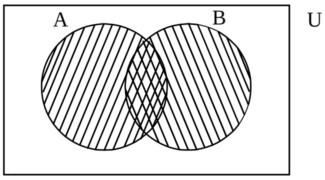
অধ্যায় ০১	সেট ও ফাংশন

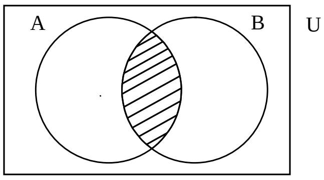
অনুশীলনী ১.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

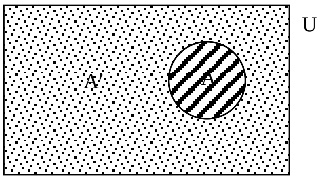
- **সেট (Set) :** বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহকে সেট বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বড় অক্ষ A, B, C, D, X, Y ইত্যাদি এবং সেটের সদস্যকে ছোট অক্ষ a, b, c, d, x, y ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **সার্বিক সেট (Universal set) :** নির্দিষ্ট সেটের আলোচনাধীন সকল সেটের সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে U বা S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **উপসেট (Subset) :** $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = \{1, 2, 3, 4\}$ সেট তিনটি বিবেচনা করলে দেখা যায় B সেটের প্রতিটি উপাদান A সেটে বিদ্যমান সুতরাং B সেটকে A সেটের উপসেট বলা হয় এবং লেখা হয় $B \subseteq A$.
- **প্রকৃত উপসেট (Proper Subset) :** A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই, তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে।
- **ফাঁকা সেট (Empty set) :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য বা কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। এই সেটকে $\{\ \}$ বা $\varnothing$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **সেটের সমতা (Equality of sets) :** দুইটি সেটের উপাদান একই হলে সেট দুইটিকে সমান বলা হয় এবং = চিহ্ন দিয়ে সমতা বোঝানো হয়।
- **সেটের অন্তর (Difference of sets):** $A \setminus B$ কে A বাদ B সেট বলা হয়। B এর সকল উপাদান বর্জন করে A এর অন্য উপাদান নিয়ে $A \setminus B$ গঠন করা হয়।
- **পূরক সেট (Complementary set) :** যদি A সেট সার্বিক সেট U এর একটি উপসেট হয় তবে A এর উপাদানগুলো বাদে সার্বিক সেটের অন্য সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A এর পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A' বা A^c দ্বারা সূচিত করা হয়।
- **শক্তি সেট (Power set) :** A সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বলা হয় এবং P(A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ভেনচিত্র (Venn Diagram):** কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে ভেনচিত্র বলে। বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন : আয়তকার ক্ষেত্র, বৃত্তাকার ক্ষেত্র ইত্যাদি ক্ষেত্র ব্যবহার করা হয়।



$A \cup B$ হলো গাঢ় অংশটুকু



$A \cap B$ হলো গাঢ় অংশটুকু



- **সেটের সংযোগ (Union of sets) :** দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেট $A \cup B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **সেটের ছেদ (Intersection of sets) :** দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A intersection B.
- **নিশ্ছেদ সেট (Disjoint set) :** দুইটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে, তাদেরকে নিশ্ছেদ সেট বলে।
- **এক–এক মিল (One–One Correspondence) :** যদি A সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে B সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদান এবং B সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে A সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা হয়, তবে তাকে A ও B সেটের মধ্যে একটি এক–এক মিল বলা হয়।
- **সমতুল সেট (Equivelent set) :** যেকোনো সেট A ও B এর মধ্যে যদি একটি এক–এক মিল $A \leftrightarrow B$ বর্ণনা করা যায়, তবে A ও B–কে সমতুল সেট বলা হয়। A ও B সেট সমতুল বোঝাতে অনেক সময় $A \sim B$ প্রতীক লেখা হয়।

এ অধ্যায়ে ব্যবহৃত বিভিন্ন প্রতীক চিহ্নসমূহ :

প্রতীক	ইংরেজি	বাংলায় (যা বুঝায়)	উদাহরণ
$\cup$	Union	সংযোগ	$A \cup B$
$\cap$	Intersection	ছেদ	$A \cap B$
$\subset$	Proper subset	প্রকৃত উপসেট	$A \subset B$
$\subseteq$	Subset	উপসেট	$A \subseteq B$

$\not\subseteq$	not subset	উপসেট নয়	$A \not\subseteq B$
$\in$	Belongs to	উপাদান/সদস্য	$x \in A$
$\notin$	not belongs to	ইহাতে অন্তর্ভুক্ত নয়	$x \notin A$
$\varnothing$	null set	ফাঁকা সেট	$\varnothing = \{ \}$
$'$	Prime	পূরক সেট	$A' = \{ x \in U$ এবং $x \notin A\}$
:	such that	যেন	$A = \{ x : x \in R\}$

■ **সেটের সূত্র :**

(i) A ও B শান্ত সেট হলে $n (A \cup B) = n (A) + n (B) - n(A \cap B)$

(ii) A, B ও C নিশ্ছেদ সেট হলে

● $n (A \cup B) = n(A) + n(B)$ [$\because A \cap B = 0$]

● $n (A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

(iii) A, B ও C যেকোনো সেটের জন্য :

(iv) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

(v) $n(A) = n(U) - n(A)$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. i. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা 2n হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে 4^n

ii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট $Q = \left\{\frac{p}{q} : p, q \cup Z\right\}$

iii. a, b ∈ R ;] a, b [$=\{x : x \in R$ এবং $a < x < b\}$

উপরের উক্তির আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

[বি. দ্র. $p, q \cup Z$ এর স্থানে $p, q \in Z$ হলে উত্তর : i, ii ও iii সঠিক]

নিচের তথ্যের আলোকে (২ – ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রত্যেক $n \in N$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n.........\}$

২. **$A_1 \cap A_2$ এর মান নিচের কোনটি?**

ক A_1 ● A_2 গ A_3 ঘ A_4

ব্যাখ্যা : $n \in N$ দ্বারা বুঝায় n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার উপাদান

$n \in N$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n ....\}$

$A_1 = \{1, 2, 3, 4 ....\}$

$A_2 = \{2, 4, 6 ....\}$

$\therefore A_1 \cap A_2 = \{2, 4, 4 ....\} = A_2$

৩. **নিচের কোনটি $A_3 \cap A_6$ এর মান নির্দেশ করে?**

ক A_2 খ A_3 গ A_4 ● A_6

৪. **$A_2 \cap A_3$ এর পরিবর্তে নিচের কোনটি লেখা যায়?**

ক A_3 খ A_4 গ A_5 ● A_6

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেওয়া আছে $U = \{ x : 3 \le x \le 20 , n \in Z\}$, $A = \{ x : x$ বিজোড় সংখ্যা} এবং $B = \{ x : x$ মৌলিক সংখ্যা}

নিম্নের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে লিপিবদ্ধ কর :

(i) A

(ii) B

(iii) $C = \{x : x \in A$ এবং $x \in B \}$ এবং

(iv) $D = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B \}$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{ x : 3 \le x \le 20, x \in Z\}$

$\therefore U = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$A = \{ x : x$ বিজোড় সংখ্যা }

$B = \{ x : x$ মৌলিক সংখ্যা }

(i) $A = \{ x : x$ বিজোড় সংখ্যা }

$\therefore A = \{ 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

(ii) $B = \{ x : x$ মৌলিক সংখ্যা}

$\therefore B = \{ 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

(iii) দেওয়া আছে, $C = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$

$A \cap B = \{ 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cap \{ 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

[নোট : C হলো 3 থেকে 20 পর্যন্ত সকল মৌলিক বিজোড় সংখ্যার সেট এবং C = B ।]

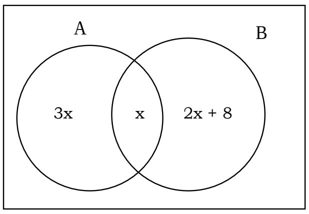
(iv) $D = \{ x : x \in A$ অথবা $x \in B \}$

$A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cup \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলোর সংখ্যা দেখানো হয়েছে। যদি n (A) = n (B) হয়, তবে নির্ণয় কর

(a) x এর মান (b) $n (A \cup B)$ এবং $n(A \cap B')$.



সমাধান :

প্রদত্ত ভেনচিত্রে $n(A) = 3x + x$

$n(B) = x + 2x + 8$

$n(A \cup B) = 3x + x + 2x + 8$

$n(A \cap B') = 3x$

(a) দেওয়া আছে, $n(A) = n(B)$

বা, $3x + x = x + 2x + 8$

বা, $4x = 3x + 8$

$\therefore x = 8$ **(Ans.)**

(b) আমরা জানি, $n (A \cup B) = n (A) + n (B) - n (A \cap B)$

$= 3x + x + x + 2x + 8 - x$

$= 6x + 8 = 6 \times 8 + 8$ [$\because x = 8$]

$= 56$ **(Ans.)**

এবং $n (A \cap B') = n (A) - n (A \cap B)$ [ভেনচিত্র থেকে]

$= 3x + x - x = 3x = 3 \times 8$ [$\because x = 8$]

$= 24$ **(Ans.)**

[**নোট :** ভেনচিত্রে 3x, x, 2x + 8 দ্বারা A ও B সেটের উপাদান নয় বরং উপাদান সংখ্যা বুঝানো হয়েছে।]

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যদি $U = \{x : x$ জোড় পূর্ণ সংখ্যা$\}$, $A = \{ x : x \geq 5\} \subset U$ এবং $B = \{ x : x < 12\} \subset U$ তবে $n(A \cap B)$ এবং $n(A')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{ x : x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা$\}$

$\therefore U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$

$A = \{ x : x \geq 5\}$

$\therefore A = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11......\}$

এবং $B = \{ x : x < 12\}$

$\therefore B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

এখন, $A \cap B = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... \} \cap \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$= \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$\therefore n(A \cap B) = 7$ **(Ans.)**

এবং $A' = U - A$

$= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... \} - \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...\}$

$= \{ 1, 2, 3, 4\}$

$\therefore n(A') = 4$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ যদি $U = \{ x : x$ জোড় পূর্ণসংখ্যা $\}$, $A = \{ x : 3x \geq 25\} \subset U$ এবং $B = \{ x : 5x < 12\} \subset U$ হয়, তাহলে $n(A \cap B)$ এবং $n(A' \cap B')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{ x : x$ জোড় পূর্ণ সংখ্যা$\}$

$\therefore U = \{ ...., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ... \}$

$A = \{ x : 3x \geq 25\}$

$\therefore A = \{ 10, 12, 14, 16, 18, ...\}$

এবং $B = \{ x : 5x < 12\}$

$\therefore B = \{........, -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$\therefore A \cap B = \{ 10, 12, 14, 16, 18, ... \} \cap \{ ...., -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$= \{ \}$

$\therefore n(A \cap B) = 0$ **(Ans.)**

আবার, $A' = U - A$

$= \{ ......, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\} - \{ 10, 12, 14, 16, 18, ...\}$

$= \{ ...., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

এবং $B' = U - B$

$= \{ ....., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\} - \{ ...., -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$= \{4, 6, 8, ...\}$

$\therefore A' \cap B' = \{ ...., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{ 4, 6, 8.......\}$

$= \{ 4, 6, 8\}$

$\therefore n(A' \cap B') = 3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ দেখাও যে, (ক) $A \backslash A = \phi$ (খ) $A \backslash (A \backslash A) = A$

সমাধান :

(ক) মনে করি, $x \in A \backslash A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

বা, $x \in \phi$

$\therefore A \backslash A \subset \phi$

আবার, মনে করি, $x \in \phi$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

বা, $x \in A \backslash A$

$\therefore \phi \subset A \backslash A$

সুতরাং $A \backslash A = \phi$ **(দেখানো হলো)**

(খ) মনে করি, $x \in A \backslash (A \backslash A)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin (A \backslash A)$

বা, $x \in A$ এবং $x \notin \phi$ [$\because A \backslash A = \phi$]

বা, $x \in A$

$\therefore A \backslash (A \backslash A) \subset A$

আবার, মনে করি, $x \in A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin \phi$

বা, $x \in A$ এবং $x \notin (A \backslash A)$

বা, $x \in A \backslash (A \backslash A)$

$\therefore A \subset A \backslash (A \backslash A)$

সুতরাং $A \backslash (A \backslash A) = A$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দেখাও যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

সমাধান : কার্তেসীয় গুণজ সেটের সংজ্ঞানুসারে,

$A \times (B \cup C) = \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C) \}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in B$ অথবা $y \in C\}$

$= \{(x, y) : (x \in A, y \in B)$ অথবা $(x \in A, y \in C)\}$

$= \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B)$ অথবা $(x, y) \in (A \times C)\}$

$= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)\}$

$= (A \times B) \cup (A \times C)$

$\therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$

আবার, $(A \times B) \cup (A \times C) = \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B)$ অথবা, $(x, y) \in (A \times C)\}$

$= \{ (x, y) : (x \in A, y \in B)$ অথবা $(x \in A, y \in C)\}$

$= \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$

$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ যদি $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হয়, তবে দেখাও যে, $(A \times C) \subset (B \times D)$

সমাধান : মনে করি, $(x, y) \in A \times C$

তাহলে $x \in A$ এবং $y \in C$

বা, $x \in B$ এবং $y \in D$ [$\because A \subset B$ এবং $C \subset D$]

বা, $(x, y) \in B \times D$

$\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ দেখাও যে, $A = \{ 1, 2, 3, ..., n\}$ এবং $B = \{ 1, 2, 2^2, ..., 2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{ 1, 2, 3,.........., n\}$

এবং $B = \{1, 2, 2^2, ... , 2^{n-1}\}$

A ও B এর মধ্যে একটি এক–এক মিল নিচের চিত্রে দেখানো হলো :

A : 1, 2, 3, ... n

⇕ ⇕ ⇕ ⇕

B : 1, 2, 2^2, ... 2^{n-1}

আমরা জানি, যেকোনো দুইটি সেটের মধ্যে যদি একটি এক–এক মিল বর্ণনা করা যায়, তবে ঐ সেট দুটি সমতুল।

সুতরাং A ও B সেট দুইটি সমতুল। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট $S = \{ 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$ একটি অনন্ত সেট।

সমাধান : দেওয়া আছে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট, S = { 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...}
$= \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2 \ldots\ldots\ldots\ldots n^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\}$
এখন স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N = {1, 2, 3, ...n.........}
N ও S এর মধ্যে একটি এক–এক মিল নিচে দেখানো হলো :

N :	1,	2,	3,	4,	5,	6,	......n ....
	⇕	⇕	⇕	⇕	⇕	⇕	⇕
S :	1,	4,	9,	16,	25,	36,	......n^2........

সুতরাং N ও S সমতুল। যেহেতু স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, N একটি অনন্ত সেট। সুতরাং আমরা বলতে পারি, S একটি অনন্ত সেট। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ প্রমাণ কর যে, n(A) = P, n(B) = q এবং (A ∩ B) = ϕ হলে, n (A∪ B) = p + q।

সমাধান : আমরা জানি, n(A∪ B) = n(A) + n (B) – n(A ∩ B)
= p + q – n (ϕ) [মান বসিয়ে]
= p + q – 0
= p + q **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ প্রমাণ কর যে, A, B, C সান্ত সেট হলে,
n(A ∪ B ∪ C) = n (A) + n (B) + n(C) – n(A ∩ B) – n(B ∩ C) – n (C ∩ A) + n (A ∩ B ∩ C)।

সমাধান : বামপক্ষ = n(A ∪ B ∪C)
= n{ (A ∪ B) ∪ C}
= { n(A∪ B) + n (C) – n{ (A ∪ B) ∩ C}
[∵ n (A ∪ B) = n(A) + n (B) – n (A ∩ B)]
= n (A) + n (B) – n (A ∩B) + n (C)
– n{(A ∩ C) ∪ (B ∩ C)}
= n (A) + n(B) + n (C) –n(A ∩B) – { n (A ∩ C)
+ n (B ∩ C) – n (A ∩ B ∩ C)}
= n(A) + n (B) + n (C) – n (A ∩ B) – n (A ∩ C)
– n (B ∩ C) + n (A ∩ B∩ C)
= n(A) + n (B) + n(C) – n (A ∩ B) – n (B ∩ C)
– n (C ∩ A) + n(A ∩ B ∩ C)
= ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ যদি A = {a, b, x} এবং B = {c, y}, সার্বিক সেট U = {a, b, c, x, y, z} এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,
(a) (i) A ⊂ B′, (ii) A∪ B′ = B′, (iii) A′ ∩ B = B
(b) নির্ণয় কর : (A ∩ B) ∪ (A ∩ B′)

সমাধান : (a) (i) দেওয়া আছে, A = {a, b, x} , B = { c, y}
এবং U = { a, b, c, x, y, z}
∴ B′ = U – B
= { a, b, c, x, y, z} – { c, y}
= {a, b, x, z}
∴ A ⊂ B′ **(যাচাই করা হলো)**

(ii) এখানে A ∪ B′ = { a, b, x} ∪ { a, b, x, z} [(i) হতে]
= {a, b, x, z}
∴ A ∪ B′ = B′ **(যাচাই করা হলো)**

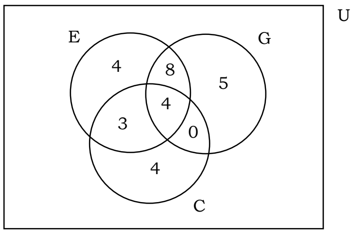
(iii) A′ = U – A
= { a, b, c, x, y, z} – { a, b, x} = { c, y, z}
এখন, A′ ∩ B = { c, y, z} ∩ { c, y} = { c, y} = B
∴ A′ ∩ B = B **(যাচাই করা হলো)**

(b) দেওয়া আছে, A = { a, b, x}; B = { c, y}
এবং U = {a, b, c, x, y, z}
(a) i হইতে B′ = { a, b, x, z}
(A ∩ B) = { a, b, x} ∩ {c, y} = ∅
এবং A ∩ B′ = { a, b, x} ∩ { a, b, x, z} = { a, b, x}
∴ (A ∩ B) ∪ (A ∩ B′) = ∅ ∪ {a, b, x} = { a, b, x} **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 4 জন পৌরনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি?

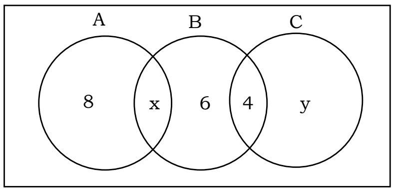
[5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে এর স্থলে 4 জন তিনটি বিষয় নিয়েছে হবে]

সমাধান : মনে করি, ঐ শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট U, যেসব ছাত্র অর্থনীতি নিয়েছে তাদের সেট E, যারা ভূগোল নিয়েছে তাদের সেট G এবং যারা পৌরনীতি নিয়েছে তাদের সেট C।
তাহলে, প্রশ্নানুসারে,



n(U) = 30, n (E) = 19, n (G) = 17, n(C) = 11, n (E ∩ G) = 12, n (C ∩ G) = 4, n (E ∩ C) = 7 এবং n(E ∩ G ∩ C) = 4
তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা
= n(U) – n(E ∪ G ∪ C)
এখন, n (E ∪ G ∪ C) = n (E) + n (G) + n(C) – n (E ∩ G)
– n (E ∩ C) – n (C ∩ G) + n (E ∩ G ∩ C)
= 19 + 17 + 11 – 12 – 7 – 4 + 4
= 47 – 19 = 28
∴ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা
= n (U) – n (E ∪ G ∪ C) = 30 – 28 = 2
সুতরাং 2 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।
(a) যদি n(A ∩ B) = n (B ∩ C) হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।
(b) যদি n (B ∩ C′) = n (A′ ∩ C) হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।
(c) n (U) এর মান নির্ণয় কর।

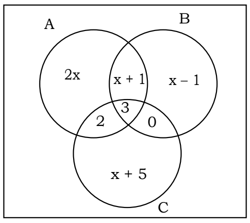


সমাধান : প্রদত্ত ভেনচিত্র :
(a) দেওয়া আছে, n(A ∩ B) = n (B ∩ C)
প্রদত্ত ভেনচিত্র অনুসারে n (A ∩ B) = x এবং n (B ∩ C) = 4
∴ x = 4 **(Ans.)**
(b) দেওয়া আছে, n(B ∩ C′) = n (A′ ∩ C)
প্রদত্ত ভেনচিত্র অনুসারে, n (B ∩ C′) = x + 6
n (A′ ∩ C) = 4 + y
এখন x + 6 = 4 + y
বা, 4 + 6 – 4 = y [(a) হতে x = 4 বসিয়ে]
∴ y = 6 **(Ans.)**

(c) ভেনচিত্র অনুসারে, $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$

$= 8 + 4 + 6 + 4 + 6 = 28$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ যদি n (U) = 50 হয়, তবে ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$



যদি n (U) = 50 হয়, তবে–

(a) x এর মান নির্ণয় কর।

(b) $n(B \cap C')$ এবং $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(A \cap B \cap C')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(a) দেওয়া আছে, $n(U) = 50$

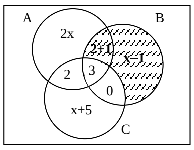
ভেনচিত্র থেকে পাই, $2x + x + 1 + x - 1 + 2 + 3 + 0 + x + 5 = 50$

বা, $5x + 10 = 50$

বা, $5x = 50 - 10$

বা, $x = \frac{40}{5} = 8$ **(Ans.)**

(b)



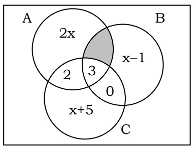
ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(B \cap C') = x + 1 + x - 1$

$= 2x = 2 \times 8$ [$\because x = 8$]

$= 16$ **(Ans.)**

এবং $n(A' \cap B) = x - 1 + 0 = x - 1 = 8 - 1 = 7$ **(Ans.)**

(c)

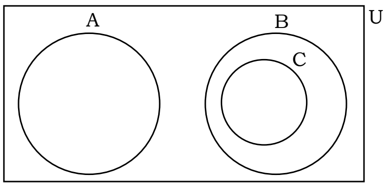


এখানে, $n(A \cap B \cap C') = x + 1$ [ভেনচিত্র থেকে]

$= 8 + 1 = 9$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ তিনটি সেট A, B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $A \cap B = \phi$, $A \cap C = \phi$ এবং $C \subseteq B$ ভেনচিত্র অঙ্কন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও :

সমাধান :



$A \cap B = \phi$, ব্যাখ্যা : সেট A এবং সেট B এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। সুতরাং A ও B নিশ্ছেদ সেট।

$A \cap C = \phi$, ব্যাখ্যা : সেট A এবং সেট C এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। সুতরাং A ও C নিশ্ছেদ সেট

$C \subseteq B$, ব্যাখ্যা : সেট C এবং সেট B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে। C সেটের প্রত্যেকটি উপাদান B সেটের অন্তর্ভুক্ত।

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ দেওয়া আছে $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in R\}$ এবং $B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$ নিম্নের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B'$ এবং (c) $A' \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in R\}$

$B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$

এবং $C = \{2, 4, 5\}$

(a) $A \cap B = \{x : 2 < x \leq 5, x \in R\} \cap \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$

$= \{x : 2 < x < 3, x \in R\}$

(b) এখানে, $U = R$

$\therefore A \cup B = \{x : 2 < x \leq 5, x \in R\} \cup \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$

$= \{x : 1 \leq x \leq 5, x \in R\}$

দ্য মরগ্যানের সূত্রানুসারে,

$A' \cap B' = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= R - \{x : 1 \leq x \leq 5 ; x \in R\}$

$= \{x : x < 1$ অথবা $x > 5, x \in R\}$

(c) এখানে, $U = R$

$A' = U - R = R - \{x : 2 < x \leq 5, x \in R\}$

$= \{x : x \leq 2\ x > 5,$ অথবা $x \in R\}$

$B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$

$\therefore A' \cup B = \{x : x \leq 2$ অথবা $x > 5, x \in R\} \cup \{x : 1 \leq x < 3, x \in R\}$

$= \{x : x < 3$ অথবা $x > 5, x \in R\}$

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ দেওয়া আছে $U = \{x : x < 10, x \in R\}$, $A = \{x : 1 < x \leq 4\}$ এবং $B = \{x : 3 \leq x < 6\}$. নিচের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B$ (c) $A \cap B'$ এবং (d) $A' \cap B'$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in R\}$

$A = \{x : 1 < x \leq 4\}$

$B = \{x : 3 \leq x < 6\}$

(a) $A \cap B = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\} = \{x : 3 \leq x \leq 4\}$

(b) $A' = U - A = \{x : x < 10, x \in R\} - \{x : 1 < x \leq 4\}$

$= \{x : x \leq 1$ অথবা $4 < x < 10]$

$\therefore A' \cap B = \{x : x \leq 1$ অথবা $4 < x < 10\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\}$

$= \{x : 4 < x < 6, x \in R\}$

(c) $A \cap B'$

$\therefore B' = U - B = \{x : x < 10, x \in R\} - \{x : 3 \leq x < 6\}$

$= \{x : x < 3$ অথবা $6 \leq x < 10\}$

$A \cap B' = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : x < 3$ অথবা $6 \leq x < 10\}$

$= \{x : 1 < x < 3, x \in R\}$

(d) $A' \cap B'$

(b) থেকে পাই, $A' = \{x : x \leq 1$ অথবা $4 < x < 10\}$

(c) থেকে পাই, $B' = \{x : x < 3$ অথবা $6 \leq x < 10\}$

$\therefore A' \cap B' = \{x : x \leq 1$অথবা $4 < x < 10\} \cap \{x : x < 3$

অথবা $6 \leq x < 10\}$

$= \{x : x \leq 1$ অথবা $6 \leq x < 10, x \in R\}$

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ নিম্নে A ও B সেট দেওয়া আছে। প্রতিক্ষেত্রে $A \cup B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$

(i) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{-3, 0, 3\}$

(ii) $A = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 2 এর গুণিতক }

এবং $B = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক}

সমাধান :

(i) দেওয়া আছে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{-3, 0, 3\}$

$\therefore A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup \{-3, 0. 3\}$

$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

A এবং B এর সকল উপাদান $(A \cup B)$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব, $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$ **(যাচাই করা হলো)**

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{ x : x \in N, x < 10$ এবং x , 2 এর গুণিতক}

$\therefore A = \{ 2, 4, 6, 8\}$

এবং $B = \{ x : x \in N, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক}

$\therefore B = \{ 3, 6, 9\}$

$\therefore A \cup B = \{ 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$

A এবং B এর সকল উপাদান $(A\cup B)$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$. **(যাচাই করা হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে $A \cap B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$

(i) $A = \{ 0, 1, 2, 3, 5\}, B = \{ -1, 0, 2\}$

(ii) $A = \{ a, b, c, d\}, B = \{b, x, c, y\}$

সমাধান :

(i) দেওয়া আছে, $A = \{ 0, 1, 2, 3, 5\}, B = \{ -1, 0, 2\}$

$\therefore A \cap B = \{ 0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{ -1, 0, 2\} = \{ 0, 2\}$

$A\cap B$ সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$ **(যাচাই করা হলো)**

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{ a, b, c, d\}, B = \{b, x, c, y\}$

$\therefore A \cap B = \{ a, b, c, d\} \cap \{ b, x, c, y\} = \{ b, c\}$

$A\cap B$ সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটের অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$.**(যাচাই করা হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকার পাঠ্যভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সন্ধানী, 50% ছাত্রী পূর্বাণী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পুবাণী, 20% ছাত্রী সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

(i) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনোটিই পড়ে না?

(ii) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

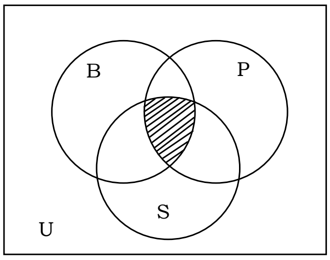
সমাধান : মনে করি, সকল ছাত্রীর সেট U; বিচিত্রা পড়া ছাত্রীদের সেট B; সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট S এবং পূর্বাণী পড়া ছাত্রীদের সেট P

$\therefore$ শতকরা $n (U) = 100, n (B) = 60$

$n (S) = 50, n(P) = 50, n (B \cap S) = 30$

$n (B \cap P) = 30, n (P \cap S) = 20$

$n (B \cap P \cap S) = 10$



(i) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n (B \cup P \cup S)$

$\therefore n(B \cup P \cup S) = n (B) + n (P) + n (S) - n (B \cap P)$
$- n (P \cap S) - n (S\cap B) + n (B \cap P \cap S)$

$= 60 + 50 + 50 - 30 - 30 - 20 + 10$

$= 170 - 80 = 90$

$\therefore$ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা,

$= n(U) - n (B \cup P \cup S)$

$= (100 - 90) = 10$

$\therefore$ শতকরা 10 জন ছাত্রী কোনো পত্রিকাই পড়ে না। **(Ans.)**

(ii) শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n (B \cap P) - n (B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$

শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n (B \cap S) - n (B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$

শুধু পূর্বাণী ও সন্ধানী পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$= n (P \cap S) - n (B \cap P \cap S) = 20 - 10 = 10$

$\therefore$ কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$= 20 + 20 + 10 = 50$

$\therefore$ শতকরা 50 জন ছাত্রী দুটি পত্রিকা পড়ে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $A = \{ x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b) x + ab = 0\}$

$B = \{ 1, 2\}$ এবং $C = \{ 2, 4, 5\}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $P (B \cap C) = P (B) \cap P (C)$

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, $A = \{ x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b) x + ab = 0\}$

এখন, $x^2 - (a + b) x + ab = 0$

বা, $x^2 -ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b (x - a) = 0$

বা, $(x - a) (x - b) = 0$

$\therefore x = a$ অথবা $x = b$

$\therefore$ A সেটের উপাদানসমূহ হলো a, b

খ. দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$\therefore B \cap C = \{ 1, 2\} \cap \{ 2, 4, 5\} = \{2\}$

$\therefore P (B \cap C) = \{ \{ 2\}, \Phi\}$

আবার, $B = \{ 1, 2\}$

$\therefore P(B) = \{ \{ 1, 2\}, \{ 1\}, \{2\}, \Phi\}$

এবং $C = \{ 2, 4, 5\}$

$\therefore P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{ 2, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \Phi\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{ 2\} \Phi\}$

সুতরাং $P(B \cap C) = P (B) \cap P (C)$ **(দেখানো হলো)**

(গ) এখানে, $(B \cup C) = \{ 1, 2\} \cup \{ 2, 4, 5\} = \{ 1, 2, 4, 5\}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= A \times (B \cup C) = \{ a, b\} \times \{ 1, 2, 4, 5\}$

$= \{ (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5),$
$(b, 1), (b, 2), (b, 4),)(b, 5)\}$

আবার, $(A \times B) = \{ a, b\} \times \{ 1, 2\}$

$= \{ (a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

এবং $A \times C = \{ a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

$= \{ (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= (A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{ (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1) (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়–

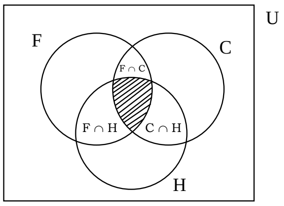
ক. উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।

খ. কতজন ছাত্র উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

সমাধান :

ক. মনে করি, ঐ শ্রেণির ছাত্রদের সেট U, এবং ছাত্রদের মধ্যে যারা ফুটবল খেলতে পারদর্শী তাদের সেট F, যারা ক্রিকেট খেলতে পারদর্শী তাদের সেট C ও যারা হকি খেলতে পারদর্শী তাদের সেট H তাহলে প্রশ্নানুসারে, $n(U) = 100$, $n(F) = 42$, $n(C) = 46$, $n(H) = 39$, $n(F \cap C) = 13$, $n(C \cap H) = 14$, $n(F \cap H) = 12$, $n(F \cup C \cup H)' = 7$



ভেনচিত্র

খ. তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $(F \cap C \cap H)$

আমরা জানি, $n(F \cup C \cup H)' = n(U) - n(F \cup C \cup H)$

বা, $n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)'$

$= 100 - 7 = 93$

এখন, $n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$

বা, $93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + n(F \cap C \cap H)$

বা, $93 = 127 - 39 + n(F \cap C \cap H)$

$\therefore n(F \cap C \cap H) = 5$

$\therefore$ তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সংখ্যা 5 জন। **(Ans.)**

গ. অন্তত দুটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট

$= (F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)$ [ভেনচিত্র হতে]

এবং অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $= F \cup C \cup H$.

$\therefore$ অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$= n[(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$

$= n(F \cap C) + n(C \cap H) + n(F \cap H) - n[(F \cap C) \cap (C \cap H)] - n[(C \cap H) \cap (F \cap H)] - n[(F \cap H) \cap (F \cap C)] + n[(F \cap C) \cap (C \cap H) \cap (F \cap H)]$

$= 13 + 14 + 12 - 5 - 5 - 5 + 5 = 29$ **(Ans.)**

আবার, অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট

$= n(F \cup C \cup H)$

$= n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$

$= 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + 5 = 93$

$\therefore$ কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$= n(F \cup C \cup H) - n[(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$

$= 93 - 29 = 64$ **(Ans.)**

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **A সেটটির উপাদান সংখ্যা 3 হলে, তার প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত?**
(ক) 3 ● 6 (গ) 8 (ঘ) 9

২. **A, B ও C যেকোনো সেট হলে, নিচের কোনটি বণ্টন নিয়ম?**
(ক) $A \cup B = B \cup A$
(খ) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
(গ) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
● $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

৩. **অনন্ত সেট নিচের কোনটি?**
(ক) (1, 2, 3, ...40) (খ) {3, 4, 7}
● স্বাভাবিক সংখ্যার সেট (ঘ) $\{x \in N : 2 < x < 12\}$

৪. **$A \cap B = B$ এবং $A \neq B$ হলে কোনটি সঠিক?**
(ক) $A \subset B$ ● $B \subset A$
(গ) $A \cup B = B$ (ঘ) $B \not\subset A$

৫. **যদি $4^x = 16$ হয়, তবে x = কত?**
● 2 (খ) 4 (গ) 8 (ঘ) 16

৬. **A = {a, b, c, d} হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত?**
(ক) 4 (খ) 8 ● 16 (ঘ) 32

৭. **A′, A সেটের পূরক সেট হলে, $A \cap A' =$ কত?**
(ক) U ● $\varnothing$ (গ) A (ঘ) A′

৮. **বাস্তব সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা এবং মূলদ সংখ্যার সেট যথাক্রমে R, N, Z এবং Q হলে, কোন সম্পর্কটি সঠিক?**
(ক) $Z \subset Q \subset N \subset R$ (খ) $N \subset R \subset Q \subset Z$
(গ) $Q \subset N \subset Z \subset R$ ● $N \subset Z \subset Q \subset R$

৯. **যদি n(A) = 3, n(B) = 4 এবং $A \cap B = \phi$ হয়, তবে $n(A \cup B) =$ কত?**
(ক) 6 ● 7 (গ) 8 (ঘ) 12

১০. **সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A হলে, (A′)′ = কত?**
(ক) U (খ) U\A ● A (ঘ) φ

১১.

N : 1, 2, 3, ...n,.....................
↕ ↕ ↕ ↕
A : 2, 4, 6, ...2n,.....................

N ও A কোন ধরনের সেট?
● সমতুল সেট (খ) সমান সেট
(গ) সংযোগ সেট (ঘ) অনন্ত সেট

১২. **যদি A = {1, 2, 3} এবং B = {2, 3, 4} হলে $P(A \cap B)$ এর মান কত হবে?**
● {ϕ, {2}, {3}, {2, 3}} (খ) {ϕ, {1}, {2}, {2, 3}}
(গ) {ϕ, {3}, {4}, {3, 4}} (ঘ) {ϕ, {1}, {2}, {1, 2}}

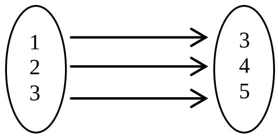
১৩. **A ও B সেটদ্বয় নিচ্ছেদ সেট হলে $A \cap B$ এর মান কত?**
(ক) A (খ) B ● $\varnothing$ (ঘ) {$\varnothing$}

১৪. **A = {a, b, c, d, e} হলে, n(A) = কত?**
● 5 (খ) 10 (গ) 25 (ঘ) 32

১৫. **$B \in P(A)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?**
● $B \subseteq A$ (খ) $B \not\subset A$
(গ) B = A (ঘ) $B \cap A = \phi$

১৬. **যদি $S = \{x : x \in R$ এবং $x(x - 2) = x^2 - 2x\}$ হয়, তবে কোনটি সঠিক?**
(ক) S = ϕ ● S = R (গ) S = N (ঘ) S = Z

১৭.



চিত্র অনুযায়ী image set কোনটি?

ক $\{1, 2, 3\}$ খ $\{2, 3, 5\}$ ● $\{3, 4, 5\}$ ঘ $\{1, 3, 5\}$

১৮. $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{4, 5, 6\}$ হলে–

i. $A \cup B = \{x : x \in N$ এবং $x < 7\}$
ii. $A \cap B = \varphi$
iii. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

১৯. $A \subset B$ হলে–

i. $A \cup B = B$
ii. $B \backslash A = \varphi$
iii. $A \cap B = A$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

২০. $n(A) = n(B)$ হলে–

i. A ও B সান্ত সেট
ii. A ও B সেটদ্বয়ের উপসেটের সংখ্যা সমান
iii. A ও B সমতুল সেট

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii গ i ও ii ● i, ii ও iii

২১. যেকোনো সার্বিক সেট U এর জন্য–

i. $A \backslash A = \varphi$
ii. $A \backslash (A \backslash A) = A$
iii. $A \backslash (A \backslash A) = \Phi$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

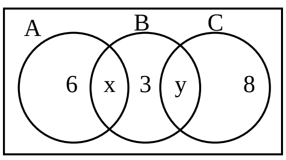
২২. সার্বিক সেট $U = \{x \in Z : 0 < x \leq 10\}$ এর দুইটি উপসেট $A = \{x \in Z : 3 < x \leq 10)$ এবং $B = \{x \in Z : 0 < x < 7\}$ হলে–

i. $A' \subseteq B$
ii. $B' \not\subset A$
iii. $A \not\subset B$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এর প্রতিটি উপসেটের উপাদান সংখ্যা দেখানো হলো। $U = A \cup B \cup C$.

২৩. $n(B) = n(c)$ হলে x এর মান কত?

● 5 খ 6 গ 4 ঘ 11

২৪. $n(B \cap C) = n(A \cap B')$ হলে, y এর মান কত?

ক –6 খ –5 গ 5 ● 6

২৫. $A = \{x \in N : 6 < 2x < 17\}$ সেটটির P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত?

ক 2^3 খ 2^4 ● 2^5 ঘ $2^4 + 1$

২৬. $A = \{1\}$ হলে, A এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?

ক 3 খ 2 গ 1 ● 0

২৭. A এর প্রকৃত উপসেট B হলে, কোনটি সঠিক?

ক $A \leq B$ খ $B \leq A$ ● $B < A$ ঘ $A < B$

২৮. $A \sim B$ দ্বারা কী বুঝায়?

ক A ও B সেটের বিয়োগফল খ A ও B সমতুল সেট
● A ও B সমান সেট ঘ A ও B প্রায় সমান

২৯. $A = \{a, b\}, B = \{0\}$ হলে $A \cap B$ = কত?

ক $\{a, 0, b\}$ খ $\{a, b\}$ গ $\{0\}$ ● $\{ \}$

৩০. যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ হলে $A' \cap B'$ = কোনটি?

ক $\{3\}$ খ $\{2\}$ গ $\{1, 2\}$ ● ϕ

৩১. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে। দুইটি ভাষার অন্তত একাট ভাষা কত জন বলতে পারে?

ক 50 জন খ 55 জন ● 60 জন ঘ 70 জন

৩২. $S = \{(1, 5), (2, 10), (5,3), (3,4)\}$ হলে, S^{-1} এর ডোমেন কোনটি?

● $\{1, 2, 5, 3\}$ খ $\{5, 10, 3, 4\}$ গ $\{1, 5, 4\}$ ঘ $\{5, 3, 4\}$

৩৩. $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ এবং $B = \{-1, 0, 2\}$ হলে $A - B$ = ?

ক $\{2\}$ খ $\{0, 2, -1\}$ গ $\{1, 3, 2\}$ ● $\{1, 3, 5\}$

৩৪. 1, 2, 3 .... n / ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ / 2, 4, 6 .... 2n চিত্র অনুসারে N এবং A পরস্পর–

● সমতুল সেট খ সংযোগ সেট
গ অনন্ত সেট ঘ নিশ্ছেদ সেট

৩৫. $B = \{1, 2, 3, 4\}$ প্রকাশের পদ্ধতি কোনটি?

ক বর্ণনা পদ্ধতি ● তালিকা পদ্ধতি
গ সেট গঠন পদ্ধতি ঘ রোস্টার পদ্ধতি

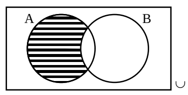
৩৬. A ও B সমতুল সেট এবং B ও C সমতুল সেট হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক A, C এর উপসেট খ $A \neq C$
● A ও B সমতুল সেট ঘ $A = P, C = Q$

৩৭. A ও B যেকোনো সেটের জন্য নিচের কোনটি সত্য?

ক $(A \cap B)' = A' \cap B'$ খ $(A \cup B)' = A \cup B$
গ $(A \cap B) = A' \cap B'$ ● $(A \cap B)' = A' \cup B'$

৩৮.



ভেনচিত্রের রেখাংকিত অংশ কোন সেট নির্দেশ করে?

ক $A \cap B$ খ $A' \cap B$ ● $A \cap B'$ ঘ $A' \cap B'$

৩৯. যদি U সঠিক সেট হয়, তবে p সেটের পূরক সেট p′ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? [ক্যান্টনমেন্ট পবলিক স্কুল, জাহানাবাদ, খুলনা]

ক $p' = \{x : x \in p, x \in U\}$ ● $p' = \{x : x \notin p, x \in U\}$
গ $P' = \{x : x \in, x \notin U\}$ ঘ $P' = \{x : x \in p, \notin U\}$

৪০. বাস্তব সংখ্যার সেটকে কী দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

(ক) N ● R (গ) Z (ঘ) Q

৪১. $A \cap B = B$ এবং A, B সমান না হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $A \subset B$ ● $B \subset C$ (গ) $A \cup B$ (ঘ) $B \subseteq A$

৪২. $A \cup B = \phi$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $A = \phi, B = U$ ● $A = \phi, B = \phi$

(গ) $A = U, U \subset B$ (ঘ) $B = \subset A$

৪৩. $A \cup \phi = U$ হবে যদি–

● $A = U$ (খ) $A \subset U$ (গ) $A = \phi$ (ঘ) $A' = U - A$

৪৪. $A \cup \phi = \phi$ হবে যদি–

(ক) $A = U$ (খ) $U \subset A$

(গ) $A = U - \phi$ ● $A = \phi$

৪৫. x = (a, b, c, d} হলে, X এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

(ক) 4 ● 14 (গ) 15 (ঘ) 16

৪৬. A = Q হলে, P(A) এর মান কোনটি?

(ক) φ (খ) {} ● {φ} (ঘ) {0}

৪৭. A = {1, 2, 3, 4} হলে, A এর প্রকত সেট কতটি?

(ক) 12 ● 14 (গ) 15 (ঘ) 16

৪৮. A এর পূরক সেট A' হলে, $A \cup A'$ = কত?

(ক) A (খ) A' ● U (ঘ) ϕ

৪৯. A = {1, 2, 3} এবং B = {1, 2, 3, 4} দুইটি সেট হলে, নিচের কোন যুক্তিটি সঠিক?

(ক) $A \supset B$ ● $A \subset B$ (গ) $A \not\subset B$ (ঘ) $A \supseteq B$

৫০. যদি n(A) = p, n(B) = q এবং $A \cap B = \varnothing$
$n(A \cup B)$ = কত?

● p + q (খ) p – q (গ) $\frac{p+q}{2}$ (ঘ) $\frac{p-q}{2}$

৫১. A = {a, b, c, d} সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি?

(ক) 8 (খ) 10 ● 16 (ঘ) 20

৫২. সেট সম্পর্কে প্রথম ধারণা দেন কে?

(ক) নিউটন (খ) আল খারিজমি

(গ) জন ভেন ● জর্জ ক্যান্টর

৫৩. যদি A, B এর প্রকৃত উপসেট হয়, তবে নিম্নের কোনটি সঠিক?

(ক) $A \supset B$ এবং $A \neq B$ ● $A \subset B$ এবং $A \neq B$

(গ) $A \in B$ এবং $A \neq B$ (ঘ) $X \in A$ এবং $X \in B$

৫৪. যদি A ও B যেকোনো দুইটি সেট হয়, তবে A\B কে নিম্নের কোনভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়?

(ক) $\{x : x \in A$ এবং $y \notin B\}$ (খ) $x : x \in A$ এবং $y \notin B$

(গ) $\{x : x \in A$ এবং $y \in B\}$ ● $\{x : x \in A$ এবং $X \notin B\}$

৫৫. যদি $A \subset B$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $A \cap B = B$ ● $A \cup B = B$

(গ) $A \cup B = A$ (ঘ) $A \cup B = A \cap B$

৫৬. C ও D যেকোনো সেট হলে, C = D হবে যদি ও কেবল যদি–

● $C \subset D$ এবং $D \subset C$ হয় (খ) $D \subset D$ এবং $C \subset D$ হয়

(গ) $C \not\subset D$ এবং $D \subset C$ হয় (ঘ) $C \subset D$ এবং $C \in D$ হয়

৫৭. S সেটের পূরক সেট S′ হলে, নিচের কোনটি সঠিক যখন U সার্বিক সেট?

(ক) $A' = \{x : x \in S, X \in U\}$ (খ) $A' = \{x : x \notin S, X \notin U\}$

(গ) $A' = \{x : x \in S, x \notin U\}$ ● $A' = \{x : x \notin S, x \in U\}$

৫৮. A′ বলতে কী বোঝায়?

(ক) A = U ● U\A (গ) A\U (ঘ) A\A

৫৯. $A = \{x : x \in N, x < 6$ সেটটির শক্তি সেটের সদস্য সংখ্যা কত?

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 16 ● 32

৬০. A = {1, 2, 3, 4} হলে, এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?

● 2^4 (খ) 2^x (গ) $2^4 - 1$ (ঘ) $4^2 - 1$

৬১. P = {2, 4} ও Q = {2, 4, 6} সেট হলে–

i. $P \in Q$
ii. $P \subset Q$
iii. $x \in P \rightarrow x \in Q$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. কোন সেটের সদস্য সংখ্যা 2n হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে 4^n
ii. সকল সংখ্যার সেট $Q = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in z, q \neq 0\right\}$
iii. $a, b \in R :]a, b[= \{x : x \in$ এবং $a < x < b\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

৬৩. যেকোনো সার্বিক সেট U এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

i. $A \backslash A = \phi$ ii. $A \backslash (A/A) = A$
iii. $A \backslash (A \backslash A) = \phi$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৪. $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ হলে–

i. A = {1, 2} B = {2, 3}
ii. A = {1, 3} B = {1, 2, 3}
iii. A = {1, 2, 3} B = {1, 2}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

৬৫. সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A এবং $B = \phi$ এর জন্য–

i. $A \cup A' = U$
ii. $A \cup B = A$
iii. $A \cup B = B$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৬. $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ রাশিটি–

i. সমমাত্রিক
ii. প্রতিসম
iii. চক্র–ক্রমিক

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) ii ও iii (খ) i ও ii ● i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৭. যদি x(A) = p, x (B) = q এবং $A \cap B = \phi$ হয় তবে–

i. $x(A \cup B) = p + q$
ii. $x(A \cup B) = p - q$
iii. $x(A \cap B) = p + q$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i   ⓖ ii   ⓖ i ও ii   ⓘ i, ii ও iii

৬৮. সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য—

i. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii. $(A \cap B)' = A' \cup B'$

iii. $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii   ⓖ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭৬ ও ১৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$U = \{x : x$ পূর্ণসংখ্যা, $0 < x \le 10\}$

$P = [x : 2x < 7\}$ ও $Q = \{x : 3x < 20\}$ তিনটি সেট

৬৯. $Q' = ?$

ⓚ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ⓖ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

● $\{7, 8, 9, 10\}$ ⓘ $\{6, 7, 8, 9, 10\}$

৭০. Q এর সাথে P এর সম্পর্ক কোনটি?

ⓚ $Q' \subset P$ ● $Q' \not\subset P$ ⓖ $P \subset Q'$ ⓘ $Q' \neq A$

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$U = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা$\}$

$P = \{x : x \le 3\}$

৭১. P′ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

● $P' = \{x : 5x > 16\}$ ⓖ $P' = \{x : x \notin P, x \notin U\}$

ⓖ $P' = \{x : x \notin U, x \in P\}$ ⓘ $P' = \{x : 5x < 16\}$

৭২. P এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

ⓚ 6   ● 7   ⓖ 8   ⓘ 9

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $A = \{x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$ যেখানে $a, b \in R$.

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b) x + ab = 0\}$

A –তে প্রদত্ত সমীকরণ

$x^2 - (a + b) x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা, $(x - a) (x - b) = 0$

হয়, $x - a = 0$ অথবা $x - b = 0$

$\therefore x = a$ $\therefore x = b$

$\therefore$ A সেটের উপাদানসমূহ a এবং b **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 3\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$

এখন, $P(B \cap C) = \{\{2\}, \phi\}$

আবার, $P(B) = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{3\}, \phi\}$

এবং $P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \phi\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \phi\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ **(দেখানো হলো)**

গ. এখানে, $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(a, 2) (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{2, 3\}$

$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b ,3)\}$

এবং $A \times C = \{a, b) \times \{2, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$= \{a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–২ ▸ $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - 9x + 20 = 0\}$

$B = \{5, 6\}$ এবং $C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $6 \le x \le 12\}$.

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা কত লেখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - 9x + 20 = 0\}$

A– তে প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 - 9x + 20 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 5x + 20 = 0$

বা, $x(x - 4) - 5(x - 4) = 0$

বা, $(x - 4) (x - 5) = 0$

$\therefore A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x = 4, 5\}$

তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে, $A = \{4, 5\}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

এবং $C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $6 \le x \le 12\}$

6 থেকে 12 মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 এবং 11

C এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ, $C= \{7, 11\}$

$\therefore B \cup C = \{5, 6\} \cup \{7, 11\} = \{5, 6, 7, 11\}$

$B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$\therefore P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^4 = 16$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

'ক' হতে পাই, $A = \{4, 5\}$

$P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \phi\}$

$P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \phi$

$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{5\}, \phi\}$

আবার, $A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$

$P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \phi\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৩ ▸ চট্টগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম

আলো, 32 জন ডেইলী স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলী স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদা এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

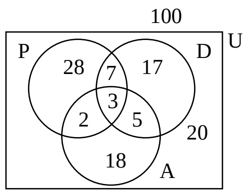
ক. তথ্যগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না? ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে? ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ধরি, U = সকল শিক্ষার্থীর সেট

P = যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট

D = যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট

A = যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট

$n(U) = 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28, n(P \cap D) = 10, n(D \cap A) = 8, n(P \cap A) = 5, n(P \cap D \cap A) = 3$

খ. শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট U

প্রশ্ন–৪ ▸ $U\{x : x \in Z^+, 1 \leq x \leq 20\}$,

A = {x : x, 2 এর গুণিতক}

B = {x : x, 5 এর গুণিতক}

এবং C = {x : x, 10 এর গুণিতক}

ক. উদ্দীপকের সেটগুলো কোন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়েছে? ২

খ. সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

গ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে $C \subset A$, $B \subset A$ এবং $C \subset B$ এর সত্য বা মিথ্যা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপকের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়েছে।

খ. দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in Z^+, 1 \leq x \leq 20,\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

A = {x : x, 2 এর গুণিতক}

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

B = {x : x, 5 এর গুণিতক}

$= \{5, 10, 15, 20\}$

C = {x : x, 10 এর গুণিতক}

$= \{10, 20\}$

গ. 'খ' হতে পাই, $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$B = \{5, 10, 15, 20\}$

এবং $C = \{10, 20\}$

এখন, $C \subset A$ এর অর্থ হলো C সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, C সেটের সকল উপাদান বা সদস্য A সেটেরও সদস্য হবে।

এখানে, C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য।

তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর

সেট = $(P \cup D \cup A)$

∴ তিনটি পত্রিকার একটিও পড়ে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(U) - n(P \cup D \cup A)$

$= n(U) - [n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - n(P \cap A) + n(P \cap D \cap A)]$

$= 100 - [40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3]$

$= 100 - 80 = 20$

∴ 20 জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না। **(Ans.)**

গ. তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট = $(P \cap D \cap A)$

শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A)$

$= (10 - 3) = 7$

শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A)$

$= 8 - 3 = 5$

শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A)$

$= 5 - 3 = 2$

∴ কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

= 7 + 5 + 2 জন = 14 জন। **(Ans.)**

সুতরাং $C \subset A$ তথ্যটি সত্য।

আবার, $B \subset A$ এর অর্থ হলো B সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, B এর সকল সদস্য A সেটের সদস্য হবে।

এখানে, B সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য নয়।

সুতরাং $B \subset A$ তথ্যটি মিথ্যা।

এবং $C \subset B$ এর অর্থ হলো C সেট B এর প্রকৃত উপসেট।

অর্থাৎ C সেটের সকল সদস্য B সেটের সদস্য হবে।

এখানে, C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য B সেটেরও সদস্য।

সুতরাং $C \subset B$ তথ্যটি সত্য।

প্রশ্ন–৫ ▸ সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B ও C.

ক. $A \subset B$ হলে দেখাও যে, $A \cup B = B$. ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, $x \in A \cup B$

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$

$\therefore A \cup B \subset B$

আবার, ধরি, $x \in B$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A$ [$\because A \subset B$]

বা, $x \in A \cup B$

$\because B \subset A \cup B$

$\therefore A \cup B = B$

∴ $A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cup B = B$ **(দেখানো হলো)**

খ. ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C)$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

বা, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

বা, $x \in (A' \cap B' \cap C')$

$\therefore (A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

বা, $x \notin (A \cup B \cup C)$

বা, $x \in (A \cup B \cup C)'$

$\therefore A' \cap B' \cap C' \subset (A \cup B \cup C)'$

সুতরাং $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ **(দেখানো হলো)**

গ. মনে করি, $x \in A \cap (B \cap C)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

বা, $x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

বা, ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

বা, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$\therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$

আবার, মনে করি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

তাহলে, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

বা, ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

বা, $x \in A \cap (B \cap C)$

$\therefore (A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$

সুতরাং $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৬ ▸ $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in N\}$ একটি সেট।

ক. তালিকা পদ্ধতিতে N কে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সেটটি N এর সমতুল। ৪

গ. প্রদত্ত সেটের একটি প্রকৃত উপসেট বর্ণনা কর যা প্রদত্ত সেটের সমতুল। ৪

▸◂ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. তালিকা পদ্ধতিতে $N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

খ. S –এর বর্ণনাকারী রাশি $= 3^n$

$n = 0, 1, 2, 3, 4$ .... ইত্যাদি বসিয়ে পাই;

$n = 0$ হলে, $3^n = 3^0 = 1$

$n = 1$ হলে, $3^n = 3^1 = 3$

$n = 2$ হলে, $3^n = 3^2 = 9$

$n = 3$ হলে, $3^n = 3^3 = 27$

....

....

$n = n$ হলে, $3^n = 3^n$

$\therefore S = \{1, 3, 9, 27, ...\}$

আবার, $N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

S ও N-এর মধ্যে এক–এক মিল নিম্নরূপ :

N : 1, 2, 3, 4, ...

⇕ ⇕ ⇕ ⇕

S : 1, 3, 9, 27, ...

অতএব, S সেটটি N–এর সমতুল সেট। **(দেখানো হলো)**

গ. ধরি, F সেটটি S –এর একটি প্রকৃত উপসেট যার উপাদান সংখ্যা S–এর উপাদানের সমান নয়।

ধরি, $F = (3^{2n} : n = 0$ অথবা $n \in N\}$

F এর বর্ণনাকারী রাশি $= 3^{2n}$

$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5,$ ....বসিয়ে পাই,

$n = 0$ হলে, $3^{2n} = 3^{2\cdot0} = 1$

$n = 1$ হলে, $3^{2n} = 3^{2\cdot1} = 9$

$n = 2$ হলে, $3^{2n} = 3^{2\cdot2} = 81$

$n = 3$ হলে, $3^{2n} = 3^{2\cdot3} = 729$

....

....

$n = n$ হলে, $3^{2n} = 3^{2n}$

$\therefore F = \{1, 9, 81, 729, ...\}$

এবং $S = \{1, 3, 9, 27 ....\}$

F ও S এর মধ্যে এক–এক মিল নিম্নরূপ :

F : 1, 9, 81, 729, ...

⇕ ⇕ ⇕ ⇕

S : 1, 3, 9, 27, ...

অতএব, F সেট S সেটের সমতুল। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৭ ▸ কোনো শ্রেণির 30 জন ছাত্রের 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো সান্ত সেটের সজ্ঞানুসারে বর্ণনা কর। ২

খ. কতজন ছাত্র দুইটি খেলাই পছন্দ করে? ৪

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র দুইটি খেলার একটি পছন্দ করে? ৪

▸◂ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ধরি, সকল ছাত্রের সেট S,

ফুটবল পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট F,

ক্রিকেট পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট C,

যেহেতু প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।

প্রশ্নমতে, $S = F \cup C$

$n(S) = 30$

$n(F) = 20$

$n(C) = 15$

খ. ‘ক’ হতে পাই, $n(S) = 30$

$\therefore n(F \cup C) = 30$

তখন, $n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C)$

বা, $30 = 20 + 15 - n(F \cap C)$

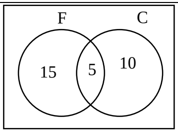
বা, $30 = 35 - n(F \cap C)$

বা, $n(F \cap C) = 35 - 30$

$\therefore n(F \cap C) = 5$

অর্থাৎ, দুটি খেলাই পছন্দ করে 5 জন ছাত্র। **(Ans.)**

গ. ‘খ’ থেকে পাই, $n(F \cap C) = 5$



ভেনচিত্র থেকে,

কেবলমাত্র ফুটবল খেলতে পছন্দ করে

$= n(F) - n(F \cap C) = (20 - 5) = 15$ জন

এবং কেবলমাত্র ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে

$= n(C) - n(F \cap C) = (15 - 5) = 10$ জন

$\therefore$ কেবলমাত্র একটি খেলা পছন্দ করে $= (15 + 10)$ জন

$= 25$ জন **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন– ৮ ▸ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$

$T = \{ x : x \in R$ এবং $x(x + 2) = x^2 + 2x\}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. $(A \cup B)'$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' = A' \cup B'$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. 2 ও 3; **খ.** $\{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

প্রশ্ন–৯ ▸ যেকোনো সেট A, B ও C এর জন্য দেখাও যে,

ক. $(A \backslash B) \subset A$ ২

খ. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

গ. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ৪

প্রশ্ন–১০ ▸ কোনো শ্রেণির 40 জন ছাত্রের 25 জন ভলিবল ও 18 জন বাস্কেটবল খেলা পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুটি খেলার অন্তত একটি পছন্দ করে।

ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি প্রকাশ কর। ২

খ. কতজন ছাত্র দুটি খেলাই পছন্দ করে? ৪

গ. কতজন ছাত্র দুটি খেলার কেবলমাত্র ১টি পছন্দ করে? ৪

উত্তর : খ. 3 জন ; **গ.** 37 জন।

প্রশ্ন–১১ ▸ কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীদের মধ্যে অর্থনীতি, ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে 19 জন, 17 জন ও 11 জন। অর্থনীতি ও ভূগোল, অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে 12 জন, 7 জন এবং 5 জন। 2 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে।

ক. উপরের তথ্যগুলোকে প্রতীকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. কমপক্ষে একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪

গ. কেবলমাত্র একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪

উত্তর : খ. 25 জন; **গ.** 5 জন।

প্রশ্ন–১২ ▸ $A = \{ x : x$ পূর্ণসংখ্যা $-2 \le x < 1\}$ এবং $B = \{ x : x$ মৌলিক সংখ্যা $24 \le x \le 28\}$

ক. A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$. ৪

গ. A ও B দ্বারা গঠিত সার্বিক সেটের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $A \subseteq B$. ৪

উত্তর : ক. $A = \{-2, -1, 0\}$ এবং $B = \{\ \}$

প্রশ্ন–১৩ ▸ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$Q = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$

ক. P কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $(P \cup Q)^c$ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$ এবং $(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c$. ৪

উত্তর : ক. $\{2, 3\}$; **খ.** $\{1, 5, 6, 7, 8\}$

প্রশ্ন–১৪ ▸ $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3\}$ দুইটি সেট।

A সেটের সাথে B সেটের এক–এক মিল আছে।

ক. P (A) এবং P(B) নির্ণয় কর। ২

খ. $A \times B$ এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়ের প্রথম পদের সাথে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে এর মধ্যে একটি এক–এক মিল স্থাপিত হয়। যেখানে $a \leftrightarrow 2$। ৪

গ. A ও B সেটের মধ্যে সম্ভাব্য এক এক মিল বর্ণনা কর এবং $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পদ্ধতি বর্ণনা কর।

উত্তর : ক. $P(A) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\} \{b\} \{c\}, \varnothing\}$

$P(B) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \varnothing\}$

প্রশ্ন–১৫ ▸ সেটের বর্ণনার ক্ষেত্রে সার্বিক সেট, উপসেট, সেটের সংযোগ, ছেদ ইত্যাদি ভেনচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা যায়।

ক. সার্বিক সেট ও প্রকৃত উপসেট কাকে বলে? ২

খ. দেখাও যে, বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A = \{ 1, 3, 5, 7, ...\}$ একটি অনন্ত সেট। ৪

গ. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে, দুটি ভাষার অন্তত একটি ভাষা বলতে পারে কতজন?

উত্তর : গ. 60 জন। ৪

অনুশীলনী ১.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **অন্বয়** (Relation) **:** X ও Y সেট হলে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট $X \times Y$ এর কোনো উপসেটকে X হতে Y এর একটি অন্বয় বলা হয়। অর্থাৎ $R \subseteq X \times Y$ হলো X হতে Y এ বর্ণিত অন্বয়।
- **ফাংশন** (Function) : প্রত্যেকটি ফাংশনই এক একটি অন্বয়। যদি কোনো অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় না থাকে, তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলা হয়। যেমন : S = {(2, 2) (2, 4) (2, 10) (5, 10) (7, 7)} অন্বয়টি একটি ফাংশন। এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন।
- **ডোমেন ও রেঞ্জ :** ফাংশনের S এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর উপাদানসমূহের সেটকে S এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে S এর রেঞ্জ বলে। S এর ডোমেনকে ডোম S এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ S লিখে প্রকাশ করা হয়।
- **এক–এক ফাংশন :** যদি কোনো ফাংশনের অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে ফাংশনটিকে এক–এক ফাংশন বলা হয়।
  ফাংশন বলা হবে যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হয়।
  বা, $x_1 = x_2$ যেখানে $x_1, x_2 \in A$ একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$ কে এক–এক ফাংশন বলা হয়।
- **সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন** (Onto Function) **:** একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$-কে সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন বলা হবে যদি প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি $a \in A$ পাওয়া যায় যেন $f(a) = b$ হয়।
- **বিপরীত ফাংশন** (Inverse Function) **:** যদি $f : A \rightarrow B$ একটি এক–এক ফাংশন এবং অনটু ফাংশন হয় তাহলে একটি ফাংশন $f^{-1} : B \rightarrow A$ বিদ্যমান আছে যেখানে প্রত্যেক $b \in B$ এর একটি অনন্য $f^{-1}(b) \in A$ বিদ্যমান। তবে f^{-1} কে f এর বিপরীত ফাংশন বলা হয়।

ফাংশনের সূত্র :

(i) ফাংশন $f : A \rightarrow B$
(ii) বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : B \rightarrow A$
(iii) সরলরৈখিক ফাংশন $f(x) = mx + b$
(iv) দ্বিঘাত ফাংশন $y = ax^2 + bx + c$
(v) বৃত্তের সমীকরণ, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
(vi) সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা
(vii) দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা
(viii) বৃত্তের লেখচিত্র বৃত্তাকার পথ

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **$f(x) = \frac{2x}{x - 4}$ [x ≠ 4] দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য $f(10)$ = কত?**

ক 10 খ 5 ● $\frac{10}{3}$ ঘ $\frac{3}{10}$

২. **$f(y) = \sqrt{1 - y}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনটি কোন মানের জন্য অসংজ্ঞায়িত?**

ক $f(-3)$ খ $f(0)$ গ $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ● $f(2)$

৩. **$F(a) = \sqrt{a - 3}$ হলে, F(12) = কত?**

ক $\sqrt{12}$ খ 9 ● 3 ঘ –3

৪. $f(x) = \frac{x}{x-2}, x \neq 2$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত?

● 4 (খ) 3 (গ) 1 (ঘ) 0

৫. $f(x) = \frac{1}{x}$ এর ডোমেন কোনটি?

● $R\backslash\{0\}$ (খ) R (গ) R_+ (ঘ) R_-

৬. $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি?

(ক) {0, 1} (খ) {–1, 1} (গ) R ● R – {0}

৭. $\{(-3, -3), (-1, 1), (0, 1), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right)$ অন্বয়ের রেঞ্জ কোনটি?

(ক) $\left\{-3, -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ (খ) $\left\{-3, -1, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$

● $\left\{-3, -1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$ (ঘ) $\left\{-3, -1, 0, \frac{1}{2}\right\}$

৮. যদি $S = \{(x, y) : x \in A$ এবং $y \in A$ এবং $y = x^2\}$ যেখানে $A = \{-1, 0, 1)$ এর জন্য ডোমেন কত হবে?

(ক) {0, 1} (খ) {–1, 0} ● {– 1, 0, 1} (ঘ) {0, 1, – 2}

৯. $F(x) = \sqrt{x-1}$ ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি?

(ক) $\{x \in R : x \leq 1\}$ (খ) $\{x \in R : x \geq -1\}$
(গ) $\{x \in R : x \leq -1\}$ ● $\{x \in R : x \geq 1\}$

১০. $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$ হলে, $f(-2)$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{5}{3}$ (খ) $-\frac{1}{5}$ (গ) $-\frac{1}{5}$ ● $\frac{5}{3}$

১১. S = {(4, 3), (5, 10), (6, 5)} অন্বয়ের রেঞ্জ কোনটি?

(ক) {4, 5, 6} ● {3, 10, 5}
(গ) {4, 3, 5, 10, 6, 5} (ঘ) {3, 4, 5, 6, 10}

১২. $F(x) = \sqrt{1-x}$ ফাংশনের ডোমেন কোনটি?

(ক) $\mathbb{R}$ (খ) $\mathbb{R} - 1$
● $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$ (ঘ) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$

১৩. $F(x) = 3x + 1, 0 \leq 0 \leq 2$ হলে, উক্ত ফাংশনের রেঞ্জ হবে–

(ক)]0, 2] ● [1, 7] (গ)]1, 7[(ঘ) [0, 2[

১৪. $y = F(x) = \frac{1}{x-2}$ হলে, x এর কোন শর্তে F(x) এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে?

(ক) $x < 2$ (খ) $x > 2$ (গ) $x \geq 2$ ● $x \neq 2$

১৫. F = {(2, – 1), (3, – 2), (4, – 2)} হলে–

i. F একটি ফাংশন ii. F ফাংশনটি এক–এক
iii. F অন্বয়ের রেঞ্জ {–1, –2}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii ● i ও iii (ঘ) ii ও iii

১৬. $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ এর ডোমেন–

i. $\{x \in R : x \neq 2\}$ ii. $\{x \in R : x > 2$ অথবা $x < 2\}$
iii. R – {2}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৭. যদি S = {(1, – 1), (2, – 2), (3, – 2), (7, – 9)} হয় তবে–

i. S অন্বয়টি একটি ফাংশন
ii. S অন্বয়টি একাটি এক–এক ফাংশন
iii. S এর রেঞ্জ {–1, –2, –9}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. $f(x) = 2x + 2$ হলে, $f^{-1}(0)$ = কত?

(ক) $\frac{x-2}{2}$ (খ) 2 (গ) 0 ● – 1

১৯. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ হলে S-অন্বয়ের ডোমেন কোনটি?

(ক) {–1,0,1} (খ) {–2,–1,0} (গ) {0,1,2} (ঘ) {–1, 2 ,0}

২০. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ এবং $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ হলে, নিচের কোনটি S অন্বয়ের সদস্য?

(ক) (2, 4) (খ) (–2, 4) ● (–1, 1) (ঘ) (1, –1)

২১. S = {(2, 4), (2, 2) , (2, 3)} হলে ডোম S কোনটি?

(ক) {2, 2, 2} (খ) {4, 2 3} (গ) {4} ● {2}

২২. $F(x) = \sqrt{1-x}$ হলে F(–3) এর মান কোনটি?

● 2 (খ) 2 (গ) $\sqrt{-3}$ (ঘ) $\sqrt{-2}$

২৩. যখন a > 0 তখন প্রদত্ত অসমতাটির সমাধান কোনটি?

(ক) $x < \frac{c}{a} - b$ ● $x > \frac{c}{a} - b$ (গ) $x < \frac{c}{a} + b$ (ঘ) $x > \frac{c}{a} + b$

২৪. যখন a < 0 তখন প্রদত্ত অসমতাটির সমাধান কোনটি?

(ক) $x < \frac{c}{a} + b$ (খ) $x > \frac{c}{a} - b$ (গ) $x > \frac{c}{a} + b$ ● $x < \frac{c}{a} - b$

২৫. $x^2 - 4x + 4 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান কত?

(ক) 8 (খ) 0 (গ) – 8 ● – 16

২৬. $f : x \rightarrow 4x + 2$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন {–1, 3, 0} এর জন্য ফাংশনটির ইমেজ সেট কোনটি?

{–2, 3,5} {–2 ,14,18} ● {–2, 14,2} {–2, 14, 22}

২৭. R = {(x, y) : x + y = 3} অন্বয়ের লেখচিত্র কিরূপ?

● সরলরেখা (খ) বৃত্ত (গ) উপবৃত্ত (ঘ) পরাবৃত্ত

২৮. কোনটি এক–এক ফাংশন নয়?

● $F(x) = x^2$ (খ) $F(x) = 5x - 3$
(গ) $F(x) = \frac{1}{2x-3}$ (ঘ) $F(x) = \log x$

২৯. $f(x) = x + 2$ হলে $f^{-1}(x)$ = কত?

(ক) $\frac{x-2}{2}$ ● $x - 2$ (গ) $2x - 1$ (ঘ) $x + 2$

৩০. $P(x) = \sqrt{1-x}$ হলে, F(–5) এর মান কত?

(ক) 2 ● $\sqrt{6}$ (গ) $\sqrt{-4}$ (ঘ) $\sqrt{-5}$

৩১. F = {(–2), 4}, (–1, 1), (0, 0), (1, 1), 2, 4)} অন্বয়টির ডোমেন নিম্নের কোনটি?

● {–2, –1, 0, 1, 2} (খ) {4, 13, 1, 4}
(গ) {1, 0, 4} (ঘ) {–2, –4, 1, 2}

৩২. $F(x) = \sqrt{1-2x}$ ফাংশনটির ডোমেন কোনটি?

● $\{x \in R: x \leq \frac{1}{2}\}$ (খ) $\{x \in R : x \leq 1\}$

(গ) $\{x \in R : x \leq 2\}$ (ঘ) $\{x \in R: x \geq \frac{1}{2}\}$

৩৩. $f(x) = \sqrt{1-x}$ ফাংশনের ডোমেন কত?

(ক) $\mathbb{R}$ (খ) $\mathbb{R} - \{1\}$ ● $x \leq 1$ (ঘ) $x \geq 1$

৩৪. $y = 2^x$ ফাংশনটি নিচের কোন বিন্দুগামী?

(ক) (1, 4) (খ) (0, 2) (গ) (0, 0) ● (0, 1)

৩৫. $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$ হলে রেঞ্জ f = কত?

● [0, 2] (খ) [1, 7] (গ) {0, 2} (ঘ) {1, 9}

৩৬. F (x) = |x| ফাংশনটি–

(ক) এক–এক ● এক–এক নয় (গ) পূরক সেট (ঘ) সার্বিক সেট

৩৭. S = {(x, y) : y = –2} লেখচিত্র–

(ক) অন্বয় (খ) ফাংশন

● ফাংশন নয় (ঘ) এক–এক ফাংশন

৩৮. S = {(x, y) : $x^2 + y^2 = 9, x \ge 0$} এর লেখচিত্র–

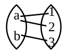
● বৃত্ত (খ) অর্ধবৃত্ত (গ) উপবৃত্ত (ঘ) পরাবৃত্ত

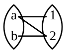
৩৯. $F(x) = \sqrt{1 - x}$ ফাংশনটির ডোমেন কোনটি?

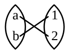
(ক) {x : x ∈ R এবং x ≥ 1} (খ) {x ∈ R : x ≥ 1}

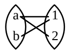
● {x ∈ R : x ≤ 1} (ঘ) {x ∈ R : x > 1}

৪০. নিচের কোন অন্বয়টি ফাংশন?

(ক) 

(খ) 

● 

(ঘ) 

৪১. $f : R \to R$ কে $f(x) = x^2 + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলো। f^{-1} (5) নিচের কোনটি?

(ক) {4, – 4} ● {2, – 2} (গ) {26, – 26} (ঘ) {25, – 25}

৪২. $F(x) = \dfrac{1}{x-2}$ হলে x এর কোন শর্তে F(x) এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে?

(ক) x > 2 (খ) x < 2 (গ) x ≥ 2 ● x ≠ 2

৪৩. $F : A \to B$ এবং F(A) = B হলে F ফাংশনটি কোন ধরনের ফাংশন?

(ক) এক–এক ● সার্বিক

(গ) এক–এক সার্বিক (ঘ) বিপরীত

৪৪. $f(x) = \dfrac{3}{x-1}, x \ne 1$ হলে $f^{-1}(3)$ এর মান কত?

● 2 (খ) 3 (গ) 5 (ঘ) 6

৪৫. $f(x) = x^2$ এর ডোমেনের সেট নিচের কোনটি?

● R (খ) N (গ) Q (ঘ) Q′

৪৬. $f(x) = x^3$ ফাংশনের ডোমেন {0, 3} হলে রেঞ্জ কত?

(ক) 0 (খ) 27 ●{0, 27} (ঘ) {3, 27}

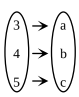
৪৭. S = {(x, y)} : $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{25} = 1$} অন্বয়টির লেখচিত্র নিচের কোনটি?

(ক) বৃত্ত (খ) সরলরেখা (গ) পরাবৃত্ত (ঘ) উপবৃত্ত

৪৮. $f : R \to R$ যেখানে $f(x) = \dfrac{4x-9}{x-2}$ হলে $f^{-1}(1)$ = ?

● $\dfrac{7}{3}$ (খ) $\dfrac{8}{3}$ (গ) $\dfrac{10}{3}$ (ঘ) $\dfrac{11}{3}$

৪৯. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর যেখানে $F : x \to Y$



i. x এর মানগুলোকে নিয়ে গঠিত সেটকে ডোমেন বলে

ii. রেঞ্জ = {a, b, c}

iii. ডোমেন = {a, b, c, m, n}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

৫০. $y = f(x) = \dfrac{x}{|x|}$

i. এটি x = 0 এর জন্য অসংজ্ঞায়িত

ii. ডোমেন = d – {0}

iii. রেঞ্জ = {–1, 1}

নিচের কোনটি সঠিক?

● i, ii ও iii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i ও ii

৫১. $f(x) = x^3$ একটি ফাংশন হলে–

i. ফাংশনটি এক–এক

ii. ফাংশনটি সার্বিক

iii. ফাংশনটি এক–এক কিন্তু অনটু নয়

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫২. $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$ ফাংশনটি–

i.সরলরৈখিক ফাংশন

ii. ডোমেন [0, 1]

iii. রেঞ্জ [1, 7]

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

৫৩. $f(x) = \{(x, y) \in R^2 : y = \sqrt{x}\}$ হলে–

i. F ফাংশন নয়

ii. F এক–এক ফাংশন

iii. F সার্বিক ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৪. $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$ ফাংশন হলে–

i. x = 2 এর জন্য $f(x)$ অসংজ্ঞায়িত

ii. ডোম f = R – {– 2}

iii. $f^{-1}(2) = 4$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৫. $f(x) = \dfrac{1}{x(x-1)}$ হলে $f(x)$ –

i. এর ডোমেন = R – {0}

ii. এক–এক ফাংশন নয়

iii. এর রেঞ্জ = R

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ● ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$F : ℝ_+ \to ℝ_+$ $F(x) = x^2$ দ্বারা বর্ণিত একটি ফাংশন।

৫৬. ডোম F = কত?

(ক) ℝ ● $ℝ_+$

(গ) {x ∈ℝ: x > 1} (ঘ) {x ∈ℝ: x ≠ 1}

৫৭. রেঞ্জ F এর মান নিচের কোনটি?

(ক) ℝ (খ) {x ∈ℝ: x^2 > 1}

● $ℝ_+$ (ঘ) {x ∈ℝ: x^2 < 1}

৫৮. $f^{-1}(x)$ = কত?

(ক) x^2 (খ) x ● $\sqrt{x}$ (ঘ) $\dfrac{1}{x}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$f(x) = \frac{1}{x-1}$

৫৯. $f(1)$ = কত?

ক -1 খ 0 গ 1 ● অসংজ্ঞায়িত

৬০. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?

ক $\{x \in R : x \neq -1\}$ খ $\{x \in R : x \neq 0\}$
● $\{x \in R : x \neq 1\}$ ঘ $\{x \in R : x > 1\}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2$

৬১. f^{-1} কত?

● $\frac{1}{3}(x-1)$ খ $\frac{1}{3}(y+1)$ গ $\frac{x+1}{3}$ ঘ $\frac{3x+1}{y}$

৬২. f এর রেঞ্জ কত?

ক $\{y : 1 \geq y \leq 7)$ ● $\{y : 1 \leq y \leq 7)$
গ $\{y : 1 \leq y \geq 7)$ ঘ $y : \{1 \leq y \leq 7)$

৬৩. $S = \{(x, y) : x^2 + 3y + y^2 + 4x = 0\}$ অন্বয়টি?

i. বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে
ii. বৃত্তটির কেন্দ্র $(-2, -\frac{3}{2})$
iii. অন্বয়টি একটি ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৬৪. $f(x) = x + a$ এবং $g(x) = x - a$ দুইটির ফাংশন এবং $a \in R$ হলে–

i. ডোমf = রেঞ্জ f = ডোম g = রেঞ্জ g
ii. $f(g(x)) = x$
iii. $f^{-1}(x) = g(x)$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৫. A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4} হলে–

i. $A \cap B = \{2, 3\}$
ii. $P(A) \cap P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \varnothing,\}$
iii. $A \times B = \{1, 2), (2,3), (3, 4)\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

৬৬. $s = \{(x, y) : y = \sqrt{1-x}\}$ হলে s –

i. এর রেঞ্জ R ii. একটি ফাংশন
iii. অসংজ্ঞায়িত যখন $x = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

দেওয়া আছে $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$ যেখানে $x \neq 0$,

উপরের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

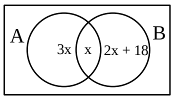
৬৭. $f^{-1}(x)$ এর জন্য কোন শর্তটি সঠিক?

ক $x \neq 1$ খ $x \neq 2$ গ $x \neq 3$ ● $x \neq 4$

৬৮. $f^{-1}(-3)$ এর মান কত?

ক $\frac{5}{2}$ খ $\frac{5}{3}$ ● $\frac{15}{7}$ ঘ $\frac{15}{8}$

নিচের তথ্য হতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



৬৯. যদি (A) = n(B) হয় তবে x এর মান কত?

ক 7 খ 6 গ 4 ● 18

৭০. x = 8 হলে, $n(A \cup B)$ = ?

ক 55 ● 66 গ 50 ঘ 52

৭১. $n(A \cap B')$ = ?

ক 22 খ 23 গ 20 ● 24

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$F(x) = \sqrt{x-2}$

৭২. ডোম F = কত?

ক $\{x \in R : x \neq 2\}$ ● $\{x \in R : x \geq 2\}$
গ $\{x \in R : x > 2\}$ ঘ $\{x \in R : x \leq 2\}$

৭৩. F(11) = কত?

ক 9 ● ± 3 গ 3 ঘ $\sqrt{10}$

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y^2 = x\}$ যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

৭৪. S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কী হবে?

ক s = {(0, 0), (–1, 1), (1, 1)}
খ s = {(0, 0), (1,– 1), (1, 1)}
● s = {(0, 0), (1, –1)}
ঘ s = {(0, 0), (–1, 1

৭৫. s এর রেঞ্জ–

● {0,1} {–1, 1}
{0, –1, 1} {0,–1}

৭৬. s অন্বয়টি–

ক ফাংশন খ ফাংশন নয়
● এক–এক ফাংশন ঘ পূরক সেট

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $F(x) = \frac{1}{x-5}$ একটি ফাংশন,

ক. $F(x) = 2$ হলে, x-এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $F(x)$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক–এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪
গ. $F^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{1}{x-5}$

আবার, $F(x) = 2$

$\therefore \frac{1}{x-5} = 2$

বা, $x - 5 = \frac{1}{2}$

বা, $x = \frac{1}{2} + 5 = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2}$ **(Ans.)**

খ. $F(x) = \frac{1}{x-5}$

এখানে, $x - 5 = 0$ বা, $x = 5$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু $x = 5$ বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য F(x) এর বাস্তব মান পাওয়া যায়।

∴ ডোম, $F = \mathbb{R} - \{5\}$ **(Ans.)**

যেকোনো ডোম $x_1 \in$ ডোম F, $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে, যদি ও কেবল যদি, $x_1 = x_2$ হয়।

$\therefore \frac{1}{x_1 - 5} = \frac{1}{x_2 - 5}$

বা, $x_1 - 5 = x_2 - 5$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং, F এক–এক ফাংশন। **(Ans.)**

গ. ধরি, $y = F(x) = \frac{1}{x-5}$

বা, $y = \frac{1}{x-5}$

বা, $xy - 5y = 1$

বা, $xy = 1 + 5y$

বা, $x = \frac{1+5y}{y}$

বা, $F^{1}(y) = \frac{1+5y}{y}$ $[\because y = F(x) \therefore x = F^{-1}(y)]$

বা, $F^{-1}(x) = \frac{1+5x}{x}$

$\therefore F^{-1}(3) = \frac{1+5.3}{3} = \frac{1+15}{3} = \frac{16}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এবং $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশন দুইটি $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ এবং $g(x) = \sqrt{x-2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

?

ক. ডোম f এবং ডোম g নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, f এক–এক এবং অনটু ফাংশন। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এবং $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x-2}$

$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x - 1 \neq 0$ অর্থাৎ $x \neq 1$ হয়

∴ ডোম $f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

$g(x) = \sqrt{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x - 2 \geq 0$ অর্থাৎ $x \geq 2$ হয়

∴ ডোম $g = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$

খ. যেকোনো $x_1 \in$ ডোম f, $x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $\frac{2x_1+2}{x_1-1} = \frac{2x_2+2}{x_2-1}$ হয়।

$\therefore \frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$

বা, $x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$

বা, $x_2 - x_1 = x_1 - x_2$

বা, $2x_2 = 2x_1$

বা, $x_1 = x_2$

∴ f ফাংশনটি এক–এক।

আবার, যেকোনো সংখ্যা $y \in \mathbb{R}$ হলে

ধরি, $y = \frac{2x+2}{x-1}$

বা, $yx - y = 2x + 2$

বা, $yx - 2x = y + 2$

বা, $x(y - 2) = y + 2$

$\therefore x = \frac{y+2}{y-2}$

এখন, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1} = \frac{2 . \frac{y+2}{y-2} + 2}{\frac{y+2}{y-2} - 1}$

$= \frac{\frac{2y+4+2y-4}{y-2}}{\frac{y+2-y+2}{y-2}} = \frac{\frac{4y}{y-2}}{\frac{4}{y-2}} = y = f(x)$

∴ f ফাংশনটি অনটু।

অর্থাৎ f ফাংশনটি এক–এক এবং অনটু। **(দেখানো হলো)**

গ. ধরি, $y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

বা, $yx - y = 2x + 2$

বা, $yx - 2x = y + 2$

বা, $x(y - 2) = y + 2$

বা, $x = \frac{y+2}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$ [$y = f(x)$ হলে $x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$

আবার, ধরি,

$y = g(x) = \sqrt{x-2}$

বা, $y^2 = x - 2$

বা, $x = y^2 + 2$

বা, $g^{-1}(y) = y^2 + 2$ [$y = g(x)$ হলে $x = g^{-1}(y)$]

$\therefore g^{-1}(x) = x^2 + 2$

এবং $g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$

দেওয়া আছে, $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

বা, $5.\frac{x+2}{x-2} = 11$

বা, $5x + 10 = 11x - 22$

বা, $5x - 11x = -22 - 10$

বা, $-6x = -32$

বা, $x = \frac{-32}{-6}$

$\therefore x = \frac{16}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

ক. F(x) এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২
খ. ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

$\therefore F(x) = \sqrt{1 - 2x} \in R$ হবে যদি এবং কেবল যদি

$1 - 2x \geq 0$

বা, $-2x \geq -1$

বা, $2x \leq 1$

বা, $x \leq \frac{1}{2}$

$\therefore$ F(x) ডোমেন = $\left\{x \in R : x \leq \frac{1}{2}\right\}$

খ. $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$ ফাংশনটি এক–এক হবে যদি ও কেবল যদি $F(x_1) = F(x_2)$ এর জন্য $x_1 = x_2$ হয়।

বা, $\sqrt{1 - 2x_1} = \sqrt{1 - 2x_2}$ ফাংশনটি

বা, $1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$ [বর্গ করে]

বা, $-2x_1 = -2x_2$

$\therefore x_1 = x_2$ [–2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ F(x) ফাংশনটি এক–এক ফাংশন।

গ. দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

ধরি, $y = F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

এখন, $F(x) = y$

$\therefore x = F^{-1}(y)$

আবার, $y = \sqrt{1 - 2x}$

বা, $y^2 = 1 - 2x$

বা, $2x = 1 - y^2$

বা, $x = \frac{1 - y^2}{2}$

বা, $F^{-1}(y) = \frac{1}{2}(1 - y^2)$

$\therefore F^{-1}(x) = \frac{1}{2}(1 - x^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ যদি A = {–2, –1, 0, 1, 2} হয়, তবে A সেটে S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং y = x²}

ক. S অন্বয়টি কী ধরনের ফাংশন? ২
খ. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
গ. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কি–না তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$

এখানে, $y = x^2$

বা, $y = 1.\,x^2 + 0.\,x + 0$ ....(i)

যা, $y = ax^2 + bx + c$ আকারের।

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণটি একটি দ্বিঘাত ফাংশনের।

খ. দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x^2$ এর মান নির্ণয় করি :

x	–2	–1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

যেহেতু $4 \notin A$, সেহেতু $(-2, 4) \notin S$ এবং $(2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$

$= \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$

এখন, ডোম, S = {–1, 0, 1}

এবং রেঞ্জ, S = {0, 1}

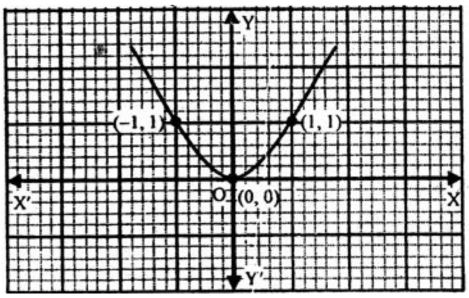
গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$

এখানে, S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $y = x^2$

(খ) থেকে আমরা পাই, প্রদত্ত অন্বয়

S = {(–1, 1), (0, 0), (1, v1)}

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের পাঁচগুণকে একক ধরে সুবিধামতো X এবং Y অক্ষ নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং প্রদত্ত অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, Y অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু অবস্থিত নয় অর্থাৎ S এর কোনো দুইটি সদস্যের একই প্রথম উপাদান নাই।

সুতরাং S একটি ফাংশন।

প্রশ্ন–৫ ▸ $f(x) = \frac{4x - 9}{x - 2}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ক্ষেত্রে–

ক. ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২
খ. $f^{-1}(-1)$ এবং $f^{-1}(1)$ নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর মান নির্ণয় কর যেন, $4f^{-1}(x) = x$ হয়। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $f(x) = \frac{4x - 9}{x - 2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \neq 2$ হয়

$\therefore$ ডোম $f = \mathbb{R} - \{2\}$ বা $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$

খ. ধরি, $y = f(x) = \frac{4x - 9}{x - 2}, x \neq 2$

বা, $y = \frac{4x - 9}{x - 2}$

বা, $xy - 2y = 4x - 9$

বা, $xy - 4x = 2y - 9$

বা, $x(y - 4) = 2y - 9$

বা, $x = \frac{2y-9}{y-4}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{2y-9}{y-4}$ [যেহেতু $y = f(x)$ $\therefore f^{-1}(y) = x$]

বা, $f^{-1}(x) = \frac{2x-9}{x-4}$ ....(i)

বা, $f^{-1}(-1) = \frac{2(-1)-9}{-1-4}$

$= \frac{-2-9}{-5} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5}$ **(Ans.)**

এবং $f^{-1}(-1) = \frac{2(1)-9}{1-4} = \frac{7}{3}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $4f^{-1}(x) = x$

বা, $4\left(\frac{2x-9}{x-4}\right) = x$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $8x - 36 = x^2 - 4x$

বা, $x^2 - 4x - 8x + 36 = 0$

বা, $x^2 - 12x + 36 = 0$

বা, $x^2 - 6x - 6x + 36 = 0$

বা, $x(x-6) - 6(x-6) = 0$

বা, $(x-6)(x-6) = 0$

অর্থাৎ $x - 6 = 0$ অথবা $x - 6 = 0$

$\therefore x = 6$ $\therefore x = 6$

নির্ণেয় মান 6

প্রশ্ন–৬ ▸ $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।

ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f^{-1}(p) = Kp$ হলে, p এর সাপেক্ষে k কে প্রকাশ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, ফাংশনটির রেঞ্জ y

$\therefore f(x) = y$

বা, $\frac{2x+2}{x-1} = y$

বা, $xy - y = 2x + 2$

বা, $xy - 2x = y + 2$

বা, $x(y-2) = y + 2$

বা, $x = \frac{y+2}{y-2}$

এখন, $x = \frac{y+2}{y-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি $y - 2 \neq 0$ হয়, অর্থাৎ, $y \neq 2$

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \mathbb{R} - \{2\}$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$ [$\because y = f(x)$ $\therefore x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$; $x \neq 2$

$\therefore f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1} = 5$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$, $x \neq 1$

$\therefore f(p) = \frac{2p+2}{p-1}$; $p \neq 1$

আবার, $f^{-1}(p) = kp$

বা, $p = f(kp)$

বা, $p = \frac{2kp+2}{kp-1}$

বা, $2kp + 2 = kp^2 - p$

বা, $kp^2 - 2kp - p - 2 = 0$

বা, $kp^2 - 2kp = p + 2$

বা, $kp(p-2) = p + 2$

$\therefore k = \frac{p+2}{p(p-2)}$

প্রশ্ন–৭ ▸ $x^2 + y^2 = 9$ দ্বারা একটি অন্বয় বর্ণিত হলো।

ক. অন্বয়টিকে $y = f(x)$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা যাচাই কর যেখানে, $y \geq 0$; ফাংশন হলে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 = 9$

বা, $y^2 = 9 - x^2$

বা, $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$

যা $y = f(x)$ আকভরের।

খ. 'ক' হতে পাই, $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$

এখন, $y \geq 0$ হলে, $y = \sqrt{9 - x^2}$

ধরি, $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

মনে করি, $f(x_1) = f(x_2)$

$\sqrt{9 - x_1^2} = \sqrt{9 - x_2^2}$

বা, $9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$

বা, $x_1^2 = x_2^2$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং $f(x) = y = \sqrt{9 - x^2}$ একটি ফাংশন হবে।

এখন $x \in \mathbb{R}$এর জন্য,

$y = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি

$9 - x^2 \geq 0$

বা, $-x^2 \geq -9$

বা, $x^2 \leq 9$

বা, $|x| \leq 3$ [বর্গমূল করে]

বা, $-3 \leq x \leq 3$

$\therefore$ ডোমেন = $\{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 3\}$ **(Ans.)**

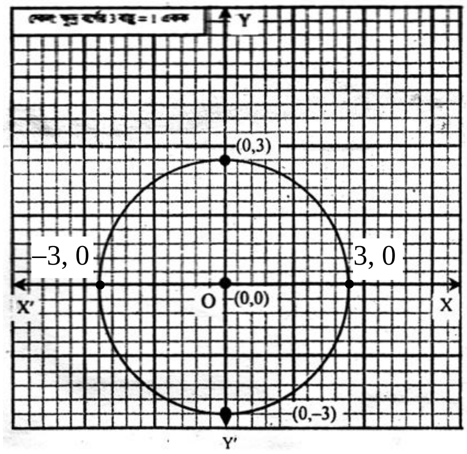
গ. S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 9$ ....(i)

বা, $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত।

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র (0,0) ও ব্যাসার্ধ 3। এখন ছক কাগজে x অংশ ও y অংশ অঙ্কন করে (0,0) বিন্দু স্থাপন করি।

(0,0) বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র যা ছক কাগজে দেখানো হলো।



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৮ ▸ $F(x) = \sqrt{x-1}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য।

ক. F (1) এবং F(5) নির্ণয় কর। ২

খ. F (10) নির্ণয় কর এবং ফাংশনের ডোমেন ও ফাংশনটি এক–এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. (i) $F(a^2+1)$ এবং $F(a^4+1)$ নির্ণয় কর। যেখানে, $a \in \mathbb{R}$. ৪

(ii) F (x) = 5 হলে, x নির্ণয় কর।

(iii) F (x) = y হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \geq 0$.

উত্তর : ক. 0, 2; খ. 3, ডোম $F = \{x \in R : x \geq 3\}$;

গ. (i) x এবং a^2, (ii) x = 26, (iii) $x = y^2 + 1$

প্রশ্ন–৯ ▸ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ক. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২

খ. ডোম S, রেঞ্জ S, S^{-1} নির্ণয় কর এবং S অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

উত্তর : ক. S = { (–1, 1), (0, 0), (1,1);

খ. ডোম S = {–1, 0, 1} রেঞ্জ S = {0, 1}

প্রশ্ন–১০ ▸ $f(x) = \dfrac{1}{x-1}, x \neq 1$

ক. $f(y)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

উত্তর : ক. $\dfrac{1}{x-1}$; খ. $\dfrac{1}{x} + 1$; গ. এক–এক।

প্রশ্ন–১১ ▸ S = {(–3, 6), (–2, 3), (–1. 0), (0, – 1), (1, 0), (2, 3)}

ক. প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশন এক–এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. যদি A = {–2, –1, 0, 1, 2} হয় তবে $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. ডোম S = { –3, –2, –1, 0, 1, 2} রেঞ্জ S = {–1, 0, 3, 6}

খ. এক–এক; গ. { (-1, 0), (0, 0) (1, 1)}

প্রশ্ন–১২ ▸ $F : R_+ \rightarrow R_+, F(x) = x^2$

ক. R_+ কিসের সেট নির্দেশ করে। ডোম F কত? ২

খ. কোনো ফাংশন এক–এক হওয়ার শর্ত কী? দেখাও যে, F এক–এক ফাংশন। ৪

গ. রেঞ্জ F নির্ণয় কর। F(x) = 100 হলে, x নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : গ. 10

প্রশ্ন–১৩ ▸ $F(x) = (x-1)^2$

ক. বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ২

খ. F (–5), F(–1), F(0) ও F(1) নির্ণয় কর। ৪

গ. x নির্ণয় কর যখন (i) F(x) = 100

(ii) F(x) = 0 ৪

উত্তর : খ. F(–5) = 36, F (–1) = 4, F(1) = 0; গ. (i) 11.–9; (ii) 1

প্রশ্ন–১৪ ▸ $f(x) = 3x - 1$

ক. $f(1), F\left(\frac{1}{3}\right)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(x)$ এর ডোমেন ও ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর।৪

উত্তর : ক. $f(1) = 2$ এবং $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$; খ. $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$

প্রশ্ন–১৫ ▸ অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করে লেখচিত্র থেকে অন্বয়টি ফাংশন কি না এবং ফাংশন হলে এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর।

ক. $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$ অন্বয়টি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ২

খ. দেখাও যে, $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = x^2$ ফাংশনটি এক–এক নয়। ৪

গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y = 1\}$ যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৬ ▸ $A = \{X : X \in Z$ এবং $x^2 \leq 4\}$

$B = \{X \in \mathbb{N} : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 5\}$

$C = \{3, 5\}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$ ৪

গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 - x^2}\}$ অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in Z$ এবং $x^2 \leq 4\}$

এখানে, $Z = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ....

শর্তমতে, $A = \{0, \pm 1, \pm 2\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

খ. দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 5\}$

$\therefore B = \{1, 3\}$

এবং $c = \{3, 5\}$

এখন $P(B) = \{\phi, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$

$P(c) = \{\phi, \{3\}, \{5\}, \{3, 5\}\}$

$\therefore P(B) \cup P(C) = \{\phi, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}\}$

আবার, $B \cup C = \{1, 3\} \cup \{3, 5\} = \{1, 3, 5\}$

$\therefore P(B \cup C) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$

সুতরাং $P(B) \cup P(C)$ $P(B \cup C)$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 - x^2}$ এবং $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = \sqrt{4 - x^2}$ এর মান নির্ণয় করি :

x	−2	−1	0	1	2
$y = \sqrt{4 - x^2}$	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0

এখন, $\sqrt{3} \in 4 \therefore (-1, \sqrt{3}) \in s$ এবং $(1, \sqrt{3}) \in s$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 - x^2}$

$= \{(-2, 0), (0, 2), (2, 0)\}$

S এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেই $(-2, 0, 2)$ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট $\{0, 2\}$

$\therefore$ ডোম $S = (-2, 0, 2)$ এবং রেঞ্জ $S = (0, 1)$

প্রশ্ন–১৭ ▸ $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{2, 3, 5\}$ যা সেটের নিদিষ্ট উপাদান দ্বারা সমন্বিত।

ক. P(B) নির্ণয় কর। ২

খ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x = y^2\}$ অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর। ৪

গ. উপরে বর্ণিত অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $B = \{2, 3, 5\}$

$P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}\}$

খ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x = y^2\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \pm \sqrt{x}\}$

এখন, $y = \pm \sqrt{x}$

-2 ও -1 এর জন্য y এর মান অবাস্তব

$x = 0$ হলে, $y = 0 \in a \therefore (0, 0) \in S$

$x = 1$ হলে, $y = \pm 1 \in A \therefore (1, 1), (1, -1) \in S$

$x = 2$ হলে, $y = \pm \sqrt{2} \notin A$

$\therefore (2, \pm \sqrt{2}) \notin S$

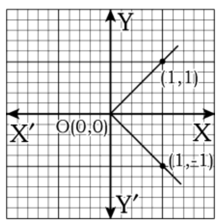
$\therefore S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

$\therefore$ ডোম $S = \{0, 1\}$ **(Ans.)**

রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$ **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই, অন্বয়, $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

X-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে প্রদত্ত অন্বয়ের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



যেহেতু $x = 1$ এর দুটি ইমেজ বা প্রতিচ্ছবি যথা $1, -1$ পাওয়া যায়। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন নয়।