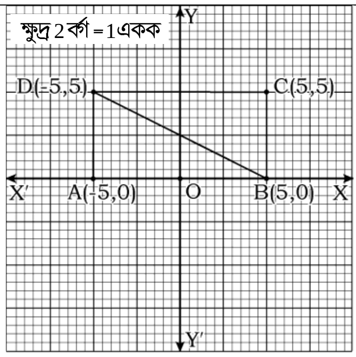
$= 12\sqrt{2}$ একক

$= 16.971$ একক

[তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত (প্রায়)।] **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ দেখাও যে, $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(5, 5)$ ও $D(-5, 5)$ একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

সমাধান : XY সমতলে $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(5, 5)$ ও $D(-5, 5)$ বিন্দু চারটির অবস্থান চিহ্নিত করা হলো :



এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(5+5)^2 + (0-0)^2}$ একক

$= \sqrt{(10)^2 + 0^2}$ একক

$= 10$ একক।

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2}$ একক

$= \sqrt{(-10)^2 + 0^2}$ একক

$= \sqrt{100}$ একক

$= 10$ একক।

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য = CD বাহুর দৈর্ঘ্য

আবার, AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5+5)^2 + (5-0)^2}$ একক

$= \sqrt{0^2 + 5^2}$ একক

$= \sqrt{25}$ একক

$= 5$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-5)^2 + (5-0)^2}$ একক

$= \sqrt{0^2 + (5)^2}$ একক

$= \sqrt{25}$ একক

$= 5$ একক।

$\therefore$ AD বাহুর দৈর্ঘ্য = BC বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং ABCD একটি সামান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র।

এখন, BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$ একক

$= \sqrt{(-10)^2 + (5)^2}$ একক

$= \sqrt{100 + 25}$ একক

$= \sqrt{125}$ একক

$= 5\sqrt{5}$ একক

এখন $BD^2 = (5\sqrt{5})^2 = 25 \times 5 = 125$

$AB^2 = 10^2 = 100$

$AD^2 = 5^2 = 25$

$\therefore AB^2 + AD^2 = 100 + 25 = 125$

$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে ABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle BAD$ সমকোণ।

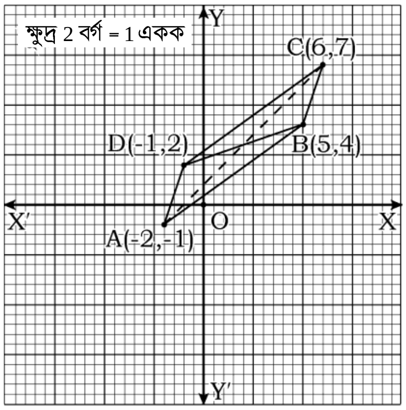
সুতরাং ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।

অর্থাৎ বিন্দু চারটি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

[বি. দ্র. Text বইয়ে ভুলক্রমে আয়তক্ষেত্রের স্থলে বর্গক্ষেত্র লেখা হয়েছে।]

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ A(– 2, – 1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(– 1, 2) দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র তা নির্ণয় কর।

সমাধান : XY সমতলে A(– 2, – 1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(– 1, 2) বিন্দু চারটির অবস্থান চিহ্নিত করা হলো :



এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{5-(-2)\}^2 + \{4-(-1)\}^2}$ একক

$= \sqrt{(5+2)^2 + (4+1)^2}$ একক

$= \sqrt{7^2 + 5^2}$ একক

$= \sqrt{49 + 25}$ একক

$= \sqrt{74}$ একক।

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-6)^2 + (2-7)^2}$ একক

$= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2}$ একক

$= \sqrt{49 + 25}$ একক

$= \sqrt{74}$ একক।

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য = CD বাহুর দৈর্ঘ্য

আবার, AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1+2)^2 + (2+1)^2}$ একক

$= \sqrt{1^2 + 3^2}$ একক

$= \sqrt{1 + 9}$ একক

$= \sqrt{10}$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-5)^2 + (7-4)^2}$ একক

$= \sqrt{1^2 + 3^2}$ একক

$= \sqrt{1 + 9}$ একক

$= \sqrt{10}$ একক।

$\therefore$ AD বাহুর দৈর্ঘ্য = BC বাহুর দৈর্ঘ্য

সুতরাং ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র।

এখন, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7+1)^2}$ একক

$= \sqrt{8^2 + 8^2}$ একক

$= \sqrt{64 + 64}$ একক

$= \sqrt{128}$ একক

$= 8\sqrt{2}$ একক।

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-5)^2 + (2-4)^2}$ একক

$= \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2}$ একক

$= \sqrt{36 + 4}$ একক

$= \sqrt{40}$ একক

$= 2\sqrt{10}$ একক।

$\therefore$ AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $\neq$ BD কর্ণের দৈর্ঘ্য

সুতরাং ABCD একটি সামান্তরিক।

অর্থাৎ বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ A(10, 5), B(7, 6), C (– 3, 5) বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি P(3, – 2) এর সবচেয়ে নিকটবর্তী ও কোনটি সবচেয়ে দূরবর্তী।

সমাধান : প্রদত্ত বিন্দুগুলো যথাক্রমে A(10, 5), B(7, 6), C (– 3, 5) এবং P(3, – 2)।

P হতে যথাক্রমে A,B,C বিন্দুগুলোর দূরত্ব নির্ণয় করি।

$\therefore$ দূরত্ব PA $= \sqrt{(10-3)^2 + (5+2)^2}$ একক

$= \sqrt{7^2 + 7^2}$ একক

$= \sqrt{49 + 49}$ একক

$= \sqrt{98}$ একক

= 9.899 একক (প্রায়)।

দূরত্ব PB $= \sqrt{(7-3)^2 + (6+2)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 8^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 64}$ একক

$= \sqrt{80}$ একক

= 8.944 একক (প্রায়)।

দূরত্ব PC $= \sqrt{(-3-3)^2 + (5+2)^2}$ একক

$= \sqrt{(-6)^2 + 7^2}$ একক

$= \sqrt{36 + 49}$ একক

$= \sqrt{85}$ একক

= 9.220 একক (প্রায়)।

সুতরাং P হতে B এর দূরত্ব কম এবং A এর দূরত্ব বেশি।

$\therefore$ P বিন্দুর সবচেয়ে নিকটবর্তী বিন্দু B এবং সবচেয়ে দূরবর্তী বিন্দু A.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ P(x, y) বিন্দু থেকে y-অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, 2) বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$

সমাধান :

এখানে, P(x, y) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব = x

এবং P(x, y) বিন্দু থেকে Q(3, 2) বিন্দুর দূরত্ব

$= \sqrt{(3-x)^2 + (2-y)^2}$ একক

$= \sqrt{9 - 6x + x^2 + 4 - 4y + y^2}$ একক

$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13}$ একক

প্রশ্নমতে, $\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13} = x$

বা, $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = x^2$ [বর্গ করে]

বা, $y^2 - 6x - 4y + 13 = x^2 - x^2$

$\therefore y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ (প্রমাণিত)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. (6, 3) এবং (2, 2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত?

ক $\sqrt{15}$ ● $\sqrt{17}$
গ $\sqrt{65}$ ঘ $\sqrt{97}$

২. (2, 2) এবং (–2, –2) বিন্দু দুইটির মধ্যকার দূরত্ব কোনটি?

ক $2\sqrt{2}$ খ 4
● $4\sqrt{2}$ ঘ $4\sqrt{3}$

৩. A(1, 2), B(3, 5) বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

ক $\sqrt{5}$ ● $\sqrt{13}$
গ $\sqrt{65}$ ঘ 13

৪. $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব—

i. $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

ii. A(5, 2) ও B(2, 2) হলে AB = 3 একক

iii. ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

P(2, –3), Q(3, 0), R(0, 1) এবং S(–1, –2) বিন্দু চারটি একটি বর্গক্ষেত্রের শীর্ষ বিন্দুসমূহ।

৫. কোন বিন্দুটি x–অক্ষের উপর অবস্থিত?

ক P ● Q
গ R ঘ S

৬. PQRS বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক $2\sqrt{5}$ খ $3\sqrt{5}$
● $\sqrt{100}$ ঘ $5\sqrt{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(2, 5) B(–1, 1), C(2, 1) তিনটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক।

৭. AB এর দূরত্ব কত হবে?

ক 3 একক খ 4 একক
● 5 একক ঘ 6 একক

৮. উক্ত বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত হবে?

ক 3 বর্গ একক ● 6 বর্গ একক
গ 9 বর্গ একক ঘ 12 বর্গ একক

নিচের তথ্যের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(–1, 2x) এবং $B(0, x^2 + 1)$ দুইটি বিন্দু।

৯. AB সরলরেখার ঢাল 1 হলে x এর মান কত হবে?

ক –2 খ –1
গ 1 ● 2

১০. x = –1 হলে, AB সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

ক y + 4x – 2 = 0 ● y – 4x – 2 = 0
গ 4y + x – 2 = 0 ঘ 4y – x – 2 = 0

১১·১ : আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১. নিচের কোনটি দ্বারা স্থানাঙ্ক নির্দেশ করে? (সহজ)

● P(x, y) খ P{c, b} গ P(– 5, 0) ঘ [5, 6]

১২. A(– 5, – 2) বিন্দুর ভুজ কত? (সহজ)

● – 5 খ – 2 গ 5 ঘ 2

১৩. মূলবিন্দু হতে P(3, 4) বিন্দুর দূরত্ব নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 3 একক (খ) 4 একক ● 5 একক (ঘ) 12 একক

১৪. মূলবিন্দু হতে A(– 2, – 2) বিন্দুর দূরত্ব নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 2 (খ) 8 (গ) 4 ● $2\sqrt{2}$

১৫. y অক্ষের উপর ভুজ কত? (সহজ)

● শূন্য (খ) 7 একক (গ) 10 একক (ঘ) y একক

১৬. মূলবিন্দু হতে P(8, 6) বিন্দুর দূরত্ব কত? (মধ্যম)

● 10 একক (খ) 16 একক (গ) 8 একক (ঘ) 14 একক

১৭. (1, 1) এবং (2, 2) বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (কঠিন)

(ক) $2\sqrt{2}$ একক (খ) 2 একক (গ) 4 একক ● $\sqrt{2}$ একক

১৮. P(5, 4) বিন্দুটি XY সমতলের কোন চতুর্ভাগের হবে? (সহজ)

● প্রথম চতুর্ভাগে (খ) দ্বিতীয় চতুর্ভাগে
(গ) তৃতীয় চতুর্ভাগে (ঘ) চতুর্থ চতুর্ভাগে

১৯. বিশ্লেষণ জ্যামিতির প্রবর্তক বলা হয় কাকে?

● ডেকার্ত (খ) টলেমি (গ) ইউক্লিড (ঘ) পিথাগোরাস

২০. রেনে ডেকার্ত কোন দেশের অধিবাসী ছিলেন? (সহজ)

(ক) জার্মান ● ফ্রান্স (গ) কানাডা (ঘ) ব্রিটেন

২১. (– 2, – 3) বিন্দু কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

(ক) প্রথম ● তৃতীয় (গ) দ্বিতীয় (ঘ) চতুর্থ

২২. আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে পরস্পরচ্ছেদী অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী কোণ কত? (মধ্যম)

(ক) 30° (খ) 45° ● 90° (ঘ) 180°

২৩. a > 0 হলে (– a, 0) বিন্দুটির অবস্থান কোথায়? (কঠিন)

(ক) x-অক্ষের ওপর মূল বিন্দুর ডানদিকে
● x-অক্ষের ওপর মূল বিন্দুর বামদিকে
(গ) y-অক্ষের ওপর মূল বিন্দু হতে ওপরে
(ঘ) y-অক্ষের ওপর মূল বিন্দু হতে নিচে

২৪. নিচের কোন বিন্দুটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

(ক) – 1, 1 (খ) 1, 1 (গ) – 1, – 1 ● 1, – 1

ব্যাখ্যা : ৪র্থ চতুর্ভাগে যেকোনো বিন্দুর ভুজ ধনাত্মক ও কোটি ধনাত্মক হয়।

২৫. P বিন্দুর ভুজ ও কোটি ধনাত্মক হলে বিন্দুটির অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (মধ্যম)

● ১ম (খ) ২য় (গ) ৩য় (ঘ) ৪র্থ

২৬. কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় দ্বারা সমতল কয়টি ভাগে বিভক্ত হয়? (সহজ)

(ক) 2 ● 4 (গ) 6 (ঘ) 8

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

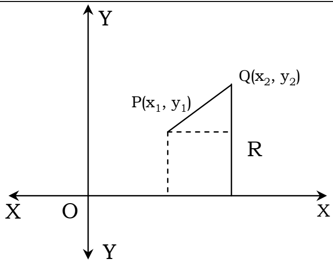
২৭. তিনটি বিন্দু A(– 5, 0), B(1, 0) ও C(7, 0) হলে –

i. AB = 6 একক
ii. BC = 6 একক এবং AC = 12 একক
iii. ত্রিভুজ ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৮.



i. $PR = x_2 - x_1$
ii. $QR = y_2 - y_1$
iii. $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৯. i. P(x, y) বিন্দু হতে y অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব x
ii. দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান হলে ত্রিভুজ হয়
iii. A(– 2, 0) এবং B(5, 0) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 7 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৩০–৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(k, 4) ও B(4, – 3) দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক।

৩০. A বিন্দু হতে X অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (মধ্যম)

(ক) 5 একক ● 4 একক (গ) 3 একক (ঘ) 2 একক

৩১. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে k = কত? (মধ্যম)

● 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 2

৩২. k এর মান 4 হলে A বিন্দু হতে B বিন্দুর দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 6 ● 7 (গ) 5 (ঘ) 4

১১·২ : দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৩. মূলবিন্দু হতে সমতলে অবস্থিত P(x, y) এর দূরত্ব কত? (মধ্যম)

(ক) x + y একক (খ) $(x^2 + y^2)$ একক
● $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক (ঘ) 1 একক

৩৪. (– 5, – 3) ও (3, 3) বিন্দুর দূরত্ব নিচের কত? (কঠিন)

(ক) 8 একক (খ) 6 একক ● 10 একক (ঘ) 15 একক

৩৫. (6, 7) ও (8, 8) বিন্দ্র মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

● $2\sqrt{2}$ একক (খ) 10 একক (গ) 5 একক (ঘ) 8 একক

৩৬. (– 3, – 3) ও (3, 3) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

(ক) $3\sqrt{2}$ ● $6\sqrt{2}$ (গ) 18 (ঘ) 36

৩৭. P(3, 5) বিন্দু হতে x অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

(ক) 3 (খ) .5 ● 5 (ঘ) 34

৩৮. P(3, 2) ও Q(– 3, 5) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 81 একক (খ) 9 একক (গ) 85 একক ● 6·708 একক

৩৯. (0, 0) বিন্দু হতে (3, k) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 হলে k এর মান কত একক? (কঠিন)

● 4 (খ) 0 (গ) – 4 (ঘ) 5

৪০. একই সমতলে অবস্থিত A(2, 0) ও B(7, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব AB = কত একক? (মধ্যম)

● 5 ⓚ $5\sqrt{3}$ ⓖ $3\sqrt{5}$ ⓘ 2

৪১. মূলবিন্দু O(0, 0) হতে A(3, 4) বিন্দুর দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

ⓚ $5\sqrt{2}$ ● 5 ⓖ $2\sqrt{5}$ ⓘ 3

৪২. (0, 0) বিন্দু হতে (5, m) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 হলে, m এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓚ 3 ⓖ 5 ● 0

৪৩. (0, 0) ও (sinθ, cosθ) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (মধ্যম)

● 1 ⓚ 2 ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ $\sqrt{3}$

৪৪. (sinθ, cosθ) ও (cosθ, – sinθ) এর (কঠিন)

ⓚ 1 ⓚ 2 ● $\sqrt{2}$ ⓘ $\sqrt{3}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. i. কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) হলে বিন্দুটির ভুজ হলো x

ii. আমরা যে কাগজের উপর লিখি তা সমতল

iii. দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হতে বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করতে পারি

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৬. i. একটি ফুটবলের উপরিভাগ হলো বক্রতল

ii. কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক (– 3, 0) হলে বিন্দুটির কোটি 3.

iii. মূলবিন্দু হতে (7, 0) বিন্দুর দূরত্ব 7 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪৭. i. P(x, y) বিন্দু হতে x অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব x

ii. (0, 0) বিন্দু হতে (4, k) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 হলে k = 3.

iii. A(2, 5) এবং B(– 1, 1) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ – ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(6, 2), B(– 2, – 4) এবং C(6, – 4) তিনটি বিন্দু।

৪৮. A বিন্দুর কোটি কত? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ – 1 ● 2 ⓘ – 2

৪৯. AC বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

● 6 একক ⓚ 4 একক ⓖ 8 একক ⓘ $\frac{4}{3}$ একক

৫০. BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ⓚ 6 ⓚ 4 ● 8 ⓘ 3

নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(t, 1), B(2, x) এবং C(1, t)

৫১. AB = BA হলে, t এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 3 ⓚ 2 ● 1 ⓘ 0

৫২. A, B এবং C সমরেখা হলে t এর মান কত? (কঠিন)

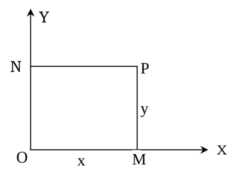
ⓚ 2, 5 ⓚ 2, 1 ⓖ 5, 3 ● 1, 5

৫৩. A, B, C সমরেখ হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

● 0 ⓚ 1 ⓖ 2 ⓘ 3

নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪.



নিচের N বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

ⓚ (x, 0) ⓚ (x, y) ● (0, y) ⓘ (y, 0)

৫৫. A(–5, 4) ও B(4, – 5) দুইটি বিন্দু হলে, AB = কত?

ⓚ 5 ⓚ $5\sqrt{2}$ ⓖ 9 ● $9\sqrt{2}$

৫৬. A(1, – 1), B(2, 2) এবং C(4, t) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর মান কত?

ⓚ 4 ● 8 ⓖ 16 ⓘ 32

৫৭. কোনো বিন্দুর কোটি 3 এবং বিন্দুটির দূরত্ব (5, 3) বিন্দু হতে 4 একক হলে বিন্দুর ভুজ–

ⓚ 2 অথবা 5 ⓚ 1 অথবা 6 ● 9 অথবা 1 ⓘ 5 অথবা 6

৫৮. x অক্ষ হতে p(2, 3) বিন্দুটির দূরত্ব কত?

● 3 ⓚ 2 ⓖ 5 ⓘ 6

৫৯. মূল বিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব নিচের কোনটি?

ⓚ $x^2 + y^2$ ● $\sqrt{x^2 + y^2}$ ⓖ $x^2 – y^2$ ⓘ $\sqrt{x^2 – y^2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মূলবিন্দু থেকে A(–5, 5) ও B(5, k) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

[লালমনিরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়; পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

৬০. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত একক?

● $5\sqrt{2}$ ⓚ $3\sqrt{2}$ ⓖ 2 ⓘ $\sqrt{2}$

৬১. k এর মান কত?

ⓚ 1 ⓚ 3 ⓖ 4 ● 5

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ ABCD ত্রিভুজের A(− 2, y) শীর্ষ বিন্দুটি ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং অন্যান্য শীর্ষগুলো B(5, 4), C(6, 7) এবং D(− 1,2) আবার AD = $\sqrt{10}$।

ক. A বিন্দুর কোটি নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজটি পিথাগোরাসের উপপাদ্য সমর্থন করে কি? ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি আয়তক্ষেত্র নয়, সামান্তরিক। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(− 2, y) বিন্দু হতে D(− 1, 2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

AD = $\sqrt{10}$

$\therefore$ $\sqrt{(-2+1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{10}$

বা, $\sqrt{(-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{10}$

বা, $\sqrt{1+y^2-4y+4}=\sqrt{10}$

বা, $y^2-4y+5=10$

বা, $y^2-5y+y-5=0$

বা, $(y-5)(y+1)=0$

$\therefore$ $y-5=0$ অথবা, $y+1=0$

$\therefore$ $y=5$ অথবা, $y=-1$

যেহেতু A বিন্দুটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত সুতরাং এর ভুজ ও কোটি উভয়ই ঋণাত্মক। অর্থাৎ $y\neq 5$

$\therefore$ $y=-1$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (− 2, − 1)

খ. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো A(− 2, − 1), B(5, 4) ও C(6, 7)

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\{5-(-2)\}^2+\{4-(-1)\}^2}$ একক

= $\sqrt{(5+2)^2+(4+1)^2}$ একক

= $\sqrt{7^2+5^2}$ একক

= $\sqrt{49+25}$ একক

= $\sqrt{74}$ একক

$\therefore AB^2=74$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(6-5)^2+(7-4)^2}$ একক

= $\sqrt{1^2+3^2}$ একক

= $\sqrt{1+9}$ একক

= $\sqrt{10}$ একক

$\therefore BC^2=10$

AC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\{6-(-2)\}^2+\{7-(-1)\}^2}$ একক

= $\sqrt{(6+2)^2+(7+1)^2}$ একক

= $\sqrt{8^2+8^2}$ একক

= $\sqrt{64+64}$ একক

= $\sqrt{128}$ একক

এখানে, ABC ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহু AC

কিন্তু $AC^2=128\neq 74+10=AB^2+BC^2$

অর্থাৎ, $AC^2\neq AB^2+BC^2$

$\therefore$ ত্রিভুজটি পিথাগোরাসের উপপাদ্যকে সমর্থন করে না। অর্থাৎ, ত্রিভুজটি সমকোণী নয়।

গ. ABCD চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো A(− 2, − 1), B(5, 4), C(6, 7) ও D(− 1, 2)।

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{74}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{10}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(-1-6)^2+(2-7)^2}$ একক

= $\sqrt{7^2+5^2}$ একক

= $\sqrt{49+25}$ একক

= $\sqrt{74}$ একক

ও AD বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{10}$ একক (দেওয়া আছে)

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য = CD বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{74}$ একক [বিপরীত বাহু]

এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AD বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{10}$ একক [বিপরীত বাহু]

$\therefore$ বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং বলা যায়, ABCD একটি সামান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র।

এখন কোনো সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়তক্ষেত্র হবে এবং প্রত্যেকটি কোণই এক সমকোণ হবে।

কিন্তু 'খ' হতে পাই,

ABC ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ নয়। সুতরাং এর কোণ ∠ABC সমকোণ নয়।

অর্থাৎ, ABCD সামান্তরিকের ∠B সমকোণ নয়। সুতরাং ABCD আয়তক্ষেত্র নয়, একটি সামান্তরিক। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–২ ▸ দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(6, 8) এবং B(6, 0).

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, মূলবিন্দু A ও B একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু। ৪

গ. y অক্ষের কোন বিন্দুতে A ও B সমদূরবর্তী তা নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(6, 8), B(6, 0)

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(6-6)^2+(8-0)^2}$

= $\sqrt{64+0}$

= $\sqrt{64}$

$= 8$ একক। **(Ans.)**

খ. ধরি, মূলবিন্দু, O(0, 0)

$\therefore$ OA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (0-8)^2}$

$= \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক

$\therefore OA^2 = 100$ বর্গ একক।

OB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-0)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{36 + 0}$

$= \sqrt{6^2}$

$= 6$ একক

$\therefore OB^2 = 36$ বর্গ একক।

'ক' হতে পাই,

AB = 8 একক

$\therefore AB^2 = 64$ বর্গ একক।

এখানে,

$10^2 = 8^2 + 6^2$

বা, $100 = 64 + 36$

$\therefore OA^2 = AB^2 + OB^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী

AOB একটি সমকোণী ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

গ. ধরি, A ও B এর সমদূরবর্তী y অক্ষের উপর C(0, y) একটি বিন্দু।

এখন, $AC = \sqrt{(6-0)^2 + (8-y)^2}$

$\therefore AC^2 = 36 + 64 + y^2 - 16y$

$= 100 - 16y + y^2$

আবার,

$BC = \sqrt{(6-0)^2 + (0-y)^2}$

$= \sqrt{36 + y^2}$

$\therefore BC^2 = 36 + y^2$

শর্তমতে,

$100 - 16y + y^2 = 36 + y^2$

বা, $-16y + 100 - 36 = 0$

বা, $16y - 64 = 0$

বা, $y - 4 = 0$

$\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমদূরবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)

প্রশ্ন–৩ ▸ A(– 5, – 6), B(5, 3), C(12, 9) তিনটি বিন্দু।

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, বিন্দু তিনটি দ্বারা কোনো ত্রিভুজ তৈরি হয় না। ৪

গ. B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (12, – 6) হলে ABC ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. A(– 5, – 6) ও B(5, 3)

$\therefore AB = \sqrt{(-5-5)^2 + (-6-3)^2}$

$= \sqrt{100 + 81}$

$= \sqrt{181}$ একক।

$= 13.454$ একক।

খ. দেওয়া আছে, A(– 5, – 6), B(5, 3), C(12, 9)

$\therefore$ AB = 13.454 একক [(ক) অংশ হতে প্রাপ্ত]

$BC = \sqrt{(12-5)^2 + (9-3)^2}$

$= \sqrt{49 + 36}$

$= \sqrt{85}$

$= 9.220$ একক।

$AC = \sqrt{(12+5)^2 + (9+6)^2}$

$= \sqrt{(17)^2 + (15)^2}$

$= 22.67$ একক

এখন, AB + BC = 13.45 + 9.22 = 22.67 = AC

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

$\therefore$ A, B, C বিন্দুত্রয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\therefore$ এরা কোনো ত্রিভুজ গঠন করে না। **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে,

A (– 5, – 6), B (12, – 6), C (12, 9)

এখন,

$AB = \sqrt{(-5-12)^2 + (-6+6)^2}$

$= \sqrt{17^2 + 0}$

$= 17$ একক।

$BC = \sqrt{(12-12)^2 + (-6-9)^2}$

$= \sqrt{0 + (15)^2}$

$= 15$ একক

AC = 22.672 একক [(খ) হতে প্রাপ্ত]

অতএব, ABC ত্রিভুজের পরিসীমা

$= AB + BC + AC$

$= (17 + 15 + 22.672)$ একক

$= 54.672$ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ A (– 3, 6) এবং B(7, 6) দুইটি বিন্দু।

ক. বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. C(x, 0) বিন্দু হতে A ও B বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. A, B ও C বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির নাম কী এবং কেন? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A (– 3, 6) ও B(7, 6)

$\therefore AB = \sqrt{(-3-7)^2 + (6-6)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 0}$

$= 10$ একক

নির্ণেয় দূরত্ব =10 একক

খ. দেওয়া আছে, A (– 3, 6), B(7, 6) এবং C(x, 0)

$\therefore AC = \sqrt{(-3-x)^2 + (6-0)^2}$

$= \sqrt{9 + x^2 + 6x + 36}$

$= \sqrt{x^2 + 6x + 45}$

এবং $BC = \sqrt{(7-x)^2 + (6-0)^2}$

$= \sqrt{49 + x^2 - 14x + 36}$

$= \sqrt{x^2 - 14x + 85}$

শর্তমতে, $AC = BC$

বা, $\sqrt{x^2 + 6x + 45} = \sqrt{x^2 - 14x + 85}$

বা, $x^2 + 6x + 45 = x^2 - 14x + 85$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + 6x + 45 - x^2 + 14x - 85 = 0$

বা, $20x - 40 = 0$

বা, $x - 2 = 0$

$\therefore x = 2$ **(Ans.)**

গ. এখানে, A (– 3, 6), B(7, 6), C(2, 0) [(খ) অংশ হতে প্রাপ্ত]

$\therefore$ AB = 10 একক [(ক) অংশ হতে প্রাপ্ত]

$BC = \sqrt{(7-2)^2 + (6-0)^2}$

$= \sqrt{25 + 36}$

$= \sqrt{61}$ একক।

আবার, $CA = \sqrt{(2+3)^2 + (6-0)^2}$

$= \sqrt{5^2 + 6^2}$

$= \sqrt{25 + 36}$

$= \sqrt{61}$ একক।

ΔABC এর $AC = BC = \sqrt{61}$ একক।

$\therefore \Delta ABC$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

প্রশ্ন–৫ ▸ A (7, 2), B(– 4, 2), C(– 4, – 3), D(7, – 3) চারটি বিন্দু।

ক. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত? ২

খ. বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, বিন্দু চারটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, মূলবিন্দু, O(0, 0)

দেওয়া আছে, A(7, 2)

$\therefore OA = \sqrt{(0-7)^2 + (0-2)^2}$

$= \sqrt{49 + 4}$

$= \sqrt{53}$ একক।

নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{53}$ একক।

খ. দেওয়া আছে, A (7, 2), B(– 4, 2), C(– 4, – 3) D(7, – 3)

$\therefore AB = \sqrt{(7+4)^2 + (2-2)^2}$

$= \sqrt{11^2 + 0}$

= 11 একক।

$BC = \sqrt{(-4+4)^2 + (2+3)^2}$

$= \sqrt{0 + 5^2}$

= 5 একক।

$CD = \sqrt{(7+4)^2 + (-3+3)^2}$

$= \sqrt{11^2 + 0}$

= 11 একক।

$DA = \sqrt{(7-7)^2 + (-2-3)^2}$

$= \sqrt{0 + 5^2}$

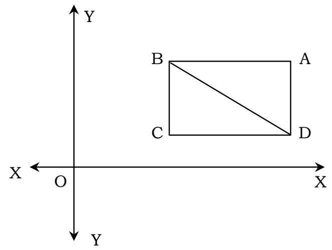
= 5 একক।

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা

= (11 + 11 + 5 + 5) একক

= 32 একক। **(Ans.)**

গ.



'খ' হতে পাই,

AB = CD এবং BC = AD

সুতরাং বলা যায়, ABCD একটি সামান্তরিক অথবা আয়ত।

কর্ণ $BD = \sqrt{(7+4)^2 + (-3-2)^2}$

$= \sqrt{(11)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{121 + 25}$

$= \sqrt{146}$ একক।

এখন, $BD^2 = 146$, $AB^2 = (11)^2 = 121$,

$AD^2 = 5^2 = 25$

$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$

$= 121 + 25$

$= 146$

$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে ABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle BAD$ = সমকোণ।

সুতরাং এ দ্বারা প্রমাণিত হলো যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৬ ▸ A (6, 11), B(2, 5), C(14, 5), D(18, 11) চারটি বিন্দু।

ক. AC ও BD কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র তা তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

A (6, 11), B(2, 5), C(14, 5) D(18, 11)

$\therefore AC = \sqrt{(6-14)^2 + (11-5)^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$

= 10 একক

এবং $BD = \sqrt{(2-18)^2 + (5-11)^2}$

$= \sqrt{16^2 + 6^2}$

= 17.088 একক

খ. দেওয়া আছে,

A (6, 11), B(2, 5), C(14, 5) D(18, 11)

$\therefore AB = \sqrt{(6-2)^2 + (11-5)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{16 + 36}$
$= \sqrt{52}$
= 7.211 একক।

BC $= \sqrt{(2 - 14)^2 + (5 - 5)^2}$
$= \sqrt{(-12)^2 + 0}$
$= \sqrt{(12)^2}$
= 12 একক।

CD $= \sqrt{(14 - 18)^2 + (5 - 11)^2}$
$= \sqrt{16 + 36}$
$= \sqrt{52}$
= 7.211 একক

AD $= \sqrt{(6 - 18)^2 + (11 - 11)^2}$
$= \sqrt{(-12)^2 + 0^2}$
= 12 একক

∴ ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা
= (7.211 + 12 + 7.211 + 12) একক
= 38.422 একক। **(Ans.)**

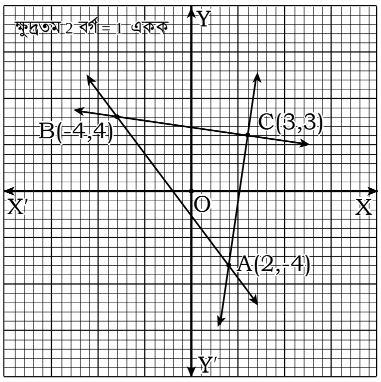
গ. ABCD চতুর্ভুজের AB বাহু = CD বাহু
এবং BC বাহু = DA বাহু [(খ) অংশে হতে প্রাপ্ত]
অতএব, বিপরীত বাহুদ্বয় সমান।
সুতরাং বলা যায় যে, ABCD একটি সামান্তরিক অথবা আয়তক্ষেত্র
কিন্তু চতুর্ভুজের কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD [(ক) অংশ হতে প্রাপ্ত]
যেহেতু কর্ণদ্বয় অসমান।
সুতরাং ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, – 4), B(– 4, 4), C(3, 3).

ক. XY সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২
খ. দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪
গ. ABCD চতুর্ভুজের D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (– 5, – 3) হলে দেখাও যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



XY সমতলে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

খ. ΔABC এর A(2, – 4), B(– 4, 4), C(3, 3)
এখানে, AB $= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (4 + 4)^2}$
$= \sqrt{36 + 64}$
$= \sqrt{100}$
= 10 একক।

BC $= \sqrt{(-4 - 3)^2 + (4 - 3)^2}$
$= \sqrt{49 + 1}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক।

AC $= \sqrt{(3 - 2)^2 + (3 + 4)^2}$
$= \sqrt{1 + 49}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

∴ BC = AC
∴ ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

গ. ABC ত্রিভুজে AC $= 5\sqrt{2}$ একক
BC $= 5\sqrt{2}$ একক
এবং AB = 10 একক
এখানে, $AC^2 + BC^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$
= 50 + 50
= 100
$= (10)^2$
$= AB^2$
∴ ∠C = এক সমকোণ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
আবার, দেওয়া আছে, AD = BD
∴ AC = CB = BD = AD এবং ∠C = 1 সমকোণ।
এখন, AD $= \sqrt{(2 + 5)^2 + (-4 + 3)^2}$
$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক
এবং BD $= \sqrt{(-4 + 5)^2 + (4 + 3)^2}$
$= \sqrt{1 + 49}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক।
∴ আমরা পাই, AC = CB = BD = AD
এবং ∠C = 1 সমকোণ।
∴ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**
সুতরাং বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $AC^2 = (5\sqrt{2})^2$
= 50 বর্গ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ A(0, 1), B(1, 2), C (2, 1), D (1, 0) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

ক. AD ও BC বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ২
খ. A,B,C বিন্দুগুলো দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর। ত্রিভুজ গঠন সম্ভব হলে ত্রিভুজটি কোন ধরনের বর্ণনা কর। ৪
গ. দেখাও যে, ABCD একটি বর্গ। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. এখানে A(0, 1), B (1, 2), C(2, 1), D (1, 0)
AD $= \sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 1)^2}$
$= \sqrt{1 + 1}$
$= \sqrt{2}$ একক
BC $= \sqrt{(1 - 2)^2 + (1 - 2)^2}$
$= \sqrt{1 + 1}$

$= \sqrt{2}$ একক

খ. ABC ত্রিভুজে A(0,1), B (1, 2), C(2,1)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-1)^2 + (1-2)^2}$

$= \sqrt{1+1}$

$= \sqrt{2}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-0)^2 + (1-1)^2}$

$= \sqrt{4+0}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$ একক

'ক' হতে $BC = \sqrt{2}$

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

অর্থাৎ $AB + BC > AC$ হবে

$\sqrt{2} + \sqrt{2} > 2$

বা, $2\sqrt{2} > 2$

$BC + AC > AB$ এবং $AB + AC > BC$

বা, $\sqrt{2} + 2 > \sqrt{2}$ বা, $\sqrt{2} + 2 > \sqrt{2}$

∴ তিনটি বিন্দু দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব।

ΔABC এ $AB^2 + BC^2 = AC^2$, বা, $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = (2)^2$

বা, $2 + 2 = 4$

বা, $4 = 4$

আবার, ΔABC এ $AB = AC = \sqrt{2}$

∴ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।

গ. ABCD চতুর্ভুজে, A(0,1), B(1,2), C(2,1) D(1, 0)

(ক) ও (খ) হতে পাই,

$AB = BC = AD = \sqrt{2}$

এখন $CD = \sqrt{(1-2)^2 + (0-1)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{1+1}$

$= \sqrt{2}$ একক

এখানে $AB = BC = CD = AD = \sqrt{2}$,

সুতরাং চতুর্ভুজটি একটি বর্গ অথবা একটি রম্বস।

এখন BD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2}$

$= \sqrt{0 + 2^2}$

$= 2$ একক

∴ ABCD একটি বর্গ। **(দেখানো হলো)**

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (AB)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ একক

$= 2$ একক **(Ans.)**

নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৯ ▸ A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে A(a, a+1), B(–6, – 3) এবং C(5, – 1) .

ক. ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. যদি AB = 2AC হয় তাহলে a এর মান বের কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABC ত্রিভুজটি সমকোণী এবং বিষমবাহু। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, A(a, a + 1), B(– 6, – 3), C(5, – 1)

∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a+6)^2 + (a+4)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 12a + 36 + a^2 + 8a + 16}$

$= \sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a-5)^2 + (a+2)^2}$

$= \sqrt{a^2 - 10a + 25 + a^2 + 4a + 4}$

$= \sqrt{2a^2 - 6a + 29}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-6-5)^2 + (-3+1)^2}$

$= \sqrt{(-11)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{121 + 4}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক

খ. দেওয়া আছে, AB = 2AC

বা, $\sqrt{2a^2 + 20a + 52} = 2\sqrt{2a^2 - 6a + 29}$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 4(2a^2 - 6a + 29)$ [বর্গ করে]

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 8a^2 - 24a + 116$

বা, $6a^2 - 44a + 64 = 0$

বা, $3a^2 - 22a + 32 = 0$

বা, $3a^2 - 16a - 6a + 32 = 0$

বা, $a(3a - 16) - 2(3a - 16) = 0$

বা, $(a - 2)(3a - 16) = 0$

হয়, $a - 2 = 0$ অথবা, $3a - 16 = 0$

∴ $a = 2$ অথবা, $\frac{16}{3}$ **(Ans.)**

গ. a = 2 বসিয়ে 'ক' হতে পাই,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 + 20.2 + 52}$

$= \sqrt{8 + 40 + 52}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 - 6.2 + 29}$

$= \sqrt{8 - 12 + 29}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক

এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= 5\sqrt{5}$ একক

যেহেতু $AB \neq BC \neq AC$

∴ ত্রিভুজটি বিষমবাহু।

আবার, $AB^2 + AC^2 = 10^2 + 5^2$

$= 100 + 25$

$= 125$

$= (5\sqrt{5})^2$

$= BC^2$

∴ ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ।

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী এবং বিষমবাহু। (প্রমাণিত)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ A(– 5, 0), B(5, 0), C(0, – 5), D(0, – 5) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

ক. XY সমতলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, ΔABC ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু। ৪

গ. ABCD কোন ধরনের চতুর্ভুজ এবং এর ক্ষেত্রফল কত? ৪

উত্তর : (গ) ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ক্ষেত্রফল = 50 বর্গ একক।

প্রশ্ন–১১ ▸ P(x, y) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, 2) বিন্দুতে দূরত্ব সমান।

ক. PQ দূরত্ব x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$, y-অক্ষ হতে P বিন্দুতে দূরত্ব 1.5 হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. R(3, 5) অপর একটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থিত হলে দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : (ক) P(1.5, 2), (গ) 2.25 বর্গ একক।

অনুশীলনী ১১.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র:** ত্রিভুজ *ABC* এর *AB* বাহুর দৈর্ঘ্য *'c'*, *BC* বাহুর দৈর্ঘ্য *'a'* এবং *CA* বাহুর দৈর্ঘ্য *'b'* এবং পরিসীমা '2s' হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক।

■ **ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজ ABC এর তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$ বর্গ একক

যেখানে, $$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} = (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$ বর্গ একক

মন্তব্য : মনে রাখা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ যে, এ পদ্ধতিতে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ অবশ্যই ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিতে হবে।

■ **চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :** (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4) শীর্ষবিশিষ্ট চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক।

মন্তব্য : এ পদ্ধতিতে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ অবশ্যই ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে নিতে হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

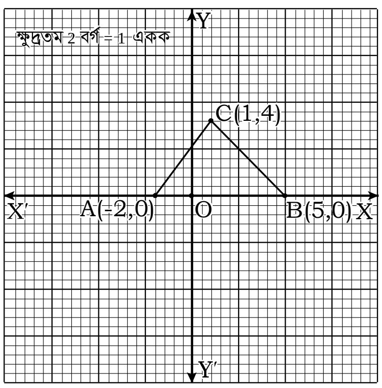
প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$, $C(1, 4)$ যথাক্রমে ΔABC এর শীর্ষবিন্দু।

(i) AB, BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

(ii) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : (i) দেওয়া আছে, প্রদত্ত বিন্দুসমূহ $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ এবং $C(1, 4)$।

xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো।



এখন, ABC ত্রিভুজের,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(5+2)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{7^2}$

$= \sqrt{49}$

$= 7$ একক **(Ans.)**

BC বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{(1-5)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{16+16}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক **(Ans.)**

CA বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(-2-1)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$

$= 5$ একক **(Ans.)**

এখন, ΔABC এর পরিসীমা $= AB + BC + CA$

$= c + a + b$

$= (7 + 4\sqrt{2} + 5)$ একক

$= (12 + 4\sqrt{2})$ একক **(Ans.)**

(ii) এখানে, ত্রিভুজটির পরিসীমা $2s = 12 + 4\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা $s = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{2}$ একক

$= \frac{2(6 + 2\sqrt{2})}{2}$ একক

$= 6 + 2\sqrt{2}$ একক।

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-4\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-5)(6+2\sqrt{2}-7)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{\{6^2 - ((2\sqrt{2})^2)\}\{(2\sqrt{2})^2 - 1^2\}}$ বর্গ একক

$= \sqrt{(36 - 4\times 2)(4\times 2 - 1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{(36-8)(8-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{28\times 7}$ বর্গ একক

$= \sqrt{196}$ বর্গ একক

$= 14$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :

(i) A(2, 3), B(5, 6) এবং C(– 1, 4);

(ii) A(5,2) B(1,6) এবং C(–2, –3);

সমাধান : (i) দেওয়া আছে, A (2, 3), B (5, 6) এবং C (–1, 4) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{2.6 + 5.4 + (-1).3 - 5.3 - (-1).6 - 2.4)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12 + 20 - 3 - 15 + 6 - 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(38 - 26)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\times 12$ বর্গ একক

$= 6$ বর্গ একক **(Ans.)**

(ii) দেওয়া আছে, A(5, 2), B (1, 6) এবং C(– 2, – 3) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{5.6 + 1.(-3) + (-2).2 - 1.2 - (-2).6 - 5.(-3)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15)$ বর্গ একক

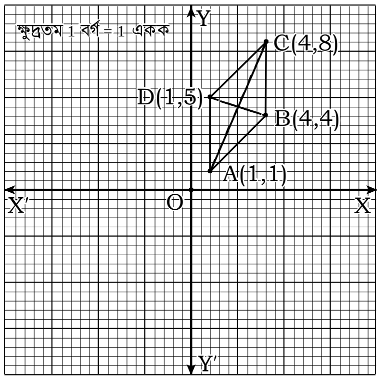
$= \frac{1}{2}(57 - 9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\times 48$ বর্গ একক

$= 24$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ দেখাও যে, A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। AC ও BD বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের মাধ্যমে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান : XY সমতলে A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।



এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{(4-1)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(4-4)^2 + (8-4)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 4^2}$

$= 4$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(1-4)^2 + (5-8)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য, $d = \sqrt{(1-1)^2 + (5-1)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 4^2}$

$= 4$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য, $e = \sqrt{(4-1)^2 + (8-1)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 7^2}$

$= \sqrt{9+49}$

$= \sqrt{58}$ একক

BD বাহুর দৈর্ঘ্য, $f = \sqrt{(1-4)^2 + (5-4)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + 1^2}$

$= \sqrt{9 + 1}$

$= \sqrt{10}$ একক

এখানে, AB = CD এবং AD = BC কিন্তু কর্ণ AC $\neq$ কর্ণ BD

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

$\therefore$ AC $= \sqrt{58}$ একক এবং BD $= \sqrt{10}$ একক। **(Ans.)**

এখন, ΔABD এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{a + f + d}{2}$

$= \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{10} + 4}{2}$ একক

$= 5.70$ একক।

$\therefore$ ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s-a)(s-f)(s-d)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{5.70\,(5.70 - 3\sqrt{2})\,(5.70 - 4)\,(5.70 - \sqrt{10})}$ বর্গ একক

$= \sqrt{5.70 \times 1.457 \times 1.70 \times 2.538}$ বর্গ একক

$= \sqrt{35.832}$ বর্গ একক

$= 5.986$ বর্গ একক (প্রায়)

$\therefore$ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

= 2(ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল)

$= 2 \times 5.986$ বর্গ একক (প্রায়)

$= 11.972$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ A(– a, 0), B(0, – a), C(a, 0) এবং D(0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

এখানে, ABCD চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো : A(– a, 0), B(0, – a), C(a, 0) এবং D(0, a).

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 & -a \\ 0 & -a & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

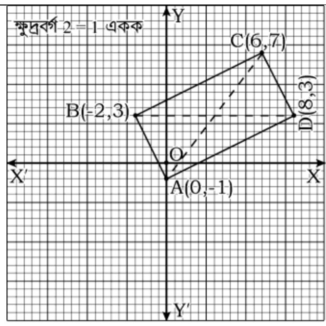
$= \frac{1}{2}(a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 4a^2$ বর্গ একক

$= 2a^2$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেখাও যে, (0, – 1), (– 2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষ। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ও আয়তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, শীর্ষ বিন্দু চারটি A(0, – 1), B(– 2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3)। এখন, XY সমতলে প্রদত্ত চারটি বিন্দু স্থাপন করে যোগ করি।



এখন, ABCD চতুর্ভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{4 + 16}$

$= \sqrt{20}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64 + 16}$

$= \sqrt{80}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$

$= \sqrt{2^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4 + 16}$

$= \sqrt{20}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64 + 16}$

$= \sqrt{80}$ একক

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 8^2}$

$= \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক **(Ans.)**

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 0^2}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক **(Ans.)**

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজের AB = CD, BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore$ বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AB $\times$ AD

$= \sqrt{20} \times \sqrt{80}$ বর্গ একক

$= \sqrt{20 \times 80}$ বর্গ একক

$= \sqrt{1600}$ বর্গ একক

$= 40$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(– 2, 1), B(10, 6) এবং C(a, – 6)। AB = BC হলে a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। ‘a’ এর মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয় এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, A(– 2, 1), B(10, 6) এবং C(a, – 6)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(10+2)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(12)^2 + 5^2}$

$= \sqrt{144 + 25}$

$= \sqrt{169}$

$= 13$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a-10)^2 + (-6-6)^2}$ একক

$= \sqrt{(a-10)^2 + (-12)^2}$ একক

$= \sqrt{a^2 - 20a + 100 + 144}$ একক

$= \sqrt{a^2 - 20a + 244}$

প্রশ্নমতে, AB = BC

বা, $\sqrt{a^2 - 20a + 244} = 13$

বা, $a^2 - 20a + 244 = (13)^2$

বা, $a^2 - 20a + 244 = 169$

বা, $a^2 - 20a + 244 - 169 = 0$

বা, $a^2 - 20a + 75 = 0$

বা, $a^2 - 15a - 5a + 75 = 0$

বা, $a(a-15) - 5(a-15) = 0$

বা, $(a-15)(a-5) = 0$

$\therefore a = 5, 15$

এখন, a = 5 হলে বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক হয় = A(– 2, 1), B(10, 6) এবং C(5, – 6)।

বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পাই,

Δ ACB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12 + 30 + 10 - 5 + 60 + 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(124 - 5)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 119$ বর্গ একক

$= \frac{119}{2}$ বর্গ একক

$\therefore$ a = 5 হলে, ক্ষেত্রফল $\frac{119}{2}$ বর্গ একক **(Ans.)**

আবার,

a = 15 হলে, বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক = A(– 2, 1), B(10, 6) এবং C(15, – 6)। বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পাই,

Δ ACB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12 + 90 + 10 - 15 + 60 + 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(184 - 15)$ বর্গ একক

$= \frac{169}{2}$ বর্গ একক

$\therefore$ a = 15 হলে, ক্ষেত্রফল $\frac{169}{2}$ বর্গ একক **(Ans.)**

[**বি. দ্র.** পাঠ্য বইয়ের উত্তরমালায় ভুল আছে]

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, a + 1), B(– 6, – 3) এবং C(5, – 1)। AB এর দৈর্ঘ্য AC এর দৈর্ঘ্যর দ্বিগুণ হলে ‘a’ এর সম্ভাব্য মান এবং ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, A, B, C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, a + 1), B(– 6, – 3) এবং C(5, – 1)।

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a+6)^2 + (a+1+3)^2}$

$= \sqrt{(a+6)^2 + (a+4)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 12a + 36 + a^2 + 8a + 16}$

$= \sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2}$

$= \sqrt{(a-5)^2 + (a+2)^2}$

$= \sqrt{a^2 - 10a + 25 + a^2 + 4a + 4}$

$= \sqrt{2a^2 - 6a + 29}$ একক

প্রশ্নমতে, $\sqrt{2a^2 + 20a + 52} = 2\sqrt{2a^2 - 6a + 29}$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 4(2a^2 - 6a + 29)$ [বর্গ করে]

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 8a^2 - 24a + 116$

বা, $2a^2 + 20a + 52 - 8a^2 + 24a - 116 = 0$

বা, $-6a^2 + 44a - 64 = 0$

বা, $-2(3a^2 - 22a + 32) = 0$

বা, $3a^2 - 22a + 32 = 0$

বা, $3a^2 - 16a - 6a + 32 = 0$

বা, $a(3a - 16) - 2(3a - 16) = 0$

বা, $(3a - 16)(a - 2) = 0$

হয়, $3a - 16 = 0$ অথবা, $a - 2 = 0$

বা, $3a = 16$ $\therefore a = 2$

$\therefore a = 5\frac{1}{3}$

নির্ণেয় মান $a = 5\frac{1}{3}$ অথবা a = 2.

এখন, $a = 5\frac{1}{3}$ বা, $\frac{16}{3}$ হলে,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 20.\frac{16}{3} + 52}$

$= \sqrt{2.\frac{256}{9} + \frac{320}{3} + 52}$

$= \sqrt{\frac{512 + 960 + 468}{9}}$

$= \sqrt{\frac{1940}{9}} = \frac{\sqrt{1940}}{3}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+6)^2 + (-1+3)^2}$

$= \sqrt{(11)^2 + 2^2}$

$= \sqrt{121 + 4}$

$= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 6.\frac{16}{3} + 29}$

$= \sqrt{2\cdot\frac{256}{9} - 32 + 29}$

$= \sqrt{\frac{512}{9} - 32 + 29}$

$= \sqrt{\frac{512 - 288 + 261}{9}}$

$= \sqrt{\frac{485}{9}} = \frac{\sqrt{485}}{3}$ একক

যেহেতু $AB \neq BC \neq AC$

$\therefore$ ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

আবার, $a = 2$ হলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 3)

এখন, ABC ত্রিভুজে,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 + 20{\cdot}2 + 52}$

$= \sqrt{8 + 40 + 52}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 + 6)^2 + (-1 + 3)^2}$

$= \sqrt{(11)^2 + 2^2}$

$= \sqrt{121 + 4}$

$= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 - 6{\cdot}2 + 29}$

$= \sqrt{8 - 12 + 29}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক

এখানে, $AB^2 + AC^2 = (\sqrt{100})^2 + (\sqrt{25})^2$

$= 100 + 25$

$= 125$

$BC^2 = (\sqrt{125})^2 = 125$

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\therefore$ ABC ত্রিভুজটি সমকোণী। এর অতিভুজ BC এবং $\angle BAC$ সমকোণ।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ নিম্নোক্ত চতুর্ভুজসমূহের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর [পদ্ধতি ২ ব্যবহার কর] :

(i) (0, 0), (– 2, 4), (6, 4) (4, 1);

সমাধান :

মনে করি, বিন্দু চারটি A(– 2, 4), B(0, 0), C(4, 1) এবং D(6, 4)

$\therefore$ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 0 & 4 & 6 & -2 \\ 4 & 0 & 1 & 4 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

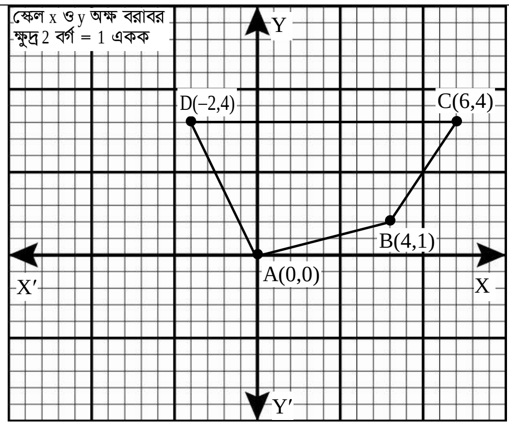
$= \frac{1}{2}\{(-2).0 + 0.1 + 4.4 + 6.4 - 4.0 - 0.4 - 1.6 - 4(-2)\}$

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + 16 + 24 - 0 - 0 - 6 + 8)$

$= \frac{1}{2}(48 - 6)$

$= \frac{1}{2} \times 42$

$= 21$ বর্গ একক **(Ans.)**



(ii) (1, 4), (– 4, 3), (1, – 2), (4, 0);

সমাধান :

মনে করি, বিন্দু চারটি A(1, 4), B(– 4, 3), C(1, – 2) এবং D(4, 0)

$\therefore$ বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

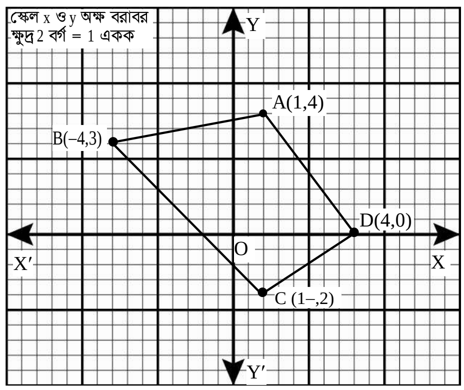
$= \frac{1}{2}\{1.3 + (-4)(-2) + 1.0 + 4.4 - 4(-4) - 1.3 - 4(-2) - 1.0\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(3 + 8 + 0 + 16 + 16 - 3 + 8 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(51 - 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 48$ বর্গ একক

$= 24$ বর্গ একক **(Ans.)**



(iii) (1, 0), (– 3, 3), (4, 3), (5, 1);

সমাধান : মনে করি, বিন্দু চারটি A(1, 0), B(5, 1), C(4, 3) এবং D(– 3, 3) বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

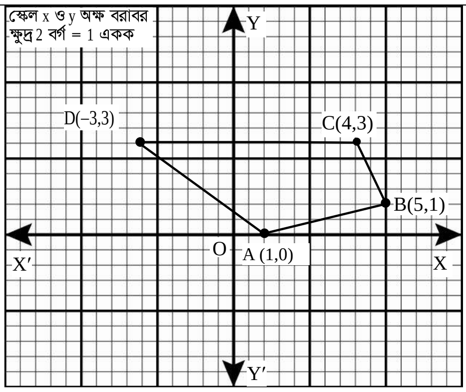
$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(1 + 15 + 12 + 0 - 0 - 4 + 9 - 3)$

$= \frac{1}{2}(37 - 7)$

$= \frac{1}{2} \times 30$

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**



বি. দ্র. [পাঠ্য বইয়ের প্রদত্ত (– 3, – 3) বিন্দু ও অপর তিনটি বিন্দু দিয়ে চতুর্ভুজ আঁকা অসম্ভব। তাই (– 3, – 3) এর পরিবর্তে (– 3, 3) নিয়ে সমাধান করা হলো]।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ দেখাও যে, A(2, – 3), B(3, – 1), C(2, 0), D(– 1, 1) এবং E(– 2, – 1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল 11 বর্গ একক।

সমাধান : প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, – 3), B(3, – 1), C(2, 0), D(– 1, 1) এবং E(– 2, – 1) বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে বহুভুজ ABCDE এর ক্ষেত্রফল—

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{2(-1)+3.0+2.1+(-1)(-1)+(-2)(-3)-$

$(-3.3-(-1).2-0(-1)-1(-2)-(-1)2\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-2+0+2+1+6+9+2+0+2+2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\times 22$ বর্গ একক

$= 11$ বর্গ একক (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B(– 4, 2), C(6, – 1) এবং D(p, 3)। শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, A(3, 4), B(– 4, 2), C(6, – 1) এবং D(P, 3) বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল :

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & P & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{3.2+(-4)(-1)+6.3+P.4-4(-4)-2.6-(-1)P-3.3\}$

$= \frac{1}{2}(6+4+18+4P+16-12+P-9)$

$= \frac{1}{2}(23+5P)$ বর্গ একক

আবার, A(3, 4), B(– 4, 2) এবং C(6, – 1) বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতদিকে নিয়ে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{3.2+(-4)(-1)+6.4-4(-4)-2.6-(-1)3\}$

$= \frac{1}{2}(6+4+24+16-12+3)$

$= \frac{1}{2}\times 41 = \frac{41}{2}$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}(23+5p) = 2\times\frac{41}{2}$

বা, $23+5P = 82$

বা, $5P = 82-23$

বা, $5P = 59$

$\therefore P = \frac{59}{5}$

নির্ণেয় মান, $P = \frac{59}{5}$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **A(–3, 2), B(– 5, –2) ও C(2, – 2) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?**
ⓚ 6 ⓚ 12 ● 14 ⓖ 28

২. **A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা কত?**
ⓚ 16 একক ● 12 একক ⓖ 8 একক ⓘ 4 একক

৩. **A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1) বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত?**
ⓚ $5\sqrt{2}$ বর্গ একক ● 6 বর্গ একক
ⓖ 12 বর্গ একক ⓘ 28 বর্গ একক

১১·৩ : ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪. **(0, 0), (0, 4) ও (–3, 0) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?** (কঠিন)
ⓚ 4 ⓚ 5 ● 6 ⓘ 8

৫. **(6, 8), (3, 8) এবং (9, 0) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?** (কঠিন)
ⓚ 6 ⓚ 8 ⓖ 10 ● 12

৬. **একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b ও c হলে এর পরিসীমা = কত ?** (সহজ)
ⓚ $a + b + c^2$ ⓚ ab + bc + ca
ⓖ $a^2 + b^2 + c^2$ ● a + b + c

৭. **A(– 4, 0) এবং B (2, 4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?** (মধ্যম)
ⓚ 3 একক ⓚ 4 একক ● 5 একক ⓘ 7 একক

৮. **(5, 6) ও (– 1, 4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?** (মধ্যম)
ⓚ $\sqrt{10}$ একক ⓚ 20 একক ● $2\sqrt{10}$ একক ⓘ $4\sqrt{20}$ একক

৯. **বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–** (সহজ)
ⓚ বাহু তিনটি সমান ⓚ দুই বাহু সমান ও একটি কোণ 90°

গ কোণ তিনটি সমান ● বাহুত্রয় অসমান

১০. ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং পরিসীমা 2s হলে, ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $s(s-a)(s-b)(s-c)$ ● $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
গ $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c))}$ ঘ $\sqrt{s}\,(s-a)(s-b)(s-c)$

১১. একটি ত্রিভুজের শীর্ষ এর যথাক্রমে (–2, 0), (5, 0) ও (1, 4) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 10 খ 12 ● 14 ঘ 16

১২. স্থানাঙ্কের মাধ্যমে নিচের কোনটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়? (সহজ)

● ত্রিভুজ খ বৃত্ত গ রেখা ঘ দৈর্ঘ্য

১৩. A(– a, 0), B(0, – a), C(a, 0) হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ক 2a খ $a^2\sqrt{2}$ ● a^2 ঘ $2\sqrt{a}$

১৪. O(0, 0), A(6, 0), B(0, 8) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ক 10 খ 12 গ 18 ● 24

১৫. (3, 0), (0, 1), (–1, r) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 5 বর্গ একক হলে r এর মান কত? (কঠিন)

● – 2 খ – 1 গ 0 ঘ 1

১৬. কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 2 খ 4 ● 6 ঘ 8

১৭. (4, 2), (7, 5) এবং (9, 7) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? (সহজ)

ক 5 বর্গ একক খ 2 বর্গ একক গ 1 বর্গ একক ● শূন্য

১৮. A(2, 3), B(5, 6) এবং C(– 1, 4) শীর্ষবিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 5 ● 10 গ 20 ঘ 12

১৯. ΔABC এর তিনটি শীর্ষ A(1, 3), B(5, 1) এবং C(3, P)। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ একক হলে Q এর মান কত? (কঠিন)

● 0, 4 খ 5, 4 গ 5, 8 ঘ 8, 7

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. i. $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ হলে, $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
ii. A(5, 2) ও B(2, 2) হলে, AB = 3 একক
iii. ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান হলে সেটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

২১. i. a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহু হলে, পরিসীমা, 2s = a + b + c
ii. ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান হলে, সেটা সমবাহু
iii. P(– 6, – 2) ও Q(1, – 2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব 5 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২২. i. অর্ধপরিসীমা s হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
ii. $a^2 = b^2 + c^2$ হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী
iii. A(2, – 4), B(3, 3) হলে, AB = $5\sqrt{2}$ একক

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

২৩. A (– 1, 1), B (2, 5) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলো–
i. AB বাহুর দৈর্ঘ্য 5 একক
ii. BC বাহুর দৈর্ঘ্য 4 একক
iii. AC বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৪. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10, $5\sqrt{2}$ ও $5\sqrt{2}$ একক হলে–
i. ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু
ii. ত্রিভুজটির অতিভুজ নেই
iii. ত্রিভুজটি সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

২৫. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1) এবং C(– 1, 0) হলে–
i. A বিন্দুটি X-অক্ষের ওপর অবস্থিত
ii. C বিন্দুটি Y– অক্ষের ওপর অবস্থিত
iii. AC এর দৈর্ঘ্য 2 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i খ i ও ii ● i ও iii ঘ ii ও iii

২৬. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 হলে –
i. পরিসীমা 12
ii. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক
iii. ত্রিভুজটি সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ২৭ – ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(2, 5), B (– 1, 1) এবং C (2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

২৭. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক $5\sqrt{2}$ ● 5 গ $2\sqrt{3}$ ঘ $\frac{5}{2}$

২৮. ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা কত একক? (মধ্যম)

● 6 খ 4 গ 5 ঘ 12

২৯. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 12 খ $8\sqrt{2}$ গ $6\sqrt{2}$ ● 6

চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩০. চতুর্ভুজের চারটি বাহু সমান কিন্তু কর্ণদ্বয় অসমান হলে তা নিচের কোনটি? (সহজ)

● রম্বস খ সামান্তরিক গ বর্গ ঘ আয়ত

৩১. (0, – 1), (2, 2), (– 1, 2) এবং (– 3, – 1) বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 6 ● 9 গ 12 ঘ 18

৩২. যদি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় সমান হয় তবে চতুর্ভুজটি কী? (সহজ)

ⓚ রম্বস ● বর্গ ⓖ সামান্তরিক ⓖ ট্রাপিজিয়াম

৩৩. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কত ? (সহজ)

● $(বাহু)^২$ ⓚ বাহু + বাহু ⓖ $4 \times$ বাহু ⓖ বাহু $\sqrt{2}$

৩৪. O(0, 0), A(a, 0), B(a, a), C(0, a) হলে, OABC চতুর্ভুজটির নাম কী? (কঠিন)

ⓚ রম্বস ● বর্গ ⓖ আয়ত ⓖ ট্রাপিজিয়াম

৩৫. A(– a, 0), B(0, – a), C(a, 0), D (0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

● $2a^2$ ⓚ 2a ⓖ a^2 ⓖ $a^2\sqrt{2}$

৩৬. ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ΔABC = 2 বর্গ একক হলে, ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ● 4

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৭. i. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(বাহু)^2$

ii. A(7, 4) ও B(– 5, – 1) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 13 একক

iii. তিনটি বিন্দু সমরেখ হলে, বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৩৮. i. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(বাহু)^২$

ii. (5, 5), (2, 2) ও (8, 2) বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক

৪৫. A(2, 3), B(5, 6) ও C(–1, 4) বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

● 6 ⓚ 15 ⓖ 18 ⓖ 20

৪৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A(1, 3), B(5, 1) এবং C(3, P)।ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ একক হলে a এর মান নির্ণয় কর।

ⓚ 0, 4 ● 4, 4
ⓖ 5, 8 ⓖ 8, 7

৪৭. P(3, 0), Q(0, 1) R(–1, r) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 5 বর্গ একক হলে, r এর মান কত?

● – 2 ⓚ – 1 ⓖ 0 ⓖ 1

৪৮. (–2, 3), (–3, – 4), (5, – 1) ও (2, 2) বিন্দু চারটি নিয়ে গঠিত চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ 30 বর্গ একক ● 31 বর্গ একক
ⓖ 32 বর্গ একক ⓖ 35 বর্গ একক

৪৯. P(–5, 2), Q(9,0) ও R(–3,0) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ΔPQR এর ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ 5 বর্গ একক ⓚ 8 বর্গ একক
● 12 বর্গ একক ⓖ 16 বর্গ একক

৫০. (–2, 1), (0, – 5) এবং (10, 5) ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে ত্রিভুজটি হবে–

ⓚ সমবাহু ⓚ সমদ্বিবাহু ● বিষমবাহু ⓖ সমকোণী

৫১. (–a, 0), (0, – a), (a, 0), (0, a) শীর্ষবিশিষ্ট চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

iii. আয়তক্ষেত্রের কর্ণ বরাবর দুইভাগ করলে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৯ – ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বর্গের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(– 1, 0) এবং D (0, – 1)

৩৯. বর্গটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ⓚ $2\sqrt{2}$ ⓚ $\sqrt{3}$ ● $\sqrt{2}$ ⓖ 1

৪০. বর্গটির উভয় কর্ণের যোগফল কত একক? (মধ্যম)

ⓚ 8 ⓚ 6 ● 4 ⓖ 2

৪১. বর্গটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

● 2 ⓚ 4 ⓖ 6 ⓖ 8

নিচের তথ্যের আলোকে ৪২ – ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

P(– x, 0), Q(0, – x), R (x, 0) এবং S (0, x) বিন্দু চারটি PQRS চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ।

৪২. PR বাহুর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 2 একক ⓚ x একক ● 2x একক ⓖ 4x একক

৪৩. PQ বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ x ⓚ 2x ● $x\sqrt{2}$ ⓖ $\sqrt{2}$

৪৪. $x = \sqrt{2}$ হলে, ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 4 একক ● 8 একক ⓖ 9 একক ⓖ 10 একক

ⓚ $4a^2$ ⓚ $3a^2$ ⓖ $2a^2$ ● a^2

৫২. A(1, 4), B(– 4, 3), C(1, – 2), D(4, 0) শীর্ষবিশিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ 20 বর্গ একক ⓚ 22 বর্গ একক
● 24 বর্গ একক ⓖ 26 বর্গ একক

৫৩. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ চারটি বিন্দু–

i. AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)}$

ii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

iii. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৪. তিনটি বিন্দু A(–5, 0), B(1, 0) এবং C(7, 0) হলে–

i. AB = 6 একক

ii. BC = 6 একক, AC = 12 একক

iii. ΔABC সমদ্বিবাহু সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৫ ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলো যথাক্রমে A(1, 3), B(5, 0), C(2, –4), D(–2, – 1)

৫৫. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ⓚ 2 ⓛ 3 ⓖ 4 ● 5

৫৬. **AC কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?**

● $5\sqrt{2}$ ⓛ $4\sqrt{2}$ ⓖ $4\sqrt{3}$ ⓘ $2\sqrt{5}$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$। A, B, C ও D ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে নেওয়া হয়েছে।

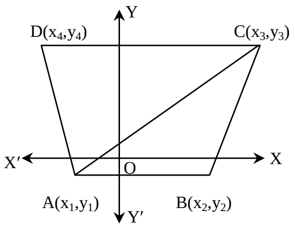
ক. XY তলে ABCD চতুর্ভুজের আনুমানিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সাধারণ সূত্রটি প্রতিপাদন কর। ৪

গ. চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতির সাহায্যে ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র প্রতিপাদন কর। ৪

▸◂ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



XY তলে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$ বিন্দু চারটি বসিয়ে ABCD চতুর্ভুজটির একটি আনুমানিক চিত্র অঙ্কন করা হলো এবং A ও C যোগ করা হলো।

খ. AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে ABC ও ACD দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 - x_4y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

সুতরাং চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$ বর্গ একক।

প্রশ্ন–২ ▸ ABC ত্রিভুজের A, B ও C শীর্ষ তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (5, 6), (– 9, 1) ও (– 3, – 1)

ক. ত্রিভুজটির পরিসীমা বের কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

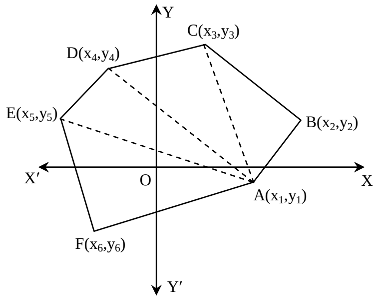
গ. ত্রিভুজটির শীর্ষ A থেকে BC এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য (a) = $\sqrt{(5 + 9)^2 + (6 - 1)^2}$

গ. ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :



চিত্রে ABCDEF একটি ষড়ভুজ। ষড়ভুজটির ছয়টি শীর্ষ যথাক্রমে $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$, $E(x_5, y_5)$ ও $F(x_6, y_6)$ এবং A, B, C, D, E ও F কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে সাজানো হয়েছে।

এখন, ষড়ভুজ ক্ষেত্র ABCDEF এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র AEF এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$+ \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_4 + x_4y_5 + x_5y_1 - x_4y_1 - x_5y_4 - x_1y_5)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_5 + x_5y_6 + x_6y_1 - x_5y_1 - x_6y_5 - x_1y_6)$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_5 + x_5y_6 + x_6y_1 - x_2y_1$$

$$- x_3y_2 - x_4y_3 - x_5y_4 - x_6y_5 - x_1y_6)$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & x_6 & y_1 \end{vmatrix}$$ বর্গ একক

$= \sqrt{221} = 14.86$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য (b) = $\sqrt{(-9 + 3)^2 + (1 + 1)^2}$

$= \sqrt{40} = 6.32$ একক

CA বাহুর দৈর্ঘ্য (c) = $\sqrt{(-3 - 5)^2 + (-1 - 6)^2}$

$= \sqrt{113} = 10.63$ একক

∴ পরিসীমা = a + b + c

= (14.86 + 6.32 + 10.63) একক

= 31.81 একক **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই, ত্রিভুজটির পরিসীমা = 31.81 একক

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{31.81}{2}$ একক = 15.905 একক

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

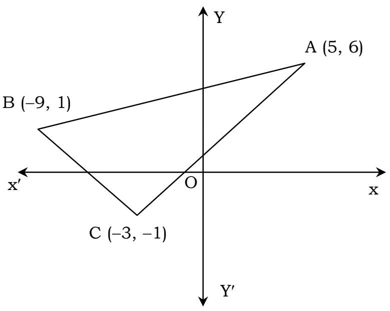
$= \sqrt{15.905\,(15.905 - 14.86)\,(15.905 - 6.32)\,(15.905 - 10.63)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{15.905 \times 1.045 \times 9.585 \times 5.275}$ বর্গ একক

$= \sqrt{840.36}$ বর্গ একক

= 29 বর্গ একক **(Ans.)**

গ.



A বিন্দু হতে BC বাহুর উপর বা এর বর্ধিতাংশের উপর AD লম্ব টানলে,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ .... (i)

'খ' হতে পাই, $BC = \sqrt{40}$

$= 2\sqrt{10}$ একক

এবং 'খ' হতে পাই, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 29 বর্গ একক

(i) হতে পাই, $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times AD = 29$

বা, $AD = \frac{29}{\sqrt{10}}$ একক

$\therefore$ লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{29\sqrt{10}}{10}$ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু A, B, C, D। এর স্থানাঙ্ক (1, 2), (– 5, 6), (7, – 4) এবং (k, – 2)।

ক. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হলে k এর মান কত? ৪

গ. k = 3 হলে দেখাও যে, ΔABD ও ΔBCD এর ক্ষেত্রফল সমান। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত বিন্দুগুলো হচ্ছে A (1, 2), B (– 5, 6), C (7, – 4) এবং D (k, – 2)

AC কর্ণের দৈর্ঘ্য, $= \sqrt{(7-1)^2 + (-4-2)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 6^2}$

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$ একক **(Ans.)**

খ. প্রদত্ত বিন্দুগুলো হচ্ছে A(1, 2), B(– 5, 6), C(7, – 4) এবং D (k, – 2)।

বিন্দুসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$

$\begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & k & 1 \\ 2 & 6 & -4 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(6 + 20 - 14 + 2k + 10 - 42 + 4k + 2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6k - 18)$ বর্গ একক

$= 3k - 9$ বর্গ একক

প্রশ্নানুসারে, $3k - 9 = 0$

বা, $3k = 9$

$\therefore k = 3$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, k = 3

প্রদত্ত শীর্ষবিন্দুগুলো A(1, 2), B (– 5, 6), C(7, – 4) এবং D (3, – 2)

$\therefore \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(6 + 10 + 6 + 10 - 18 + 2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 16$ বর্গ একক

= 8 বর্গ একক

আবার, ΔBCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & 3 & 7 & -5 \\ 6 & -2 & -4 & 6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(10 - 12 + 42 - 18 + 14 - 20)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 16$ বর্গ একক

= 8 বর্গ একক

$\therefore \Delta ABD$ ও ΔBCD এর ক্ষেত্রফল সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৪ ▸ A(1, 2), B(– 3, 1), C(– 2, – 3), D (2, – 2)।

ক. AB ও CD এর দূরত্ব কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ৪

গ. দেখাও যে, বিন্দুগুলো একটি বর্গক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

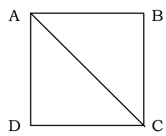
ক. দেওয়া আছে, A(1, 2), B (– 3, 1), C(– 2, – 3) এবং D(2, – 2)

$\therefore AB = \sqrt{(1+3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{17}$ একক

$CD = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{17}$ একক

খ. দেওয়া আছে, A(1, 2), B(– 3, 1), C(– 2, – 3), D(2, – 2)

$AC = \sqrt{(1+2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{34}$ একক



$\therefore AC^2 = 34$

আবার, $AB^2 = 17$

এবং $BC = \sqrt{(-3+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$\therefore BC^2 = 17$

সুতরাং $AB^2 + BC^2 = 17 + 17 = 34 = AC^2$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, A(1, 2), B (– 3, 1), C (– 2, – 3), D(2, – 2)

এখন, $AB = \sqrt{17}$ [(ক) থেকে]

$BC = \sqrt{17}$ [(খ) থেকে]

$CD = \sqrt{17}$ [(ক) থেকে]

$DA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{17}$

এখানে চারটি বাহুই সমান বলে ABCD চতুর্ভুজটি বর্গ অথবা রম্বস হবে।

কিন্তু (খ) হতে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

সুতরাং পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।

অর্থাৎ প্রদত্ত বিন্দু চারটি একটি বর্গক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৫ ▸ A(3, – 5), B(9, 10), C(3, 25) এবং D (– 3, 10) কোনো চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ।

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য বের কর। ৪

গ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি রম্বস। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A (3, – 5), B (9, 10)

$\therefore AB = \sqrt{(3-9)^2 + (-5-10)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-15)^2}$

$= \sqrt{36 + 225}$

$= \sqrt{261}$ একক **(Ans.)**

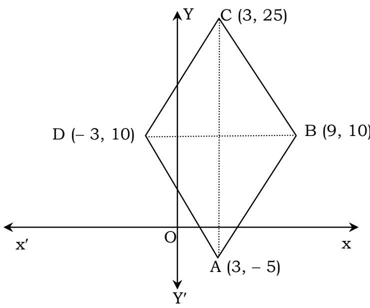
খ. দেওয়া আছে, A (3, – 5), B(9, 10), C(3, 25), D(– 3, 10)

$\therefore$ কর্ণ $AC = \sqrt{(3-3)^2 + (-5-25)^2} = \sqrt{0 + (-30)^2}$

$= 30$ একক

আবার, কর্ণ $BD = \sqrt{(9+3)^2 + (10-10)^2}$

$= \sqrt{12^2 + 0} = 12$ একক



গ. দেওয়া আছে, A(3, – 5), B(9, 10), C(3, 25) এবং D (– 3, 10)

$BC = \sqrt{(9-3)^2 + (10-25)^2}$

$= \sqrt{36 + 225}$

$= \sqrt{261}$ একক

$CD = \sqrt{(3+3)^2 + (25-10)^2}$

$= \sqrt{36 + 225}$

$= \sqrt{261}$ একক

$DA = \sqrt{(-3-3)^2 + (10+5)^2}$

$= \sqrt{36 + 225}$

$= \sqrt{261}$ একক

(ক) হতে পাই, $AB = \sqrt{261}$ একক। যেহেতু AB = BC = CD = DA কিন্তু অর্থাৎ কর্ণ $AC \neq$ কর্ণ BD [(খ) হতে]

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি একটি রম্বসের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৬ ▸ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(6, 0), B(0, 6) C(– 6, 0), D(0, – 6)।

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। ৪

গ. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(6, 0) এবং C(– 6, 0)

$\therefore AC = \sqrt{(6+6)^2 + (0-0)^2}$ একক

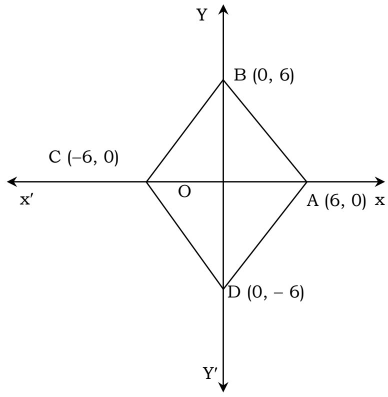
$= \sqrt{12^2 + 0^2} = 12$ একক

খ. দেওয়া আছে, A (6, 0), B (0, 6), C (– 6, 0), D(0, – 6)

$\therefore AB = \sqrt{(6-0)^2 + (0-6)^2}$ একক

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$ একক



$BC = \sqrt{(-6-0)^2 + (0-6)^2}$ একক

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$ বর্গ একক

$CD = \sqrt{(0+6)^2 + (-6-0)^2}$

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$ বর্গ একক

$DA = \sqrt{(6-0)^2 + (0+6)^2}$

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$ বর্গ একক

দেখা যাচ্ছে, AB = BC = CD = DA

$\therefore$ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ বা রম্বস।

এখন, কর্ণ AC = 12 একক [(ক) হতে]

এখানে $AC^2 = (12)^2 = 144$

এবং $AB^2 + BC^2 = (6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2$

$= 72 + 72 = 144 = AC^2$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

অতএব, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী, $\angle ABC = 1$ সমকোণ

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

গ. জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য)^২ বর্গ একক

(খ) হতে পাই, ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = $(6\sqrt{2})^2$ বর্গ একক

= 72 বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B (– 4, 2), C(6, – 1), D(p, 3)।

ক. নির্ণায়ক ব্যবহার করে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল p এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ২

খ. পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6+4+18+4p+16-12+p-9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(23+5p)$ বর্গ একক **(Ans.)**

খ. ΔABC -এ A(3, 4), B(– 4, 2), C (6, – 1)

$AB = \sqrt{(-4-3)^2+(2-4)^2} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$ একক

$BC = \sqrt{(6+4)^2+(-1-2)^2} = \sqrt{100+9} = \sqrt{109}$ একক

$AC = \sqrt{(6-3)^2+(-1-4)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ একক

$\therefore s = \frac{\sqrt{53}+\sqrt{109}+\sqrt{34}}{2} = \frac{23.551}{2} = 11.776$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{11.776 \times (11.776-\sqrt{109})(11.776-\sqrt{34})(11.776-\sqrt{53})}$

$= \sqrt{11.776 \times 1.336 \times 5.945 \times 4.496}$

$= \sqrt{420.51589}$

$= 20.506$ বর্গ একক **(Ans.)**

(গ) 'ক' হতে পাই, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(23+5p)$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}(23+5p) = 2 \times 20.5$

বা, $23 + 5p = 4 \times 20.5 = 82$

বা, $5p = 82 - 23$

বা, $5p = 59$

বা, $p = \frac{59}{5}$

$\therefore p = 11.8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, –3), B(3, 0), C(0, 1) এবং D(–1, –2).

ক. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ আঁক। ২

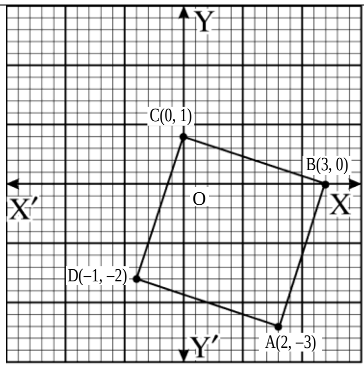
খ. ABCD চতুর্ভুজটি বর্গ কি না যাচাই কর। ৪

গ. ত্রিভুজক্ষেত্রের মাধ্যমে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখন XOX′ কে X অক্ষ এবং YOY′ কে Y অক্ষ ধরে ছক কাগজের প্রতি 4 বর্গঘরকে একক ধরে, A(2, –3), B(3, 0), C(0, 1), D(–1, –2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে বিন্দুগুলো যোগ করি।

তাহলে ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।



খ. চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য

$AB = \sqrt{(2-3)^2+(-3-0)^2}$

$= \sqrt{1^2+(3)^2}$

$= \sqrt{1+9}$

$= \sqrt{10}$ একক

$BC = \sqrt{(3-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{(3)^2+(-1)^2}$

$= \sqrt{9+1}$

$= \sqrt{10}$ একক

$CD = \sqrt{\{0-(-1)\}^2+\{1-(-2)\}^2}$

$= \sqrt{1^2+3^2}$

$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ একক

$DA = \sqrt{(-1-2)^2+\{-2-(-3)\}^2}$

$= \sqrt{(-3)^2+(1)^2}$

$= \sqrt{9+1}$

$= \sqrt{10}$ একক

যেহেতু, $AB = BC = CD = DA = \sqrt{10}$ একক

$\therefore$ ABCD একটি রম্বস বা বর্গ।

চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয়

$AC = \sqrt{(2-0)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{2^2+(-4)^2}$

$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$ একক

এবং $BD = \sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{0-(-2)\}^2} = \sqrt{(3+1)^2+(0+2)^2}$

$= \sqrt{(4)^2+(2)^2}$

$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$ একক

চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।

$AC^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$

$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 10 + 10 = 20$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $\angle ABC$ সমকোণ।

$\therefore$ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ।

$\therefore$ ABCD একটি বর্গ।

$\therefore$ চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র।

গ. ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল।

$= 2 \times \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 2 \times \frac{1}{2}(0+3+0+9+0-2)$ বর্গ একক

$= 10$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন-৯ ▸ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A(–2, – 2), B(6, 6) এবং C(–2, r). ΔABC এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ একক এবং A, B, C বিন্দু তিনটি ঘড়ির কাটার বিপরীত ভাবে যায়।

ক. r এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজটি কি ধরনের? উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

গ. প্রদত্ত A, B, C বিন্দুর সাথে D(7, 1) ও E(– 4, 1) বিন্দু দিয়ে পঞ্চভুজ গঠন করো এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. A(–2), – 2), B(6, 6) এবং c(–2, r) শীর্ষ তিনটি ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 6 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & r & -2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-12 + 6r + 4 + 12 + 12 + 2r)$

$= \frac{1}{2}(8r + 16)$

$= \frac{1}{2} \times 8(r + 2)$

$= 4(r + 2)$ বর্গ একক

শর্তমতে, $4(r + 2) = 32$

বা, $r + 2 = \frac{32}{4}$

বা, $r + 2 = 8$

বা, $r = 8 - 2$

$\therefore r = 6$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে r এর মান নিয়ে শীর্ষ তিনটি পাওয়া যায় A(–2, –2), B(6, 6) এবং C(–2, 6)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-6)^2 + (-2-6)^2}$ একক

$= \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2}$

$= \sqrt{64 + 64} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6 + 2)^2 + (6 - 6)^2}$ একক

$= \sqrt{8^2 + 0} = 8$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2 + 2)^2 + (-2 - 6)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + (-8)^2} = \sqrt{8^2} = 8$ একক

এখানে, BC = AC = 8 একক

আবার, $BC^2 + AC^2 = 8^2 + 8^2$

$= 64 + 64 = 128 = (8\sqrt{2})^2 = AB^2$

অর্থাৎ $AB^2 = BC^2 + AC^2$

যা পিথাগোরাসের উপপাদ্য সমর্থন করে।

অর্থাৎ ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।

গ. দেওয়া আছে, D(7, 1) ও E(–4, 1) বিন্দু প্রদত্ত A, B, C বিন্দুর সাথে একটি পঞ্চভুজ গঠন করে।

তাহলে A, B, C, D ও E বিন্দুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পঞ্চভুজ ক্ষেত্র ABCDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 7 & 6 & -2 & -4 & -2 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-2 + 42 + 36 - 2 + 8 - 2 + 14 - 6 + 12 + 24 + 2)$

$= \frac{1}{2} \times 126 = 63$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন-১০ ▸ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, –4), B(–4, 4) ও C(3, 3)।

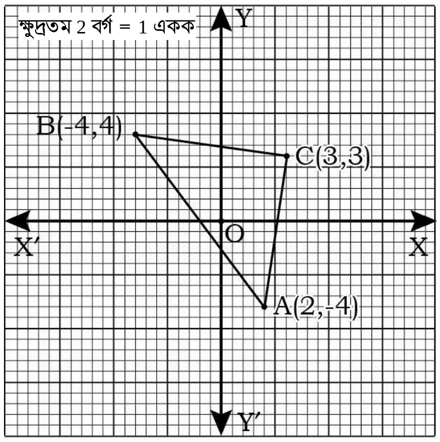
ক. ত্রিভুজটি xy সমতলে অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. যদি কোনো বিন্দু D(–4, – 4) হয় তাহলে ACBD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১০ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. বিন্দু পাতনের মাধ্যমে xy সমতলে ABC ত্রিভুজটি দেখানো হলো :



খ. এখানে, $AB = \sqrt{(2 + 4)^2 + (-4 - 4)^2} = 10$ একক

$BC = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{50}$ একক

$AC = \sqrt{(3 - 2)^2 + (3 + 4)^2} = \sqrt{50}$ একক

$\therefore BC = AC \neq AB$

∴ ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

গ. ACBD চতুভূজের শীর্ষ বিন্দুগুলো হলো –

A(2, –4), C(3, 3), B(–4, 4) এবং D(–4, – 4)

ACBD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & -4 & 2 \\ -4 & 3 & 4 & -4 & -4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6 + 12 + 16 + 16 + 12 + 12 + 16 + 8)$

$= \frac{1}{2} \times 98 = 49$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন-১১ ▸ A(7, 2), B(–4, 2), C(–4, – 3), D(7, – 3) চারটি বিন্দু।

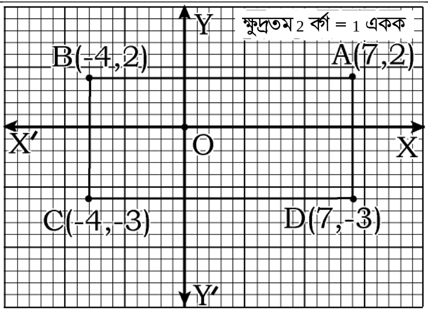
ক. সমতলে বিন্দু চারটির অবস্থান দেখাও এবং চতুর্ভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, বিন্দু চারটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। ৪

▸◂ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. বিন্দু পাতনের মাধ্যমে xy সমতলে ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন করা হলো :



খ. A(7, 2), B(–4, 2), C(–4, –3) এবং D(7, –3) বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD.

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7+4)^2 + (2-2)^2}$ একক

$= \sqrt{(11)^2 + (0)}$ একক

$= 11$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4+4)^2 + (2+3)^2}$ একক

$= 5$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-7)^2 + (-3+3)^2}$ একক

$= 11$ একক

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7-7)^2 + (2+3)^2}$ একক

$= 5$ একক

∴ বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের পরিসীমা

$= (AB + BC + CD + AD)$ একক

$= (11 + 5 + 11 + 5)$ একক

$= 32$ একক **(Ans.)**

গ. ‘খ’ হতে পাই,

AB = CD এবং BC = AD

এখন, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7+4)^2 + (2+3)^2}$ একক

$= \sqrt{11^2 + 5^2}$ একক

$= \sqrt{146}$ একক

আবার, BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-7)^2 + (2+3)^2}$ একক

$= \sqrt{(-11)^2 + 5^2}$ একক

$= \sqrt{146}$ একক

∴ চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো এবং কর্ণদ্বয়ও পরস্পর সমান।

সুতরাং বিন্দু চারটি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–১২ ▸ A(0, – 1), B(–2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) কোণ চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু।

ক. AC এবং BD এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক ধরে নিয়ে উক্ত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. $AC = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100}$

$\therefore AC = 10$ **(Ans.)**

$BD = \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(10)^2}$

$\therefore BD = 10$ একক **(Ans.)**

খ. ABCD চতুর্ভুজে A(0, –1) B(–2, 3) C(6, 7) ও D(8, 3)

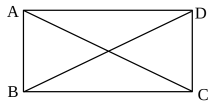
সুতরাং AB, BC, CD এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে

$AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2}$

$= \sqrt{4 + 16}$

$= \sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$ একক



$BC = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{(8)^2 + (4)^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$

$= 4\sqrt{5}$ একক

$CD = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4 + 10}$

$= \sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$

$DA = \sqrt{(0-8)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$

$= 4\sqrt{5}$ একক

ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান এবং (ক) হতে দেখতে পাই এর দুটি কর্ণ AC ও BD পরস্পর সমান।

সুতরাং ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। **(প্রমাণিত)**

গ. চতুর্ভুজের শীর্ষ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক নিয়ে উক্ত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 6 & -2 & 0 & 8 \\ 3 & 7 & 3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}(56 + 18 + 2 + 0 + - 18 + 14 - 0 + 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 80$ বর্গ একক

$= 40$ বর্গ একক **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১৩ ▸ (2, 1), (6, 3), (2, – 3), (6, – 3) যথাক্রমে A, B, C ও D বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক এবং বিন্দুগুলো একই সমতলে অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো x, y সমতলে স্থাপন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : গ. 16 বর্গ একক।

প্রশ্ন–১৪ ▸ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A(– 2, – 2), B(6, 6) এবং C(– 2, r)। ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 32 বর্গ একক এবং A, B, C বিন্দু ঘড়ির কাঁটার বিপরীতভাবে যায়।

ক. r এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমতলে শীর্ষত্রয়ের অবস্থান দেখাও এবং চিত্র দেখে ত্রিভুজটি কী ধরনের নাম দাও ও সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

গ. প্রদত্ত A, B, C বিন্দুর সাথে D (7,1) ও E (– 4, 1) বিন্দু নিয়ে পঞ্চভুজ গঠন কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. নির্ণেয় মান, r = 6; গ. নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 64 বর্গ একক।

অনুশীলনী ১১.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

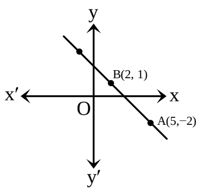
■ **সরলরেখার ঢাল :** একটি সরলরেখা যখন A (x_1, y_1) ও B (x_2, y_2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল $m = \frac{\text{y স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}{\text{x স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে A ও B বিন্দুগামী সরলরেখায় ঢাল নির্ণয় কর।

(ক) A(5, – 2) এবং B(2, 1)

সমাধান :



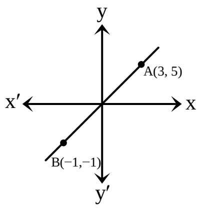
প্রদত্ত বিন্দু A(5, – 2) এবং B(2, 1)।

আমরা জানি, একটি সরলরেখা যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

∴ A ও B বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল $= \frac{1-(-2)}{2-5} = \frac{1+2}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$ **(Ans.)**

(খ) A(3, 5) এবং B(– 1, – 1)

সমাধান :



এখানে, প্রদত্ত বিন্দু দুটি A(3, 5) এবং B(– 1, – 1)।

আমরা জানি, একটি সরলরেখা যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = $\frac{-1-5}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

(গ) A(t, t) এবং B(t^2, t)

সমাধান : এখানে, প্রদত্ত বিন্দু দুটি A(t, t) এবং B(t^2, t)।

আমরা জানি, একটি সরলরেখা যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = $\frac{t-t}{t^2-t} = \frac{0}{t^2-t} = 0$ **(Ans.)**

(ঘ) A(t, t+1) এবং B(3t, 5t +1)

সমাধান : প্রদত্ত বিন্দু A(t, t+1) এবং B(3t, 5t +1)।

আমরা জানি, একটি সরলরেখা যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = $\frac{(5t+1)-(t+1)}{3t-t}$

$= \frac{5t+1-t-1}{2t} = \frac{4t}{2t}$

= 2 **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ তিনটি ভিন্ন বিন্দু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) সমরেখ হলে t এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t)।

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-1}{2-t} = \frac{3}{2-t}$

এবং BC রেখার ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{t-4}{1-2} = \frac{t-4}{-1} = -(t-4) = 4-t$

A, B ও C সমরেখ হওয়ায় AB ও BC রেখার ঢাল একই হবে।

শর্তমতে, $\frac{3}{2-t} = 4-t$

বা, $8-2t-4t+t^2 = 3$

বা, $t^2-6t+8-3 = 0$

বা, $t^2-6t+5 = 0$

বা, $t^2-5t-t+5 = 0$

বা, $(t-5)(t-1) = 0$

$\therefore t = 1$ অথবা, $t = 5$

কিন্তু $t \neq 1$ কারণ, t = 1 হলে A ও C একই বিন্দু হবে।

$\therefore t = 5$ **(Ans)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ দেখাও যে, A(0, – 3), B(4, – 2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ।

সমাধান :

দেওয়া আছে, A(0, – 3), B(4, – 2) এবং C(16, 1)

এখানে, A(0, – 3), B(4, – 2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ হতে হলে AB ও BC এর ঢাল একই হবে।

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-2-(-3)}{4-0} = \frac{-2+3}{4} = \frac{1}{4}$

এবং BC রেখার ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-(-2)}{16-4} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

যেহেতু AB এবং BC রেখার ঢাল একই।

সুতরাং A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ A(1, – 1), B(t, 2) এবং C(t^2, t + 3) সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, A(1, – 1), B(t, 2) এবং C(t^2, t + 3)।

$\therefore$ AB এর ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-(-1)}{t-1} = \frac{2+1}{t-1} = \frac{3}{t-1}$

এবং BC রেখার ঢাল = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{t+3-2}{t^2-t} = \frac{t+1}{t^2-t}$

A, B, C সমরেখ হওয়ায় AB ও BC এর ঢাল একই হবে।

শর্তমতে, $\frac{3}{t-1} = \frac{t+1}{t^2-t}$

বা, $3t^2-3t = t^2-1$

বা, $3t^2-3t-t^2+1 = 0$

বা, $2t^2-3t+1 = 0$

বা, $2t^2-2t-t+1 = 0$

বা, $(t-1)(2t-1) = 0$

হয়, $t-1 = 0$ অথবা, $2t-1 = 0$

$\therefore t = 1$ বা, $2t = 1$

$\therefore t = \frac{1}{2}$

$\therefore$ t এর সম্ভাব্য মান $1, \frac{1}{2}$, **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ A(3, 3p) এবং B(4, p^2 + 1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল –1 হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, প্রদত্ত বিন্দু দুটি A(3, 3p) এবং B(4, p^2 + 1)

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = $\frac{p^2+1-3p}{4-3} = \frac{p^2-3p+1}{1} = p^2-3p+1$

প্রশ্নমতে, $p^2-3p+1 = -1$

বা, $p^2-3p+1+1 = 0$

বা, $p^2-3p+2 = 0$

বা, $p^2-2p-p+2 = 0$

বা, $p(p-2)-1(p-2) = 0$

বা, $(p-2)(p-1) = 0$

হয় $p-2 = 0$ অথবা, $p-1 = 0$

$\therefore p = 2$ $\therefore p = 1$

$\therefore$ p এর সম্ভাব্য মান 2, 1 **Ans.**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = 1$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

AB রেখার ঢাল $= \frac{b-0}{0-a} = -\frac{b}{a}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{1-b}{1-0} = \frac{1-b}{1} = 1-b$

বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে AB এবং BC-এর ঢাল একই হবে।

শর্তমতে, $\frac{b}{-a} = 1-b$

বা, $-\frac{b}{a} = -(b-1)$

বা, $\frac{b}{a} = b-1$

বা, $b = ab - a$

বা, $a + b = ab$

বা, $\frac{a+b}{ab} = 1$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{ab}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 1$

অর্থাৎ, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ A(a, b), B(b, a) এবং C $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ সমরেখ হলে প্রমাণ কর যে, a + b = 0.

সমাধান : দেওয়া আছে, A(a, b), B(b, a) এবং C $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

$\therefore$ AB এর ঢাল $= \frac{a-b}{b-a} = -\frac{(b-a)}{(b-a)} = -1$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{\frac{1}{b}-a}{\frac{1}{a}-b} = \frac{\frac{1-ab}{b}}{\frac{1-ab}{a}} = \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab} = \frac{a}{b}$

যেহেতু বিন্দু তিনটি সমরেখ,

সুতরাং AB এবং BC এর ঢাল একই হবে।

শর্তমতে, $-1 = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a}{b} = -1$

বা, $a = -b$

$\therefore a + b = 0$ (প্রমাণিত)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2) এবং (7, 5); বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাটি x-অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণে আনত?

ⓚ 90° ⓛ 60° ● 45° ⓜ 0°

২. A(a, b), B(b, a) ও C$\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে, কোনটি সঠিক?

ⓚ a + b = 1 ⓛ a – b = 1 ● a + b = 0 ⓜ a – b = 0

৩. A(2, 1) এবং B(– 1, 4) বিন্দুদ্বয় দ্বারা অতিক্রান্ত সরলরেখার ঢাল কত?

ⓚ – 3 ⓛ – 2 ● –1 ⓜ 1

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(0, – 3), B(4, –2) এবং C(16, a) তিনটি বিন্দু।

৪. AB রেখার ঢাল কত?

ⓚ $\frac{5}{4}$ ⓛ $-\frac{5}{4}$ ● $\frac{1}{4}$ ⓜ $-\frac{1}{4}$

৫. a-এর মান কত হলে, বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে?

ⓚ 0 ● 1 ⓖ 2 ⓜ 3

১১·৪ : সরলরেখার ঢাল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. ঢাল ধনাত্মক হলে, x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ কেমন হবে? (কঠিন)

ⓚ শূন্য ⓛ সমকোণ ● সূক্ষ্মকোণ ⓜ স্থূলকোণ

৭. ঢাল ঋণাত্মক হলে, x অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ কেমন হবে? (কঠিন)

ⓚ শূন্য ⓛ সমকোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ● স্থূলকোণ

৮. y – 2x + 4 = 0 রেখার ঢাল কোনটি? (মধ্যম)

● 2 ⓛ 4 ⓖ – 2 ⓜ – 4

৯. 3x – 4y – 12 = 0 রেখাটির ঢাল কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{4}{3}$ ● $\frac{3}{4}$ ⓖ $\frac{1}{3}$ ⓜ $\frac{1}{4}$

১০. A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) সমরেখ হলে কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ⓛ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$ ⓖ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$ ⓜ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 0$

১১. A(1, – 1), B(2, 2) এবং C(4, t) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 7 ● 8 ⓖ – 8 ⓜ – 7

১২. A(5, – 2) এবং B(2, 1) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

ⓚ 3 ⓛ 4 ⓖ 5 ● –1

১৩. A(3, 3p) এবং B(4, p^2 + 1) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল –1 হলে p এর মান কোনটি? (মধ্যম)

● 2, 1　ⓑ – 2, 1　ⓖ $\frac{1}{2}$, 1　ⓓ – 2, – 1

১৪. A(3, 5) এবং B(– 1, – 1) হলে AB রেখার ঢাল কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}$　● $\frac{3}{2}$　ⓖ 2　ⓓ 5

১৫. স্থানাঙ্ক জ্যামিতিতে কোনো রেখার ঢাল (m)-কে কীভাবে পরিমাপ করা হয়? (সহজ)

ⓚ $m = \frac{x \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}{y \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}$

● $m = \frac{y \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}{x \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}$

ⓖ m = y স্থানাঙ্কের পরিবর্তন – x স্থানাঙ্কের পরিবর্তন

ⓓ m = y স্থানাঙ্কের পরিবতন × x স্থানাঙ্কের পরিবর্তন

১৬. A(1, 3) এবং B(2, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

● 1　ⓑ 0　ⓖ – 1　ⓓ 2

১৭. A(0, 0) এবং B(a, b) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{a}{b}$　ⓑ ab　● $\frac{b}{a}$　ⓓ a – b

১৮. A(2, – 1), B(3, – 5) এবং C(0, 7) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে, AC রেখার ঢাল কত? (কঠিন)

ⓚ 4　ⓑ 2　ⓖ – 2　● – 4

১৯. বীজগণিতে দুই চলকের একঘাত সমীকরণ কী নির্দেশ করে? (সহজ)

● সরলরেখা　ⓑ বক্ররেখা　ⓖ স্থূলকোণ　ⓓ সূক্ষ্মকোণ

২০. কোনো সরলরেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল m এর মান হবে– (মধ্যম)

ⓚ 0　● 1

ⓖ $\frac{1}{2}$　ⓓ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

২১. দুইটি বিন্দুর কোটি সমান হলে তাদের সংযোগ রেখা y অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে? (মধ্যম)

ⓚ 45°　ⓑ 60°

● 90°　ⓓ 160°

২২. কোনো সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল m কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ $\sqrt{2}$　● $\sqrt{3}$　ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$　ⓓ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : $m = \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$

২৩. কোনো রেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করলে ঢালের প্রকৃতি হবে– (সহজ)

ⓚ ধনাত্মক　● ঋণাত্মক　ⓖ অবাস্তব　ⓓ শূন্য

২৪. তিনটি বিন্দু A, B এবং C সমরেখ হলে, AB ও AC রেখার ঢাল কিরূপ হবে? (মধ্যম)

ⓚ AB বড় ও AC ছোট　ⓑ AB ছোট ও AC বড়

● সমান　ⓓ অসমান

২৫. A(2, 3a) এবং B(3, a^2 + 1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল –1 হলে, a এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 0, 1　● 1, 2　ⓖ – 1, 2　ⓓ 2, – 1

২৬. কোনো সরলরেখা A(1, a) ও B(4, a) বিন্দুগামী। সরলরেখাটির ঢাল কত? (মধ্যম)

● 0　ⓑ – 1　ⓖ 1　ⓓ a

২৭. সরলরেখার ঢাল নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $m = \frac{y_2 + 1}{y_2 - y_1}$　ⓑ $\frac{x_2 + x_1}{x_2 - x_1}$

● $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$　ⓓ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 + x}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. i. স্থানাঙ্ক জ্যামিতিতে কোনো রেখার ঢাল (m)-কে পরিমাপ করা হয়, $m = \frac{y \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}{x \text{ স্থানাঙ্কের পরিবর্তন}}$

ii. কোনো সরলরেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ θ এবং ঢাল m এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $m = \tan\theta$

iii. ঢাল = $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓖ ii ও iii　● i, ii ও iii

২৯. i. A(2, – 5) ও B(3, – 8) বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল, – 3

ii. A(2, a) B(a, – 5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল 2 হলে, a এর মান $-\frac{1}{3}$

iii. A(t, 4), B(2, 2) ও C(1, – 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর মান 8

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓓ i, ii ও iii

৩০. সরলরেখার দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) হলে –

i. $y_2 = y_1$ হলে ঢাল শূন্য হবে

ii. $x_2 = x_1$ হলে ঢাল অনির্ণেয়

iii. $x_2 = x_1$ হলে রেখাটি y অক্ষের সমান্তরাল

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓖ ii ও iii　● i, ii ও iii

৩১. কোনো সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ –

i. শূন্য হলে, রেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল

ii. সমকোণ হলে, রেখাটি y অক্ষের সমান্তরাল

iii. সমকোণ হলে, ঢাল অনির্ণেয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii　ⓑ i ও iii　ⓖ ii ও iii　● i, ii ও iii

৩২. A(0, – 3), B(4, – 2) এবং C(16, 1) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু হলে –

i. AB রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$

ii. BC রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$

iii. A, B, C বিন্দুত্রয় সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(– 3, 2) এবং B(3, – 2) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

৩৩. AB রেখার ঢাল কোনটি? (মধ্যম)

ক $-\frac{3}{2}$ ● $-\frac{2}{3}$

গ $-\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{3}$

৩৪. AB রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কিরূপ কোণ তৈরি করে? (কঠিন)

ক সূক্ষ্মকোণ   খ সমকোণ

● স্থূলকোণ   ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

৩৮. A(2, 2), B(2, 7) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কোনটি?

ক 0   খ $\sqrt{5}$ গ 2   ● অনির্ণেয়

৩৯. y = 2x + 1 রেখার ঢাল কত?

ক 0   খ 1   ● 2   ঘ 5

৪০. 5y = 2x + 3 সরলরেখার y অক্ষের ছেদকাংশ নিচের কোনটি?

ক $\frac{2}{5}$ খ $\frac{5}{2}$ ● $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{5}{3}$

৪১. A(–3, 2) ও B(3, –2) বিন্দুগামী রেখার ঢাল কত?

● $-\frac{2}{3}$ খ $-\frac{3}{2}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৪২. P বিন্দু A(1, –1), B(9, 7), C(1, 7) বিন্দু তিনটি হতে সমদূরবর্তী হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক—

ক (1, 2)   ● (5, 3)   গ (1, – 2)   ঘ (5, – 3)

৪৩. (a, 1) এবং (–1, a) বিন্দুগামী রেখার ঢাল 3 হলে a এর মান কত?

ক 3   ● $\frac{1}{2}$ গ $-\frac{1}{2}$ ঘ – 2

৪৪. A(a, 0), B(0, b) এবং (1, 1) সমরেখ হলে কোনটি সঠিক?

● $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$ খ $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=0$

গ $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=1$ ঘ a + b = 1

৪৫. $y-\sqrt{2}x=5$ রেখাটির ঢাল কত?

ক 1   ● $\sqrt{2}$ গ 3   ঘ 5

৪৬. 3x + y – 4 = 0 সরলরেখাটি y অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত?

ক (0, – 4)   ● (0, 4)   গ – 4, 0   ঘ 4, 0

৪৭. A(– 3, 2) এবং B(3, –2) একই সরলরেখার দুটি বিন্দু হলে—

i. AB ও BA রেখার ঢাল একই

ii. AB রেখার ঢাল = $-\frac{2}{3}$

iii. সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ – ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) একই সমতলে অবস্থিত চারটি ভিন্ন বিন্দু এবং AB ও CD সমান্তরাল।

৩৫. AB রেখার ঢালকে t এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (সহজ)

● $\frac{1}{1-t}$ খ t – 1

গ 1 – t   ঘ t^2

৩৬. CD রেখার ঢাল কোনটি? (সহজ)

ক 3 – t   ● $\frac{1-t}{3-t}$

গ $\frac{3+t}{t-1}$ ঘ $\frac{1+t}{2}$

৩৭. t এর ধনাত্মক মান কত? (মধ্যম)

ক 1   ● 2   গ 3   ঘ 4

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ – ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

2y – 3x = 6 রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৪৮. A বিন্দুটির y স্থানাঙ্ক কত?

● 0   খ 2   গ 3   ঘ 6

৪৯. রেখাটির ঢাল কত?

ক $-\frac{3}{2}$ খ $-\frac{2}{3}$ গ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$

৫০. O (0, 0) মূলবিন্দু হলে Δ-ক্ষেত্র OAB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক 2   ● 3   গ 4   ঘ 6

নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(1, – 1), B(p, 2), C(p, p + 1) এবং D(3p, 5p + 1) একই সমতলে চারটি ভিন্ন বিন্দু।

৫১. AB রেখার ঢাল নিচের কোনটি?

ক $\frac{p}{2}$ খ $\frac{p-1}{2}$ ● $\frac{3}{p-1}$ ঘ $\frac{p-1}{3}$

৫২. CD রেখার ঢাল কোনটি?

ক 1   ● 2   গ 3   ঘ 4

৫৩. AB ও CD রেখা সমান্তরাল হলে P এর মান কত?

ক $-\frac{2}{5}$ খ $\frac{-5}{2}$ গ $\frac{2}{5}$ ● $\frac{5}{2}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▸ xy সমতলে অবস্থিত A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) চারটি ভিন্ন বিন্দু। AB এবং CD রেখা সমান্তরাল।

ক. AB রেখার ঢাল t মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. t > 0 হলে, বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ সামান্তরিক কিনা যাচাই কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A(t, 3t)$, $B(t^2, 2t)$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2t - 3t}{t^2 - t} = \frac{-t}{t^2 - t} = \frac{-1}{t - 1}$

খ. এখানে, $A(t, 3t)$, $B(t^2, 2t)$, $C(t - 2, t)$, $D(1, 1)$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-1}{t - 1}$ [‘ক’ হতে]

CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - t}{1 - (t - 2)}$

$= \frac{1 - t}{1 - t + 2} = \frac{1 - t}{3 - t}$

AB ও CD রেখা সমান্তরাল বলে, ঢালদ্বয় সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{-1}{t - 1} = \frac{1 - t}{3 - t}$

বা, $\frac{1}{1 - t} = \frac{1 - t}{3 - t}$

বা, $(1 - t)^2 = 3 - t$

বা, $1 - 2t + t^2 = 3 - t$

বা, $t^2 - 2t + 1 - 3 + t = 0$

বা, $t^2 - t - 2 = 0$

বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$

বা, $t(t - 2) + 1(t - 2) = 0$

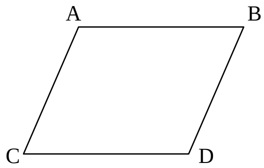
বা, $(t - 2)(t + 1) = 0$

$\therefore t = -1$ বা, $t = 2$

$\therefore$ t এর সম্ভাব্য মান –1, 2

গ. $t > 0$ হলে ‘খ’ হতে পাই $t = 2$

$\therefore$ প্রদত্ত বিন্দুগুলো $A(2, 6)$, $B(4, 4)$, $C(0, 2)$, $D(1, 1)$



AC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{2 - 6}{0 - 2}$

$= \frac{-4}{-2} = 2$

BD রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{1 - 4} = \frac{-3}{-3} = 1$

যেহেতু AC ও BD রেখার ঢাল সমান নয়। অতএব চতুর্ভুজটি সামান্তরিক নয়।

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(4 + 0 + 4 + 24 - 0 - 2 - 4 - 8)$

$= 9$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ A(a, 2 – 2a), B(1 – a, 2a), C(– 4 – a, 6 – 2a).

ক. AB রেখার ঢাল কত? ২

খ. BC বাহুর ঢাল এবং CA বাহুর ঢাল নির্ণয় কর। ৪

গ. বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় হলে a এর মান কত? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $A(a, 2 - 2a)$, $B(1 - a, 2a)$ প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়।

$\therefore$ AB রেখার ঢাল $= \frac{2 - 2a - 2a}{a - 1 + a}$

$= \frac{2 - 4a}{2a - 1}$

খ. এখানে, $A(a, 2 - 2a)$, $B(1 - a, 2a)$,

এবং $C(-4 - a, 6 - 2a)$ প্রদত্ত বিন্দুত্রয়

$\therefore$ BC বাহুর ঢাল $= \frac{2a - 6 + 2a}{1 - a + 4 + a}$

$= \frac{4a - 6}{5}$

CA বাহুর ঢাল $= \frac{6 - 2a - 2 + 2a}{-4 - a - a}$

$= \frac{4}{-4 - 2a} = \frac{-2}{2 + a}$

গ. দেওয়া আছে, $A(a, 2 - 2a)$, $B(1 - a, 2a)$, এবং $C(-4 - a, 6 - 2a)$। যেহেতু বিন্দুগুলো সমরেখ সুতরাং AB, BC ও CA রেখাত্রয়ের ঢাল সমান।

অর্থাৎ, $\frac{2 - 4a}{2a - 1} = \frac{4a - 6}{5}$ [(ক) ও (খ) হতে]

বা, $10 - 20a = 8a^2 - 12a - 4a + 6$

বা, $8a^2 + 4a - 4 = 0$

বা, $2a^2 + a - 1 = 0$ [4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2a^2 + 2a - a - 1 = 0$

বা, $2a(a + 1) - 1(a + 1) = 0$

বা, $(a + 1)(2a - 1) = 0$

$\therefore$ হয় $a + 1 = 0$ অথবা $2a - 1 = 0$

$\therefore a = -1$ বা, $2a = 1$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

$\therefore a = -1, \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ A(t + 1, 1), B(2t + 1, 3) এবং C(2t +2, 2t).

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $t = 2$ অথবা $t = -\frac{1}{2}$ হলে বিন্দুগুলো সমরেখ হবে। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A(t + 1, 1)$, $B(2t + 1, 3)$

$\therefore$ AB রেখার ঢাল $= \frac{1 - 3}{t + 1 - 2t - 1}$

$= \frac{-2}{-t}$

$= \frac{2}{t}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $A(t + 1, 1)$, $B(2t + 1, 3)$ এবং $C(2t + 2, 2t)$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} t + 1 & 2t + 1 & 2t + 2 & t + 1 \\ 1 & 3 & 2t & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(3t + 3 + 4t^2 + 2t + 2t + 2 - 2t - 1 - 6t - 6 - 2t^2 - 2t)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(2t^2 - 3t - 2)$ বর্গ একক।

গ. দেওয়া আছে, A(t + 1, 1), B(2t + 1, 3) এবং C(2t + 2, 2t)

AB রেখার ঢাল $= \frac{2}{t}$ [(ক) হতে]

BC রেখার ঢাল $= \frac{3 - 2t}{2t + 1 - 2t - 2}$

$= \frac{3 - 2t}{-1}$

$= 2t - 3$

A, B,C বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি

ঢাল AB = ঢাল BC হয়

অর্থাৎ $\frac{2}{t} = 2t - 3$

বা, $2 = 2t^2 - 3t$

বা, $2t^2 - 3t - 2 = 0$

বা, $2t^2 - 4t + t - 2 = 0$

বা, $2t(t - 2) + 1(t - 2) = 0$

বা, $(t - 2)(2t + 1) = 0$

∴ হয়, $t - 2 = 0$ | অথবা, $2t + 1 = 0$

∴ $t = 2$ | বা, $2t = -1$

∴ $t = -\frac{1}{2}$

∴ $t = 2$ অথবা $t = -\frac{1}{2}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৪ ▸ A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2,t), D(1, 1) চারটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু।

ক. AB রেখার ঢাল t এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB ও CD সামান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $t > 0$ হলে, AC ও BD রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(t, 3t), B(t^2, 2t)

∴ AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{2t - 3t}{t^2 - t}$

$= \frac{-t}{-t(1-t)}$

$= \frac{1}{1-t}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2,t), D(1, 1)

AB রেখার ঢাল $m_1 = \frac{1}{1-t}$ [‘ক’ হতে]

CD রেখার ঢাল $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

AB ও CD রেখা সমান্তরাল হলে, ঢালদ্বয় সমান।

অর্থাৎ $m_1 = m_2$

বা, $\frac{1}{1-t} = \frac{1-t}{3-t}$

বা, $(1 - t)^2 = 3 - t$

বা, $1 - 2t + t^2 - 3 + t = 0$

বা, $t^2 - t - 2 = 0$

বা, $t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-2)}}{2.1}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{(1 + 8)}}{2}$

$= \frac{1 \pm 3}{2}$

∴ $t = \frac{1 + 3}{2}, \frac{1-3}{2}$ **(Ans.)**

গ. $t > 0$ হলে ‘খ’ হতে পাই, t = 2

∴ প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, 6), B(4, 4), C(0, – 2), D(1, 1)

AC রেখার ঢাল $= \frac{6 - 2}{2 - 0}$

$= \frac{4}{2} = 2$ **(Ans.)**

BD রেখার ঢাল $= \frac{4 - 1}{4 - 1} = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৫ ▸ সমতলে চারটি বিন্দু A(p^2, p + 1), B(2p, 5p + 2), C(t – 2, t), D(t, 3t).

ক. AB রেখার ঢাল p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB রেখার ঢাল = 1 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB || CD হলে p ও t এর সম্পর্ক সমীকরণের পদসংখ্যা কয়টি এবং p = – 1 হলে t এর মান কত? ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(p^2, p + 1), B(2p, 5p + 2)

∴ AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{5p + 2 - p - 1}{2p - p^2}$

$= \frac{4p + 1}{2p - p^2}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল = 1

∴ $m_1 = 1$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = 1$

বা, $4p + 1 = 2p - p^2$

বা, $p^2 + 2p + 1 = 0$

বা, $(p + 1)^2 = 0$

বা, $p + 1 = 0$

∴ $p = -1$ **(Ans.)**

গ. ‘ক’ অংশ হতে AB রেখার ঢাল $m_1 = \frac{4p + 1}{2p - p^2}$

দেওয়া আছে, C(t – 2,t), D(t, 3t)

CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{3t - t}{t - t + 2} = \frac{2t}{2} = t.$

যেহেতু AB || CD সুতরাং রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান অর্থাৎ $m_1 = m_2$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = t$

বা, $4p + 1 = 2pt - p^2t$

∴ $p^2t - 2pt + 4p + 1 = 0$ ……………(i)

এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক যার পদসংখ্যা = 4

এখন, p = – 1 হলে,

(i) হতে–

বা, $(-1)^2t - 2(-1)t + 4(-1) + 1 = 0$

বা, $t + 2t - 4 + 1 = 0$

বা, $3t - 3 = 0$

$\therefore t = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৬ ▸ A(a, 0) B(0, b), C(1, 1), D(p – 2, 0) চারটি বিন্দু।

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, B, C সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়। ৪

গ. A, B, C ও D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে p–এর মান a এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(a, 0) B(0, b), C(1, 1)

$\therefore$ AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{b-0}{0-a} = \frac{-b}{a}$ **(Ans.)**

BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{b-1}{0-1} = 1 - b$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

বা, $\frac{a+b}{ab} = 1$

বা, $a + b = ab$

বা, $a = b(a-1)$

বা, $\frac{a}{a-1} = b$

'ক' হতে পাই, $m_1 = \frac{-b}{a} = \frac{-\frac{a}{a-1}}{a} = -\frac{1}{a-1}$

এবং $m_2 = 1 - \frac{a}{a-1} = \frac{a-1-a}{a-1} = \frac{-1}{a-1}$

$\therefore m_1 = m_2$

সুতরাং AB ও BC রেখাদ্বয় সমান্তরাল অথবা একই রেখা। এক্ষেত্রে একই রেখা।

$\therefore$ A, B, C সমরেখ।

গ. 'খ' হতে পাই,

AB রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{1}{a-1}$

BC রেখার ঢাল $m_2 = -\frac{1}{a-1}$

এখন CD রেখার ঢাল, $m_3 = \frac{0-1}{p-2-1} = \frac{-1}{p-3}$

A, B, C, D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে,

$m_1 = m_2 = m_3$ হবে।

$\therefore -\frac{1}{a-1} = -\frac{1}{a-1} = \frac{-1}{p-3}$

বা, $a - 1 = p - 3$

বা, $p = a - 1 + 3$

$\therefore p = a + 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে A(3, 4), B(– 4, 2), C(6, – 1) এবং D(p, 3).

ক. AB এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ∆ABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD কোণ ধরনের চতুর্ভুজ গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(3, 4), B(–4, 2)

$\therefore$ AB রেখার ঢাল, $m = \frac{2-4}{-4-3} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, A(3, 4), B(– 4, 2), C(6 – 1) এবং D(p, 3) ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু।

এখন, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল =

$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 18 + 4p + 16 - 12 + p - 9)$

$= \frac{1}{2}(44 - 21 + 5p)$

$= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

আবার,

Δ ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক।

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 24 + 16 - 12 + 3)$

$= \frac{41}{2}$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে,

$2 \times \Delta ABC$ = ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

বা, $2 \times \frac{41}{2} = \frac{1}{2}(23 + 5p)$

বা, $41 \times 2 = 23 + 5p$

বা, $82 - 23 = 5p$

বা, $5p = 59$

বা, $p = \frac{59}{5}$ **(Ans.)**

গ. ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো A(3, 4), B(–4, 2), C(6, – 1) ও D(p, 3)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3+4)^2 + (4-2)^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{49 + 4}$

$= \sqrt{53}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-6)^2 + (2+1)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{100 + 9}$

$= \sqrt{109}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-p)^2 + (-1-3)^2}$

$= \sqrt{\left(6 - \frac{59}{5}\right)^2 + (-4)^2}$ [খ হতে পাই $p = \frac{59}{5}$]

$= \sqrt{\frac{841 + 16}{25}} = \sqrt{49{\cdot}64}$ একক

DA বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\left(\frac{59}{5}-3\right)^2+(3-4)^2}$ [∵ $p=\frac{59}{5}$]

$=\sqrt{77\cdot44+1}=\sqrt{78\cdot44}$

প্রশ্ন–৮ ▸ A(1, –1), B(3, 3p) এবং C(4, p^2+1)

ক. AB রেখার ঢাল বের কর। ২

খ. B ও C বিন্দুগামী রেখার ঢাল –1 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(1, – 1) ও B(3, 3p)

∴ AB রেখার ঢাল m হলে,

$m=\frac{3p-(-1)}{3-1}=\frac{3p+1}{2}$ **(Ans.)**

খ. B(3, 3p) ও C(4, p^2+1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল m_1 হলে,

$m_1=\frac{p^2+1-3p}{4-3}$

বা, $m_1=\frac{p^2+3p+1}{1}$

∴ $m_1=p^2-3p+1$

প্রশ্নমতে, $m_1=-1$

বা, $p^2-3p+1=-1$

বা, $p^2-3p+1+1=0$

বা, $p^2-3p+2=0$

বা, $p^2-2p-p+2=0$

বা, $p(p-2)-1(p-2)=0$

বা, $(p-2)(p-1)=0$

হয়, $p-2=0$ অথবা $p-1=0$

∴ $p=2$ ∴ $p=1$

∴ p এর মান 1 অথবা 2. **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই, p এর মান 1 হলে, বিন্দুগুলো হবে,

A(1, –1), B(3, 3) ও (4, 2)

∴ বিন্দুত্রয়কে ঘড়ির কাটার দিকে বিবেচনা করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল হবে

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}1 & 3 & 4 & 1\\ -1 & 3 & 2 & -1\end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(3+6-4+3-12-2)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\times(-6)$

= 3 বর্গ একক **(Ans.)** [ঋণাত্মক চিহ্ন বাদ দিয়ে, কারণ ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হয় না]

আবার, 'খ' হতে পাই, p = 2 হলে, বিন্দুগুলো হবে

A(1, –1), B(3, 6) ও C(4, 5)

∴ বিন্দুত্রয়কে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে নিয়ে ক্ষেত্রফল হবে

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}1 & 3 & 4 & 1\\ -1 & 6 & 5 & -1\end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(6+15-4+3-24-5)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\times9$ বর্গ একক

যেহেতু বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য অসমান, সেহেতু চতুর্ভুজটি একটি বিষমবাহু চতুর্ভুজ।

$=\frac{9}{2}$ বর্গ একক **(Ans.)** [ঋণাত্মক চিহ্ন বাদ দিয়ে, কারণ ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হয় না]

প্রশ্ন–৯ ▸ তিনটি ভিন্ন বিন্দু A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে দেখাও যে, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$ ৪

গ. AB ও BC রেখাদ্বয়ের ঢাল 1 ও –1 হলে a ও b এর মান কত? A, B, C বিন্দু তিনটির সাথে D(–2, 2), E(2, – 2) বিন্দু দ্বারা গঠিত পঞ্চভুজটি xy সমতলে দেখাও এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

∴ AB রেখার ঢাল = $\frac{b-0}{0-a}=-\frac{b}{a}$ **(Ans.)**

এবং BC রেখার ঢাল = $\frac{1-b}{1-0}=1-b$ **(Ans.)**

খ. ‘ক’ হতে AB রেখার ঢাল = $-\frac{b}{a}$

BC রেখার ঢাল = 1 – b

A, B, C বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $-\frac{b}{a} = 1 - b$

বা, $b = -a + ab$

বা, $a + b = ab$

বা, $\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{ab}{ab}$ [ab দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 1$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ **(দেখানো হলো)**

গ. ‘ক’ হতে AB রেখার ঢাল = $-\frac{b}{a}$

প্রশ্নমতে, $-\frac{b}{a} = 1$

বা, $a = -b$ ....(i)

আবার, BC রেখার ঢাল = 1 – b

প্রশ্নমতে, $1 - b = -1$

বা, $-b = -2$

$\therefore b = 2$

(i) হতে পাই, $a = -2$

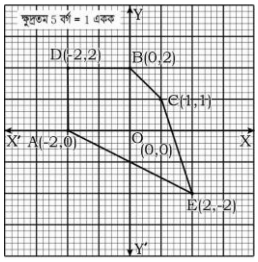
$\therefore a = -2$

$b = 2$ **(Ans.)**

$a = -2, b = 2$ হলে, বিন্দু পাঁচটি

A(–2, 0), B(0, 2), C(1, 1), D(–2,2), E(2, –2)

xy –সমতলে পঞ্চভুজটি গঠন করা হলো।



ছক কাগজ থেকে পঞ্চভুজটি ADBCE

এখন পঞ্চভুজ ADBCE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|(-4 - 4 + 0 - 2 + 0 + 0 - 0 - 2 - 2 - 4)|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|-18|$

$= 9$

$\therefore$ পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল = 9 বর্গ একক **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ A(3t, t), B(2t, t^2) C(t – 2, t) এবং D (1,1) চারটি বিন্দু।

ক. AB রেখাংশের ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD রেখাংশদ্বয় সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. t-এর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, বিন্দু চারটি সমরেখ নয়। ৪

উত্তর : ক. – (t – 1), খ. t = 1 এবং – 2

প্রশ্ন–১১ ▸ A, B এবং C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (a, 0) (0, b) এবং (1, 1)

ক. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. AB, BC, CA এর ঢাল নির্ণয় কর। ৪

গ. বিন্দুগুলো সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়। ৪

উত্তর : (ক) $m_1 = -\frac{b}{a}$, $m_2 = \frac{1}{1-b}$, $m_3 = -a$

অনুশীলনী ১১.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **সরলরেখার সমীকরণ :** এক ঘাতবিশিষ্ট চলকের সমীকরণকে সরলরেখার সমীকরণ বলে।

(ক) দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

(খ) (x_1, y_1) বিন্দু দিয়ে গমনকারী m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m (x - x_1)$

(গ) উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$ এখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y অক্ষের ছেদাংশ।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়

ii. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল 2

iii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক?

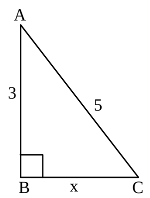
ⓚ i ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

২. $\{s(s - a)(s–b)(s–c)\}^{\frac{1}{2}}$ –এ s দ্বারা বোঝায় –

ⓚ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ⓚ বৃত্তের ক্ষেত্রফল

● ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা ⓖ বৃত্তের অর্ধপরিধি

৩.



ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

ⓚ 12 বর্গ একক ⓚ 15 বর্গ একক

● 6 বর্গ একক ⓖ 60 বর্গ একক

ব্যাখ্যা : চিত্রে $\angle ABC = 1$ সমকোণ

$\therefore$ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার অতিভুজ AC

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

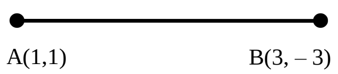
$= \sqrt{25 - 4}$

= 4 একক

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ বর্গ একক

৪.



AB রেখার ঢাল

ⓚ 2 ● – 2 ⓖ 0 ⓖ 6

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\therefore$ A(1, 1) ও B(3, 3) বিন্দুগামী রেখার ঢাল

$\therefore$ $m = \frac{-3 - 1}{3 - 1} = -2$

৫. $x - 2y - 10 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল–

ⓚ – 2 ⓚ 2 ⓖ –3 ● –1

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $y = mx + c$ আকারের সরলরেখার ঢাল = m

$x - 2y - 10 = 0$

বা, $2y = x - 10$

$\therefore$ $y = \frac{x}{2} - 5$ .... (i)

এবং $2x + y - 3 = 0$

বা, $y = -2x + 3$ .... (ii)

(i) ও (ii) রেখার ঢাল $m_1 + \frac{1}{2}$, $m_2 = -2$

প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ঢাল $m_1m_2 = \frac{1}{2} \times (-2)$

$= -1$

৬. $y = \frac{x}{2} + 2$ এবং $2x - 10y + 20 = 0$ সমীকরণদ্বয়

ⓚ দুটি ভিন্ন রেখা নির্দেশ করে

ⓚ একই রেখা নির্দেশ করে

ⓖ রেখাদ্বয় সমান্তরাল

● রেখাদ্বয় পরস্পরচ্ছেদী

৭. $y = x - 3$ এবং $y = -x + 3$ এর ছেদবিন্দু

ⓚ (0,0) ⓚ (0,3) ● (3,0) ⓖ (–3,3)

নিচের তথ্যের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = 1, y = 1$

৮. রেখাদ্বয় x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক

ⓚ (0,1) ● (1,0) ⓖ (0,0) ⓖ (1,1)

৯. রেখাদ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্রটি তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল

ক $\frac{1}{2}$ বর্গ একক ● 1 বর্গ একক গ 2 বর্গ একক ঘ 4 বর্গ একক

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, – 1) বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ঢাল 2.

সমাধান : দেওয়া আছে, ঢাল $m = 2$

এবং নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (2, -1)$

$\therefore$ (x_1, y_1) বিন্দুগামী m ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = 2(x - 2)$

বা, $y + 1 = 2x - 4$

বা, $y = 2x - 4 - 1$

$\therefore y = 2x - 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ নিম্নোক্ত বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রান্ত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) A (1, 5), B (2, 4); (b) A(3, 0), B (0, – 3); (c) A(a, 0), B(2a, 3a)

সমাধান :

(a) আমরা জানি, $(x_1, y_1), (x_2\ y_2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$\therefore$ A(1, 5) ও B(2, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$\frac{y-5}{x-1} = \frac{5-4}{1-2}$

বা, $\frac{y-5}{x-1} = \frac{1}{-1}$

বা, $y - 5 = \frac{x-1}{-1}$

বা, $-y + 5 = x - 1$

বা, $5 + 1 - x = y$

বা, $y = -x + 6$

$\therefore y = -x + 6$ **(Ans.)**

(b) আমরা জানি, দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ।

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$\therefore$ A (3, 0) এবং B (0, – 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$\frac{y-0}{x-3} = \frac{0-(-3)}{3-0}$

বা, $\frac{y}{x-3} = \frac{3}{3}$

বা, $\frac{y}{x-3} = 1$

$\therefore y = x - 3$ **(Ans.)**

(c) আমরা জানি, দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$\therefore$ A (a, 0) এবং B(2a, 3a) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$\frac{y-0}{x-a} = \frac{0-3a}{a-2a}$

বা, $\frac{y}{x-a} = \frac{-3a}{-a}$

বা, $\frac{y}{x-a} = 3$

$\therefore y = 3x - 3a$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) ঢাল 3 এবং y ছেদক – 5

(b) ঢাল – 3 এবং y ছেদক – 5

(c) ঢাল 3 এবং y ছেদক 5

(d) ঢাল – 3 এবং y ছেদক 5

উপরোক্ত চাররেখা একই সমতলে এঁকে দেখাও।

[এই রেখাসমূহের মাধ্যমে বোঝা যাবে ঢাল এবং y-অক্ষের ছেদকের চিহ্নের জন্য রেখা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।]

সমাধান :

(a) এখানে সরলরেখাটির ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = -5$।

আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে সরলরেখাটির সমীকরণ :

$y = mx + c$

নির্ণেয় সরলরেখাটির সমীকরণ $y = 3x + (-5)$

$= 3x - 5$**(Ans.)**

(b) এখানে সরলরেখাটির ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = -5$

আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে

সরলরেখাটির সমীকরণ : $y = mx + c$

নির্ণেয় সরলরেখাটির সমীকরণ $y = -3x + (-5)$

$= -3x - 5$ **(Ans.)**

(c) এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = 5$

আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ $y = mx + c$

নির্ণেয় সরলরেখাটির সমীকরণ $y = 3x + 5$ **(Ans.)**

(d) এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = 5$

আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ : $y = -3x + 5$ **(Ans.)**

উপরিউক্ত রেখা চারটি নিচে একই সমতলে আঁকা হলো:

এখানে, (a) রেখাটি x ও y অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে $x = \frac{5}{3}$]

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, – 5) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে, y = – 5]

(b) রেখাটি x ও y অক্ষকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$ [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে, $x = \frac{-5}{3}$]

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, – 5) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে, y = – 5]

(c) রেখাটি x ও y অক্ষকে E ও F বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

E বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$ [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে $x = \frac{-5}{3}$]

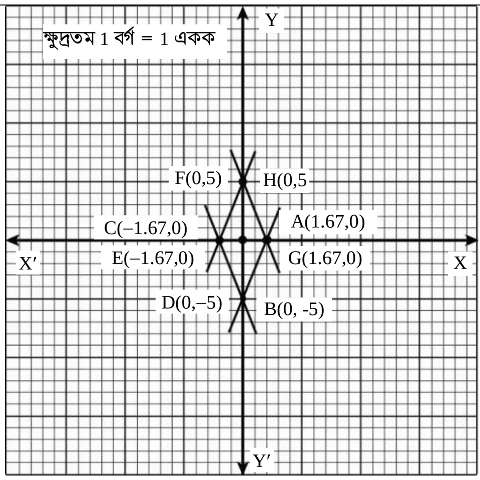
F বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 5) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে y = – 5]

(d) রেখাটি G ও H বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

G বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$ [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}$]

H বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 5) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে y = 5]

উপরিউক্ত চারটি রেখা xy সমতলে দেখানো হলো :



প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ নিম্নোক্ত রেখাসমূহ x-অক্ষকে ও y-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নির্ণয় কর। তারপর রেখাসমূহ এঁকে দেখাও।

(a) $y = 3x - 3$; (b) $2y = 5x + 6$; (c) $3x - 2y - 4 = 0$

সমাধান : (a) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $y = 3x - 3$

ধরি, সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে x অক্ষে $y = 0$ হলে,

$0 = 3x - 3$

বা, $3x = 3$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 0)$ **(Ans.)**

আবার,

y অক্ষে $x = 0$ হলে,

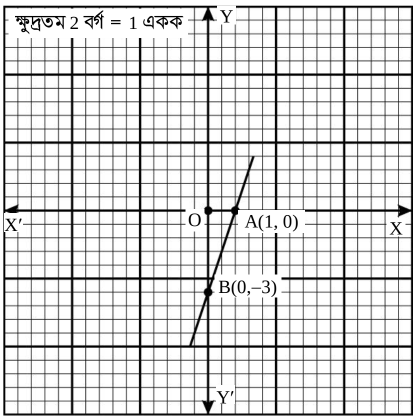
$y = 3.0 - 3$

বা, $y = 0 - 3$

$\therefore y = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$ **(Ans.)**

নিচের চিত্রে সরলরেখাটিকে xy সমতলে দেখানো হলো :



(b) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $2y = 5x + 6$

ধরি, সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, x অক্ষে $y = 0$ হলে,

$2.0 = 5x + 6$

বা, $0 = 5x + 6$

বা, $5x = -6$

$\therefore x = -\frac{6}{5}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-6}{5}, 0\right)$ **(Ans.)**

আবার, y অক্ষে $x = 0$ হলে,

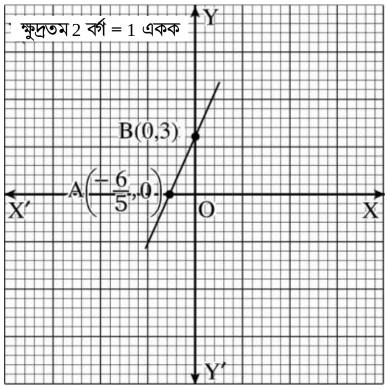
$2y = 5.0 + 6$

বা, $2y = 6$

$\therefore y = 3$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 3)$ **(Ans.)**

নিচের চিত্রে সরলরেখাটিকে xy সমতলে দেখানো হলো :



(c) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $3x - 2y - 4 = 0$

ধরি, সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে x অক্ষে $y = 0$ হলে,

$3x - 2.0 - 4 = 0$

বা, $3x - 4 = 0$

বা, $3x = 4$

$\therefore x = \frac{4}{3}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ **(Ans.)**

আবার, y অক্ষে $x = 0$ হলে,

$3.0 - 2y - 4 = 0$

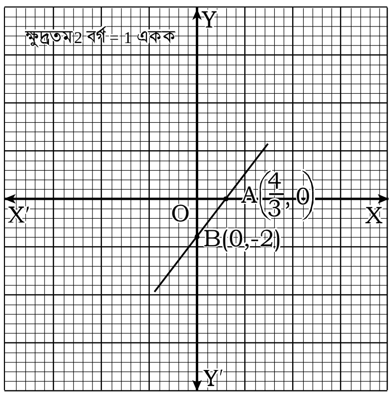
বা, $2y = -4$

বা, $y = \frac{-4}{2}$

$\therefore y = -2$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -2)$ **(Ans.)**

নিচের চিত্রে সরল রেখাটিকে xy সমতলে দেখানো হলো :



প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ k এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। যদি রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয় তবে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ঢাল $m = k$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (k, 0)$

∴ $(k, 0)$ বিন্দুগামী k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ :

বা, $y - 0 = k(x - k)$

∴ $y = k(x - k)$ .... (i)

আবার, রেখাটি $(5, 6)$ বিন্দুগামী হলে সমীকরণটি $x = 5$ এবং $y = 6$ দ্বারা সিদ্ধ হবে।

সুতরাং (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$6 = k(5 - k)$

বা, $6 = 5k - k^2$

বা, $6 - 5k + k^2 = 0$

বা, $k^2 - 5k + 6 = 0$

বা, $k^2 - 2k - 3k + 6 = 0$

বা, $k(k - 2) - 3(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k - 3) = 0$

∴ $k = 2, 3$

নির্ণেয় সমীকরণ $y = k(x - k)$ এবং $k = 2, 3$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। যদি রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{1}{k}$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (k^2, 2k)$

∴ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $y - 2k = \frac{1}{k}x - k$

বা, $y = \frac{1}{k}x - k + 2k$

বা, $y = \frac{1}{k}x + k$ .... (i)

∴ $y = \frac{1}{k}(x + k^2)$

সরলরেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দুগামী হলে সমীকরণটি $x = -2$ এবং $y = 1$ দ্বারা সিদ্ধ হবে

সুতরাং (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$1 = \frac{1}{k}(-2) + k$

বা, $1 = -\frac{2}{k} + k$

বা, $k - \frac{2}{k} = 1$

বা, $\frac{k^2 - 2}{k} = 1$

বা, $k^2 - 2 = k$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k + 1) = 0$

∴ $k = -1, 2$

নির্ণেয় সমীকরণ $y = \frac{1}{k}(x + k)$ এবং $k = -1, 2$

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি রেখা $A(-2, 3)$ বিন্দু দিয়ে যায়, যার ঢাল $\frac{1}{2}$। রেখাটি যদি আবারও $(3, k)$ বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $m = \frac{1}{2}$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (-2, 3)$

∴ $(-2, 3)$ বিন্দুগামী $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

বা, $y - 3 = \frac{1}{2}\{x - (-2)\}$

বা, $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 2)$

বা, $y - 3 = \frac{1}{2}x + 1$

∴ $y = \frac{1}{2}x + 4$

আবার, রেখাটি $(3, k)$ বিন্দুগামী হলে সমীকরণটি $x = 3$ এবং $y = k$ দ্বারা সিদ্ধ হয়। তাহলে, সমীকরণটি হতে পাই,

$k = \frac{1}{2} \times 3 + 4$

বা, $k = \frac{3}{2} + 4$

বা, $k = \frac{11}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x-অক্ষকে $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(a) AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

(a) $(-1, 6)$ বিন্দুগামী 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ–

বা, $y - 6 = 3\{x - (-1)\}$

বা, $y - 6 = 3(x + 1)$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

∴ $y = 3x + 9$

সুতরাং AB রেখার সমীকরণ $y = 3x + 9$ **(Ans.)**

যেহেতু রেখাটি x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তাহলে B বিন্দুতে $y = 0$

∴ $0 = 3x + 9$

বা, $3x = -9$

∴ $x = -3$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, 0)$

আবার, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 0)$

∴ AC রেখার সমীকরণ :

$\frac{y - 6}{x - (-1)} = \frac{6 - 0}{-1 - 2}$

বা, $\frac{y - 6}{x + 1} = \frac{6}{-3}$

বা, $\frac{y - 6}{x + 1} = -2$

বা, $y - 6 = -2x - 2$

∴ $y = -2x + 4$

∴ AC রেখার সমীকরণ $y = -2x + 4$ **(Ans.)**

(b) প্রদত্ত বিন্দু তিনটি A(– 1, 6), B(– 3, 0) এবং C(2, 0)

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(-1).0 + (-3).0 + 2.6 - 6(-3) - 0.2 - 0(-1)\}$

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + 12 + 18 - 0 - 0)$

$= \frac{1}{2} \times 30$

= 15 বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ দেখাও যে, $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয় পরস্পর ছেদ করে না। রেখাদ্বয়ের চিত্র এঁকে ব্যাখ্যা কর কেন সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই।

সমাধান :

এখানে, ১ম রেখার সমীকরণ $y - 2x + 4 = 0$

বা, $y = 2x - 4$

$\therefore y = 2x + (-4)$

$\therefore$ রেখাটির ঢাল, $m = 2$ এবং y-অক্ষের ছেদক $c = -4$

আবার, দ্বিতীয় রেখার সমীকরণ

$3y = 6x + 10$

বা, $y = \frac{6x + 10}{3}$

বা, $y = \frac{6x}{3} + \frac{10}{3}$

$\therefore y = 2x + \frac{10}{3}$

$\therefore$ রেখাটির ঢাল, $m = 2$ এবং y-অক্ষের ছেদক $c = \frac{10}{3}$

যেহেতু রেখা দুইটির ঢাল সমান কিন্তু y অক্ষের ছেদক ভিন্ন। সুতরাং রেখা দুইটিকে xy সমতলে আঁকলে পরস্পর সমান্তরালভাবে অবস্থান করবে। তাই রেখাদ্বয় পরস্পর ছেদ করবে না।

এখন ১ম রেখাটি x ও y অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

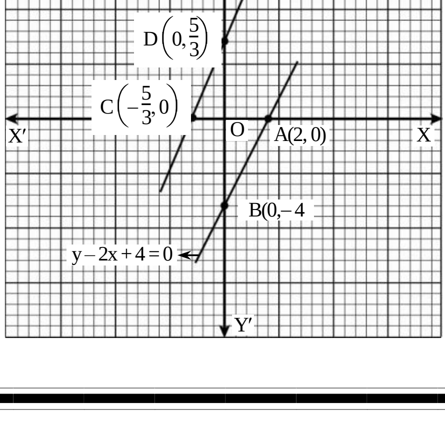
A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 0)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, – 4)

আবার, ২য় রেখাটি x ও y অক্ষকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করলে C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(0, \frac{10}{3}\right)$

এখন, xy সমতলে AB এবং CD রেখা দুটি এঁকে দেখানো হলো :



যেহেতু রেখা দুইটি সমান্তরাল তাই রেখাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে না।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণ দুটির সমাধান নেই।

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $y = x + 5$, $y = -x + 5$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে। ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে সমীকরণ তিনটি :

$y = x + 5$ .... (i)

$y = -x + 5$ .... (ii)

$y = 2$ ....(iii)

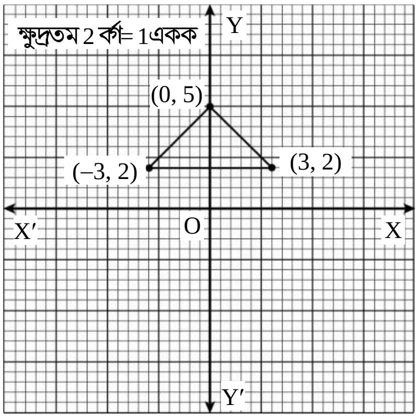
(i) ও (ii) নং সমাধান করে পাই, (x, y) = (0, 5)

(ii) ও (iii) নং সমাধান করে পাই, (x, y) = (3, 2)

(i) ও (iii) নং সমাধান করে পাই, (x, y) = (– 3, 2)

ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক (0, 5), (3, 2) এবং (– 3, 2)

$\therefore$ xy সমতলে ত্রিভুজটির চিত্র অঙ্কন করা হলো :



$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 3 \\ 2 & 5 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{3.5 + 0.2 + (-3).2 - 2.0 - 5.(-3) - 2.3\}$

$= \frac{1}{2}(15 + 0 - 6 - 0 + 15 - 6)$

$= \frac{1}{2} \times 18 = 9$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $y = 3x + 4$ এবং $3x + y = 10$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং x অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$y = 3x + 4$ .... (i)

$3x + y = 10$ ....(ii)

(ii) নং হতে পাই,

$3x + y = 10$

বা, $y = 10 - 3x$ .... (iii)

(i) ও (iii) হতে পাই,

$3x + 4 = 10 - 3x$

বা, $3x + 3x = 10 - 4$

বা, $6x = 6$

$\therefore x = 1$

(i) নং এ x এর মান বসিয়ে,

$y = 3 \times 1 + 4$

$\therefore y = 7$

$\therefore$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (1, 7)

আবার (i) নং রেখাটি x ও y অক্ষকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-4}{3}, 0\right)$

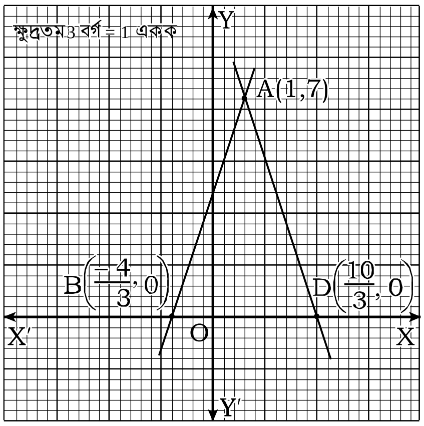
C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)

(ii) নং রেখাটি x ও y অক্ষকে D ও E বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

E বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 10)

xy সমতলে রেখা দুটি অঙ্কন করা হলো :



লেখ থেকে দেখা যায় সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 7)। আবার সরলরেখাদ্বয় x অক্ষকে B$\left(\frac{-4}{3}, 0\right)$ এবং D$\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে ΔABD উৎপন্ন করে,

$\therefore$ ΔABD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + \frac{70}{3} + \frac{28}{3} - 0 - 0)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{98}{3}$

$= \frac{49}{3} = 16\frac{1}{3}$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ প্রমাণ কর যে, 2y – x = 2, y + x = 7 এবং y = 2x – 5 রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent) অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সমাধান : প্রদত্ত রেখাত্রয় : $2y - x = 2$.............. (i)

$y + x = 7$ ....(ii)

$y = 2x - 5$ ....(iii)

(ii) নং হতে পাই,

$y + x = 7$

$\therefore y = 7 - x$ .... (iv)

(i) নং–এ $y = 7 - x$ বসিয়ে

$2(7 - x) - x = 2$

বা, $14 - 2x - x = 2$

বা, $-3x = 2 - 14$

বা, $-3x = -12$

বা, $x = \frac{-12}{-3} = 4$

(iv) নং–এ x এর মান বসিয়ে

$y = 7 - x$

বা, $y = 7 - 4$

$\therefore y = 3$

(i) ও (ii) নং রেখার ছেদবিন্দু (x, y) = (4, 3)। এখন, রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে (iii) নং সমীকরণ (4, 3) বিন্দু দ্বারা সমীকৃত হবে।

(iii) নং এর বামপক্ষ = y = 3

ডানপক্ষ = $2x - 5$

$= 2 \times 4 - 5$

$= 3$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ সমীকরণ তিনটি সমবিন্দু (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ y = x + 3, y = x – 3, y = – x + 3 এবং y = – x – 3 একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে। চতুর্ভুজটি আঁক এবং ক্ষেত্রফল তিনটি ভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রেখাসমূহ : $y = x + 3$ .... (i)

$y = x - 3$ ....(ii)

$y = -x + 3$............ (iii)

$y = -x - 3$ .... (iv)

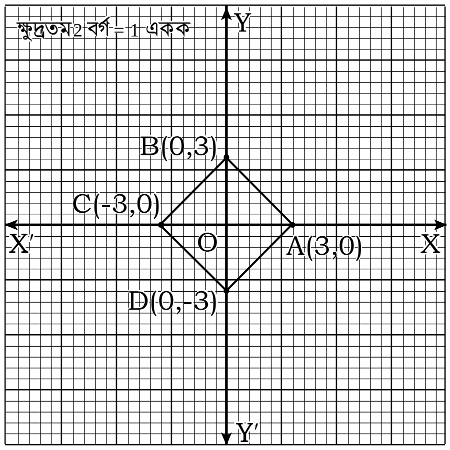
(i) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু, (x, y) = (0, 3)

(i) ও (iv) নং রেখার ছেদবিন্দু, (x, y) = (– 3, 0)

(ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু, (x, y) = (3, 0)

(ii) ও (iv) নং রেখার ছেদবিন্দু, (x, y) = (0, – 3)

এখন প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী (i), (ii), (iii) ও (iv) রেখাকে গ্রাফ কাগজে অঙ্কন করি :



গ্রাফ হতে পাই, উৎপন্ন চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো A(3, 0) B(0, 3), C(– 3, 0) ও D(0, – 3)।

ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

প্রথম পদ্ধতি : ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলো A(3, 0), B(0, 3), C(– 3, 0) এবং D (0, – 3)

AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্র ΔABC ও ΔACD-এ বিভক্ত করে।

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(0+3)^2 + (3-0)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(-3-0)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ $CA = \sqrt{(3+3)^2 + (0+0)^2}$

$= \sqrt{36} = 6$ একক।

$\therefore$ ΔABC এর অর্ধ পরিসীমা $S = \dfrac{AB + BC + CA}{2}$

$= \dfrac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6}{2}$

$= \dfrac{6\sqrt{2} + 6}{2}$

$= \dfrac{2(3\sqrt{2} + 3)}{2}$

$= 3\sqrt{2} + 3$

$= 3(\sqrt{2} + 1)$ একক

এখন, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-AB)(S-BC)(S-CA)}$

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\{3(\sqrt{2}+1)-3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1)-3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1)-6\}}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-6)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\,3.3(3\sqrt{2}-3)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3.\,3.\,3.\,3\,(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81(\sqrt{2})^2 - 1}$

$= \sqrt{81(2-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81.1}$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক

অনুরূপভাবে, ΔACD এর ক্ষেত্রফল $= 9$ বর্গ একক

$\therefore$ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$=$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $+$ Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$= (9 + 9)$ বর্গ একক $= 18$ বর্গ একক

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

প্রথম পদ্ধতি হতে পাই,

ABCD চতুর্ভুজের বাহু $AB = BC = CD = DA = 3\sqrt{2}$ একক এবং কর্ণ $AC = 6$ একক।

$\therefore$ কর্ণ $BD = \sqrt{0 + (3+3)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ একক

যেহেতু ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.

$\therefore$ ABCD বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^2 বর্গ একক

$= (3\sqrt{2})^2$ বর্গ একক

$= 18$ বর্গ একক

গ্রাফ হতে পাই, A(3, 0), B (0, 3) C(–3, 0) ও D(0, – 3)

অতএব ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল হবে

$\dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \dfrac{1}{2}(9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 - 0 + 9)$ বর্গ একক

$= \dfrac{1}{2} \times 36$ বর্গ একক

$= 18$ বর্গ একক

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।

খ. অক্ষদ্বয়ের খণ্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলো। যার শীর্ষ মূলবিন্দুর ওপরে ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

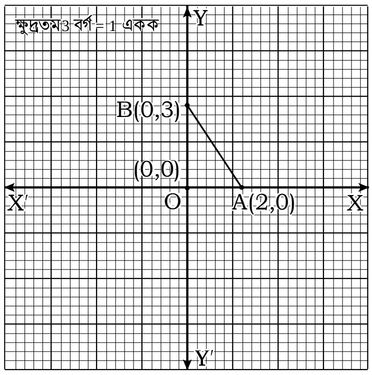
ক. প্রদত্ত সমীকরণ,

$3x + 2y = 6$

বা, $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$ .... (i)

(i) নং সমীকরণটি x ও y অক্ষ যথাক্রমে A(2, 0) এবং B(0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

খ.



মনে করি, মূলবিন্দু O (0, 0), A (2, 0) এবং B (0, 3) অক্ষদ্বয়ের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ $= \sqrt{(2-0)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$ একক **(Ans.)**

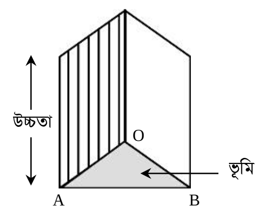
লেখচিত্র থেকে দেখা যায় রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে OAB সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \times OA \times OB$ বর্গ একক

$= \dfrac{1}{2} \times 2 \times 3$ বর্গ একক

$= 3$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলে তা হবে একটিপ্রিজম। চিত্রটি নিম্নরূপ :



এর ভূমির ক্ষেত্রফল $= \Delta OAB$ এর ক্ষেত্রফল $= 3$ বর্গ একক।

এবং ভূমির পরিসীমা $= \Delta$ OAB এর পরিসীমা $= 2 + 3 + \sqrt{13}$ একক

$\therefore$ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল,

$= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times 3 +$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= 2 \times 3 + (5 + \sqrt{13}) \times 5$ বর্গ একক

$= 6 + 25 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক

$= 31 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক

এবং ঘনবস্তুটির আয়তন = প্রিজমের আয়তন

= প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= ΔOAB এর ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= 3 \times 5$ ঘন একক

$= 15$ ঘন একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ দেওয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল = −1

ক. দেখাও যে, a এর দুটি মান রয়েছে।

খ. a এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায়, ধর তারা P, Q, R ও S, PQRS –এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত? এ ব্যাপারে তোমার মতামত যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(1,4a) এবং B(5,$a^2 - 1$) এবং ঢাল = −1

A(1,4a) এবং B(5,$a^2 - 1$) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল,

$m = \frac{a^2 - 1 - 4a}{5 - 1}$

বা, $m = \frac{a^2 - 4a - 1}{4}$

বা, $a^2 - 4a - 1 = -4$ [দেওয়া আছে, m = −1]

বা, $a^2 - 4a + 3 = 0$

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a - 3) - 1(a - 3) = 0$

বা, $(a - 1)(a - 3) = 0$

$\therefore a = 1, 3$

$\therefore$ a এর দুটি মান আছে। **(দেখানো হলো)**

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত a এর মান বসিয়ে পাই,

a = 1 এর জন্য বিন্দু দুইটি (1, 4) ও (5, 0)

এবং a = 3 এর জন্য বিন্দু দুইটি (1, 12) ও (5, 8)

মনে করি, বিন্দু চারটি P(1, 4), Q(5, 0), R(5, 8) এবং S(1, 12).

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র PQRS এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 8 & 12 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(0 + 40 + 60 + 4 - 20 - 0 - 8 - 12)$

$= \frac{1}{2} \times 64$

$= 32$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি P(1, 4), Q(5, 0), R(5, 8) এবং S(1, 12)

এখন PQ বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

QR বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-5)^2 + (8-0)^2}$

$= \sqrt{8^2}$

$= 8$ একক

RS বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-5)^2 + (12-8)^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

SP বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-1)^2 + (12-4)^2} = \sqrt{8^2} = 8$ একক

কর্ণ PR $= \sqrt{(5-1)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ SQ $= \sqrt{(1-5)^2 + (12-0)^2}$

$= \sqrt{16 + 144}$

$= \sqrt{160}$

$= 4\sqrt{10}$ একক

$PQ = 4\sqrt{2} = RS$; $QR = 8 = SP$; এবং $PR \neq SQ$ চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান বলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক বা আয়ত হতে পারে কিন্তু কর্ণদ্বয় অসমান বলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. y – x + 5 এবং y = 3x – 3 এর ছেদবিন্দু–

● (4, 9) Ⓚ (3, 2) Ⓖ (3, 0) Ⓖh (9, 4)

২. 3x + y – 5 = 0 সমীকরণের ঢাল কত?

● −3 Ⓚ 3 Ⓖ − 5 Ⓖh $\frac{5}{3}$

৩. 2x – 3y – 5 = 0 সরলরেখার ঢাল–

● $\frac{2}{3}$ Ⓚ $\frac{3}{2}$ Ⓖ $-\frac{2}{5}$ Ⓖh $\frac{3}{5}$

৪. A(2, 1) এবং B(–1, 4) বিন্দুদ্বয় দ্বারা অতিক্রান্ত সরল রেখার ঢাল কত?

ⓚ −3 Ⓚ −2 ● −1 Ⓖh 1

৫. (–1, 0) ও (0, 1) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রান্ত রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?

ⓚ y = x – 1 Ⓚ x + y = 1 ● x = y – 1 Ⓖh x+y+1=0

৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. y – 5x + 3 = 0 রেখার ঢাল 5

ii. 5x + 7y = 0 রেখাটি মূলবিন্দুগামী

iii. দুই বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii Ⓚ ii ও iii Ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

3x + 4y – 12 = 0 সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

৭. সরলরেখাটির ঢাল নিচের কোনটি?

ⓚ $-\frac{4}{3}$ ● $\frac{-3}{4}$ Ⓖ $\frac{4}{3}$ Ⓖh 3

৮. **ΔAOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?**

ⓚ 3 বর্গ একক ⓖ 4 বর্গ একক ● 6 বর্গ একক ⓘ 12 বর্গ একক

১১·৫ : সরলরেখার সমীকরণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. **যে সরলরেখা (1,4) বিন্দুগামী এবং অক্ষদ্বয়ের সাথে 8 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ গঠন করে তার সমীকরণ –** (কঠিন)

● $4x + y = 8$ ⓖ $4x - y = 8$
ⓖ $2x + y = 4$ ⓘ $6x - y = 8$

১০. **$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ সরলরেখাটি কোনটি দ্বারা সিদ্ধ হবে?** (মধ্যম)

● (a, 0) ⓖ (0, 0) ⓖ (2, 1) ⓘ (0, 2)

১১. **$9x - 2y + 15 = 0$ রেখাটি x-অক্ষকে ছেদ করে কোন বিন্দুতে?** (মধ্যম)

ⓚ $\left(-\frac{3}{5}, 0\right)$ ⓖ $\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$ ● $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ⓘ $\left(2, \frac{1}{3}\right)$

১২. **(2, 3) ও (5, 9) বিন্দুর সংযোজক সরলরেখার ঢাল কত?** (মধ্যম)

ⓚ 3 ⓖ $\frac{3}{4}$ ⓖ $\frac{5}{3}$ ● 2

১৩. **নিচের কোনটি x-অক্ষের সমীকরণ?** (সহজ)

ⓚ $y = b$ ⓖ $x = 0$ ● $y = 0$ ⓘ $x = a$

১৪. **নিচের কোনটি y অক্ষের সমীকরণ?** (সহজ)

● $x = 0$ ⓖ $y = 0$ ⓖ $x = a$ ⓘ $y = b$

১৫. **x-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ –** (সহজ)

ⓚ $x = 0$ ⓖ $x = a$ ⓖ $y = 0$ ● $y = b$

১৬. **y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ –** (সহজ)

ⓚ $x = 0$ ⓖ $y = 0$ ● $x = a$ ⓘ $y = b$

১৭. **কোনো বিন্দুর কোটি 3 এবং বিন্দুটির দূরত (5, 3) বিন্দু হতে 4 একক হলে বিন্দুর ভুজ –** (মধ্যম)

ⓚ 2 অথবা 5 ⓖ 1 অথবা 6 ● 9 অথবা 1 ⓘ 5 অথবা 6

১৮. **x অক্ষ ও (–5, –7) ও (4, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে k এর মান –** (কঠিন)

ⓚ $\frac{65}{7}$ ⓖ $\frac{75}{7}$ ● $-\frac{65}{7}$ ⓘ $-\frac{67}{5}$

১৯. **x এবংy এর এক ঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি নির্দেশ করে?** (সহজ)

● সরলরেখা ⓖ বৃত্ত ⓖ বক্ররেখা ⓘ ত্রিভুজ

২০. **$y = mx + c$ সরলরেখায় c নিচের কোনটি নির্দেশ করে?** (সহজ)

ⓚ ঢাল ⓖ y অক্ষের লম্ব
ⓖ y অক্ষের সমান্তরাল ● y অক্ষের ছেদকাংশ

২১. **$y = \frac{-10}{3}x + 9$ রেখার ঢাল কত?** (সহজ)

● $\frac{-10}{3}$ ⓖ 3 ⓖ 9 ⓘ $\frac{-9}{10}$

২২. **$2y = 5x + 6$ রেখার ঢাল কত?** (মধ্যম)

ⓚ $\frac{5}{3}$ ⓖ $\frac{3}{5}$ ● $\frac{5}{2}$ ⓘ 6

২৩. **$y = 3x + 5$ রেখার y অক্ষের ছেদকাংশ কোনটি?** (সহজ)

ⓚ 3x ⓖ ± 3 ⓖ 3 ● 5

২৪. **y অক্ষের সাথে $3x + 4y = 12$ রেখার ছেদ বিন্দু কোনটি?** (কঠিন)

ⓚ (3, 0) ⓖ (0, 0) ● (0, 3) ⓘ (3, 4)

২৫. **ঢাল 3 এবং (–1, 6) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?** (কঠিন)

● $y = 3x + 9$ ⓖ $y = 9x + 3$
ⓖ $3y = 3x + 1$ ⓘ $y = x + 1$

২৬. **$y = x + 7$ ও $y = x - 7$ এর ছেদ বিন্দু কোনটি?** (কঠিন)

ⓚ (0, 7) ⓖ (7, 0)
ⓖ (0, –7) ● কোনো ছেদ বিন্দু নেই

২৭. **A(3, 4) ও B(6, 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

ⓚ $x = y + 1$ ⓖ $x + y = 0$
● $y = x + 1$ ⓘ $x - y = 10$

২৮. **(2, 3) বিন্দুগামী কোনো সরলরেখার ঢাল m হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ কোনটি?** (মধ্যম)

● $y - 3 = m(x - 2)$ ⓖ $y - 2 = m(x - 3)$
ⓖ $y - 3 = \frac{1}{n}(x - 2)$ ⓘ $y + x = m(2 + 3)$

২৯. **y-অক্ষের সমান্তরাল ও ধনাত্মক দিকে 5 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?** (সহজ)

ⓚ $x = -5$ ● $x = 5$ ⓖ $x = 0$ ⓘ $y = 5$

৩০. **মূলবিন্দুগামী কোনো সরলরেখার ঢাল 3 হলে, এর সমীকরণ কী?** (সহজ)

ⓚ $x = 3y$ ● $y = 3x$ ⓖ $y = 3x + c$ ⓘ $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$

৩১. **x অক্ষের সমান্তরাল ও ঋণাত্মক দিকে b একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?** (সহজ)

ⓚ $y = b$ ⓖ $x = -a$ ⓖ $x = a$ ● $y = -b$

৩২. **নিচের কোনটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ?** (সহজ)

ⓚ $2x - 3y - 2 = 0$ ⓖ $x = 2y + 1$
● $y = 3x$ ⓘ $y = -\frac{5}{3}x + 4$

৩৩. **$4y - 8x + 12 = 0$ সরলরেখাটি y –অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে?** (মধ্যম)

ⓚ –3 ● 3 ⓖ –1 ⓘ $\frac{4}{3}$

৩৪. **$3x - 3y - 9 = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত?** (কঠিন)

ⓚ (–3, 0) ⓖ (2, 4) ⓖ (0, 3) ● (3, 0)

৩৫. **$4x + y - 4 = 0$ সরলরেখাটি y অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত?** (কঠিন)

● (0, 4) ⓖ (–4, 0) ⓖ (4, 0) ⓘ (0, –4)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৬. **$y = 3x + 3$ সরলরেখা–** (সহজ)

i. x- অক্ষকে (–1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে
ii. y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে
iii. মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩৭. **$x + y = 3$ সরলরেখা–**

i. দ্বারা x অক্ষের ছেদকাংশ 3

ii. দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশ 3

iii. অক্ষদ্বয়ের সাথে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩৮. i. x অক্ষের উপর y = 0

ii. y = mx + c রেখায় c হচ্ছে y অক্ষের ছেদকাংশ

iii. y = 3x + 5 রেখার ঢাল 3

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৯. i. y = 5x + 7 রেখাটির ঢাল 7

ii. 5y = 4x + 5 রেখার y অক্ষের ছেদকাংশ 1

iii. x অক্ষের সাথে y = x – 1 রেখার ছেদবিন্দু (1,0)

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪০. i. y = x + 3 ও y = – x – 3 রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (–3, 0)

ii. y = x + 7 ও y = x – 7 রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু নেই

iii. 5y = 3x + 4 সরলরেখাটির ঢাল 3

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪১ ও ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(1, 5) এবং B(2,4) দুইটি বিন্দু।

৪১. A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

● x + y = 6 ⓚ x – y = –4

ⓖ x + y = –4 ⓘ x = 2x – 1

৪২. AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓚ 0 ● –1 ⓘ – 4

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ ও ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$y = \frac{x}{\sqrt{3}} + 2$ একটি রেখা।

৪৩. রেখাটির ঢাল কত? (সহজ)

ⓚ $\sqrt{3}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓘ 1

৪৪. রেখাটি y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ⓚ $(-2\sqrt{3}, 0)$ ⓚ $\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}, 0\right)$ ● (0, 2) ⓘ $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

৫৭. A(3, 4) এবং B(6, 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

ⓚ x = y + 1 ⓚ y = x – 1 ● y = x + 1 ⓘ x = 1 – y

৫৮. A(–2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2x = 5x + 6 ⓚ x + y = 1

● x – 2y + 8 = 0 ⓘ Ax + 3 = y

৫৯. (2, – 1) বিন্দুগামী ও 2 ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ হবে–

ⓚ x – y = 5 ● 2x – y = 5

ⓖ 2x + y = 5 ⓘ 2x + y + 5 = 0

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৫ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(p, 3), B(2, – 2) হলে–

৪৫. ঢাল 5 হলে, p এর মান কত? (সহজ)

ⓚ –1 ⓚ 2 ● 3 ⓘ 0

৪৬. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–3, 3) হলে AB রেখার ঢাল নিচের কোনটি ? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓚ 0 ⓖ 2 ● –1

৪৭. A(–3, 3) হতে B(2, –2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (মধ্যম)

ⓚ 1 একক ⓚ $2\sqrt{5}$ একক ● $5\sqrt{2}$ একক ⓘ 3 একক

নিচের বিন্দু দুটি হতে ৪৮ – ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(–1,2a) এবং $B(0,a^2 + 1)$

৪৮. AB রেখার ঢাল 1 হলে, a = কত? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ –1 ● 2 ⓘ –2

৪৯. a = 3 হলে AB রেখার ঢাল কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ –1 ● 4

৫০. a = 1 হলে, A হতে B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (সহজ)

● 1 একক ⓚ 2 একক ⓖ 3 একক ⓘ $2\sqrt{2}$ একক

৫১. a = –1 হলে AB রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

● y = 4x + 2 ⓚ y = 4x – 3

ⓖ y = –4x + 2 ⓘ y = 2x + 2

নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার ঢাল 3 এবং রেখাটি (–2, –3) বিন্দুগামী।

৫২. সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কী কোণ তৈরি করে? মধ্যম

● সূক্ষ্মকোণ ⓚ স্থূলকোণ ⓖ সমকোণ ⓘ প্রবৃদ্ধ কোণ

৫৩. সরলরেখাটির সমীকরণ কোনটি? (কঠিন)

ⓚ y = x + 1 ⓚ y = 3x – 3

● y = 3x + 3 ⓘ y = 3x + 1

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৪ – ৫৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও: y = 3x + 3 সরলরেখাটি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু P(t, 4) দিয়ে যায়। সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৫৪. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? (মধ্যম)

ⓚ $\left(\frac{1}{4}, 3\right)$ ● $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$ ⓖ $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ ⓘ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$

৫৫. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ (0, –1) ⓚ (1, 0) ● (–1, 0) ⓘ (–1, – 1)

৫৬. রেখাটির y ছেদকাংশ কত? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓚ 2 ● 3 ⓘ 8

৬০. নিচের কোনটি y = 2x + 9 এবং x = 3y – 12 সরলরেখা দুইটির ছেদ বিন্দু?

ⓚ (3 – 3) ⓚ (4, – 4) ● (– 3, 3) ⓘ (– 4, 4)

৬১. 4x + 3y = 12 রেখাটি অক্ষয়দ্বয়কে যে বিন্দুতে ছেদ করে–

ⓚ (2, 0) এবং (0, 3) ⓚ (2, 0) (3, 0)

ⓖ (4, 0)(6, 0) ● (3, 0)(0, 4)

৬২. (2, –3), বিন্দু দিয়ে যায় এবং 2x – 3y = 7 রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ কোনটি?

● 3x + 2y = 0 ⓚ 2x + 3y = 0

ⓖ 2y – 3x = 0 ⓘ 2x – 3y = 0

৬৩. $x + 2y - 3 = 0$ সমীকরণটি x অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?

(ক) (3, 2) (খ) (0, 3) ● (3, 0) (ঘ) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

৬৪. (2, 3) এবং (4, 5) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

(ক) $x + y - 1 = 0$ (খ) $x - y - 1 = 0$
● $x - y + 1 = 0$ (ঘ) $x + y - 2 = 0$

৬৫. k এর মান কত হলে $5x + 4y - 6 = 0$ এবং $2x + ky + 9 = 0$ রেখা দুটি সমান্তরাল হবে–

● $\frac{8}{5}$ (খ) $\frac{7}{5}$ (গ) $-\frac{8}{5}$ (ঘ) $-\frac{7}{5}$

৬৬. নিচের কোনটি সরলরেখার সমীকরণ?

● $x - y + 1 = 0$ (খ) $x^2 + 2x + 1 = 0$
(গ) $y^2 + x^2 = 9$ (ঘ) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

৬৭. $y = 5x$ সরলরেখা–

i. মূল বিন্দুগামী
ii. X-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে
iii. দ্বারা X অক্ষের ছেদাংশ 0

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৮. i. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল 2
ii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী
iii. A(0, – a) এবং B(b, 0) হলে AB রেখার সমীকরণ $2x + 3y = 3$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৯. সরলরেখার দুটি বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2)–

i. $y_1 = y_2$ হলে ঢাল শূন্য ii. $x_1 = x_2$ হলে ঢাল অনির্ণেয়
iii. $x_1 = x_2$ হলে ঢাল x অক্ষের সমান্তরাল

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ● i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৭০. (– 2, – 3) বিন্দুগামী ও 3 ঢালবিশিষ্ট রেখা–

i. যার সমীকরণ $3x - y + 3 = 0$ ii. যার y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ 3
iii. যা মূল বিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও iii ● i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

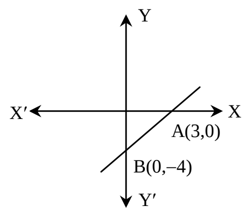
৭১. $x + y = 2$ সরলরেখাটি–

i. x অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে
ii. y অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে
iii. x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের সমষ্টি 4

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



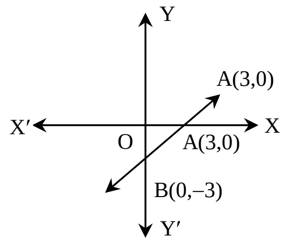
৭২. AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

● $\frac{4}{3}$ (খ) $\frac{3}{4}$ (গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{3}$

৭৩. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?

(ক) $3x - 4y = 12$ ● $4x - 3y = 12$
(গ) $4x + 3y = 12$ (ঘ) $3x - 4y = 12$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪ – ৭৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৭৪. AB রেখার ঢাল কত?

● 1 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

৭৫. AB রেখার সমীকরণ কোনটি?

(ক) $x + y = 3$ ● $x - y = 3$ (গ) $x + y = 1$ (ঘ) $x - y = 1$

৭৬. ΔAOB এর ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?

(ক) 9 (খ) 6 ● $\frac{9}{2}$ (ঘ) $\frac{3}{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৭ ও ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(3, 4) ও B(6, 7) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

৭৭. AB সরলরেখার ঢাল m এর মান কত?

(ক) – 2 (খ) – 1 ● 1 (ঘ) 3

৭৮. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?

(ক) $x = y + 1$ ● $y = x + 1$
(গ) $x + y = 1$ (ঘ) $x + y + 1 = 0$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭৯. A(– 3, 2) এবং B(3, – 2) একই সরলরেখার ওপর দুইটি বিন্দু হলে –

i. AB ও BA রেখার ঢাল একই
ii. AB রেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$
iii. রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করেছে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮০. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ চারটি বিন্দু হলে–

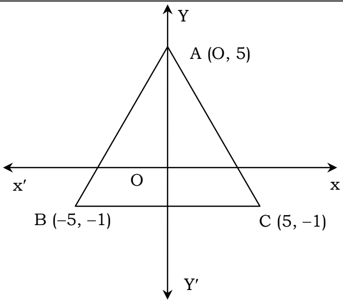
i. $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$
iii. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{vmatrix}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ৮১ – ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৮১. BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 5 খ 8 ● 10 ঘ $\frac{11}{2}$

৮২. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

● 5 খ 8 গ 10 ঘ 11

৮৩. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 25 খ 24 ● 30 ঘ 40

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ y = 3x + 4 রেখাটি x অক্ষকে A, 3x + y = 10 রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু C.

ক. রেখা দুইটির ঢালদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুগামী এবং 2 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে,

১ম সরলরেখার সমীকরণ y = 3x + 4 এবং ২য় সরলরেখার সমীকরণ 3x + y = 10 বা, y = – 3x + 10

১ম সরলরেখার ঢাল = 3

২য় সরলরেখার ঢাল = –3

অতএব, ঢালদ্বয়ের গুণফল = 3 × (–3) = –9

খ. দেওয়া আছে,

∴ y = 3x + 4 ....(i)

3x + y = 10 ....(ii)

y = 3x + 4 (ii) নং সমীকরণে বসালে

3x + 3x + 4 = 10

বা, 6x = 10 – 4

∴ x = 1

এখন x = 1 (i) নং সমীকরণে বসালে y = 3.1 + 4 = 7

∴ C বিন্দু স্থানাঙ্ক (1, 7)

এখন এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে যার ঢাল 2 এবং C বিন্দুগামী।

আমরা জানি, m ঢাল বিশিষ্ট (x_1, y_1) বিন্দু দিয়ে যার এমন সরলরেখার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$

∴ 2 ঢালবিশিষ্ট (1, 7) বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখার সমীকরণ, y – 7 = 2(x – 1)

বা, y – 7 = 2x – 2

∴ 2x – y + 5 = 0

গ. (i) নং রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই A বিন্দুর কোটি বা y স্থানাঙ্ক 0।

∴ (i) নং হতে পাই, 0 = 3x + 4

∴ $x = \frac{-4}{3}$ ∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-3}{4}, 0\right)$

যেহেতু (ii) নং রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই B বিন্দুর ভুজ বা x স্থানাঙ্ক 0

∴ (ii) নং হতে পাই, 0 + y = 10 ∴ y = 10

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 10)

Δ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{-4}{3} & 1 \\ 7 & 10 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\left\{\left(10 + 0 - \frac{28}{3}\right) - \left(0 - \frac{40}{3} + 0\right)\right\}$

$= \frac{1}{2}\left(10 - \frac{28}{3} + \frac{40}{3}\right)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{42}{3} = 7$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ A(a, b), B(b, a) ও $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ এবং D(–a, –b) অপর একটি বিন্দু।

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, a + b = 0 ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত a ও b এর মান যথাক্রমে 5 ও 3 ধরে A, B এবং D বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের নামকরণ কর এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, A(a, b), B(b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ ও D(–a, –b) চারটি বিন্দু।

AB রেখার সমীকরণ,

বা, $\frac{y - b}{x - a} = \frac{b - a}{a - b}$

বা, $\frac{y - b}{x - a} = \frac{-(a - b)}{a - b}$

বা, $\frac{y - b}{x - a} = -1$

বা, y – b = –x + a

বা, x + y = a + b

∴ AB রেখার সমীকরণ x + y = a + b

খ. দেওয়া আছে, A(a, b), B(b, a), C $\left(\frac{1}{b}, \frac{1}{b}\right)$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{a - b}{b - a}$

$= \frac{(a-b)}{-(a-b)}$

$= -1$

BC রেখার ঢাল $m_2 = \frac{\frac{1}{b} - a}{\frac{1}{b} - b}$

$= \frac{\frac{1-ab}{b}}{\frac{1-ab}{a}}$

$= \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab}$

$= \frac{a}{b}$

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ বলে, AB ও BC রেখার ঢাল সমান

অর্থাৎ $m_1 = m_2$

বা, $-1 = \frac{a}{b}$

বা, $-b = a$

$\therefore a + b = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ. $a = 5$ এবং $b = 3$ হলে A, B ও D বিন্দু তিনটি A(5, 3), B(3, 5), D(–5, –3).

A ও B বিন্দুর দূরত্ব $AB = \sqrt{(5-3)^2 + (3-5)^2}$

$= \sqrt{2^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$

B ও D বিন্দুর দূরত্ব $BD = \sqrt{(3+5)^2 + (5+3)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 8^2}$

$= \sqrt{64 + 64}$

$= 8\sqrt{2}$

A ও D বিন্দুর দূরত্ব $AD = \sqrt{(5+5)^2 + (3+3)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 6^2}$

$= \sqrt{136}$

$= 8\sqrt{34}$

এখন $AB^2 + BD^2 = 2\sqrt{2})^2 + (8\sqrt{2})^2$

$= 4 \times 2 + 64 \times 2$

$= 8 + 124$

$= 136$

$= AD^2$

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমকোণী।

অতএব, ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$= 16$ বর্গ একক

$\therefore$ ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ একক।

প্রশ্ন–৩ ▸ ঈদে মা মেধাকে যত টাকা দিয়েছেন প্রজ্ঞাকে তার দ্বিগুণ অপেক্ষা 3 টাকা কম দিয়েছেন। মেধার প্রাপ্ত টাকা x এবং প্রজ্ঞার প্রাপ্ত টাকা y ধরে তাদের প্রাপ্ত টাকার সম্পর্ক একটি সরল সমীকরণ আকারে প্রকাশ করা যায়। উক্ত সরল রেখার ওপর Q(3, a) একটি বিন্দু। রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B হতে সমদূরবর্তী একটি বিন্দু $C\left(b, \frac{5}{2}\right)$ হলে b এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB সরলরেখার সমান্তরাল এমন একটি সরলরেখা নির্ণয় কর যা মূলবিন্দুগামী। ৪

▸◂ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে,

মেধার প্রাপ্ত টাকা x ও প্রজ্ঞার প্রাপ্ত টাকা y

শর্তমতে, $2x - 3 = y$

উক্ত রেখার ওপর Q(3, a) বিন্দুটি অবস্থিত।

$\therefore$ Q(3, a) বিন্দু দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হয়।

$\therefore 2.3 - 3 = a$

$\Rightarrow a = 3$

$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 3)।

খ. $y = 2x - 3$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

x অক্ষে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 = 2x - 3$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

y অক্ষে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 2 \times 0 - 3$

$\therefore y = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$

$\therefore AC = \sqrt{\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 0\right)^2}$

$= \sqrt{b^2 - 2b\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{25}{4}}$

$= \sqrt{b^2 - 3b + \frac{34}{4}}$

এবং $BC = \sqrt{(b-0)^2 + \left\{\frac{5}{2} - (-3)\right\}^2}$

$= \sqrt{b^2 + \frac{25}{4} + 2.\frac{5}{2}.3 + 9}$

$= \sqrt{b^2 + \frac{121}{4}}$

শর্তমতে, $AC = BC$

বা, $\sqrt{b^2 - 3b + \frac{34}{4}} = \sqrt{b^2 + \frac{121}{4}}$

বা, $b^2 - 3b + \frac{34}{4} = b^2 + \frac{121}{4}$

বা, $-3b = \frac{121}{4} - \frac{34}{4}$

বা, $-3b = \frac{87}{4}$

বা, $3b = \frac{-87}{4}$

$\therefore b = \frac{-29}{4}$ **(Ans.)**

গ. AB সরল রেখাটির সমীকরণ $y = 2x - 3$

সরল রেখার আদর্শ সমীকরণ $y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই AB সরলরেখার ঢাল, $m = 2$

$\therefore$ AB সরল রেখার সমান্তরাল যে কোন সরলরেখার ঢালও একই অর্থাৎ 2 রেখাটি মূলবিন্দুগামী হওয়ায় এর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x_1, y_1) = (0, 0)$ হবে।

$\therefore$ মূলবিন্দুগামী ও m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 0 = 2(x - 0)$ [$\because$ ঢাল $m = 2$]

$\therefore y = 2x$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ 4x + 3y = 12

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. সরলরেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয়ের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর ওপর একটি 10 একক বিশিষ্ট বস্তু তৈরি করা হলো যার শীর্ষ মূলবিন্দুর উপরে। ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রেখা, $4x + 3y = 12$

বা, $\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} = 1$

বা, $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x -অক্ষকে $(3, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, 4)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

খ. ধরি, রেখাটি অক্ষদ্বয়ের A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

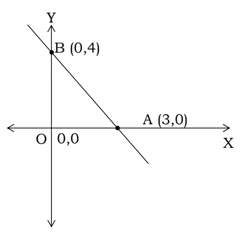
(ক) হতে পাই, $A(3, 0)$ এবং $B(0, 4)$

অতএব খন্ডিত অংশ $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক



এখানে AB রেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে OAB ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।

$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2} \times OA \times OB$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ বর্গ একক

$= 6$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. এখানে, ঘনবস্তুর ভূমি, $a = 3$ একক

লম্ব, $b = 4$ একক

অতিভুজ, $c = 5$

এবং ঘনবস্তুর উচ্চতা, $h = 10$ একক

$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \left(2 \times \frac{1}{2}ab + ah + bh + ch\right)$ বর্গ একক

$= \left(2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + 3 \times 10 + 4 \times 10 + 5 \times 10\right)$ বর্গ একক

$= (12 + 30 + 40 + 50)$ বর্গ একক

$= 132$ বর্গ একক **(Ans.)**

এবং ঘনবস্তুর আয়তন = তলের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= (6 \times 10)$ ঘন একক

$= 60$ ঘন একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–৫ ▸ $P(1,4x)$ এবং $Q(5, x^2 - 1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল 1.

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায়, ধর তারা A, B, C, D। XY সমতলে এদের অবস্থান দেখাও এবং ABCD চতুর্ভুজ–এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত? এ ব্যাপারে তোমার মতামত যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $P(1,4x)$ এবং $Q(5, x^2 - 1)$ দুইটি বিন্দু এবং PQ রেখার ঢাল, $m = 1$.

আমরা জানি, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

বা, $1 = \frac{x^2 - 1 - 4x}{5 - 1}$

বা, $4 = x^2 - 1 - 4x$

বা, $x^2 - 4x - 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x + x - 5 = 0$

বা, $x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$

হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $x + 1 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore x = -1$

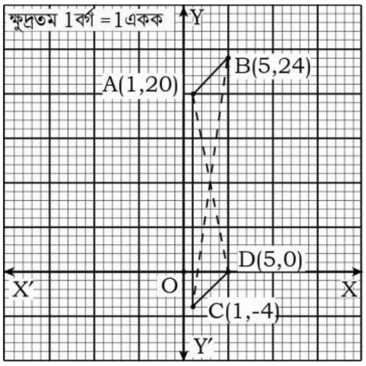
নির্ণেয় মান $x = 5, -1$.

খ. x এর মানদ্বয়ের জন্য প্রাপ্ত চারটি বিন্দু $x = 5$ এর জন্য (1, 20) এবং (5,24)

আবার, $x = -1$ এর জন্য (1, – 4) এবং (5, 0)

ধরি, A(1, 20), B(5, 24), C(1, – 4) এবং D(5, 0)

বিন্দু চারটি XY সমতলে স্থাপন করে দেখানো হলো :



চিত্র হতে পাই, A(1, 20), C(1, – 4), D(5, 0) এবং B(5, 24) বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 & 1 \\ 20 & -4 & 0 & 24 & 20 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-4 + 0 + 120 + 100 - 20 + 20 + 0 - 24)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 192$ বর্গ একক

$= 96$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. এখন, ACDB চতুর্ভুজের

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1 - 1)^2 + (-4 - 20)^2}$

$= \sqrt{0^2 + (-24)^2}$

$= 24$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 - 1)^2 + (0 + 4)^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

DB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 - 5)^2 + (24 - 0)^2}$

$= \sqrt{(0)^2 + (24)^2}$

$= 24$ একক

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 - 1)^2 + (24 - 20)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

যেহেতু $AC = BD = 24$ একক

এবং $CD = AB = 4\sqrt{2}$ একক

অর্থাৎ বিপরীত বাহু সমান।

সুতরাং চতুর্ভুজটি সামান্তরিক অথবা আয়ত।

এখন, কর্ণ $AD = \sqrt{(5 - 1)^2 + (0 - 20)^2}$

$= \sqrt{4^2 + (-20)^2}$

$= \sqrt{416}$ একক

আবার, কর্ণ $CB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (24 + 4)^2}$

$= \sqrt{800}$ একক

যেহেতু কর্ণ AD $\neq$ কর্ণ CB

অতএব, ACDB একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন–৬ ▸ 5 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(2, – 5) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে C(–1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ক.	দেখাও যে, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 0)	২
খ.	AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।	৪
গ.	ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।	৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

ঢাল, $m = 5$ এবং রেখাটি A(2, – 5) বিন্দু দিয়ে যায়।

ধরি, নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (2, -5)$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ হবে,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-5) = 5(x - 2)$

বা, $y + 5 = 5x - 10$

বা, $y = 5x - 10 - 5$

$\therefore y = 5x - 15$

যেহেতু, x অক্ষে $y = 0$

সেহেতু $0 = 5x - 15$

বা, $5x = 15$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 0) **(দেখানো হলো)**

খ. যেহেতু AB রেখার ঢাল, $m = 5$

অতএব, AB রেখার সমীকরণ,

$(y - 0) = 5(x - 3)$ [ক হতে পাই B (3,0)]

বা, $y - 0 = 5x - 15$

বা, $5x - y - 15 = 0$

নির্ণেয় AB রেখার সমীকরণ $5x - y - 15 = 0$

আবার, AC রেখার A ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, –5) এবং C(–1, 0).

অতএব, ঢাল $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-5)}{-1 - 2} = -\frac{5}{3}$

সুতরাং AC রেখার সমীকরণ,

$y - 0 = -\frac{5}{3}\{x - (-1)\}$

বা, $y - 0 = -\frac{5x}{3} - \frac{5}{3}$

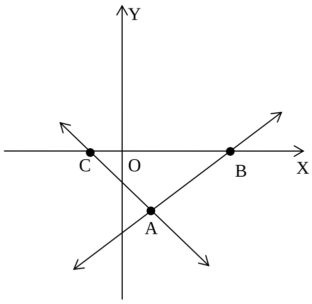
বা, $y = \frac{-5x - 5}{3}$

বা, $3y = -5x - 5$

বা, $5x + 3y + 5 = 0$

নির্ণেয় AC রেখার সমীকরণ $5x + 3y + 5 = 0$

গ. (ক) হতে প্রাপ্ত ABC ত্রিভুজের A, B, C বিন্দুত্রয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, – 5), B(5, 0), C(–1, 0) যা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে যায়।



∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ -5 & 0 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + 5 + 25 + 0 + 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক

= 15 বর্গ একক **(Ans)**

প্রশ্ন–৭ ▸

i. 2y = 5x + 6
ii. y = 3x – 3
iii. 3x + 5y = –15

ক. (i) নং রেখা x ও y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, (ii) নং সমীকরণের ঢাল 3. ৪

গ. (ii) ও (iii) নং সমীকরণ x অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. এখানে সরলরেখার সমীকরণ,

$2y = 5x + 6$

বা, $5x - 2y + 6 = 0$

বা, $5x - 2y = -6$

বা, $\frac{5x}{-6} - \frac{2y}{-6} = 1$

বা, $\frac{x}{-\frac{6}{5}} + \frac{y}{3} = 1$

∴ সরলরেখাটি x-অক্ষকে $\left(\frac{-6}{5}, 0\right)$ এবং y অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

খ. প্রদত্ত রেখার সমীকরণ, $y = 3x - 3$

বা, $3x - y - 3 = 0$

বা, $3x - y = 3$

বা, $\frac{3x}{3} - \frac{y}{3} = 1$

বা, $\frac{x}{1} + \frac{y}{-3} = 1$

∴ রেখাটি x অক্ষকে (1, 0) এবং y অক্ষকে (0, –3) বিন্দুতে ছেদ করে।

∴ রেখাটির ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{-3 - 0}{0 - 1}$

$= \frac{-3}{-1}$

$= 3$

∴ (ii) নং সমীকরণের ঢাল 3 **(দেখানো হলো)**

গ. (খ) অংশ হতে প্রাপ্ত, $y = 3x - 3$ সমীকরণের x ও y অক্ষের উপর A(1, 0) ও B(0, – 3) দুইটি বিন্দু।

সমীকরণ (iii) হতে পাই,

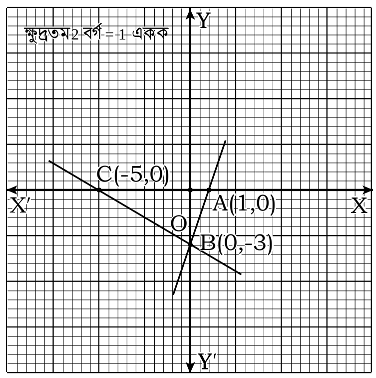
$3x + 5y = -15$

বা, $\frac{3x}{-15} + \frac{5y}{-15} = 1$

বা, $\frac{x}{-5} + \frac{y}{-3} = 1$

∴ রেখাটি x-অক্ষকে C(– 5, 0) বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B(0,– 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং ছেদবিন্দু B(0, –3)



চিত্র হতে, A(1, 0), B(0, – 3) এবং C(–5, 0) বিন্দু তিনটি A, C, B ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে যায়।

∴ ΔACB এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 15 + 0 + 0 + 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18$ বর্গ একক

= 9 বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী AB সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{k}$; অপর একটি সরলরেখা C(3, p), D(p+2, –3) বিন্দুগামী।

ক. AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. যদি AB সরলরেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। AB দ্বারা y অক্ষের

ছেদাংশের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ হলে, p এর মান কত? (যখন $k > 0$) CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী ও $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $yk - 2k^2 = x - k^2$

বা, $yk - 2k^2 + k^2 = x$

বা, $yk - k^2 = x$

$\therefore x - yk + k^2 = 0$ ....(i) **(Ans)**

খ. (i) নং রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দু দিয়ে যায়,

$\therefore -2 - 1 \times k + k^2 = 0$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

$\therefore k = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-2)}}{2.1}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$

$= \frac{1+3}{2}, \frac{1-3}{2}$

$= \frac{4}{2}, \frac{-2}{2}$

$\therefore k = 2, -1$ **(Ans.)**

(i) নং–এ k এর মান বসিয়ে পাই,

$k = 2$ হলে, $x - 2y + 2^2 = 0$

বা, $2y = x + 4$

বা, $y = \frac{1}{2}x + 2$

$\therefore$ y অক্ষের ছেদাংশ 2 **(Ans.)**

আবার, $k = -1$ হলে, $x - y(-1) + (-1)^2 = 0$

বা, $x + y + 1 = 0$

বা, $y = -x - 1$

$\therefore$ y অক্ষের ছেদাংশ -1 **(Ans)**

গ. এখানে, $C(3, p)$, $D(p + 2, -3)$

$\therefore$ CD রেখার ঢাল $= \frac{-3 - p}{p + 2 - 3} = \frac{-3 - p}{p - 1}$

CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ

$\therefore \frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{k}$

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{k}$ [(খ) হতে পাই $k = 2$]

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = 1$

বা, $p - 1 = -3 - p$

বা, $2p = -3 + 1 = -2$

বা, $p = -1$

$\therefore$ CD রেখার সমীকরণ,

$\frac{y - (-1)}{-1 - (-3)} = \frac{x - 3}{3 - 1}$

বা, $\frac{y + 1}{-1 + 3} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $\frac{y + 1}{2} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $y + 1 = x - 3$

$\therefore y = x - 4$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

প্রশ্ন–৯ ▸ $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।

ক. রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. ছক কাগজে রেখাদ্বয়ের চিত্র আক এবং ছেদ বিন্দু নির্দেশ কর। ৪

গ. রেখা দুইটি এবং x-অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সরলরেখার সমীকরণ দুটি হচ্ছে,

$y = 2x + 4$ ....(i)

$3x + y = 12$ ....(ii)

(ii) নং সমীকরণে, $y = 2x + 4$ বসিয়ে পাই,

$3x + 2x + 4 = 12$

বা, $5x + 4 = 12$

বা, $5x = 8$

$\therefore x = \frac{8}{5}$

$\therefore y = 2 \times \frac{8}{5} + 4 = \frac{16 + 20}{5} = \frac{36}{5}$

$\therefore$ ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ **(Ans.)**

খ. (i) হতে পাই

$y = 2x + 4$

বা, $2x - y = -4$

বা, $\frac{2x}{-4} - \frac{y}{-4} = 1$

বা, $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1$

$\therefore$ (i) নং রেখাটি x অক্ষকে $(-2, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, 2)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

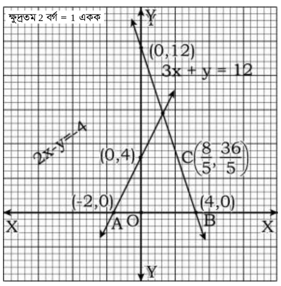
(ii) নং হতে, $3x + y = 12$

বা, $\frac{3x}{12} + \frac{y}{12} = 1$

বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} = 1$

$\therefore$ (ii) নং রেখাটি x অক্ষকে $(4, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, 12)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

এই বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন ও যোগ করে সমীকরণদ্বয়ের লেখ বা সরলরেখাদ্বয় আঁকা হলো এবং ছেদ বিন্দুকে C দ্বারা চিহ্নিত করা হলো।



গ. (ক) হতে পাই, রেখা দুইটির ছেদবিন্দু $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$

ধরি, $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ রেখাদ্বয় x অক্ষকে যথাক্রমে A(–2, 0) এবং B(4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয় পরস্পর $C\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

A, B, C ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে যায়।

সুতরাং, ΔABC-এর ক্ষেত্রফল

প্রশ্ন–১০ ▸ নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

y = x + 4, y = – x + 4, x = 2, y = 1

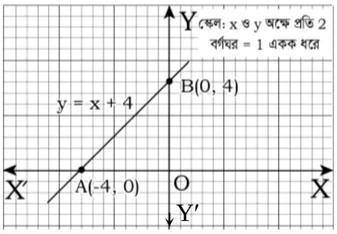
ক. প্রথম রেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম ও দ্বিতীয় রেখা এবং x অক্ষের সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজটি কিরূপ এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. রেখা চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১০ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



$y = x + 4$

১ম সমীকরণটি

x- অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে বিধায় এর কোটি, $y = 0$

$\therefore x - 0 = -4$ বা, $x = -4$

আবার, ১ম সমীকরণটি y- অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে বিধায় এর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 0 - y = -4$ বা, $y = 4$

$\therefore A(-4, 0), B(0, 4)$

$\therefore$ খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{(-4-0)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক **(Ans.)**

খ. ১ম রেখার সমীকরণ, $y = x + 4$

২য় রেখার সমীকরণ, $y = -x + 4$

বা, $x + y = 4$

আবার, ২য় সমীকরণটি x-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে বিধায় এর কোটি, $y = 0$

$\therefore x + 0 = 4$ বা, $x = 4$

এবং ২য় সমীকরণটি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে বিধায় এর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 0 + y = 4$ বা, $y = 4$

$\therefore C(4, 0), B(0, 4)$

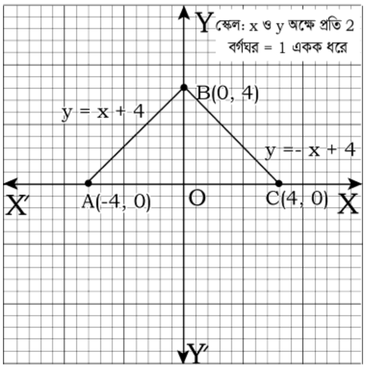
$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 4 & \frac{8}{5} & -2 \\ 0 & 0 & \frac{36}{5} & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left(0 + \frac{144}{5} + 0 - 0 - 0 + \frac{72}{5}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times \frac{216}{5}$ বর্গ একক

$= \frac{108}{5}$ বর্গ একক

$= 21.6$ বর্গ একক **(Ans.)**



$\therefore$ ১ম রেখা, ২য় রেখা ও x অক্ষের সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজটি হলো ABC.

এখন, $AB = 4\sqrt{2}$ একক ['ক' হতে]

আবার, $BC = \sqrt{(4+0)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

$AC = \sqrt{(-4-4)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{8^2}$

$= 8$ একক

এখানে, $AB = BC$

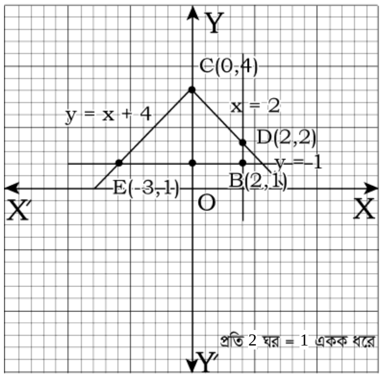
$\therefore$ ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ **(Ans.)**

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times OB$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$

$= 16$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ.



চিত্রে, চারটি রেখা দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ ABDC

$y = x + 4$ ....(i)

$y = -x + 4$ ....(ii)

$x = 2$ ....(iii)

$y = 1$ ....(iv)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $x = 0, y = 4$

$\therefore C = (0, 4)$

(i) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই, $y = 1$

$x = y - 4 = 1 - 4 = -3$

$\therefore E = (-3, 1)$

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই, $x = 2, y = -2 + 4 = 2$

$\therefore D = (2, 2)$

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই, $x = 2, y = 1$

$\therefore B = (2, 1)$

এখন, EBDC চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 2 & 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{-3+4+8+0-(2+2+0-12)\}$

$= \frac{1}{2}(-3+4+8-2-2+12)$

$= \frac{17}{2}$ বগ একক

$= 8{\cdot}5$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–১১ ▸ A(–1, 3), B(2, –1), C(k, 2k – 5) একটি সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু।

ক. AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুটি AB রেখায় অবস্থিত হলে K এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $-\frac{1}{3}$ ঢালবিশিষ্ট এবং C বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করে রেখাটি দ্বারা Y অক্ষের খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $A(-1, 3), B(2, -1)$

এখন, $A(-1, 3)$ ও $B(2, -1)$ বিন্দু দ্বারা সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ

$\frac{y-3}{x-(-1)} = \frac{3-(-1)}{-1-2}$

বা, $\frac{y-3}{x+1} = \frac{3+1}{-3}$

বা, $-3(y-3) = (x+1) \times 4$

বা, $-3y + 9 = 4x + 4$

বা, $-3y + 9 - 4x - 4 = 0$

বা, $-3y - 4x + 5 = 0$

বা, $4x + 3y - 5 = 0$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $C(k, 2k - 5)$

'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত AB রেখার সমীকরণ

$4x + 3y - 5 = 0$ ....(i)

$C(k, 2k - 5)$ বিন্দুটি (i) নং রেখার উপর অবস্থিত হলে C বিন্দুর স্থানাঙ্ক রেখার সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।

$\therefore 4 \times k + 3(2k - 5) - 5 = 0$

বা, $4k + 6k - 15 - 5 = 0$

বা, $10k - 20 = 0$

বা, $10k = 20$

বা, $k = \frac{20}{10}$

বা, $k = 2$ **(Ans.)**

গ. 'খ' অংশ হতে প্রাপ্ত $k = 2$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $= (2, 2 \times 2 - 5)$

$= (2, -1)$

দেওয়া আছে, ঢাল $m = -\frac{1}{3}$

নির্দিষ্ট বিন্দু $C(2, -1)$

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = -\frac{1}{3}(x - 2)$

বা, $y + 1 = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

বা, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} - 1$

বা, $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

বা, $3y = -x - 1$ [3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x + 3y + 1 = 0$

নির্ণেয় সমীকরণ $x + 3y + 1 = 0$

এখন, $x + 3y + 1 = 0$

বা, $3y = -x - 1$

বা, $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

$\therefore$ ঢাল, $m = -\frac{1}{3}$

y – অক্ষের ছেদক, $c = -\frac{1}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১২ ▸ A, B ও C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, –2), (1, 2) ও (–3, 1).

ক. A ও B বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দুত্রয় একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ৪

গ. ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. $A(2, -2)$ ও $B(1, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী AB রেখার সমীকরণ

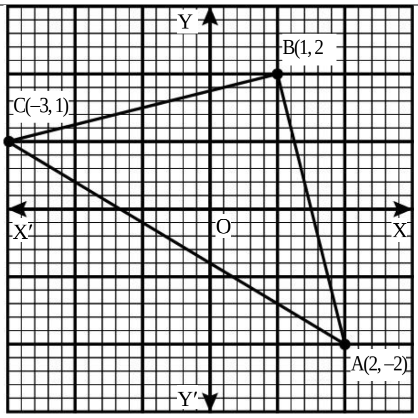
$\frac{x-2}{2-1} = \frac{y+2}{-2-2}$

বা, $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-4}$

বা, $y + 2 = -4x + 8$

$\therefore 4x + y - 6 = 0$ **(Ans.)**

খ.



A(2, −2), B(1, 2) ও C(−3, 1) বিন্দুত্রয় ছক কাগজে স্থাপন করে ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো। যেখানে x ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র 5 বর্গঘর = 1 একক।

AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2}$
$= \sqrt{1^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{1 + 16}$
$= \sqrt{17}$ একক।

BC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1+3)^2 + (2-1)^2}$
$= \sqrt{4^2 + 1}$
$= \sqrt{16 + 1}$
$= \sqrt{17}$ একক।

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2+3)^2 + (-2-1)^2}$
$= \sqrt{5^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{25 + 9}$
$= \sqrt{34}$ একক।

মানগুলো লক্ষ করলে দেখা যায়,
$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{17})^2 + (\sqrt{17})^2$
$= 17 + 17$
$= 34$
বা, $AB^2 + BC^2 = AC^2$
∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য মতে ABC ত্রিভুজটি সমকোণী।

(দেখানো হলো)

গ. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিবৃত্তের কেন্দ্র অতিভুজ এর মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত।

সুতরাং ABC সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র AC অতিভুজের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত।

অর্থাৎ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ একক

∴ পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক
$= 3{\cdot}1416 \times \left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2$ বর্গ একক
$= 3{\cdot}1416 \times \frac{34}{4}$ বর্গ একক
$= 26.7036$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 26.7036 বর্গ একক
বর্গক্ষেত্রে বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, $a^2 = 26.7036$
বা, $a = \sqrt{26.7036}$
∴ $a = 5{\cdot}17$ একক (প্রায়) [ধনাত্মক বর্গমূল নিয়ে]
∴ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{2}$ একক
$= 5{\cdot}17\sqrt{2}$ একক
$= 7{\cdot}311$ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন-১৩ ▸ y = 3x + 4 রেখাটি x অক্ষকে P, 3x + y = 10 রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু M.

ক. রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২
খ. M বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. ΔPQM এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,
$y = 3x + 4$ .... (i)
এবং $3x + y = 10$
∴ $y = -3x + 10$ .... (ii)
(i) ও (ii) নং কে $y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
(i) নং রেখার ঢাল, $m_1 = 3$
এবং (ii) নং রেখার ঢাল, $m_2 = -3$
∴ ঢালদ্বয়ের গুণফল $= 3x - 3 = -9$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত,
$y = 3x + 4$ .... (i)
এবং $y = -3x + 10$ .... (ii)
(i) ও (ii) হতে পাই,
$3x + 4 = -3x + 10$
বা, $3x + 3x = 10 - 4$
বা, $6x = 6$
বা, $x = \frac{6}{6}$
∴ $x = 1$
(i) নং এ $x = 1$ বসিয়ে পাই,
$y = 3{,}1 + 4 = 3 + 4 = 7$
∴ M(1, 7)
এখন, ঢাল m = 3 এবং নির্দিষ্ট বিন্দু M(1, 7) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ
$y - y_1 = m(x - x_1)$
বা, $y - 7 = 3(x - 1)$
বা, $y = 3x - 3 + 7$
বা, $y = 3x + 4$
∴ $3x - y + 4 = 0$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে,
$y = 3x + 4$ রেখাটি x অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে,
∴ P বিন্দুর কোটি শূন্য অর্থাৎ $y = 0$
∴ $0 = 3x + 4$
বা, $3x = -4$
∴ $x = \frac{-4}{3}$
∴ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-4}{3}, 0\right)$

আবার, $y = -3x + 10$ রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে,

∴ Q বিন্দুর ভুজ শূন্য অর্থাৎ $x = 0$

∴ $y = 0 + 10$

বা, $y = 10$

∴ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 10)

বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র } PQM = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{-4}{3} & 1 \\ 7 & 10 & 0 & 7 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2}\left(10 + 0 - \frac{28}{3} - 0 + \frac{40}{3} - 0\right) \text{ বর্গ একক}$$

$= 7$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৪ ▸ 3 ঢাল বিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. 3 ঢাল এবং A(–1, 6) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ঢাল 3 এবং A(–1, 6) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$y - 6 = 3(x + 1)$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

∴ $3x - y + 9 = 0$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে পাই,

$3x - y + 9 = 0$

বা, $3x - y = -9$

রেখাটি x অক্ষকে ছেদ করে বিধায় কোটি, $y = 0$

∴ $3x = -9$ বা, $x = -3$

ইহা x–অক্ষকে B(–3, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1+3}{6-0}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{2}{6}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{1}{3}$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

∴ $y = 3x + 9$ **(Ans.)**

এবং AC রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1-2}{6-0}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-3}{6}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = -\frac{1}{2}$

বা, $y - 6 = -2x - 2$

∴ $y = -2x + 4$ **(Ans.)**

গ. ∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

এখন, A(–1, 6), B(–3, 0), C(2, 0) বিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীতে যায়।

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + 12 + 18 - 0 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৫ ▸ y = 3x + 4 রেখাটি x-অক্ষকে A, 3x + y = 10 রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু C।

ক. রেখা দুটির ঢালদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুগামী এবং 2 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে,

$y = 3x + 4$

∴ রেখাটির ঢাল $m_1 = 3$

এবং $3x + y = 10$

বা, $y = -3x - 10$

এখানে, ঢাল $m_2 = -3$

∴ রেখা দুইটির ঢালদ্বয়ের গুণফল $m_1 . m_2 = 3(-3)$

$= -9$ **(Ans.)**

খ. $3x - y + 4 = 0$ ....(i)

$3x + y - 10 = 0$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$3x - y + 4 + 3x + y - 10 = 0$

বা, $6x - 6 = 0$

বা, $6x = 6$

বা, $x = \frac{6}{6}$

∴ $x = 1$

(i) নং এ $x = 1$ বসিয়ে পাই,

$3 \cdot 1 - y + 4 = 0$

বা, $y = 3 + 4$

∴ $y = 7$

∴ C বিন্দুর স্থানাংক (1, 7)

এখন C(1, 7) বিন্দুগামী এবং 2 ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ হবে

$y - 7 = 2(x - 1)$

বা, $y - 7 = 2x - 2$

বা, $2x - 2 = y - 7$

বা, $2x - y - 2 + 7 = 0$

∴ $2x - y + 5 = 0$ **(Ans.)**

গ. এখানে, $y = 3x + 4$

বা, $3x - y = -4$

∴ $\frac{x}{\frac{-4}{3}} + \frac{y}{4} = 1$

∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-4}{3}, 0\right)$

আবার, $3x + y = 10$

$\therefore \frac{x}{\frac{10}{3}} + \frac{y}{10} = 1$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 10)

'খ' হতে পাই, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 7)

$\therefore \Delta ABC$-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} = \begin{vmatrix} -\frac{4}{3} & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 10 & 7 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left|\frac{-40}{3} + 0 + 0 + 0 - 10 + \frac{28}{3}\right|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left|\frac{-40 - 30 + 28}{3}\right|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left|\frac{-42}{3}\right|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times -14$ বর্গ একক = 7 বর্গ একক

[$\therefore$ ক্ষেত্রফল কখনও ঋণাত্মক হতে পারে না।] **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৬ ▸ P(1, 4x), Q(5, x^2 – 1), A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) ছয়টি বিন্দু।

ক. P ও Q বিন্দুগামী রেখার ঢাল 1 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তা ছক কাগজে স্থাপন করে দেখাও। এবং বিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে যোগ করে যে ক্ষেত্রটি পাওয়া যায় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. P(1, 4x) এবং Q(5, x^2 – 1)

PQ রেখার ঢাল $= \frac{\{4x - (x^2 - 1)\}}{(1 - 5)}$

$= \frac{4x - x^2 + 1}{-4}$

দেওয়া আছে, ঢাল = 1

$\therefore \frac{4x - x^2 + 1}{-4} = 1$

বা, $-4 = 4x - x^2 + 1$

বা, $x^2 - 4x - 4 - 1 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x + x - 5 = 0$

বা, $x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$

বা, $(x + 1)(x - 5) = 0$

$\therefore$ হয় $x + 1 = 0$ $\therefore x = -1$

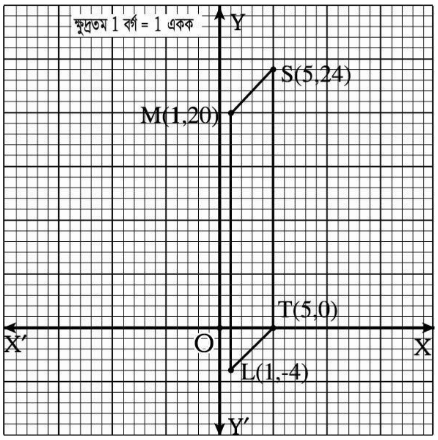
অথবা, $x - 5 = 0$ $\therefore x = 5$

সুতরাং $x = -1, 5$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে পাই, $x = -1, 5$

x এর মানদ্বয়ের জন্য প্রাপ্ত বিন্দু চারটি (1, – 4), (1, 20), (5, 0), (5, 24)

বিন্দু চারটি ছক কাগজে দেখানো হলো :



এখন, বিন্দুগুলো যোগ করে, LTSM চতুর্ভুজ পাওয়া যায়।

LTSM এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 24 & 20 & -4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 120 + 100 - 4 + 20 - 0 - 24 - 20)$

$= \frac{1}{2}(192) = 96$ বর্গ একক

$\therefore$ LTSM এর ক্ষেত্রফল = 96 বর্গ একক **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t), D(1, 1)

AB রেখার ঢাল $= \frac{3t - 2t}{t - t^2} = \frac{t}{t(1 - t)} = \frac{1}{1 - t}$

CD রেখার ঢাল $= \frac{t - 1}{t - 2 - 1}$

$= \frac{t - 1}{t - 3}$

যেহেতু AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল;

AB এর ঢাল = CD এর ঢাল

$\therefore \frac{1}{1 - t} = \frac{t - 1}{t - 3}$

বা, $t - 3 = (t - 1)(1 - t)$

বা, $t - 3 = -(t^2 - 2t + 1)$

বা, $t - 3 + t^2 - 2t + 1 = 0$

বা, $t^2 - t - 2 = 0$

বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$

বা, $t(t - 2) + 1(t - 2) = 0$

বা, $(t + 1)(t - 2) = 0$

হয়, $t + 1 = 0$ অথবা, $t - 2 = 0$

$\therefore t = -1$ $\therefore t = 2$

$\therefore$ t এর সম্ভাব্য মান সমূহ : – 1, 2 **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৭ ▸ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(– 1, 6) বিন্দু দিয়ে এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. AB রেখার সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. BC রেখার ঢাল এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. A(p^2, p + 1), B(2p, 5p + 2), C(t – 2, t), D(t, 3t)

এবং AB∥CD হলে p ও t এর মধ্যে সম্পর্ক একটি সমীকরণ আকারে গঠন করে এবং p = 1 হলে t এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. A(– 1, 6) বিন্দুগামী ও 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $(y - 6) = 3(x + 1)$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

বা, $3x - y + 3 + 6 = 0$

বা, $3x - y + 9 = 0$

∴ AB রেখার সমীকরণ, $3x - y + 9 = 0$ **(Ans.)**

খ. রেখাটি x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে B বিন্দুতে কোটি, $y = 0$

বা, $3x - 0 + 9 = 0$

বা, $3x = -9$

∴ $x = -3$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, 0)$

দেওয়া আছে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 0)

∴ BC রেখার ঢাল $= \frac{0-0}{2+3} = 0$

∴ BC রেখা ঢাল শূন্য। **(Ans.)**

∴ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 0 + 12 + 18 + 0 + 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $A(p^2, p + 1)$

$B(2p, 5p + 2), C(t - 2, t), D(t, 3t)$

∴ AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5p + 2 - p - 1}{2p - p^2}$

$= \frac{4p + 1}{2p - p^2}$

এবং CD রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3t - t}{t - t + 2} = \frac{2t}{2} = t$

যেহেতু AB∥CD, সুতরাং AB এর ঢাল = CD, এর ঢাল

অর্থাৎ $t = \frac{4p + 1}{2p - p^2}$

বা, $4p + 1 = 2pt - p^2t$

বা, $p^2t - 2pt + 4p + 1 = 0$

∴ ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

আবার, $t = \frac{4p + 1}{2p - p^2}$

$p = 1$ হলে, $t = \frac{4 \cdot 1 + 1}{2 \cdot 1 - 1^2}$

$= \frac{4 + 1}{2 - 1} = \frac{5}{1} = 5$

∴ $p = 1$ হলে, $t = 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৮ ▸ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে P(–4, 0), Q(4, 0), R(4, 4) এবং S(– 4, 4).

ক. PR কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. A(x, y) বিন্দু হতে y অক্ষের দূরত্ব এবং Q(4, 0) বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 8x + 16 = 0$. ৪

গ. QS কর্ণের সমান্তরাল এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু দিয়ে যায়। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. P(–4, 0) এবং R(4, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

বা, $\frac{y - 0}{4 - 0} = \frac{x + 4}{4 + 4}$

বা, $\frac{y}{4} = \frac{x + 4}{8}$

বা, $y = \frac{x + 4}{2}$

বা, $2y = x + 4$

∴ $x - 2y + 4 = 0$ **(Ans.)**

খ. A(x, y) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব = x

A(x, y) বিন্দু থেকে Q(4, 0) বিন্দুর দূরত্ব $= \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2}$

শর্তমতে, $\sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = x$

বা, $x^2 - 8x + 16 + y^2 = x^2$ [বর্গ করে]

∴ $y^2 - 8x + 16 = 0$ (প্রমাণিত)

গ. আমরা জানি, সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল সমান।

∴ QS রেখার ঢাল $m = \frac{4 - 0}{-4 - 4} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$

∴ মূলবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$y = mx$

এখানে, $m = -\frac{1}{2}$

∴ $y = -\frac{1}{2}x$

$x + 2y = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৯ ▸ 4x + 5y = 20 একটি সরলরেখার সমীকরণ।

ক. রেখাটির ঢাল ও Y-অক্ষের ছেদাংশ নির্ণয় কর। ২

খ. যদি রেখাটি X ও Y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে তবে AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য এবং ΔAOB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. উৎপন্ন ΔAOB কে ভূমির উপর একপাক ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. রেখাটি, $4x + 5y = 20$ ....(i)

বা, $5y = -4x + 20$

বা, $y = -\frac{4}{5}x + \frac{20}{5}$

∴ $y = -\frac{4}{5}x + 4$. যা, $y = mx + c$ আকৃতির।

∴ রেখাটির ঢাল, $m = -\frac{4}{5}$ এবং $c = 4$

আমরা জানি,

$y = mx + c$ সরলরেখার c হলো y অক্ষের ছেদাংশ।

$\therefore$ $4x + 5y = 20$ সমীকরণে y অক্ষের ছেদাংশ, $c = 4$ **(Ans.)**

খ. (i) নং রেখাটি X-অক্ষকে যদি A বিন্দুতে ছেদ করে, তবে A বিন্দুর কোনটি, $y = 0$

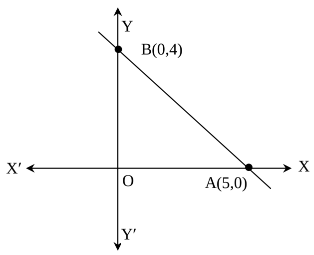
$\therefore 4x + 5\cdot0 = 20$

বা, $4x = 20$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাংক (5, 0)

আবার, (i) নং রেখাটি যদি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে B বিন্দুর ভূজ, $x = 0$.



$\therefore 4\cdot0 + 5y = 20$

বা, $5y = 20$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাংক (0, 4)

AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-0)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{25 + 16}$

$= \sqrt{41}$ একক

OAB ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(20-0-0-0-0-0-0-0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 20$ একক

$= 10$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. মনে করি, ΔAOB এর ভূমি = OA। OA এর উপর একপাক ঘুরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তা কোণক।

$\therefore$ কোণকের ব্যাসার্ধ, $r = OA = x$

অক্ষের ছেদাংশ = 5 একক ['ক' হতে]

$\therefore$ কোণকের উচ্চতা, $h = OB = y$ অক্ষের ছেদাংশ = 4 একক।

$\therefore$ কোণকের হেলানো তল, $l = \sqrt{(4)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{16 + 25}$

$= \sqrt{41} = 6\cdot403$ একক

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক

$= 3\cdot1416 \times 5(5 + 6\cdot403)$ বর্গ একক

$= 179\cdot12$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

এবং কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3\cdot1416 \times (5)^2 \times 4$ ঘন একক

$= 104\cdot72$ ঘন একক (প্রায়) **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২০ ▸ A(p, q), B(q, p) বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $12x - y = 1$, $2x - 10y = 5$ রেখাদ্বয়ের উপর অবস্থিত।

ক. p ও q–এর সম্পর্ক দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. p ও q–এর মান নির্ণয় কর। AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য, ঢাল এবং সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. মূলবিন্দু O(0, 0) হলে, ΔOAB-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমার সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: (ক) $12p - q = 1$ এবং $2q - 10p = 5$

(খ) $p = 3$, $q = 17.5$, AB = 20.5 একক, ঢাল = –1

(গ) 297.25

প্রশ্ন–২১ ▸ xy সমতলে তিনটি বিন্দু A(8, 8), B(9, –5), C(–4, –6)

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB এর সমান ঢালবিশিষ্ট এবং C(–4, –6) বিন্দুগামী CD সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার উপরস্থ বিন্দু D(–5, k) হলে k এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

উত্তর: (ক) $\frac{1}{13}$

(খ) 85 বর্গ একক

(গ) $k = 7$

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২২ ▸ A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল – 1

ক. দেখাও যে, a এর দুইটি মান রয়েছে। ২

খ. a এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তাদের C, D, E ও F ধরে গঠিত চতুর্ভুজ CDEF এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত? তোমার মতামতের পক্ষে যুক্তি দাও। ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) এবং ঢাল – 1

আমরা জানি, (x_1y_1) এবং (x_2y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল,

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\therefore m = \frac{a^2 - 1 - 4a}{5 - 1}$

বা, $m = \frac{a^2 - 1 - 4a}{4}$

বা, $-1 = \frac{a^2 - 1 - 4a}{4}$ [$\because$ ঢাল = $m = -1$]

বা, $a^2 - 4 - 4a = -4$

বা, $a^2 - 1 - 4a + 4 = 0$

বা, $a^2 - 4a + 3 = 0$

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a - 3) - 1(a - 3) = 0$

বা, $(a - 3)(a - 1) = 0$

হয়, $a - 3 = 0$ | অথবা, $a - 1 = 0$

$\therefore a = 3$ | $\therefore a = 1$

সুতরাং a এর দুইটি মান আছে **(দেখানো হলো)**

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত a এর মান বসিয়ে পাই,

$a = 1$ এর জন্য বিন্দু দুইটি (1, 4) ও (5, 0)

$a = 3$ " " " " (1, 12) ও (5, 8)

$\therefore$ বিন্দু চারটি C(1, 4), D(5, 0), E(5, 8) ও F(1, 12)

বিন্দু চারটিকে ঘড়ির কাটার O বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র FDEF এর ক্ষেত্রফল।

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 8 & 12 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(1 \times 0 + 5 \times 8 + 5 \times 12 + 1 \times 4 - 4 \times 5 - 0 \times 5 - 1 \times 8 - 1 \times 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 40 + 60 + 4 - 20 - 0 - 8 - 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(104 - 40)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 64$ বর্গ একক

$= 32$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি হলো

C(1, 4), D(5, 0), E(5, 8), F(1, 12)

এখন,

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

DE বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-5)^2 + (8-0)^2}$ একক

$= \sqrt{0^2 + 8^2}$ একক

$= 8$ একক

EF বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-5)^2 + (12-8)^2}$ একক

$= \sqrt{(-4)^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

FC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-1)^2 + (4-12)^2}$ একক

$= \sqrt{0^2 + (-8)^2}$ একক

$= \sqrt{8^2}$ একক

$= 8$ একক

কর্ণ CE বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (8-4)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ CE বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-5)^2 + (12-0)^2}$ একক

$= \sqrt{(-4)^2 + 12^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 144}$ একক

$= \sqrt{160}$ একক

$= 4\sqrt{10}$ একক

$CD = EF = 4\sqrt{2}$, $DE = FC = 8$ এবং $CE \neq DF$

চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান বলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক বা আয়ত হতে পারে, কিন্তু কর্ণদ্বয় অসমান বলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন–২৩ ▸ A(0, – 1), B(–2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) কোন চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। ৪

গ. ABCD চতর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ধরে নিয়ে উক্ত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

A(0, – 1), B(–2, 3)

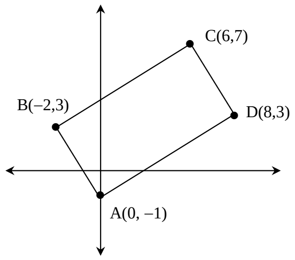
$\therefore$ AB রেখার ঢাল $= \frac{3 + 1}{-2 - 0} = \frac{4}{-2} = -2$ **(Ans.)**

খ. ABCD চতুর্ভুজে A(0, – 1), B(–2, 3), C(6, 7) ও D(8, 3)

এখানে, AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{2}$ একক



BC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7-3)^2 + (6+2)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + 8^2}$

$= \sqrt{16 + 64}$

$= \sqrt{80}$ একক

CD এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$

$= \sqrt{2^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4 + 16}$

$= \sqrt{20}$ একক

এবং AD এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64 + 16}$

$= \sqrt{80}$ একক

আবার, কর্ণ AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (-1-7)^2}$

$= \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100} = 10$ একক

এবং কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 0^2}$

$= 100$ একক

$\therefore$ AB = CD, BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ একটি আয়ত। **(প্রমাণিত)**

গ. A, B, C ও D বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক নিয়ে

$\therefore$ ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 8 & 6 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{(0 + 56 + 18 + 2) - (-8 + 18 - 14)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{76 - (-4)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 80 = 40$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–২৪ ▸ নিচের সরলরেখার চারটি সমীকরণ লক্ষ কর:

i. y = x + 3
ii. y = x – 3
iii. y = – x + 3
iv. y = – x – 3

ক. (i) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, রেখা চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ একটি বর্গ। ৪
গ. ২টি ভিন্ন পদ্ধতিতে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ দুটি, y = x + 3 ....(i)

y = – x + 3 ....(iii)

(i) হতে পাই,

x – y + 3 = 0 ....(a)

x + y – 3 = 0.................(b)

(a) ও (b) যোগ করে পাই,

2x = 0

$\therefore$ x = 0

(i) নং হতে 0 – y + 3 = 0

$\therefore$ y = 3

নির্ণেয় ছেদ বিন্দু (0, 3) **(Ans.)**

খ. প্রদত্ত সমীকরণ চারটি,

y = x + 3 ....(i)
y = x – 3 ....(ii)
y = – x + 3 ....(iii)
y = – x – 3...............(iv)

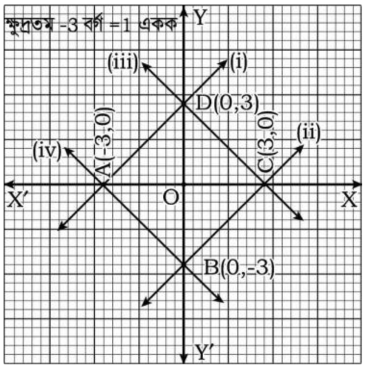
এখন, (i) নং সমাকরণের x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (–3, 0) ও (0, 3)

আবার, (ii) নং সমীকরণের x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (3, 0) ও (0, –3)

আবার, (iii) নং সমীকরণের x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (3, 0) ও (0, 3)

এবং (iv) নং সমীকরণের x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (– 3, 0) ও (0, – 3)

উপরিউক্ত বিন্দুগুলো XY সমতলে স্থাপন করে দেখানো হলো:



চিত্র হতে দেখা যায় যে, রেখা চারটি একটি চতুর্ভুজ নির্দেশ করে।

ধরি, চতুর্ভুজটি ABCD যার শীর্ষ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে, A (– 3, 0), B(0, – 3), C(3, 0) এবং D(0, 3)

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0+3)^2 + (-3-0)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-3)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

DA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-0)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ একক

অতএব, AB = BC = CD = DA = $3\sqrt{2}$ একক

আবার, কর্ণ, AC = BD = 6 একক [চিত্র হতে]

$\therefore$ ABCD চতুভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র **(দেখানো হলো)**

গ. **প্রথম পদ্ধতি :**

A, B, C, D বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে,

অতএব, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 - 0 + 9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 36$ বর্গ একক

$= 18$ বর্গ একক **(Ans)**

দ্বিতীয় পদ্ধতি:

যেহেতু বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 3\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= a^2 = (3\sqrt{2})^2$ বর্গ একক

$= 9 \times 2$ বর্গ একক

$= 18$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–২৫ ▸ $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$ ও $C(k, 2k-5)$ একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু।

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুটি AB সরলরেখার উপর অবস্থিত হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{-1}{3}$ ঢালবিশিষ্ট এবং C বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। রেখাটি y অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছিন্ন করে? ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A(-1, 3)$ ও $B(2, -1)$

$\therefore$ AB রেখার ঢাল $m_1 = \frac{-1-3}{2+1} = -\frac{4}{3}$ **(Ans.)**

খ. AB রেখার সমীকরণ,

$\frac{y-3}{3-(-1)} = \frac{x-(-1)}{-1-2}$

বা, $\frac{y-3}{4} = \frac{x+1}{-3}$

বা, $4x + 4 = -3y + 9$

বা, $4x + 3y + 4 - 9 = 0$

বা, $4x + 3y - 5 = 0$

$C(k, 2k-5)$ বিন্দুটি AB রেখার উপর অবস্থিত।

$\therefore 4k + 3(2k-5) - 5 = 0$

বা, $4k + 6k - 15 - 5 = 0$

বা, $10k - 20 = 0$

$\therefore k = 2$ **(Ans.)**

গ. (খ) হতে পাই, $k = 2$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 2.2-5)$ বা $(2, -1)$

দেওয়া আছে ঢাল $m = \frac{-1}{3}$

এখন, m ঢালবিশিষ্ট ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = \frac{-1}{3}(x-2)$

বা, $y + 1 = \frac{-1}{3}(x-2)$

বা, $3y + 3 = -x + 2$

বা, $3y + x + 3 - 2 = 0$

$\therefore x + 3y + 1 = 0$ ....(i)

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

(i) নং হতে পাই,

$x + 3y + 1 = 0$

বা, $3y = -x - 1$

বা, $y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{3}$

$y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $c = -\frac{1}{3}$

$\therefore$ সরলরেখাটি y অক্ষের ঋণাত্মক দিকে $\frac{1}{3}$ একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে।

প্রশ্ন–২৬ ▸ OABC একটি সামান্তরিক; OA, x – অক্ষ বরাবর অবস্থিত। OC রেখার সমীকরণ $y = 2x$ এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2).

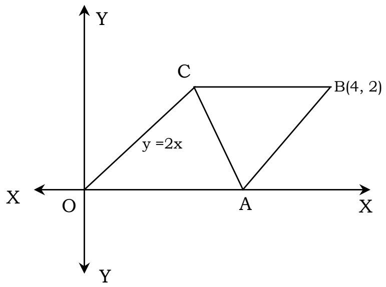
ক. C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. AC কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



OA বাহু, x–অক্ষ বরাবর।

OABC সামান্তরিক হওয়ায়, OA||BC, OC||AB

$\therefore$ B বিন্দুর কোটি এবং C বিন্দুর কোটি একই।

অতএব, C বিন্দুর কোটি = 2

দেওয়া আছে,

OC রেখার সমীকরণ, $y = 2x$

বা, $2 = 2x$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 2) **(Ans.)**

খ. OABC সামান্তরিক হওয়ায় OA||BC এবং OA = BC.

দেওয়া আছে, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2)

এবং 'ক' হতে পাই, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 2)

$\therefore OA = BC = \sqrt{(4-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{9+0}$

$= 3$ একক

OA, x–অক্ষ বরাবর অবস্থিত এবং O মূলবিন্দু।

সুতরাং OA রেখার দূরত্ব A বিন্দুর ভুজের সমান।

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 0)

$\therefore$ AC কর্ণের সমীকরণ, $\frac{x-3}{3-1} = \frac{y-0}{0-2}$

বা, $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2}$

বা, $x - 3 = -y$

$\therefore x + y - 3 = 0$

গ. 'খ' হতে পাই,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 0)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2)

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 2)

যেহেতু OABC সামান্তরিকে O মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 0)। O(0, 0), A(3, 0), B(4, 2), C(1, 2) শীর্ষ চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0+6+8+0-0-2-0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 12$ বর্গ একক

$= 6$ বর্গ একক

$\therefore$ OABC সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক। (**Ans.**)