

চতুর্থ অধ্যায়

সূচক ও লগারিদম

অনুশীলনী ৪.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ সূচক :

সূচক ও ভিত্তি সংবলিত রাশিকে সূচকীয় রাশি বলা হয়।

a যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হলে, n সংখ্যক a এর ক্রমিক গুণ, অর্থাৎ, $a \times a \times a \times \dots \times a$ কে a^n আকারে লেখা হয়, যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

$$a \times a \times a \times \dots \times a \text{ (n সংখ্যক বার } a) = a^n$$

এখানে, $n \rightarrow$ সূচক বা ঘাত

$a \rightarrow$ ভিত্তি

আবার, বিপরীতক্রমে $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (n সংখ্যক বার a)

সূচক শুধু ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাই নয়, ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বা ধনাত্মক ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক ভগ্নাংশও হতে পারে। অর্থাৎ, ভিত্তি $a \in \mathbb{R}$ (বাস্তব সংখ্যার সেট) এবং সূচক $n \in \mathbb{Q}$ (মূলদ সংখ্যার সেট) এর জন্য a^n সংজ্ঞায়িত।

■ সূচকের সূত্রাবলি :

ধরি, $a \in \mathbb{R}$; $m, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{সূত্র ১} \mid a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\text{সূত্র ২} \mid \frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & \text{যখন } m > n \\ \frac{1}{a^{n-m}} & \text{যখন } n > m \end{cases}$$

$$\text{সূত্র ৩} \mid (ab)^n = a^n \times b^n$$

সাধারণভাবে, $(ab)^n = ab \times ab \times ab \times \dots \times ab$ [n সংখ্যক ab এর ক্রমিক গুণ]

$$= (a \times a \times a \times \dots \times a) \times (b \times b \times b \times \dots \times b) \\ = a^n b^n$$

$$\text{সূত্র ৪} \mid \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$$

সাধারণভাবে, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}$ [n সংখ্যক $\frac{a}{b}$ এর ক্রমিক গুণ]

$$= \frac{a \times a \times a \times \dots \times a}{b \times b \times b \times \dots \times b} = \frac{a^n}{b^n}$$

সংজ্ঞা : $a^0 = 1, (a \neq 0)$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, (a \neq 0, n \in \mathbb{N})$$

$$\text{সূত্র ৫} \mid (a^m)^n = a^{mn}$$

প্রমাণ : $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \dots \times a^m$ [n সংখ্যক a^m এর ক্রমিক গুণ]

$$= a^{m+m+m+\dots+m} \text{ [ঘাতে } n \text{ সংখ্যক গুণকের যোগফল]}$$

$$= a^{n \times m} = a^{mn} \therefore (a^m)^n = a^{mn}$$

■ nতম মূল

n তম মূলের ক্ষেত্রে,

$$\frac{1}{a^n} \times \frac{1}{a^n} \times \frac{1}{a^n} \times \dots \times \frac{1}{a^n} \text{ [n সংখ্যক } \frac{1}{a^n} \text{ এর ক্রমিক গুণ]}$$

$$= \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

আবার, $a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times \dots \times a^{\frac{1}{n}}$

$$= a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n}} \quad [\text{সূচকে } n \text{ সংখ্যক } \frac{1}{n} \text{ এর যোগ}]$$

$$= a^{n \times \frac{1}{n}} = a$$

$$\therefore \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$$

$a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত = a এবং a এর n তম মূল = $a^{\frac{1}{n}}$

অর্থাৎ, $a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত = $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$ এবং a এর n তম মূল $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ । a এর n তম মূলকে $\sqrt[n]{a}$ আকারে লেখা হয়।

লক্ষণীয় :

1. $a > 0, a \neq 1$ শর্তে $a^x = a^y$ হলে, $x = y$

2. $a > 0, b > 0, x \neq 0$ শর্তে $a^x = b^x$ হলে, $a = b$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সরল কর (১ - ১০) :

প্রশ্ন ১১ $\frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6}$

সমাধান : $\frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6} = \frac{3^{3+5}}{3^6}$ $[\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$

$$= \frac{3^8}{3^6} = 3^{8-6} \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= 3^2 = 9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ $\frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125}$

সমাধান : $\frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125} = \frac{5^3 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 5^3}$ $[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$

$$= 5^{3-3} \times 2^{3-4} \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= 5^0 \times 2^{-1} = 1 \times \frac{1}{2} \quad [\because a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$$

$$= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$

সমাধান : $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} = \frac{7^{3-3}}{3^{1-4}}$ $[\because a^m \times a^{-n} = a^{m-n}]$

$$= \frac{7^0}{3^{-3}}$$

$$= \frac{1}{3^{-3}} \quad [\because a^0 = 1]$$

$$= 3^3 \quad [\because \frac{1}{a^{-n}} = a^n]$$

$$= 27 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$

সমাধান : $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (7)^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$ $[\because \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}]$

$$= \frac{7^{2 \times \frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} \quad [(a^m)^n = a^{mn}]$$

$$= \frac{7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} \quad [\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$$

$$= \frac{7^{\frac{2+1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{3}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 7^{1 - \frac{1}{2}} \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= 7^{\frac{2-1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$

সমাধান : $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)^{-1} \quad [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}]$$

$$= \left(\frac{5+2}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{7}{10}} = 1 \times \frac{10}{7} = \frac{10}{7} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

সমাধান : $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

$$= \left(2 \times \frac{1}{a} + 3 \times \frac{1}{b}\right)^{-1} \quad [\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$$

$$= \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{2b + 3a}{ab}\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\frac{2b + 3a}{ab}} \quad [\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$$

$$= 1 \times \frac{ab}{3a + 2b} = \frac{ab}{3a + 2b} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b}\right)^2$

সমাধান : $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b}\right)^2$

$$= \left(\frac{a^2}{a^{-2}} \times \frac{b^{-1}}{b}\right)^2$$

$$= (a^{2-(-2)} \times b^{-1-1})^2 \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= (a^{2+2} \times b^{-2})^2$$

$$= (a^4 \times b^{-2})^2 = \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^2 = \frac{(a^4)^2}{(b^2)^2} = \frac{a^{4 \times 2}}{b^{2 \times 2}} = \frac{a^8}{b^4} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$, ($x > 0$, $y > 0$, $z > 0$)

সমাধান : $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$

$$= \sqrt{x^{-1}y \cdot y^{-1}z \cdot z^{-1}x}$$

$$= \sqrt{x^{-1+1} \cdot y^{1-1} \cdot z^{1-1}}$$

$$= \sqrt{x^0 \cdot y^0 \cdot z^0} = \sqrt{1 \cdot 1 \cdot 1} = \sqrt{1} = 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

সমাধান : $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^2 \cdot 2^n \cdot 2^1}{2^n \cdot 2^2 \div 2}$$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^{2+1} \cdot 2^n}{2^n \cdot 2^{2-1}}$$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^3 \cdot 2^n}{2^n \cdot 2} = \frac{2^n \cdot 2(2^3 - 2^2)}{2^n \cdot 2} = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

সমাধান : $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m+1)(m-1)}}$$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}}$$

$$= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1}$$

$$= 3^{2m+1-m^2} \div 3^{2m-m^2+3}$$

$$= 3^{2m+1-m^2-2m+m^2-3} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \text{ (Ans.)}$$

[বি. দ্র. পশ্চাৎ তথ্যগত ত্রুটি আছে, 2^m এর পরিবর্তে 3^m হবে।]

প্রমাণ কর (১১ - ১৮) :

প্রশ্ন ১১ ৥ $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{4^n - 1}{2^n - 1}$

$$= \frac{(2^2)^n - 1}{2^n - 1}$$

$$= \frac{(2^n)^2 - (1)^2}{2^n - 1} = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{(2^n - 1)} = 2^n + 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ৥ $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p}$

$$= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot (2 \times 3)^q}{(2 \times 3)^p (2 \times 5)^{q+2} (3 \times 5)^p}$$

$$= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 3^q \cdot 2^q}{3^q \cdot 2^p \cdot 5^{q+2} \cdot 2^{q+2} \cdot 3^p \cdot 5^q}$$

$$= \frac{2^{p+q+1} \cdot 3^{2p-q+q} \cdot 5^{p+q} \cdot 2^q}{2^{p+q+2} \cdot 3^{p+p} \cdot 5^{p+q+2}}$$

$$= 2^{p+q+1-p-q-2} \cdot 3^{2p-2p} \cdot 5^{p+q-p-q-2}$$

$$= 2^{-1} \cdot 3^0 \cdot 5^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{5^2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{50} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m$

$$= (a^{l-m})^n \cdot (a^{m-n})^l \cdot (a^{n-l})^m$$

$$= a^{ln-mn} \cdot a^{ml-ln} \cdot a^{mn-ml}$$

$$= a^{ln-ln-mn+mn+ml-ml}$$

$$= a^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{a^{p+q}}{a^{2r}}\right) \cdot \left(\frac{a^{q+r}}{a^{2p}}\right) \cdot \left(\frac{a^{r+p}}{a^{2q}}\right)$

$$= (a^{p+q-2r}) \cdot (a^{q+r-2p}) \cdot (a^{r+p-2q})$$

$$= a^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q}$$

$$= a^{2p-2p+2q-2q+2r-2r}$$

$$= a^0$$

$$= 1 \quad [\because a^0 = 1]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$

$$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc}}$$

$$= x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$

$$= (x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a}$$

$$= x^{(a-b)(a+b)} \cdot x^{(b-c)(b+c)} \cdot x^{(c-a)(c+a)}$$

$$= x^{a^2-b^2} \cdot x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2}$$

$$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}$$

$$= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৭ ॥ $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q}$

$$= x^{(p-q)(p+q-r)} \times x^{(q-r)(q+r-p)} \times x^{(r-p)(r+p-q)}$$

$$= x^{(p^2+pq-pr-pq-q^2+qr)} \times x^{(q^2+qr-pq-qr-r^2+pr)} \times x^{(r^2+qr-pr-pr-p^2+pq)}$$

$$= x^{(p^2-pr+qr-q^2)} \times x^{(q^2-r^2-pq+pr)} \times x^{(r^2-qr-p^2+pq)}$$

$$= x^{p^2-pr+qr-q^2+q^2-r^2-pq+pr+r^2-qr-p^2+pq}$$

$$= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৮ ॥ যদি $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হয়, তবে দেখাও যে, $xyz = 1$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$

এখানে, $a^x = b$

বা, $(c^z)^x = b$ [$\because c^z = a$]

বা, $c^{xz} = b$

বা, $(b^y)^{xz} = b$ [$\because b^y = c$]

বা, $b^{xyz} = b^1$

$\therefore xyz = 1$

[$\because a^x = a^y$ হলে $x = y$ যখন $a > 0$, $a \neq 1$]
(দেখানো হলো)

সমাধান কর (১৯ - ২২) :

প্রশ্ন ১৯ ॥ $4^x = 8$

সমাধান : $4^x = 8$

বা, $2^{2x} = 2^3$

বা, $2^{2x} = 2^3$

বা, $2x = 3$ [$\because a^x = a^y$ হলে $x = y$]

$\therefore x = \frac{3}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{3}{2}$

প্রশ্ন ২০ ॥ $2^{2x+1} = 128$

সমাধান : $2^{2x+1} = 128$

বা, $2^{2x} \cdot 2 = 128$

বা, $2^{2x} = \frac{128}{2}$

বা, $2^{2x} = 64$

বা, $2^{2x} = 2^6$ [$\because 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$]

$\therefore 2x = 6$ [$\because a^x = a^y$ হলে, $x = y$]

বা, $x = \frac{6}{2} \therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$

প্রশ্ন ২১ ॥ $(\sqrt{3})^{x+1} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{2x-1}$

সমাধান : $(\sqrt{3})^{x+1} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{2x-1}$

বা, $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+1} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x-1}$ [$\because \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$]

বা, $3^{\frac{1}{2}(x+1)} = 3^{\frac{1}{3}(2x-1)}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $3^{\frac{x+1}{2}} = 3^{\frac{2x-1}{3}}$

$\therefore \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$ [$\because a^x = a^y$ হলে $x = y$]

বা, $2(2x-1) = 3(x+1)$ [আড়গুণন করে]

বা, $4x-2 = 3x+3$

বা, $4x-3x = 3+2 \therefore x = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5$

প্রশ্ন ২২ ॥ $2^x + 2^{1-x} = 3$

সমাধান : $2^x + 2^{1-x} = 3$

বা, $2^x + 2 \cdot 2^{-x} = 3$

বা, $2^x(2^x + 2 \cdot 2^{-x}) = 3 \times 2^x$ [উভয়পক্ষকে 2^x দ্বারা গুণ করে]

বা, $2^{2x} + 2 \cdot 2^{-x+x} = 3 \times 2^x$

বা, $2^{2x} + 2 \cdot 2^0 = 3 \times 2^x$

বা, $2^{2x} + 2 \cdot 1 = 3 \times 2^x$

বা, $(2^x)^2 + 2 = 3 \times 2^x$

বা, $(2^x)^2 - 3 \times 2^x + 2 = 0$

বা, $a^2 - 3a + 2 = 0$ [$2^x = a$ ধরে]

বা, $a(a-2) - 1(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(a-1) = 0$

হয়, $a-2 = 0$

বা, $a = 2$

বা, $2^x = 2$ [মান বসিয়ে]

বা, $2^x = 2^1$

$\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 0, 1$

অথবা, $a-1 = 0$

বা, $a = 1$

বা, $2^x = 1$ [মান বসিয়ে]

বা, $2^x = 2^0$ [$\because 2^0 = 1$]

$\therefore x = 0$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. কোন শর্তে $a^0 = 1$?

- Ⓐ $a = 0$ ● $a \neq 0$ Ⓒ $a > 1$ Ⓓ $a < 1$

২. $(x^{-1} + y^{-1})^{-1}$ এর মান কত?

[চ. বো. '১৫]

- Ⓐ $\frac{x+y}{xy}$ Ⓑ $\frac{1}{x+y}$ Ⓒ $x+y$ ● $\frac{xy}{x+y}$

৩. $\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt[3]{x}\right)^{-3}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

৪. $a^{q-r} = a^{r+p} =$ কত?
 ক $\frac{x}{\sqrt{a^3}}$ ঘ $\frac{x}{a^3}$
 খ $\frac{\sqrt{a^3}}{x}$ গ $\frac{x^3}{\sqrt{a^3}}$
 ঙ $a^{qr-pq-r^2-pr}$ ঙ a^{q-p}
 চ a^{p+q} চ a^{p-q}
৫. $2^{2x-6} = 3^{2x-6}$ হলে x এর মান কত?
 ক ০ খ ১ গ ২ ঘ ৩
৬. $\frac{4^x-1}{2^x-1}$ এর মান কোনটি?
 ক 2^x-1 ঘ 2^{x+1} গ 2^{x-1} ঙ 2^x-1
 খ 2^x+1
৭. $A = 81x^2-1$ এবং $B = 9^x-1$ হলে, $A \div B$ এর মান কত?
 ক ৯ ঘ 9^x+1 গ 9^x-1 ঙ 9^{x+1}
 খ 9^x+1
৮. $x^2-5x+1=0$ হলে $x^2-\frac{1}{x^2}$ এর মান কত?
 ক $5\sqrt{21}$ ঘ $5\sqrt{23}$ গ $5\sqrt{27}$ ঙ $5\sqrt{29}$
 খ $5\sqrt{21}$
৯. শূন্যের সূচক শূন্য হলে তার মান নিচের কোনটি হতে পারে?
 ক অসংজ্ঞায়িত ঘ অসীম গ ০ ঙ ১
১০. $2^{2x+2} = 32$ হলে x এর মান কত?
 ক ১ ঘ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{7}{2}$ ঙ ৭
 খ $\frac{3}{2}$
১১. $5^{2x+3} = (125)^x$ হলে x এর মান কত?
 ক -৩ ঘ ০ গ ১ ঙ ৩
 খ ০
১২. $\frac{25^x-1}{5^x-1}$ এর মান কোনটি?
 ক 5^x+1 ঘ 5^x-1 গ 5^{x+1} ঙ 5^{x-1}
 খ 5^x-1
১৩. $\frac{1}{3^{-x}} = 81$ হলে এর মান কত?

৪.১ সূচক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. a এক অপেক্ষা বড় কোনো নির্দিষ্ট পূর্ণসংখ্যা হলে, n সংখ্যক উৎপাদকের ক্রমিক গুণফল নিচের কোনটি? (সহজ)
 ক na ঘ a^n গ n^a ঙ a_n
 খ a^n
১৯. নিচের সূচক কোনটির জন্য a^n সংজ্ঞায়িত? (মধ্যম)
 ক $a \in \mathbb{R}$ (বাস্তব সংখ্যার সেট) ঘ $n \in \mathbb{Q}$ (মূলদ সংখ্যার সেট)
 খ $a \in \mathbb{N}$ গ $a \in \mathbb{Z}$
২০. 3^n এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক (যেখানে $n \in \mathbb{N}$)? (সহজ)
 ক n^3 ঘ n^{-3}
 খ $3 \times 3 \times 3 \times \dots \times n$ সংখ্যক বার গ 3^4
 ঙ 3^4
 ব্যাখ্যা : $3 \times 3 \times 3 \dots$ তে n সংখ্যক ৩ থাকায় এর সূচকীয় রাশি 3^n
২১. নিচের কোনটির ভিত্তি ৬? (সহজ)
 ক 2^6 ঘ 3^6 গ 6^2 ঙ 7^{-6}
 খ 6^2
 ব্যাখ্যা : 6^2 এর ভিত্তি ৬ এবং ঘাত ২
২২. $7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3$ রাশিটির ভিত্তি ৭ হলে ঘাত নিচের কোনটি? (সহজ)
 ক ১২ ঘ ১৬ গ ২৪ ঙ ৩৬
 খ ১৬
 ব্যাখ্যা : $7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 = 7^{3+3+3+3} = 7^{12}$ অর্থাৎ রাশিটির ঘাত বা সূচক = ১২.
২৩. পাঁচ ঘাতবিশিষ্ট সূচকীয় রাশি নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ক 5^2 ঘ a^2 গ b^4 ঙ a^5
 খ a^2

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- ৪ খ ৩ গ -৩ ঘ -৪
১৪. সূচকের ক্ষেত্রে—
 i. $(ab)^m = (a^m \cdot b^m)$ ii. $a^0 = 1, (a \neq 0)$ iii. $\frac{a^m}{a^n} = a^m + a^n$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
১৫. a, b, c যেকোনো বাস্তব সংখ্যা এবং n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে—
 i. $(ab)^n = a^n b^n$ ii. $(ab)^{-n} = a^n b^n$
 iii. $\left(\frac{1}{ab}\right)^n = a^{-n} b^{-n}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii
 খ i ও iii
১৬. $a^x = b$ হলে—
 i. $a = b^{\frac{1}{x}}$ ii. $b = 1$ হলে, $x = 0$
 iii. $x < 0$ হলে, $b < 0$ {যখন $a > 0$ }
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ঘ ii গ i ও ii ঙ i ও iii
 খ ii
১৭. $5 \in \mathbb{R} : x, y \in \mathbb{N}$ হলে, যখন—
 i. $5^x \times 5^y = 5^{x+y}$ ii. $\frac{5^x}{5^y} = 5^{x-y}$ যখন, $x > y$
 iii. $\frac{5^x}{5^y} = 5^{x-y}$ যখন, $x < y$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 ঙ i ও iii
২৪. $a \times a \times a \times a \times \dots \times a^n$ এখানে—
 i. $n \rightarrow$ সূচক বা ঘাত ii. $a \rightarrow$ ভিত্তি
 iii. $a^n \rightarrow$ সূচকীয় রাশি
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii
 খ i ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

4^4 ও 3^n দুইটি সূচকীয় রাশি।

২৫. ১ম রাশিটির ভিত্তি ২ হলে সূচক কত হবে? (মধ্যম)
 ক ২ ঘ ৪ গ ৯ ঙ ৫
 খ ৪
২৬. n -এর মান কত হলে ২য় রাশি সমান ২৭ হবে? (মধ্যম)
 ● ৩ খ ৪ গ ৫ ঙ ৬
 ঘ ৫
 ব্যাখ্যা : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
 অর্থাৎ $n = 3$ হলে দ্বিতীয় রাশি = ২৭।

৪.২ সূচকের সূত্রাবলি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৭. a যেকোনো সংখ্যা এবং m ও n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ● $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ঘ $a^{m+n} = a^{m-n}$
 গ $(a^m)^n = a^{m+n}$ ঙ $a^m \div a^n = a^{m \div n}$
 খ $a^{m+n} = a^{m-n}$

২৮. ab যেকোনো সংখ্যা এবং n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক $(ab)^n = ab^n$ ● $(ab)^n = a^n b^n$
 গ $(ab)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ঘ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

২৯. নিচের কোন রাশিটির সঠিক মান 1? (সহজ)

- ক $\pi^{\frac{3}{4}} \cdot \pi^{\frac{3}{4}}$ গ $\frac{4^n - 1}{2^n - 1}$ ● $\pi^{\frac{3}{4}} \div \pi^{\frac{3}{4}}$ ঘ $[(3x^{-1})^{-2}]^{-2}$

৩০. $\frac{a^m}{a^n}$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- a^{m-n} ক a^{m+n} গ $a^{m/n}$ ঘ a^{mn}

৩১. $a \neq 0$ এবং n ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে a^n এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\frac{n}{a}$ ক $\frac{1}{a^n}$ ● $\frac{1}{a^{-n}}$ ঘ $a - a^{-n}$

৩২. $a \neq 0$ হলে $a^0 = ?$ (সহজ)

- ক 0 ● 1 গ a ঘ $\frac{1}{a}$

৩৩. $x^m \times \frac{1}{x^{-n}} =$ কত? (মধ্যম)

- x^{m+n} ক x^{m-n} গ x^{-mn} ঘ x^{mn}

৩৪. $5 \times 2^0 =$ কত? (সহজ)

- ক 0 ক 2 ● 5 ঘ 10

ব্যাখ্যা : $5 \times 2^0 = 5 \times 1$ [$\because a^0 = 1$] = 5

৩৫. $a^m \times a^n \times a^{-p}$ এর সরলমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক a^{-mnp} ক a^{m+n+p} গ a^{m-n-p} ● a^{m+n-p}

৩৬. $a^m \times a^n = a^m$ হলে n এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- 0 ক a^m গ a ঘ 1

৩৭. $(4^{-1})^{-1}$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\frac{1}{4}$ ● 4 গ $\frac{1}{16}$ ঘ 16

ব্যাখ্যা : $(4^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 1 \times \frac{4}{1} = 4$

৩৮. $5^7 \div 5^2 \div 5^6 =$ কত? (মধ্যম)

- ক 5 ক 5^2 ● $\frac{1}{5}$ ঘ 5^{-2}

ব্যাখ্যা : $5^7 \div 5^2 \div 5^6 = 5^{7-2-6} = 5^{7-8} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

৩৯. $2^3 \times 2^4 \times 2^{-5} =$ কত? (সহজ)

- ক 2 ক $\frac{1}{4}$ গ 2^{-1} ● 2^2

ব্যাখ্যা : $2^3 \times 2^4 \times 2^{-5} = 2^{3+4-5} = 2^{7-5} = 2^2$

৪০. $a^{-1} + b^{-1} =$ কত? (সহজ)

- ক $a^b + 1$ ক $\frac{ab}{a+b}$ গ $\frac{1}{a+b}$ ● $\frac{a+b}{ab}$

ব্যাখ্যা : $a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$

৪১. $a^{-n} =$ কত? যখন $a \neq 0$ (সহজ)

- $\frac{1}{a^n}$ ক $-am$ গ $-n + a$ ঘ $\frac{1}{a^{-n}}$

৪২. $\frac{4^n - 1}{2^n - 1}$ নিচের কোনটি সমান? (মধ্যম)

- ক 2^{n-1} ক $2^n - 1$ ● $2^n + 1$ ঘ 2^{n+1}

ব্যাখ্যা : $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = \frac{2^{2n} - 1}{2^n - 1} = \frac{(2^n)^2 - 1}{2^n - 1} = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{(2^n - 1)} = 2^n + 1$

৪৩. $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} =$ কত? (মধ্যম)

- ক $\frac{1}{3}$ ক $\frac{7}{3}$ গ $\frac{27}{3}$ ● 27

৪৪. $\left(\frac{a^{-2}b}{a^3b^{-4}}\right)^{-3}$ কত? (মধ্যম)

- ক $\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^3$ ক $\left(\frac{a^5}{b^5}\right)^{-3}$ গ $\left(\frac{b^5}{a^5}\right)^3$ ● $\left(\frac{a^5}{b^5}\right)^3$

ব্যাখ্যা : $\left(\frac{a^{-2}b}{a^3b^{-4}}\right)^{-3} = (a^{-2-3}b^{1+4})^{-3} = (a^{-5}b^5)^{-3}$

$$= \left(\frac{b^5}{a^5}\right)^3 = \frac{1}{\left(\frac{b^5}{a^5}\right)^3} = \left(\frac{a^5}{b^5}\right)^3$$

৪৫. $\frac{9^n - 4^m}{3^n - 2^m}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $2^m - 3^n$ ● $2^m + 3^n$ গ 1 ঘ $3^n - 2^m$

৪৬. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক ab ক $a + b$ গ $\frac{a+b}{ab}$ ● $\frac{ab}{a+b}$

৪৭. $x^{a-b} \cdot x^{b-c} \cdot x^{c-a}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- 1 ক x গ x^{2abc} ঘ x^{abc}

৪৮. $[(3x^{-1})^{-2}]^{-1}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $\frac{1}{x}$ ক $\frac{1}{9x}$ গ $\frac{9}{x^2}$ ● $\frac{3}{2x}$

৪৯. $(-5)^0 =$ কত? (সহজ)

- ক -5 ক 0 ● 1 ঘ 5

৫০. $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \times \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \times \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m =$ কত? (কঠিন)

- 1 ক $a^{m/n}$ গ a ঘ $a^{lm+mn+nl}$

৫১. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 0 ● 1 গ 2 ঘ $\frac{3}{4}$

৫২. $\left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \frac{6^5}{3^9}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- 2 ক 4 গ 6 ঘ 8

৫৩. $5^5 \times 5^7 \times 5^{-12}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 5 ক 49 গ 100 ● 1

□ ■ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ii. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

iii. $a^0 = 1$, যখন $a \neq 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii ক ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

৫৫. m, n যেকোনো পূর্ণ সংখ্যা হলে—

i. $(a^m)^n = a^{mn}$ ii. $(ab)^n = a^n b^n$

iii. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

৫৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $5^{\square} \times 5^3 = 5^5$ হলে $\square = 2$ ii. $a^m \div a^n = a^{m+n}$

iii. $(-5)^0 = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৭. $m = 3$ ও $n = 5$ হলে -

i. $a^m \cdot a^n = a^8$ ii. $a^m \div a^n = a^{-2}$

iii. $a^n \div a^m = a^2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৮ - ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$$

৫৮. $4 \cdot 2^{x+1} =$ কত? (মধ্যম)

- ক $x + 3$ খ 3^{3-x} ● 2^{x+3} ঘ 2

৫৯. ভগ্নাংশটির লবের সরল মান কত? (কঠিন)

- $2^x \cdot 8$ খ $2^x \cdot 16$ গ $2^x \cdot 24$ ঘ $2^x \cdot 32$

৬০. ভগ্নাংশটির সরল মান কত? (কঠিন)

- ক $\frac{1}{4}$ ● 4 গ 2^{x+1} ঘ 2^{3x+1}

৪.৩ : n তম মূল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬১. $a = 0$ হলে $\sqrt[n]{a} = ?$ (সহজ)

- 0 খ 1 গ α ঘ $\frac{1}{n}$

৬২. $\sqrt[3]{-27} =$ কত? (সহজ)

- ক -27 খ 27 ● -3 ঘ -8

৬৩. $a^4 =$ কত? (সহজ)

- ক aq ● $\sqrt[4]{a}$ গ $\frac{a}{4}$ ঘ $\frac{1}{a^4}$

৬৪. $\left(\frac{p}{a^4}\right)^4$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- a^p খ aq গ a^4 ঘ 1

৬৫. 4^2 এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক 2 খ 6 ● 8 ঘ $\frac{1}{8}$

৬৬. $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- 25 খ 20 গ 15 ঘ 10

৬৭. $50^{\frac{1}{2}}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $2\sqrt{5}$ খ $5\sqrt{5}$ গ $5\sqrt{3}$ ● $5\sqrt{2}$

৬৮. 3 এর ঘনমূল কত? (মধ্যম)

- ক 3 ● $3^{\frac{1}{3}}$ গ $3^{\frac{1}{6}}$ ঘ $3^{\frac{1}{9}}$

৬৯. $(-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ কত? (সহজ)

- ক $\frac{4}{27}$ খ $\frac{27}{4}$ গ $-\frac{4}{27}$ ● $-\frac{27}{4}$

৭০. $4^{x+1} = 2^{x-2}$ হলে $x =$ কত? (মধ্যম)

- ক -2 খ -3 ● -4 ঘ -6

ব্যাখ্যা : $4^{x+1} = 2^{x-2}$ বা, $(2^2)^{x+1} = 2^{x-2}$
বা, $2^{2x+2} = 2^{x-2}$ বা, $2x+2 = x-2$
বা, $2x-x = -2-2 \therefore x = -4$

৭১. $3^n = \frac{1}{27}$ হলে n এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 2 ● -3 গ 4 ঘ $\frac{1}{2}$

৭২. $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{8}$ ● $\frac{1}{2}$

৭৩. $8^4 \cdot 8^2$ এর মান কত? (সহজ)

- ক 8^2 খ 8^4 ● 8^4 ঘ 8^5

৭৪. $8^4 \div 8^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

- $4\sqrt{8}$ খ $2\sqrt{8}$ গ $3\sqrt{8}$ ঘ $5\sqrt{8}$

৭৫. $(x^2)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{x^3}\right)^3$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক x ● 1 গ x^3 ঘ $\frac{1}{x}$

৭৬. $(16)^{\frac{3}{4}} \div (16)^{\frac{1}{2}}$ কত? (মধ্যম)

- ক $16^{\frac{1}{2}}$ ● $4^{\frac{1}{2}}$ গ $2^{\frac{1}{2}}$ ঘ $4^{\frac{1}{4}}$

ব্যাখ্যা : $(16)^{\frac{3}{4}} \div (16)^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{2}}$

৭৭. $(3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2})$ এর সরল মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 4^{n-1} খ 2^{n-1} গ 4^{n+1} ● 2^{n+1}

ব্যাখ্যা : $3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2} = 3 \cdot 2^n - 4 \cdot \frac{2^n}{2^2}$

$$= 2^n \left(3 - 4 \cdot \frac{1}{4}\right) = 2^n(3-1)$$

$$= 2^n \cdot 2 = 2^{n+1}$$

৭৮. $4^{n+1} = 2^5$ হলে n এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 3 খ 2 ● $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা : $4^{n+1} = 2^5$ বা, $2^{2(n+1)} = 2^5 \therefore 2(n+1) = 5$

$$\text{বা, } 2n+2 = 5 \therefore n = \frac{3}{2}$$

৭৯. $4^x = 8$ হলে $x =$ কত? (সহজ)

- ক 4 খ 2 ● $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৮০. $3^{2x+1} = 5^{2x+1}$ হলে $x =$ কত? (কঠিন)

- ক $\frac{5}{3}$ খ 1 গ $\frac{3}{5}$ ● $-\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $3^{2x+1} = 5^{2x+1}$ বা, $\left(\frac{3}{5}\right)^{2x+1} = 1 = \left(\frac{3}{5}\right)^0$

বা, $2x + 1 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$

৮১. $(3^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}})^{\frac{4}{3}} + 3 \cdot 2^{-\frac{1}{3}}$ এর সরলমান নিচের কোনটি? (কঠিন)

- ক $3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}$ ঘ 6 গ 9 ঙ $\frac{3}{2}$

৮২. $(2x^{-1} \sqrt[3]{x^2})^{-6}$ এর সরলমান নিচের কোনটি? (কঠিন)

- ক $\frac{x^2}{16}$ ঘ $\frac{x^2}{128}$ গ $\frac{x^2}{64}$ ঙ $\frac{x^2}{32}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $8^{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{2}$ ii. $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{8}$

iii. $8^{\frac{5}{4}} = 8\sqrt[4]{8}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

৮৪. $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x+1}$ হলে -

i. $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$ ii. $x+1 = \frac{2x-1}{3}$

iii. $x = 5$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x+1}$ বা, $3^{\frac{x+1}{2}} = 3^{\frac{2x+1}{3}}$

বা, $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$ বা, $3x+3 = 4x-2$

$\therefore x = 5$

৮৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $2^x = 64$ হলে $x = 6$ ii. $x^4 = \frac{1}{81}$ হলে $x = \frac{1}{3}$

iii. $9^{3x+1} = 3^{2x+9}$ হলে $x = \frac{7}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

৮৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $x^5 = -243$ হলে $x = -4$

ii. $(64)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{16}$

iii. $a^x \times a^{-y} = 1$ হলে $x = y$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯৩. $a^x = b^x$ হলে, $a = b$ এক্ষেত্রে নিচের কোন শর্তটি প্রযোজ্য?

- ক $a > 0, a \neq 1, b < 0$ ঘ $x = 0, a > 0, b > 0$
 গ $x \neq 0, a \neq 1, b > 0$ ঙ $x \neq 0, a > 0, b > 0$

৯৪. কোন শর্তে $a^x = a^y$ হলে, $x = y$ হবে?

- ক $a > 0, a \neq 1$ ঘ $a \neq 0, a > 1$
 গ $a > 0$ ঙ $a \neq 1$

৯৫. a^n প্রতীকে a, n এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি?

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৭ - ৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(a^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x})^{-3} \times \sqrt[4]{x^{-4} \cdot a^{-6}}$

৮৭. $(a^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x})^{-3}$ রাশিটির সরল মান কত? (মধ্যম)

- ক $\frac{\sqrt{a^3}}{x}$ ঘ $\frac{\sqrt[3]{a^3}}{x}$ গ $\frac{x}{\sqrt{a^3}}$ ঙ $\frac{x}{\sqrt[3]{a^3}}$

ব্যাখ্যা : $(a^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x})^{-3} = (a^{-\frac{1}{2}})^{-3} (\sqrt[3]{x})^{-3}$
 $= a^{\frac{3}{2}} (x^{\frac{1}{3}})^{-3} = a^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3} \times (-3)}$
 $= a^{\frac{3}{2}} \cdot x^{-1} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{x} = \frac{\sqrt{a^3}}{x}$

৮৮. $\sqrt[4]{x^{-4} \cdot a^{-6}}$ সরল মান কত? (মধ্যম)

- ক $\sqrt{a^3 x}$ ঘ $x \sqrt{a^3}$ গ $\frac{1}{x \sqrt{a^3}}$ ঙ $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

ব্যাখ্যা : $\sqrt[4]{x^{-4} \cdot a^{-6}} = (x^{-4} \cdot a^{-6})^{\frac{1}{4}} = (x^{-4})^{\frac{1}{4}} \cdot (a^{-6})^{\frac{1}{4}}$
 $= x^{(-4) \cdot \frac{1}{4}} \cdot a^{(-6) \cdot \frac{1}{4}} = x^{-1} \cdot a^{-\frac{3}{2}}$
 $= \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{1}{x \sqrt{a^3}}$

৮৯. প্রদত্ত রাশিটির সরল মান কত? (মধ্যম)

- ক $\frac{1}{x^3}$ ঘ x^{-1} গ $\frac{1}{x}$ ঙ $\frac{1}{x^2}$

ব্যাখ্যা : $(a^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x})^{-3} \times \sqrt[4]{x^{-4} \cdot a^{-6}} = \frac{\sqrt{a^3}}{x} \times \frac{1}{x \sqrt{a^3}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯০ - ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$12^{\frac{2}{3}}$ ও $12^{\frac{3}{2}}$ দুইটি সূচকীয় রাশি।

৯০. ১ম রাশিটির মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $\sqrt{12^3}$ ঘ $\sqrt{12^2}$ গ $\sqrt[3]{144}$ ঙ $\sqrt[3]{36}$

ব্যাখ্যা : $12^{\frac{2}{3}} = 12^{2 \cdot \frac{1}{3}} = (12^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{144}$

৯১. ২য় রাশিকে ১ম রাশি দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে? (মধ্যম)

- ক ০ ঘ ১ গ $12^{\frac{5}{6}}$ ঙ $12^{\frac{13}{6}}$

ব্যাখ্যা : $12^{\frac{3}{2}} \div 12^{\frac{2}{3}} = 12^{(\frac{3}{2} - \frac{2}{3})} = 12^{(\frac{9-4}{6})} = 12^{\frac{5}{6}}$

৯২. রাশিদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম)

- ক ০ ঘ ১ গ $12^{\frac{5}{6}}$ ঙ $12^{\frac{13}{6}}$

ব্যাখ্যা : $12^{\frac{2}{3}} \times 12^{\frac{3}{2}} = 12^{(\frac{2}{3} + \frac{3}{2})} = 12^{(\frac{4+9}{6})} = 12^{\frac{13}{6}}$

● n সংখ্যক a-এর ক্রমিক গুণফল

● n সংখ্যক a-এর ক্রমিক বিয়োগফল

● n সংখ্যক a-এর ক্রমিক যোগফল

● n সংখ্যক a-এর ক্রমিক ভাগফল

৯৬. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক $\sqrt[6]{5}$ ঘ $(\sqrt[3]{4})^3$ গ $(\sqrt{5})^6$ ঙ $\sqrt[3]{25}$

৯৭. $7^x = \frac{1}{49}$ হলে, $x =$ কত?
 ক -1 ● -2 গ 1 ঘ 2
৯৮. 324-এর সূচকীয় রাশি কোনটি?
 ক $(2\sqrt{3})^4$ ● $(3\sqrt{2})^4$ গ $(2\sqrt{5})^4$ ঘ $(5\sqrt{2})^4$
৯৯. $9^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে, $x =$ কত?
 ক $\frac{5}{3}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ 3 ● $\frac{7}{3}$
১০০. $4^{x+1} = 64$ হলে x এর মান কত?
 ক -1 ● 2 গ 3 ঘ 4
১০১. $\sqrt[4]{16}$ এর মান কত?
 ● 2 গ 4 ঘ 16 ঘ 256
১০২. $8^{x^2} = 2^{3x}$ হলে, x এর মান কত?
 ক 0, -2 ● 0, 1 গ 0, 3 ঘ 1, 1
১০৩. $25^x = 125$ হলে x এর মান কত?
 ● $\frac{3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ 3 ঘ 5
১০৪. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} =$ কত?
 ক $(\sqrt{2})^4$ গ $\sqrt[3]{4}$ ঘ $(\sqrt[5]{4})^6$ ● $(\sqrt[6]{4})^5$
১০৫. $a^x = b$, $b^y = c$, $c^z = a$ হলে $xyz = ?$
 ক 3 গ 2 ● 1 ঘ -1
১০৬. $2^{2x+2} = 32$ হলে x এর মান কত?
 ক 1 ● $\frac{3}{2}$ গ $\frac{7}{2}$ ঘ 7
১০৭. $x^2 = \sqrt[3]{64}$ হলে $x =$ কত?
 ক $\pm\sqrt{3}$ গ $\pm\sqrt{2}$ ● ± 2 ঘ ± 3
১০৮. $x^2 = (x^{ab} \cdot x^{ab})^c$ হলে ab এর মান নিচের কোনটি?
 ● 1 গ 0 ঘ 3 ঘ 2
১০৯. $a, x, y \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ এবং $a > 1$ হলে—
 i. $a^0 = 1$ ii. $x = y$ যখন $a^x = a^y$
 iii. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
 নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii গ ii ও iii ঘ i ও iii ● i, ii ও iii
১১০. $a \in \mathbb{N}, a \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে—
 i. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ii. $\sqrt[n]{a^m} = \frac{m}{a^n}$ iii. $(ab)^{-n} = \frac{1}{a^n b^n}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
১১১. $a^x = a^y$ হলে $x = y$ হবে যদি—
 i. $a > 0$ ii. $a < 0$ iii. $a \neq 1$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
১১২. $\sqrt[3]{3}$ সূচকীয় রাশির—
 i. ঘাত 2 ii. সূচক $\frac{1}{4}$ iii. সরলমান $3^{\frac{1}{4}}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii ● ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ১১৩ – ১১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $M = \frac{4^m - 1}{2^m - 1}, N = \frac{4^{m+1} \cdot 4^{m-1}}{16^m}$ এবং $R = \log_9 \sqrt{3}$
১১৩. M এর সরলফল নিচের কোনটি?
 ● $2^m + 1$ গ $2^m - 1$ ঘ 2^{m+1} ঘ 2^{m-1}
১১৪. নিচের কোনটি $\frac{M}{N}$ এর সরলফল?
 ক $2^m - 1$ ● $2^m + 1$ গ 2^{m+1} ঘ 2^{m-1}
১১৫. নিচের কোনটি $M \times N \div R$ এর সরলফল নির্দেশ করে?
 ক $4 \cdot 2^{m+1}$ গ $4(2^m - 1)$ ঘ $4 \cdot 2^{m-1}$ ● $4(2^{m+1})$
- নিচের তথ্যের আলোকে ১১৬ ও ১১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $p = \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m+1}}, q = \frac{(3^{m-1})^{m+1}}{9^{m-1}}$
১১৬. $p = 3$ হলে, m এর সঠিক মান কোনটি?
 ক 2 গ 1 ● 0 ঘ -1
১১৭. $p \times q = 27$ হলে m এর মান নিচের কোনটি?
 ● $-\frac{1}{2}$ গ -2 ঘ 1 ঘ 0

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ L, M, N, O, Q ও R কয়েকটি বীজগাণিতিক রাশি :

এখানে, $L = \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y^2+yz+z^2}$ $M = \left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x^2+xy+y^2}$

$N = \left(\frac{a^z}{a^x}\right)^{z^2+zx+x^2}$ $Q = \frac{4^{x+3} - 8 \cdot 2^{2x+1}}{4^{x+2} \div 8}$

এবং $R = \frac{5 \cdot 2 - 8 \cdot 2^{x-1}}{2^x - 3 \cdot 2^{x-2}}$

- ক. $8^{x+1} = 64$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $LMN = 1$ ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $Q \div R = 6$ ৪

▶◀ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. যেহেতু $8^{x+1} = 64$

বা, $8^{x+1} = 8^2$

বা, $x + 1 = 2$

বা, $x = 2 - 1$

∴ $x = 1$ (Ans.)

খ. বামপক্ষ = LMN

$= \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y^2+yz+z^2} \left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x^2+xy+y^2} \left(\frac{a^z}{a^x}\right)^{z^2+zx+x^2}$

$= a^{(y-z)(y^2+yz+z^2)} a^{(x-y)(x^2+xy+y^2)} a^{(z-x)(z^2+yz+x^2)}$

$$= a^{y^3-z^3} a^{x^3-y^3} a^{z^3-x^3}$$

$$= a^{y^3-z^3+x^3-y^3+z^3-x^3} = a^0 = 1 \text{ ডানপক্ষ}$$

∴ LMN = 1 (দেখানো হলো)

গ. $Q = \frac{4^{x+3} - 8 \cdot 2^{2x+1}}{4^{x+2} \div 8}, R = \frac{5 \cdot 2^x - 8 \cdot 2^{x-1}}{2^x - 3 \cdot 2^{x-2}}$

বামপক্ষ = Q + R

$$= \frac{4^{x+1} - 8 \cdot 2^{2x+1}}{4^{x+1} \div 8} \div \frac{5 \cdot 2^x - 8 \cdot 2^{x-1}}{2^x - 3 \cdot 2^{x-2}}$$

$$= \frac{4^x \cdot 4^3 - 8 \cdot 2^{2x} \cdot 2^1}{4^x \cdot 4^2 \div 8} \div \frac{5 \cdot 2^x - 4 \cdot 2 \cdot 2^{x-1}}{2^x - 3 \cdot 2^x \cdot \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{2^{2x}(64-16)}{2^{2x} \cdot \frac{16}{8}} \div \frac{5 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^x}{2^x - 2^x \cdot \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{2^{2x}(64-16)}{2^{2x} \cdot \frac{16}{8}} \div \frac{2^x(5-4)}{2^x \left(1 - \frac{3}{4}\right)}$$

$$= \frac{48}{2} \div \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{48}{2} \div \frac{4}{4-3} = 24 \div 4$$

$$= 6 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ Q ÷ R = 6 (প্রমাণিত)



অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২ ▶ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \dots \dots \dots \times 3$ (n সংখ্যক বার 3) = 3^n ।

ক. $3 \times 3 \times 3 \times 3$ এর সূচকীয় রাশি, ভিত্তি ও ঘাত নির্ণয় কর। ২

? খ. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{5}{2}}$ এর সরলমান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $8^{\frac{3}{4}} \div 8^2 = 2^{\frac{1}{4}} \times 2$ ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

প্রদত্ত রাশিটির সূচকীয় রাশি 3^4

এখন, 3^4 -এর ভিত্তি 3 এবং ঘাত 4 (Ans.)

খ. প্রদত্ত রাশি = $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{5}{2}}$

প্রশ্ন-৩ ▶ a, b, c > 0 হলে সূচক নিয়মাবলি প্রয়োগ করে সরল কর :

? ক. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ ২

খ. $\{a - (a^{-1} + b^{-1})^{-1}\} \cdot \sqrt{a^{-1}b} \cdot \sqrt{c^{-1}a}$ ৪

গ. $[a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}] a^{-2} b^{-1}$ ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1}$

$$= \left(\frac{b+a}{ab}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{a+b}{ab}} = 1 \times \frac{ab}{a+b} = \frac{ab}{a+b} \text{ (Ans.)}$$

খ. $\{a - (a^{-1} + b^{-1})^{-1}\} \cdot \sqrt{a^{-1}b} \sqrt{b^{-1}c} \sqrt{c^{-1}a}$

$$= \left\{a - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1}\right\} \cdot \sqrt{a^{-1}b} \cdot \sqrt{b^{-1}c} \cdot \sqrt{c^{-1}a}$$

$$= \left\{a - \left(\frac{b+a}{ab}\right)^{-1}\right\} \cdot \sqrt{\frac{1}{a} \cdot b} \cdot \sqrt{\frac{1}{b} \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{1}{c} \cdot a}$$

$$= \left\{a - \frac{ab}{a+b}\right\} \sqrt{1}$$

$$= \left\{\frac{a(a+b) - ab}{a+b}\right\} \cdot 1 = \frac{a^2 + ab - ab}{a+b}$$

$$= \frac{a^2}{a+b} \text{ (Ans.)}$$

গ. $[a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}] a^{-2} b^{-1}$

$$= \left[a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} - a\right)^{-1}\right\}^{-1}\right] \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} + \left(\frac{-5}{2}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}-\frac{5}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \text{ (Ans.)}$$

গ. বামপক্ষ = $8^{\frac{3}{4}} \div 8^2$

$$= 8^{\frac{3}{4}-2} \quad [\because a^m \div a^n = a^{m-n}]$$

$$= 8^{\frac{3-2}{4}} = 8^{\frac{1}{4}} = (2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{4}} = (2^3)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2^{\frac{3}{4}} = 2^{1-\frac{1}{4}} = 2^1 \cdot 2^{-\frac{1}{4}} = 2 \cdot 2^{-\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{4}} \times 2 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ $8^{\frac{3}{4}} \div 8^2 = 2^{-\frac{1}{4}} \times 2$ (দেখানো হলো)

$$= \left[a - \left\{ \frac{1}{a} + \left(\frac{1-ab}{b} \right)^{-1} \right\}^{-1} \right] \cdot \frac{1}{a^2 b}$$

$$= \left[a - \left\{ \frac{1}{a} + \frac{b}{1-ab} \right\}^{-1} \right] \cdot \frac{1}{a^2 b}$$

$$= \left[a - \left\{ \frac{1-ab+ab}{a(1-ab)} \right\}^{-1} \right] \cdot \frac{1}{a^2 b}$$

$$= \left[a - \left\{ \frac{1}{a-a^2b} \right\}^{-1} \right] \cdot \frac{1}{a^2 b}$$

$$= [a - (a - a^2b)] \cdot \frac{1}{a^2b}$$

$$= a - a + a^2b \cdot \frac{1}{a^2b} = a^2b \cdot \frac{1}{a^2b}$$

$$= a^{2-2} \cdot b^{1-1} = a^0 \cdot b^0 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right) = p \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right) = q \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right) = r$

ক. দেখাও যে, $p \times q \times r = 1$ ২

? খ. প্রমাণ কর যে, $p^{a^2+ab+b^2} \times q^{b^2+bc+c^2} \times r^{c^2+ca+a^2} = 1$ ৪

গ. $\frac{1}{p^{ab}} \times \frac{1}{q^{bc}} \times \frac{1}{r^{ca}} = 1$ প্রমাণ কর। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\frac{x^a}{x^b} = p, \frac{x^b}{x^c} = q, \frac{x^c}{x^a} = r$

$$\therefore p \times q \times r = \frac{x^a}{x^b} \times \frac{x^b}{x^c} \times \frac{x^c}{x^a} = \frac{x^{a+b+c}}{x^{a+b+c}} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned}
 &= p^{a^2+ab+b^2} \times q^{b^2+bc+c^2} \times r^{c^2+ca+a^2} \\
 &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2} \\
 &= (x^{a-b})^{a^2+ab+b^2} \times (x^{b-c})^{b^2+bc+c^2} \times (x^{c-a})^{c^2+ca+a^2} \\
 &= x^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times x^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times x^{(c-a)(c^2+ca+a^2)} \\
 &= x^{a^3-b^3} \times x^{b^3-c^3} \times x^{c^3-a^3} \\
 &= x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3} = x^0 = 1 \quad (\text{প্রমাণিত})
 \end{aligned}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $p^{ab} \times q^{bc} \times r^{ca}$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{ab} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{bc} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{ca} \\
 &= (x^{a-b})^{ab} \times (x^{b-c})^{bc} \times (x^{c-a})^{ca} \\
 &= x^{\frac{a-b}{ab} \times \frac{b-c}{bc} \times \frac{c-a}{ca}} \\
 &= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} \\
 &= x^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 \\
 &= 1 \quad (\text{প্রমাণিত})
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $x^{p+q} = a, x^{q+r} = b, x^{r+p} = c$

ক. $a \times b \times c = 1$ হলে দেখাও যে, $p+q+r=0$ ২

খ. প্রমাণ কর $\frac{a}{x^{2r}} \times \frac{b}{x^{2p}} \times \frac{c}{x^{2q}} = 1$ 8

গ. দেখাও যে, $\left\{\frac{a^{p+q}}{x^{pq}}\right\} \times \left\{\frac{b^{q+r}}{x^{qr}}\right\} \times \left\{\frac{c^{r+p}}{x^{rp}}\right\} = 1$ 8

◀◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^{p+q} = a, x^{q+r} = b, x^{r+p} = c$

এখন, $a \times b \times c = 1$

বা, $x^{p+q} \times x^{q+r} \times x^{r+p} = 1$

বা, $x^{p+q+q+r+r+p} = x^0$

বা, $x^{2p+2q+2r} = x^0$

বা, $2p+2q+2r=0$

∴ $p+q+r=0$ (দেখানো হলো)

খ. বামপক্ষ = $\frac{a}{x^{2r}} \times \frac{b}{x^{2p}} \times \frac{c}{x^{2q}}$

$$= \frac{x^{p+q}}{x^{2r}} \times \frac{x^{q+r}}{x^{2p}} \times \frac{x^{r+p}}{x^{2q}}$$

$$= \frac{x^{p+q} \cdot x^{q+r} \cdot x^{r+p}}{x^{2r} \cdot x^{2p} \cdot x^{2q}}$$

$$= \frac{x^{p+q+q+r+r+p}}{x^{2p+2q+2r}} = \frac{x^{2p+2q+2r}}{x^{2p+2q+2r}}$$

$$= x^{2p+2q+2r-2p-2q-2r}$$

$$= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. বামপক্ষ = $\left\{\frac{a^{p+q}}{x^{pq}}\right\} \times \left\{\frac{b^{q+r}}{x^{qr}}\right\} \times \left\{\frac{c^{r+p}}{x^{rp}}\right\}$

$$= \left\{\frac{(x^{p+q})^{p+q}}{x^{pq}}\right\} \times \left\{\frac{(x^{q+r})^{q+r}}{x^{qr}}\right\} \times \left\{\frac{(x^{r+p})^{r+p}}{x^{rp}}\right\}$$

$$= \left\{\frac{x^{(p+q)^2}}{x^{pq}}\right\} \times \left\{\frac{x^{(q+r)^2}}{x^{qr}}\right\} \times \left\{\frac{x^{(r+p)^2}}{x^{rp}}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{\frac{x^{p^2+2pq+q^2}}{x^{pq}}\right\}^{p-q} \times \left\{\frac{x^{q^2+2qr+r^2}}{x^{qr}}\right\}^{q-r} \times \left\{\frac{x^{r^2+2rp+p^2}}{x^{rp}}\right\}^{r-p} \\
 &= (x^{p^2+2pq+q^2-pq})^{p-q} \times (x^{q^2+2qr+r^2-qr})^{q-r} \times (x^{r^2+2rp+p^2-rp})^{r-p} \\
 &= (x^{p^2+pq+q^2})^{p-q} \times (x^{q^2+qr+r^2})^{q-r} \times (x^{r^2+rp+p^2})^{r-p} \\
 &= x^{(p-q)(p^2+pq+q^2)} \times x^{(q-r)(q^2+qr+r^2)} \times x^{(r-p)(r^2+rp+p^2)} \\
 &= x^{p^3-q^3} \times x^{q^3-r^3} \times x^{r^3-p^3} \\
 &= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3} \\
 &= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{দেখানো হলো})
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $m = x^p, n = x^q, l = x^r, a = p+q+r$ এবং $b = \frac{1}{pqr}$ হলে

ক. দেখাও যে, $(mnl)^{-1} = \frac{1}{x^a}$ ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{m}{n}\right)^{br} \times \left(\frac{n}{l}\right)^{bp} \times \left(\frac{l}{m}\right)^{bq} = 1$ 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{n}{l}\right)^{a-2p} \times \left(\frac{l}{m}\right)^{a-2q} \times \left(\frac{m}{n}\right)^{a-2r} = 1$ 8

◀◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. বামপক্ষ = $(mnl)^{-1}$

$$= (x^p \cdot x^q \cdot x^r)^{-1} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{x^p \cdot x^q \cdot x^r}$$

$$= \frac{1}{x^{p+q+r}}$$

$$= \frac{1}{x^a} \quad [\because a = p+q+r]$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

খ. বামপক্ষ = $\left(\frac{m}{n}\right)^{br} \times \left(\frac{n}{l}\right)^{bp} \times \left(\frac{l}{m}\right)^{bq}$

$$= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{\frac{r}{pqr}} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{\frac{p}{pqr}} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{\frac{q}{pqr}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (x^{p-q})^{\frac{r}{pq}} \times (x^{q-r})^{\frac{p}{qr}} \times (x^{r-p})^{\frac{q}{pr}}$$

$$= x^{\frac{p-q}{pq} + \frac{q-r}{qr} + \frac{r-p}{pr}}$$

$$= x^{\frac{p-q}{pq} + \frac{q-r}{qr} + \frac{r-p}{pr}}$$

$$= x^{\frac{pr-qr+pq-pr+rq-pq}{pqr}}$$

$$= x^{\frac{0}{pqr}} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

গ. বামপক্ষ = $\left(\frac{n}{l}\right)^{a-2p} \times \left(\frac{l}{m}\right)^{a-2q} \times \left(\frac{m}{n}\right)^{a-2r}$

$$= \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{p+q+r-2p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{p+q+r-2q} \times \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q+r-2r}$$

[মান বসিয়ে]

$$= x^{(q-r)(r+q-p)} \cdot x^{(r-p)(p+r-q)} \cdot x^{(p-q)(p+q-r)}$$

$$= x^{qr+q^2-pq-r^2-qr+pr} \cdot x^{pr+r^2-qr-p^2-pr+pq} \cdot x^{p^2+pq-pr-qp-q^2+qr}$$

$$= x^{q^2-pq-r^2+pr+r^2-qr-p^2+pq+p^2-pr-q^2+qr}$$

$$= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৭ ▶ $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}, \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}, \sqrt[3]{81}, \sqrt{3^{-1} \cdot 3}$

- ক. $\sqrt{3^{-1} \cdot 3} =$ কত? ২
 খ. ১ম ও ২য় রাশিকে সরল কর। ৪
 গ. ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে ভাগফলকে তৃতীয় রাশি দ্বারা গুণ কর। ৪

▶▶ এনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $\sqrt{3^{-1} \cdot 3} = \sqrt{3^{-1}} \cdot \sqrt{3}$
 $= (3^{-1})^{\frac{1}{2}} \cdot (3)^{\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 3^0 = 1$ (Ans.)

খ. ১ম রাশি = $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}$
 $= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}}$
 $= 3^{m+1-m^2+m}$ [∵ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$]
 $= 3^{2m-m^2+1} = 3^{-m^2+2m+1}$ (Ans.)

আবার, ২য় রাশি = $\frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$
 $= \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m-1)(m+1)}}$
 $= \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}} = 3^{2m+2-m^2+1} = 3^{-m^2+2m+3}$ (Ans.)

গ. ১ম রাশি = $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}$; ২য় রাশি = $\frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$ এবং ৩য় রাশি = $\sqrt[3]{81}$

∴ (১ম রাশি ÷ ২য় রাশি) × তৃতীয় রাশি

$= \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{3^{(m-1)(m+1)}} \times \sqrt[3]{81}$
 $= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m-1)(m+1)}} \times \sqrt[3]{3^3 \cdot \sqrt[3]{3}}$
 $= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}} \times 3^1 \cdot \sqrt[3]{3}$
 $= (3^{m+1-m^2+m}) \div (3^{2m+2-m^2+1}) \times 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$
 $= 3^{2m-m^2+1} \div 3^{2m+3-m^2} \times 3^{1+\frac{1}{3}}$
 $= 3^{2m-m^2+1-2m-3+m^2} \times 3^{\frac{4}{3}}$
 $= 3^{-2} \times 3^{\frac{4}{3}} = 3^{-2+\frac{4}{3}} = 3^{-\frac{6+4}{3}} = 3^{-\frac{2}{3}}$ (Ans.)

প্রশ্ন-৮ ▶ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}, \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}, \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ সূচক সংবলিত তিনটি রাশি।

প্রশ্ন-৯ ▶ যদি $p = \frac{x^a}{x^b}, q = \frac{x^b}{x^c}$ এবং $r = \frac{x^c}{x^a}$ হয় তবে,

- ক. $p \times q \times r$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $p^{a+b} \times q^{b+c} \times r^{c+a}$ এর সরলীকরণ কর। ৪
 গ. দেখাও যে, $p^{a^2+ab+b^2} \times q^{b^2+bc+c^2} \times r^{c^2+ca+a^2} = 1$ ৪

▶▶ এনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. অতি সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(ক) নং সমাধান দেখ।

খ. প্রদত্ত রাশি : $p^{a+b} \times q^{b+c} \times r^{c+a}$



- ক. ১ম ও ২য় রাশিকে x^n আকারে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, রাশিগুলোর গুণফল = 1 ৪
 গ. দেখাও যে, $\frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = 4 \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ ৪

▶▶ চনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ১ম রাশি = $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} = (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}}$ [∵ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$]
 $= x^{\frac{a-b}{ab}}$ [∵ $(a^m)^n = a^{mn}$] যা x^n আকার। যেখানে, $n = \frac{a-b}{ab}$

২য় রাশি = $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} = (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} = x^{\frac{b-c}{bc}}$

যা x^n আকার। যেখানে, $n = \frac{b-c}{bc}$

খ. বামপক্ষ = $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$
 $= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{1}{c^a-a}}$ [‘ক’ হতে প্রাপ্ত মান ব্যবহার করে]
 $= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$
 $= x^{\frac{c(a-b) + a(b-c) + b(c-a)}{abc}}$
 $= x^{\frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1 =$ ডানপক্ষ

∴ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ = $\frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = \frac{3 \cdot 2^x - 2^2 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^x \cdot 2^{-1}}$
 $= \frac{3 \cdot 2^x - 2^{2+x-2}}{2^x - 2^x \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 2^x - 2^x}{2^x - 2^x \cdot \frac{1}{2}}$
 $= \frac{2^x(3-1)}{2^x \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{3-1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

ডানপক্ষ = $4 \cdot \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$
 $= 4 \cdot 1$ [‘খ’ থেকে পাই]
 $= 4$

∴ $\frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = 4 \cdot \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ (দেখানো হলো)

$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$

$= (x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} \times (x^{c-a})^{c+a}$

$= x^{(a+b)(a-b)} \times x^{(b+c)(b-c)} \times x^{(c+a)(c-a)}$

$= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times x^{c^2-a^2}$

$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2} = x^0 = 1$

∴ $p^{a+b} \times q^{b+c} \times r^{c+a} = 1$ (Ans.)

গ. বামপক্ষ = $p^{a^2+ab+b^2} \times q^{b^2+bc+c^2} \times r^{c^2+ca+a^2}$

$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$

$$\begin{aligned} &= (x^a - b)^2 + ab + b^2 \times (x^b - c)^2 + bc + c^2 \times (x^c - a)^2 + ca + a^2 \\ &= x^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times x^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times x^{(c-a)(c^2+ca+a^2)} \\ &= x^{a^3-b^3} \times x^{b^3-c^3} \times x^{c^3-a^3} \\ &= x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore p^{a^2+ab+b^2} \times q^{b^2+bc+c^2} \times r^{c^2+ca+a^2} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-১০ ▶ $p = x^m - n$, $q = x^n - l$, $r = x^l - m$ হলে-

ক. $(pqr)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt[mn]{p} \times \sqrt[nl]{q} \times \sqrt[lm]{r} = 1$ 8

গ. $(pq)^{m^2+ml+l^2} \times (qr)^{n^2+nm+m^2} \times (rp)^{l^2+ln+n^2}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি = $(pqr)^2$
 $= (x^m - n \cdot x^{n-l} \cdot x^{l-m})^2$
 $= (x^{m-n+n-l+l-m})^2 = (x^0)^2 = 1 \text{ (Ans.)}$

খ. বামপক্ষ = $\sqrt[mn]{p} \times \sqrt[nl]{q} \times \sqrt[lm]{r}$
 $= (p)^{\frac{1}{mn}} \cdot (q)^{\frac{1}{ln}} \cdot (r)^{\frac{1}{lm}}$
 $= (x^{m-n})^{\frac{1}{mn}} \cdot (x^{n-l})^{\frac{1}{ln}} \cdot (x^{l-m})^{\frac{1}{lm}}$
 $= x^{\frac{m-n}{mn}} \cdot x^{\frac{n-l}{ln}} \cdot x^{\frac{l-m}{lm}}$
 $= x^{\frac{m-n}{mn} + \frac{n-l}{ln} + \frac{l-m}{lm}}$
 $= x^{\frac{lm-nl+mn-ln-mn}{mnl}} = x^{\frac{0}{mnl}} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

$$\therefore \sqrt[mn]{p} \times \sqrt[nl]{q} \times \sqrt[lm]{r} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $(pq)^{m^2+ml+l^2} \times (qr)^{n^2+nm+m^2} \times (rp)^{l^2+ln+n^2}$
 $= (x^{m-n} \cdot x^{n-l})^{m^2+ml+l^2} \times (x^{n-l} \cdot x^{l-m})^{n^2+nm+m^2} \times (x^{l-m} \cdot x^{m-n})^{l^2+ln+n^2}$
 $= (x^{m-l})^{m^2+ml+l^2} \times (x^{n-m})^{n^2+nm+m^2} \times (x^{l-n})^{l^2+ln+n^2}$
 $= x^{(m-l)(m^2+ml+l^2)} \times x^{(n-m)(n^2+nm+m^2)} \times x^{(l-n)(l^2+ln+n^2)}$
 $= x^{m^3-l^3} \times x^{n^3-m^3} \times x^{l^3-n^3}$
 $= x^{m^3-l^3+n^3-m^3+l^3-n^3} = x^0 = 1 \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন-১১ ▶ $P = \frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}}$, $Q = \frac{2^{x+1} - 2^{x-1}}{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}$ এবং

$$R = \frac{3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2} \div 3}$$

ক. P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $P \times Q \times R =$ কত? 8

গ. প্রমাণ কর যে, $PQR \times \frac{25^{a+1}}{(5^{a-1})^{a+1}} \div \frac{5^{a+1}}{(5^a)^{a-1}} = 300$ 8

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} P &= \frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = \frac{3 \cdot 2^x - 2^2 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = \frac{3 \cdot 2^x - 2^2 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}} \\ &= \frac{3 \cdot 2^x - 2^{2+x-2}}{2^x - 2^{x-1}} = \frac{3 \cdot 2^x - 2^x}{2^x - 2^{x-1}} \\ &= \frac{2^x(3-1)}{2^x(1-\frac{1}{2})} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. $P \times Q \times R = 4 \times \frac{2^{x+1} - 2^{x-1}}{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}} \times \frac{3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2} \div 3} [\because P = 4]$
 $= 4 \times \frac{2^x \cdot 2^1 - 2^x \cdot 2^{-1}}{3 \cdot 2^x - 2^2 \cdot 2^{x-2}} \times \frac{3^x \cdot 3^3 - 5 \cdot 3^x \cdot 3}{3^{x+2-1}}$

$$= 4 \times \frac{2^x(2-\frac{1}{2})}{3 \cdot 2^x - 2^{2+x-2}} \times \frac{3^x(27-15)}{3^{x+1}}$$

$$= 4 \times \frac{2^x \cdot \frac{3}{2}}{3 \cdot 2^x - 2^x} \times \frac{3^x \cdot 12}{3^{x+1}}$$

$$= 4 \times \frac{2^x \cdot \frac{3}{2}}{2^x(3-1)} \times \frac{3^x \cdot 12}{3^x \cdot 3^1}$$

$$= 4 \times \frac{\frac{3}{2}}{2} \times 4 = 4 \times \frac{3}{2 \times 2} \times 4$$

$$\therefore P \times Q \times R = 12 \text{ (Ans.)}$$

গ. $PQR \times \frac{25^{a+1}}{(5^{a-1})^{a+1}} \div \frac{5^{a+1}}{(5^{a-1})^{a-1}} = 12 \times \frac{(5^2)^{a+1}}{5^{(a-1)(a+1)}} \div \frac{5^{a+1}}{(5^a)^{a-1}}$
 $= 12 \times \frac{5^{2a+2}}{5^{a^2-1}} \div \frac{5^{a+1}}{5^{2a-a}}$ [‘খ’ হতে PQR = 12 বসিয়ে]
 $= 12 \times 5^{2a+2-a^2+1} \div 5^{a+1-a^2+a}$
 $= 12 \times 5^{2a-a^2+3} \div 5^{2a-a^2+1}$
 $= 12 \times 5^{2a-a^2+3-2a+a^2-1}$
 $= 12 \times 5^2 = 12 \times 25 = 300$
 $\therefore PQR \times \frac{25^{a+1}}{(5^{a-1})^{a+1}} \div \frac{5^{a+1}}{(5^a)^{a-1}} = 300 \text{ (প্রমাণিত)}$

প্রশ্ন-১২ ▶ $P = x^a$, $Q = x^b$ এবং $R = x^c$.

ক. $P^{bc} Q^{-ca} =$ কত? ২

খ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} + 2(R \cdot P)^{a-c}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}$ এর সরলমান কত? 8

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $P = x^a$, $Q = x^b$

$$\therefore P^{bc} \cdot Q^{-ca} = (x^a)^{bc} \cdot (x^b)^{-ca}$$

$$= x^{abc} \cdot x^{-abc} = x^{abc-abc} = x^0 = 1 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $P = x^a$, $Q = x^b$, $R = x^c$

$$\therefore \left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} + 2(R \cdot P)^{a-c}$$

$$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} + 2(x^c \cdot x^a)^{a-c}$$

$$= (x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} + 2(x^{c+a})^{a-c}$$

$$= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} + 2 \cdot x^{a^2-c^2}$$

$$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2} + 2 \cdot x^{a^2-c^2} = x^{a^2-c^2} + 2 \cdot x^{a^2-c^2} = 3 \cdot x^{a^2-c^2} \text{ (Ans.)}$$

গ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}$
 $= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$
 $= (x^{a-b})^{a^2+ab+b^2} \times (x^{b-c})^{b^2+bc+c^2} \times (x^{c-a})^{c^2+ca+a^2}$
 $= x^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times x^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times x^{(c-a)(c^2+ca+a^2)}$
 $= x^{a^3-b^3} \times x^{b^3-c^3} \times x^{c^3-a^3} = x^{a^3-b^3+b^3+c^3-c^3-a^3} = x^0 = 1 \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন-১৩ ▶ (i) $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$ (ii) $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^m-1)^{m+1}}$

- ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $4^n - 1$. ২
 খ. সরল কর : (i) নং রাশি $\div 2^{-2}$ 8
 গ. দেখাও যে, (ii) নং রাশির সরল মান $\frac{1}{9}$. 8

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি = $4^n - 1 = (2^2)^n - 1 = (2^n)^2 - (1)^2$
 $= (2^n + 1)(2^n - 1)$ (Ans.)

খ. $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2} = \frac{2^n \times 2^4 - 4 \times 2^n \times 2^1}{2^{n+2} \div 2^1}$
 $= \frac{2^n \times 16 - 8 \times 2^n}{2^{n+2-1}} = \frac{2^n(16-8)}{2^{n+1}}$
 $= \frac{2^n \times 8}{2^n \times 2^1} = \frac{8}{2} = 4$

এখন, $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2} \div 2^{-2} = 4 \div \frac{1}{2^2}$
 $= 4 \div \frac{1}{4} = 4 \times \frac{1}{4} = 16$ (Ans.)

গ. $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^m-1)^{m+1}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m-1)(m+1)}} = \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}} \\ &= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} \\ &= 3^{2m-m^2+1} \div 3^{2m-m^2+3} \\ &= 3^{(2m-m^2+1)-(2m-m^2+3)} \\ &= 3^{2m-m^2+1-2m+m^2-3} \\ &= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \therefore \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^m-1)^{m+1}} = \frac{1}{9} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৪ ▶ $X^{p+q} = m$, $n = X^{q+r}$ এবং $b = X^{r+p}$

- ক. $m \times n \times b = 1$ হলে $p + q + r$ এর মান কত? ২
 খ. দেখাও যে, $\frac{m}{X^{2r}} \times \frac{n}{X^{2p}} \times \frac{b}{X^{2q}}$ এর মান 1। 8
 গ. প্রমাণ কর যে, $\left\{ \frac{m^{p+q}}{X^{pq}} \right\}^{p-q} \times \left\{ \frac{n^{q+r}}{X^{qr}} \right\}^{q-r} \times \left\{ \frac{b^{r+p}}{X^{rp}} \right\}^{r-p} = 1$ 8

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

সৃজনশীল প্রশ্ন ৫ এর সমাধানের অনুরূপ

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৫ ▶ $a = \sqrt{x}$, $b = \sqrt{y}$ এবং $c = \sqrt{z}$

- ক. a কে c এর সূচকীয় রাশিতে প্রকাশ কর। ২
 খ. xyz এর মান নির্ণয় কর। 8
 গ. $3x = 4y = 18z$ হলে x, y, z এর মান নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $\frac{1}{c^{xy}}$; খ. 1; গ. $x = 2, y = \frac{3}{2}, z = \frac{1}{3}$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $3a^{m+\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^{2-2m}}$ ও $\sqrt[4]{a^3}$ দুইটি সূচকীয় রাশি।

- ক. প্রথম রাশির সরল মান কত? ২
 খ. প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সরল মান নির্ণয় কর। যেখানে $a = 9$ 8
 গ. ১ম রাশি ও $\sqrt[4]{a^3}$ এর গুণফল = 27 হলে a এর মান কত? 8

উত্তর : ক. $3a^{\frac{5}{4}}$; খ. 9; গ. $a = 3$

প্রশ্ন-১৭ ▶ $\frac{3^{x+1}}{(3^x)^{x-1}}$ ও $\frac{9^{x+1}}{(3^{x+1})^{(x-1)}}$ দুইটি সূচকীয় রাশি।

- ক. প্রথম রাশির সরল মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর। 8
 গ. 'খ' এর প্রাপ্ত মানকে $\sqrt{3^x}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 1 হয়, x এর মান কত? 8

উত্তর : ক. 3^{-x^2-2x+1} ; খ. $\frac{1}{9}$; গ. -4

প্রশ্ন-১৮ ▶ $A = (\sqrt{3})^{x+1}$ ও $B = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$ দুইটি সূচকীয় রাশি।

- ক. A ও B কে 3 এর সূচকীয় রাশিতে প্রকাশ কর। ২
 খ. $A \times B$ এর সরলমান নির্ণয় কর। 8
 গ. $A \times B = \sqrt[3]{81}$ হলে x এর মান কত? 8

উত্তর : ক. $3^{\frac{x+1}{2}}, 3^{\frac{2x-1}{3}}$; খ. $3^{\frac{7x+1}{6}}$; গ. 1

প্রশ্ন-১৯ ▶ $P = \sqrt[3]{81} \times \sqrt[6]{256}, Q = \sqrt[6]{9} \times \sqrt[3]{2}$ এবং $R = 5 \times \sqrt[3]{6}$.

- ক. P এর সরলমান নির্ণয় কর। ২
 খ. PQR এর মান কত? 8
 গ. দেখাও যে, $\frac{P}{R} - \frac{Q}{R} = 1$ 8

উত্তর : ক. $6^{\frac{4}{3}}$; খ. 180

প্রশ্ন-২০ ▶ $3a^{m+\frac{1}{4}} \times \sqrt{a^{2-2m}}$ ও $\sqrt[4]{a^3}$ দুইটি সূচকীয় রাশি।

- ক. দেখাও যে, প্রথম রাশি $3a^{\frac{5}{4}}$. ২
 খ. প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সরলমান নির্ণয় কর। যেখানে $a = 9$ 8
 গ. ১ম রাশি ও $\sqrt[4]{a^3}$ এর গুণফল = 27 হলে a এর মান কত? 8

উত্তর : খ. 9; গ. $a = 3$

প্রশ্ন-২১ ▶ $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \times \frac{(3^{m-1})^{m+1}}{9^{m+1}}$ এবং $\frac{3^6}{3^3 \cdot 3^5}$; $[m \in \mathbb{Q}]$

দুইটি সূচকীয় রাশি।

- ক. দেখাও যে, প্রথম রাশি $= \frac{1}{9}$ ২
 খ. দ্বিতীয় রাশি মান নির্ণয় কর। 8
 গ. সমাধান কর : $(\sqrt{3})^{m+1} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2m-1} \cdot \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \times \frac{(3^{m-1})^{m+1}}{9^{m+1}}$ 8

উত্তর : খ. $\frac{1}{9}$; গ. $m = 17$

অনুশীলনী ৪.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ লগারিদম (Logarithm)

$a^x = N$, ($a > 0$, $a \neq 1$) হলে, $x = \log_a N$ কে N এর a ভিত্তিক লগ বলা হয়।

সূচকীয় রাশির মান বের করতে লগারিদম ব্যবহার করা হয়। লগারিদমকে সংক্ষেপে লগ (Log) লেখা হয়। বড় বড় সংখ্যা বা রাশির গুণফল, ভাগফল ইত্যাদি log এর সাহায্যে সহজে নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $2^3 = 8$; এই গাণিতিক উক্তিটিকে লগের মাধ্যমে লেখা হয় $\log_2 8 = 3$ আবার, বিপরীতক্রমে, $\log_2 8 = 3$ হলে, সূচকের মাধ্যমে লেখা যাবে $2^3 = 8$; অর্থাৎ $2^3 = 8$ হলে $\log_2 8 = 3$ এবং বিপরীতক্রমে, $\log_2 8 = 3$ হলে $2^3 = 8$ একইভাবে $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ কে লগের মাধ্যমে লেখা যায়, $\log_2 \frac{1}{8} = -3$.

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ ১ মান নির্ণয় কর :

(ক) $\log_3 81$

সমাধান : $\log_3 81$

$$= \log_3 3^4$$

$$= 4 \log_3 3$$

$$[\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= 4 \times 1$$

$$[\because \log_a a = 1]$$

$$= 4 \text{ (Ans.)}$$

(খ) $\log_5 \sqrt[3]{5}$

সমাধান : $\log_5 \sqrt[3]{5}$

$$= \log_5 5^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 5$$

$$[\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= \frac{1}{3} \times 1$$

$$[\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

(গ) $\log_4 2$

সমাধান : $\log_4 2$

$$= \log_4 \sqrt{4}$$

$$= \log_4 (4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \log_4 4$$

$$[\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= \frac{1}{2} \times 1$$

$$[\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(ঘ) $\log_{2\sqrt{5}} 400$

সমাধান : $\log_{2\sqrt{5}} 400$

$$= \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4$$

$$= 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5}$$

$$[\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= 4 \times 1$$

$$[\because \log_a a = 1]$$

$$= 4 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$

সমাধান : $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}) = \log_5 (5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}})$

$$= \log_5 (5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}) = \log_5 (5^{\frac{2+3}{6}})$$

$$= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5$$

$$= \frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১ ২ ১ x এর মান নির্ণয় কর :

(ক) $\log_5 x = 3$

সমাধান : $\log_5 x = 3$

$$\therefore x = (5)^3$$

[সংজ্ঞানুযায়ী]

$$= 125 \text{ (Ans.)}$$

(খ) $\log_x 25 = 2$

সমাধান : $\log_x 25 = 2$

$$\therefore x^2 = 25$$

$$\text{বা, } x^2 = (5)^2$$

[সংজ্ঞানুযায়ী]

$$\therefore x = 5 \text{ (Ans.)}$$

(গ) $\log_x \frac{1}{16} = -2$

সমাধান : $\log_x \frac{1}{16} = -2$

$$\text{বা, } x^{-2} = \frac{1}{16}$$

[সংজ্ঞানুযায়ী]

বা, $x^{-2} = \frac{1}{4^2}$

বা, $x^{-2} = 4^{-2}$

∴ $x = 4$ (Ans.) [যদি $x \neq 0$ এবং $a^x = b^x$ হয় তবে $a = b$]

প্রশ্ন ১৩ ও ১৪ দেখাও যে,

(ক) $5\log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$

সমাধান : বামপক্ষ = $5\log_{10} 5 - \log_{10} 25$

= $\log_{10} 5^5 - \log_{10} 5^2$

= $\log_{10} \left(\frac{5^5}{5^2}\right)$ [$\because \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$]

= $\log_{10} 5^{(5-2)}$ [$\because a^m \div a^n = a^{m-n}$]

= $\log_{10} 5^3 = \log_{10} 125 =$ ডানপক্ষ

∴ $5\log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$ (দেখানো হলো)

(খ) $\log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2\log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2\log_{10} 7$

সমাধান : এখানে, $50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$

এবং $147 = 3 \times 49 = 3 \times 7 \times 7 = 3 \times 7^2$

বামপক্ষ = $\log_{10} \frac{50}{147}$

= $\log_{10} 50 - \log_{10} 147$ [$\because \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$]

= $\log_{10} (2 \times 5^2) - \log_{10} (3 \times 7^2)$

= $\log_{10} 2 + \log_{10} 5^2 - (\log_{10} 3 + \log_{10} 7^2)$

= $\log_{10} 2 + 2\log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2\log_{10} 7$

= ডানপক্ষ

∴ $\log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2\log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2\log_{10} 7$

(দেখানো হলো)

(গ) $3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$

সমাধান : বামপক্ষ = $3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + \log_{10} 5$

= $\log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 + \log_{10} 5$

= $\log_{10} (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)$

= $\log_{10} (8 \cdot 9 \cdot 5)$

= $\log_{10} 360 =$ ডানপক্ষ

∴ $3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ১ সরল কর :

(ক) $7\log_{10} \frac{10}{9} - 2\log_{10} \frac{25}{24} + 3\log_{10} \frac{81}{80}$

সমাধান : $7\log_{10} \frac{10}{9} - 2\log_{10} \frac{25}{24} + 3\log_{10} \frac{81}{80}$

= $\log_{10} \left(\frac{10}{9}\right)^7 - \log_{10} \left(\frac{25}{24}\right)^2 + \log_{10} \left(\frac{81}{80}\right)^3$

= $\log_{10} \left\{ \left(\frac{10}{9}\right)^7 \div \left(\frac{25}{24}\right)^2 \times \left(\frac{81}{80}\right)^3 \right\}$

= $\log_{10} \left\{ \left(\frac{10}{9}\right)^7 \times \left(\frac{24}{25}\right)^2 \times \left(\frac{81}{80}\right)^3 \right\}$

= $\log_{10} \left\{ \left(\frac{5 \times 2}{3 \times 3}\right)^7 \times \left(\frac{3 \times 8}{5 \times 5}\right)^2 \times \left(\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5}\right)^3 \right\}$

= $\log_{10} \left\{ \left(\frac{5 \times 2}{3^2}\right)^7 \times \left(\frac{3 \times 2^3}{5^2}\right)^2 \times \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5}\right)^3 \right\}$

= $\log_{10} \left(\frac{5^7 \times 2^7}{3^{14}} \times \frac{3^2 \times 2^6}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3} \right)$

= $\log_{10} \left(\frac{2^{7+6} \cdot 3^{2+12} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^{4+3}} \right)$

= $\log_{10} \left(\frac{2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \right)$

= $\log_{10} (2^{13-12} \cdot 3^{14-14} \cdot 5^{7-7})$

= $\log_{10} (2 \cdot 3^0 \cdot 5^0)$

= $\log_{10} (2 \cdot 1 \cdot 1)$

= $\log_{10} 2$ (Ans.)

(খ) $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

সমাধান : $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

= $\log_7 \left(7^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} \right) - \log_3 3^{\frac{1}{3}} + \log_4 \sqrt{4}$

= $\log_7 \left(7^{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{3} \log_3 3 + \log_4 4^{\frac{1}{2}}$

= $\log_7 7^{\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4$

= $\log_7 7^{\frac{7}{10}} - \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1$

= $\frac{7}{10} \log_7 7 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

= $\frac{7}{10} \cdot 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

= $\frac{21 - 10 + 15}{30} = \frac{11 + 15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$ (Ans.)

(গ) $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

সমাধান : $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

= $\log_e \left(\frac{a^3 b^3}{c^3} \cdot \frac{b^3 c^3}{d^3} \cdot \frac{c^3 d^3}{a^3} \right) - 3 \log_e b^2 c$ [\log_e এর সূত্রানুসারে]

= $\log_e b^6 c^3 - 3 \log_e b^2 c$

= $\log_e (b^2 c)^3 - 3 \log_e b^2 c$

= $3 \log_e b^2 c - 3 \log_e b^2 c = 0$ (Ans.)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $3\sqrt{3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ কত?

- ক) $\frac{4}{3}$ ঘ) $\frac{3}{2}$ গ) $\frac{3}{4}$ ঙ) $\frac{2}{3}$

২. $\log_x 9 = 2$, x এর মান নিচের কোনটি?

ক) ± 2 ঘ) ± 3 গ) 3 ঙ) 18

৩. $\log \sqrt{2}$ 16 এর মান কত?

ক) 2 ঘ) 3 গ) 4 ঙ) 8

৪. $2\sqrt{2}$ এর ২ ভিত্তিক লগ কত?

৫. $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান কত?
 ক) 3 খ) -3 গ) -2 ঘ) 2
৬. $\log_a 200 = 2$ হলে a এর মান কত হবে?
 গ) $10\sqrt{2}$ ঘ) $5\sqrt[3]{2}$ গ) $5\sqrt{3}$ ঘ) $10\sqrt{5}$
৭. $\log_{10}x = -3$ হলে, x এর মান কত?
 ক) 30 খ) 10 গ) x^{-3} গ) 10^{-3}
৮. $\log\sqrt{7}$ এর মান কত?
 ক) $\frac{1}{2}$ গ) 2 গ) $\sqrt{7}$ ঘ) 7
৯. 729 এর লগ 4 হলে, ভিত্তি কত? [দি. বো. '১৫]
 ক) $6\sqrt{3}$ খ) 6 গ) $3\sqrt{3}$ ঘ) 3
১০. $3\sqrt[3]{3}$ এর 9 ভিত্তিক লগ কত?
 গ) $\frac{2}{3}$ খ) 1 গ) $\frac{8}{3}$ ঘ) 4
১১. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?
 ক) 2 খ) 4 গ) $\log 2$ ঘ) $2 \log 2$
১২. $\log_x \frac{1}{27} = -3$ হলে, x এর মান কত?
 ক) -3 খ) $-\frac{1}{3}$ গ) $\frac{1}{3}$ গ) 3
১৩. $\log_{10}\left(\frac{p}{q}\right) =$ কত?
 ক) $\log_{10}(p - q)$ গ) $\log_{10} p - \log_{10} q$

৪.৪ : লগারিদম

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৯. $\log_a 1$ এর মান কত? (সহজ)
 গ) 0 খ) 1 গ) 3 ঘ) 4
 ব্যাখ্যা : $\log_a 1 = \log_a a^0 = 0 \times \log_a a = 0 \times 1 = 0$
২০. $a^x = N$, ($a > 0$, $a \neq 1$) হলে N এর a ভিত্তিক লগ কত? (সহজ)
 গ) $x = \log_a N$ খ) $a = \log_x N$
 গ) $N = \log_a x$ ঘ) $N = \log_{ax}$
২১. $M = a^x$, $N = a^y$ হলে $\log_a(MN) =$ কত? (সহজ)
 ক) xy খ) a^{x+y} গ) $x + y$ ঘ) a^{x-y}
 ব্যাখ্যা : $M = a^x \Rightarrow \log_a M = x$
 $N = a^y \Rightarrow \log_a N = y$
 $\therefore \log_a M + \log_a N = \log_a(MN) = x + y$
২২. $a^0 = 1$ হলে নিচের কোনটি সঠিক সমীকরণ? (সহজ)
 গ) $\log_a 1 = 0$ খ) $\log 1 = 0$ গ) $\log_a = 1$ ঘ) $\log_a = 0$
২৩. x ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক, a^x সর্বদা - (সহজ)
 গ) ধনাত্মক খ) ঋণাত্মক গ) ভগ্নাংশ ঘ) দশমিক
২৪. $\log_3 81 =$ কত? (সহজ)
 ক) 3 গ) 4 গ) 3×4 ঘ) 34
 ব্যাখ্যা : $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4$
২৫. $\log_e 1 =$ কত? (মধ্যম)
 ক) e গ) 0 গ) \sqrt{e} ঘ) 1

- গ) $\log_p 10 - \log_q 10$ ঘ) $\log(p^{10} - q^{10})$
১৪. $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 2$ এর মান কোনটি?
 গ) $\log_{10} 32$ খ) $\log_{10} 16$
 গ) $\log_{10} 8$ ঘ) $\log_{10} 4$
১৫. $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ কত?
 ক) $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{3}{2}$ গ) 2 ঘ) 3
১৬. $\log_a a = 1$ যেখানে-
 i. $a > 0$ ii. $a \geq 0$
 iii. $a \neq 1$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক) i ও ii গ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
১৭. $a > 0$, $b > 0$ এবং $a, b \in \mathbb{R}$ হলে-
 i. $\log_a M^r = M \log_a r$ ii. $\log_a b \times \log_b a = 1$
 iii. $\log_a (\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}) = \frac{5}{6}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
১৮. 10 ভিত্তিক log এর ক্ষেত্রে-
 i. $\log 1 = 0$ ii. $\log 0 =$ অসংজ্ঞায়িত
 iii. $\log 100 = 2$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii গ) i, ii ও iii
২৬. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)
 ক) $2\sqrt{5}$ গ) 4 গ) 2 ঘ) $2\sqrt{3}$
 ব্যাখ্যা : $400 = 16 \times 25 = 2^4 \times 5^2 = 2^4 \times (\sqrt{5})^4 = (2\sqrt{5})^4$
 $\therefore \log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ বা, $\log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4 = x$ বা, $4 \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5}) = x$
 বা, $4 \cdot 1 = x \therefore x = 4$
২৭. $\log_{10} 10 =$ কত? (সহজ)
 ক) 10^{10} খ) 10^2 গ) 10 গ) 1
২৮. $\log_{10} 100$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
 ক) 10 খ) 8 গ) 2 ঘ) 1
 ব্যাখ্যা : $\log_{10} 100 = \log_{10} (10)^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$
২৯. $\log_3 \frac{1}{9}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ক) 3 খ) $\frac{1}{3}$ গ) -3 গ) -2
 ব্যাখ্যা : $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \log_3 (3^{-1})^2$
 $= \log_3 3^{-2} = -2 \log_3 3 = -2 \cdot 1 = -2$
৩০. $\log_a \frac{1}{a}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ক) a খ) $\frac{1}{a}$ গ) -1 ঘ) 1
 ব্যাখ্যা : $a^{-1} = \frac{1}{a} \therefore \log_a a^{-1} = -1$
৩১. $\log_a x = 1$ হলে নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)
 গ) $x = a$ খ) $x = 1$ গ) $a = 1$ ঘ) $x = -a$

ব্যাখ্যা : $\log_a x = 1$ সংজ্ঞানুসারে, $a^1 = x \therefore x = a$

৩২. কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$? (মধ্যম)

- ক $a > 0$ খ $a \neq 1$
 গ $a > 0, a \neq 1$ ঘ $a > 1, a \neq 2$

৩৩. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? (মধ্যম)

- ক $\frac{3}{2}$ খ $\sqrt{5}$ গ $\frac{5}{2}$ ঘ 5

ব্যাখ্যা : $\log_5 5\sqrt{5} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_5 5 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

৩৪. নিচের কোনটির সঠিক মান $\frac{3}{2}$? (মধ্যম)

- ক $\log_2 16$ গ $\log_a a^4$ ঘ $\log_4 2$
 খ $\log_6 6\sqrt{6}$

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6} \therefore \log_6 6\sqrt{6} = \frac{3}{2}$

৩৫. $\frac{\log_b M}{\log_b a}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\log_a M$ গ $\log_a b$ ঘ 1
 খ $\log_b M$

৩৬. $\log_a (MN)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\log_a M + \log_a N$ গ $\log_a M - \log_a N$
 খ $\log_a M \times \log_a N$ ঘ $\log_a M \div \log_a N$

৩৭. $\log_a \frac{M}{N}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\log_a M \div \log_a N$ গ $\log_a M \times \log_a N$
 খ $\log_a M - \log_a N$ ঘ $\log_a M + \log_a N$

৩৮. $\log_5 \sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক 3 গ $\frac{5}{3}$ ঘ 5
 খ $\frac{1}{3}$

ব্যাখ্যা : $\log_5 \sqrt[3]{5} = \log_5 (5)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3}$

৩৯. $\log_3 \sqrt{3}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\frac{1}{3}$ গ 1 ঘ 0
 খ $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $\log_3 \sqrt{3} = \log_3 (3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

৪০. $3\log 2 + \log 5$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক $\log 30$ গ $\log 20$ ঘ $\log 50$
 খ $\log 40$

ব্যাখ্যা : $3\log 2 + \log 5 = \log 2^3 + \log 5 = \log (2^3 \times 5) = \log 40$

৪১. $\log_{10} x = 2$ হলে x এর মান— (মধ্যম)

- ক 10 গ 10^{-2} ঘ 1
 খ 10^2

ব্যাখ্যা : $\log_{10} x = 2$ বা, $10^2 = x$

৪২. $\log_5 x = 2$ হলে x এর মান— (মধ্যম)

- ক 0 গ 5 ঘ 25
 খ 1

ব্যাখ্যা : $\log_5 x = 2$ বা, $5^2 = x \therefore x = 25$

৪৩. $\log_x 25 = 4$ হলে x এর মান— (মধ্যম)

- ক 2 গ $2\sqrt{2}$ ঘ 4
 খ $\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা : $\log_x 25 = 4$

বা, $x^4 = 25$

বা, $(x^2)^2 = 5^2$

বা, $x^2 = 5$

$\therefore x = \sqrt{5}$

৪৪. $\log_x 27 = -3$ হলে x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 1 গ 2 ঘ 3 ঘ 4
 খ 2

৪৫. $\log_x 3y^2 = a$ হলে x^a এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 3 গ 2 ঘ $3y^2$ ঘ 3y

ব্যাখ্যা : $\log_x 3y^2 = a \therefore x^a = 3y^2$

৪৬. $\log_a a^4$ এর মান কত? (সহজ)

- ক $\frac{1}{2}$ গ 4 ঘ 2 ঘ $\frac{4}{3}$
 খ 2

৪৭. $\log_8 64$ এর মান কত? (সহজ)

- ক 1 গ 2 ঘ 3 ঘ 4
 খ 2

৪৮. $\log 7 + \log 3 = ?$ (সহজ)

- ক $\log 10$ গ $\log 7^3$ ঘ $7\log 3$ ঘ $\log 21$
 খ $\log 7^3$

ব্যাখ্যা : $\log 7 + \log 3 = \log (7 \times 3) = \log 21$

৪৯. $5\log 3 - \log 9$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $\log 3$ গ $\log 9$ ঘ $\log 27$ ঘ $\log 2$
 খ $\log 9$

ব্যাখ্যা : $5\log 3 - \log 9 = \log 3^5 - \log 9 = \log \frac{3^5}{9} = \log \frac{243}{9} = \log 27$

৫০. $4\log 5 - \log 125 = ?$ (মধ্যম)

- ক $\log 5$ গ $\log 4$ ঘ $\log 2^3$ ঘ $\log 25$
 খ $\log 4$

ব্যাখ্যা : $4\log 5 - \log 125 = \log 5^4 - \log 125 = \log \frac{5^4}{125} = \log \frac{625}{125} = \log 5$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- সূচকীয় রাশির মান বের করতে লগারিদম ব্যবহার করা হয়
 - লগারিদমকে সংক্ষেপে $\log x$ লেখা হয়
 - x ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন, a^x সর্বদা ধনাত্মক
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 খ i ও iii

৫২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- শুধু ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে
 - শূন্য বা ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই
 - a^n এ n কে ভিত্তি বলা হয়
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 খ i ও iii

৫৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$
 - $\log_a M^n = n \log_a M$
 - $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 খ i ও iii

৫৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- a^n - এ a -কে n-এর সূচক বলা হয়
 - $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে $x = 3$
 - $3^x = 27$ হলে $x = 3$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 খ i ও iii

৫৫. $\log_a a$ এর মান—

i. 1

ii. $\log_a a \times \log_b b$ এর মানের সমান

iii. $\log_b b$ এর মানের সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. লগের ভিত্তি দেয়া না থাকলে সর্বত্র একই ভিত্তি ধরে নেয়া হয়

ii. $\log 25 = 2 \log 5$

iii. $\log 100 = 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $2 \log 10 = 2$

ii. $\log 10 = \log 5 \times \log 2$

iii. $\log 0.1 = -1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii খ i, ii ও iii

৫৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\log \frac{1}{9} = -2 \log 3$

ii. $\log 9 - \log 3 = \log 6$

iii. $\log 4 - \log 2 = \log 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii খ i, ii ও iii

৫৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যদি $a^x = n$ হয় তবে, $x = \log_a n$ ii. $\log_{\sqrt{3}} 27 = x$ হলে $x = 6$

iii. $\frac{\log 16}{\log 2} = 8$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii খ i, ii ও iii

৬০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\log 3 + \log 4 = \log 12$

ii. $3 \log 2 + \log 5 = \log 30$

iii. $\log 21 = \log 7 + \log 3$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii খ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সঠিক কারণ, $\log 3 + \log 4 = \log(3 \times 4) = \log 12$

ii. সঠিক নয়, কারণ $3 \log 2 \times \log 5$

$= \log 2^3 \times \log 5 = \log(8 \times 5) = \log 40$

iii. সঠিক কারণ, $\log 21 = \log(7 \times 3) = \log 7 + \log 3$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ - ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$P = \log_2 \sqrt{4}$ এবং $Q = \log_2 8$

৬১. P এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ ● 1 গ 2 খ 3

৬২. Q এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ 2 ● 3 ঘ 4

৬৩. (P + Q) এর মান কত?

ক $\log_2 2$ খ $2 \log_2 2$ গ $3 \log_2 2$ ● $4 \log_2 2$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ - ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log_a x = 3$ ও $\log_a y = 2$

৬৪. $\log_a(xy) =$ কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ● 5

ব্যাখ্যা : $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y = 3 + 2 = 5$

৬৫. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) =$ কত? (মধ্যম)

● 1 খ 5 গ 6 ঘ $\frac{3}{2}$

ব্যাখ্যা : $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y = 3 - 2 = 1$

৬৬. $\log_y x =$ কত? (কঠিন)

ক $\frac{1}{2}$ ● $\frac{3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ 2

ব্যাখ্যা : $\log_y x = \log_a x \times \log_y a = \log_a x \times \frac{1}{\log_a y} = \frac{3}{2}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৭ - ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$P = \log_2 16$, $Q = \log_6 6\sqrt{6}$, $R = \log_5 \sqrt[3]{5}$ এবং $S = \log_4 2$ চারটি সূচকীয় রাশি।

৬৭. Q এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$

৬৮. R এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{2}$ ● $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{6}$

ব্যাখ্যা : $\log_5 \sqrt[3]{5} = \log_5 (5)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$

৬৯. $P \times Q \times R$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 2 খ $\frac{2}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{4}{5}$

ব্যাখ্যা : $P \times Q \times R = \log_2 16 \times \log_6 6\sqrt{6} \times \log_5 \sqrt[3]{5} = 4 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = 2$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭০ - ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log_a a^2$, $\log_4 2$, $\log_5 \sqrt[3]{5}$ এবং $\log_{12} \sqrt{12}$ চারটি রাশি।

৭০. দ্বিতীয় রাশির মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{4}$ গ 2 ঘ 4

৭১. প্রথম তিনটি রাশির সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\frac{17}{6}$ খ $\frac{9}{4}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{21}{6}$

৭২. রাশি চারটির সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{13}{6}$ খ $\frac{9}{5}$ ● $\frac{10}{3}$ ঘ $\frac{19}{9}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ - ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = \log_{10} 1.2$

৭৩. x এর মান নিচের কোনটির সমান? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{10} \times \log_{10} 12$ খ $10 \log_{10} 12$

গ $\log_{10} 1 \times \log_{10} 2$ ঘ ● $\log_{10} 12 - \log_{10} 10$

ব্যাখ্যা : $x = \log_{10} 1.2 = \log_{10} \frac{12}{10} = \log_{10} 12 - \log_{10} 10$

৭৪. $x + 1$ নিচের কোনটির সমান? (কঠিন)

- Ⓐ $\log_{10} 3 + \log_{10} 2$ ● $\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2$
 Ⓑ $\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 + 1$ ☐ $\log_{10} 3 + \log_{10} 2 + 1$
 ব্যাখ্যা : $x + 1 = \log_{10} 1 \cdot 2 + 1 = \log_{10} 12 - \log_{10} 10 + 1$
 $= \log_{10} (3 \times 2^2) - 1 + 1 = \log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2$

৭৫. $(\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3) \div (x + 1) =$ কত? (মধ্যম)

৭৬. যদি $\log_x 324 = 4$ হয় তবে x এর মান কত?

- Ⓐ 32 Ⓑ $4\sqrt{2}$ ● $3\sqrt{2}$ ☐ 1
 ব্যাখ্যা : $x^4 = 324 = 3^4 \cdot 2^2 = 3^4 \cdot (\sqrt{2})^4 = (3\sqrt{2})^4$
 $\therefore x = 3\sqrt{2}$

৭৭. $\log_5 \{(\sqrt[3]{5})(\sqrt{5})\}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{7}{6}$ Ⓑ $\frac{6}{5}$ ● $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{6}{5}$

৭৮. $\log \sqrt{3} 81 =$ কত?

- Ⓐ 3 Ⓑ 9 ● 8 ☐ 27

৭৯. 400 এর লগ 4; ভিত্তি কত?

- Ⓐ $5\sqrt{2}$ Ⓑ $2\sqrt{5}$ ● $3\sqrt{2}$ ☐ $2\sqrt{3}$

৮০. $\log_2 128 =$ কত?

- Ⓐ 6 ● 7 Ⓑ 8 ☐ 9

৮১. $\log_3 \sqrt{27}$ এর মান কত?

- Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$ ☐ 3

৮২. $\log 1$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 ● 0

৮৩. $\log 7 + \log 3$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ 21 Ⓑ 3×7 Ⓒ $7 \div 3$ ● $\log 21$

৮৪. $\frac{1}{2} \log_2 4$ এর মান কত?

- Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ ● 1 ☐ 2

৮৫. $\log x^{\frac{1}{16}} = -2$ হলে $x =$ কত?

- Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{1}{4^2 - 2}$ ● 4 ☐ 16

৮৬. $\log_a b$ এর ভিত্তি কত?

- a Ⓑ b Ⓒ 10 ☐ a^b

৮৭. $\log_{169} 13$ এর মান কত?

- Ⓐ 13 Ⓑ 0 Ⓒ 69 ● $\frac{1}{2}$

৮৮. $\log_2 34 = 3$ কে সূচকের মাধ্যমে লিখলে নিচের কোনটি সঠিক?

- $2^3 = 34$ Ⓑ $3^2 = 34$
 Ⓒ $34 = \log 3$ ☐ $3 \log 2 = 34$

৮৯. $\log_2 \frac{1}{16} =$ কত?

- Ⓐ 2 Ⓑ 4 ● -4 ☐ 32

৯০. $\log_9 3 =$ কত?

- Ⓐ $\frac{1}{3}$ ● $\frac{1}{2}$ Ⓑ 2 ☐ 3

৯১. $\log_x \left(\frac{1}{25}\right) = -2$ হলে x এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $(\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3) \div (x + 1)$
 $= \frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2) \div (x + 1) = \frac{3}{2} (x + 1) \div (x + 1) = \frac{3}{2}$

- Ⓐ $\frac{1}{5}$ Ⓑ $\pm \frac{1}{5}$ Ⓒ 5 ● ± 5

৯২. $\log \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log \frac{c^3 d^3}{a^3} =$ কত?

- $\log b^6 c^3$ Ⓑ $\log b^3 c^3$ Ⓒ $\log a^3 b^3$ ☐ $\log a^2 b^6$

৯৩. $\log_a x = 1$ হলে নিচের কোনটি সত্য?

- $x = a$ Ⓑ $x = 1$
 Ⓒ $a = 1$ ☐ x এবং a সমান হতে পারে না

৯৪. $x^2 = \sqrt[3]{27}$ হলে $x =$ কত?

- $\pm \sqrt{3}$ Ⓑ $\pm \sqrt{2}$ Ⓒ ± 3 ☐ ± 2

৯৫. ভিত্তি বের কর : যখন $\log \frac{1}{a} = -1$

- Ⓐ $\frac{1}{a}$ Ⓑ -1 Ⓒ 1 ● a

৯৬. $\log_5 (\sqrt[5]{5})^2 (\sqrt[5]{5})^2$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{5}{3}$ ● $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{6}{5}$

৯৭. " x^2 এর a ভিত্তিক লগারিদমের মান N একটি গাণিতিক বাক্য। যদি $a = 4$, $N = 3$ হয়, তবে $x =$ কত?

- Ⓐ -8 Ⓑ +8 ● ± 8 ☐ ± 9

৯৮. $a, b, M, N > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$ হলে,

i. $b \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_a b}$ ii. $\log_b M = \log_a M \times \log_b a$

iii. $\log_a M^r = r \log_a M$

নিচের কোনটি সঠিক?

- Ⓐ i ও ii Ⓑ i ও iii ● ii ও iii ☐ i, ii ও iii

৯৯. স্বাভাবিক লগারিদমের -

i. ভিত্তি e

ii. $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারে প্রকাশ করা হয়

iii. $\log_e x$ কে নেপেরিয়ান লগারিদম বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

- Ⓐ i ও iii Ⓑ i ও ii Ⓒ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\log_a^M = \log_b M \times \log a^b$ ii. $\log 1000 - \log 10 = 2$

iii. $\log_{10} 10 = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- Ⓐ i Ⓑ i ও ii Ⓒ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\log_a m^p = p \log_a m$ ii. $2^4 = 16$ হলে, $\log_2 16 = 4$

iii. $\log_a (m + n) = \log_a m + \log_a n$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii Ⓑ ii ও iii Ⓒ i ও iii ☐ i, ii ও iii

১০২. নিচের উক্তিগুলো লক্ষ কর :

- i. $a^x = M$ হলে, $x = \log_a M$
 ii. $\log_a 1 = 0$ যখন $a > 0, a \neq 1$
 iii. $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ☒ ii ও iii ☑ i ও iii ☓ i, ii ও iii

১০৩. i. $\log_2 16 = 4$

ii. $\log_6 6\sqrt{6} = \frac{3}{2}$

iii. $\log_2 16 = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ☒ ii ও iii ☑ i ও iii ☓ i, ii ও iii

১০৪. i. $p^x = q^x$ হলে $p = q$

ii. $\log_{10} x = -2$ হলে $x = 0.01$

iii. $\log_x \frac{1}{16} = 2$ হলে $x = \frac{2}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ☒ ii ও iii ☑ i ও iii ☓ i, ii ও iii

১০৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\log_a m \neq \log_b m \times \log_a b$

ii. $\log_{10} 1000 - \log_{10} 10 = 2$

iii. $\log_{10} 10 = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ☑ i ☒ ii ● ii ও iii ☓ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১০৬ ও ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$P = \log_3 \sqrt{2} 18, q = \log_2 \sqrt{3} 144, r = \log_2 4$

১০৬. $q + r =$ কত?

- 2 ☒ 4 ☑ 6 ☓ 8

১০৭. $p + q + r =$ কত?

- 1 ☒ $\frac{1}{2}$ ☑ $\frac{1}{4}$ ☓ 0

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ নিচের ছকটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

কলাম-১	কলাম-২	কলাম-৩
i. $10^2 = 100$	i. $10^0 =$	i. $\log_{10} 1 =$
ii. $3^{-2} = \frac{1}{9}$	ii. $e^0 =$ $a^0 = 1$	ii. $\log_e 1 \dots\dots$ $\dots = \dots$
iii. $2^{\frac{1}{-2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	iii. $10^1 = \dots\dots$	iii. $\log_{10} 10 = \dots\dots$
iv. $\sqrt{2^4} = 4$	iv. $e^1 = \dots = \dots$	iv. $\dots = \dots \log_a a = 1$

- ক. ১ম কলামের মানগুলোকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
- খ. সূচক নিয়ম অনুসরণ করে ২য় কলামের ফাঁকা জায়গা পূরণ কর। ৪
- গ. কলাম ৩ এর ফাঁকা জায়গাগুলো লগের নিয়মে পূরণ কর। ৪

▶◀ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ১ম কলামের মানগুলোকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো :

প্রশ্ন-২ ▶

i. $\log_{10} x = 2$

ii. $\log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5}) = p$

iii. $\log_4 2 \times \log_{12} \sqrt{12} = q$

- ক. (i) নং হতে x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. p এর মান কত? ৪
- গ. q এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রদত্ত রাশি, $\log_{10} x = 2$

বা, $10^2 = x$

i. $10^2 = 100$	i. $\log_{10} 100 = 2$
ii. $3^{-2} = \frac{1}{9}$	ii. $\log_{39} \frac{1}{9} = -2$
iii. $2^{\frac{1}{-2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	iii. $\log_2 \sqrt{2} = -\frac{1}{2}$
iv. $\sqrt{2^4} = 4$	iv. $\log_2 4 = 2$

খ. ২য় কলামের ফাঁকা জায়গা সূচকের নিয়মে পূরণ করা হলো :

- i. $10^0 = 1$ iii. $10^1 = 10$
 ii. $e^0 = 1$ iv. $e^1 = e$
 $a^0 = 1$ $a^1 = a$

গ. ৩য় কলামের ফাঁকা জায়গা লগের নিয়মে পূরণ করা হলো :

- i. $\log_{10} 1 = 0$ iii. $\log_{10} 10 = 1$
 ii. $\log_e 1 = 0$ iv. $\log_e e = 1$
 $\log_a 1 = 0$

∴ $x = 100$ (Ans.)

খ. (ii) নং হতে পাই, $p = \log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5})$

বা, $5^p = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}$

বা, $5^p = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

বা, $5^p = 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$

বা, $5^p = 5^{\frac{2+3}{6}}$

বা, $5^p = 5^{\frac{5}{6}}$

∴ $p = \frac{5}{6}$ (Ans.)

গ. প্রদত্ত রাশি, $q = \log_4 2 \times \log_{12} \sqrt{12}$

$= \log_4 \sqrt{4} \times \log_{12} \sqrt{12}$

$$= \log_4(4)^2 \times \log_{12}(12)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \log_4 4 \times \frac{1}{2} \log_{12} 12$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{4} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶

i. $\log_a 9 = 2$

ii. $\log_x 144 = 4$

iii. $\log_{2\sqrt{5}} 400 + \log_{3\sqrt{2}} 324 + \log_6 6\sqrt{6}$

- ক. (i) নং হতে a এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. (ii) নং হতে x এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. (iii) নং সরল কর। ৪

◀◀ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\log_a 9 = 2$
 বা, $a^2 = 9 \quad [\because \log_a N = x \text{ হলে } a^x = N]$
 $\therefore a = \pm 3 \text{ (Ans.)}$

খ. প্রদত্ত রাশি, $\log_x 144 = 4$
 বা, $x^4 = 144$
 বা, $x^4 = (2\sqrt{3})^4$
 $\therefore x = 2\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$

গ. $\log_{2\sqrt{5}} 400 + \log_{3\sqrt{2}} 324 + \log_6 6\sqrt{6}$
 $= \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4 + \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^4 + \log_6 6(6)^{\frac{1}{2}}$
 $= \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4 + \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^4 + \log_6 6(1 + \frac{1}{2})$
 $= 4\log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5}) + 4\log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2}) + \frac{3}{2}\log_6 6$
 $= 4 + 4 + \frac{3}{2} \quad [\because \log_a a = 1]$
 $= 8 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2} \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন-৪ ▶

$p = \log_{2\sqrt{5}} 8000 = x$, $q = \log_5 \sqrt[3]{5} \div \log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5}) + \log_{12} \sqrt{12}$, $r = \log_{3\sqrt{2}} 324 + \log_5 5\sqrt{5}$

- ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. q এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. r এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\log_{2\sqrt{5}} 8000 = x$
 বা, $(2\sqrt{5})^x = 8000$
 বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^6 \times 5^3$
 বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^6 \times (\sqrt{5})^6$
 বা, $(2\sqrt{5})^x = (2\sqrt{5})^6$
 $\therefore x = 6 \text{ (Ans.)}$

খ. প্রদত্ত রাশি,

$$q = \log_5 \sqrt[3]{5} \div \log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5}) + \log_{12} \sqrt{12}$$

$$= \log_5 (5)^{\frac{1}{3}} \div \log_5 (5)^{\frac{1}{3}} (5)^{\frac{1}{2}} + \log_{12} (12)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} \div \log_5 5 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \div \log_5 5^{\frac{2+3}{6}} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \div \log_5 5^{\frac{5}{6}} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} \log_5 5 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4+5}{10} = \frac{9}{10} \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি, $r = \log_{3\sqrt{2}} 324 + \log_5 5\sqrt{5}$

$$= \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^4 + \log_5 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4\log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2}) + \log_5 5^{1+\frac{1}{2}}$$

$$= 4 \cdot 1 + \log_5 5^{\frac{3}{2}} = 4 + \frac{3}{2} \log_5 5$$

$$= 4 + \frac{3}{2} = \frac{8+3}{2} = \frac{11}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ ▶

লগগুলোর ভিত্তি একই হলে, লগারিদমের সূত্রাবলি প্রয়োগ করে সরল কর :

- ক. $3 \log 2 + \log 5$ ২
 খ. $7 \log \frac{10}{9} - \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{81}{80}$ ৪
 গ. $\log 5 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$ ৪

◀◀ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি = $3 \log 2 + \log 5$
 $= \log 2^3 + \log 5$
 $= \log 8 + \log 5 = \log (8 \times 5) = \log 40 \text{ (Ans.)}$

খ. প্রদত্ত রাশি = $7 \log \frac{10}{9} - 2 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{81}{80}$
 $= \log \left(\frac{10}{9} \right)^7 - \log \left(\frac{25}{24} \right)^2 + \log \left(\frac{81}{80} \right)^3$
 $= \log \left\{ \left(\frac{10}{9} \right)^7 \div \left(\frac{25}{24} \right)^2 \times \left(\frac{81}{80} \right)^3 \right\}$
 $= \log \left\{ \left(\frac{10}{9} \right)^7 \times \left(\frac{24}{25} \right)^2 \times \left(\frac{81}{80} \right)^3 \right\}$
 $= \log \left\{ \left(\frac{2 \times 5}{3 \times 3} \right)^7 \times \left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{5 \times 5} \right)^2 \times \left(\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} \right)^3 \right\}$
 $= \log \left\{ \left(\frac{2 \times 5}{3^2} \right)^7 \times \left(\frac{2^3 \times 3}{5^2} \right)^2 \times \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3 \right\}$
 $= \log \left(\frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^6 \cdot 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3} \right)$
 $= \log \left(\frac{2^{7+6} \cdot 3^{2+12} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^{4+3}} \right)$
 $= \log \left(\frac{2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \right)$

$$\begin{aligned}
 &= \log (2^{13-12} \cdot 3^{14-14} \cdot 5^{7-7}) \\
 &= \log (2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^0) \\
 &= \log (2 \cdot 1 \cdot 1) \quad [\because a^0 = 1] \\
 &= \log 2 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $\log 5 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$

$$\begin{aligned}
 &= \log 5 + \log \left(\frac{16}{15}\right)^{16} + \log \left(\frac{25}{24}\right)^{12} + \log \left(\frac{81}{80}\right)^7 \\
 &= \log \left\{5 \times \left(\frac{16}{15}\right)^{16} \times \left(\frac{25}{24}\right)^{12} \times \left(\frac{81}{80}\right)^7\right\} \\
 &= \log \left\{5 \times \frac{(2^4)^{16}}{(3 \times 5)^{16}} \times \frac{(5^2)^{12}}{(2^3 \times 3)^{12}} \times \frac{(3^4)^7}{(2^4 \times 5)^7}\right\} \\
 &= \log \left\{\frac{5 \cdot 2^{64} \cdot 5^{24} \cdot 3^{28}}{3^{16} \cdot 5^{16} \cdot 2^{36} \cdot 3^{12} \cdot 2^{28} \cdot 5^7}\right\} \\
 &= \log \left\{\frac{2^{64} \cdot 3^{28} \cdot 5^{1+24}}{2^{36+28} \cdot 3^{16+12} \cdot 5^{16+7}}\right\} \\
 &= \log \left\{\frac{2^{64} \cdot 3^{28} \cdot 5^{25}}{2^{64} \cdot 3^{28} \cdot 5^{23}}\right\} \\
 &= \log \{2^{64-64} \cdot 3^{28-28} \cdot 5^{25-23}\} \\
 &= \log \{2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^2\} = \log 5^2 = 2 \log 5 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $\log \frac{M}{N} = \log M - \log N$, লগারিদমের সূত্রগুলো ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে,

ক. $\log \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log b^2 c = 0$ ২

খ. $3 \log \frac{36}{25} + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125} = \log 2$ 8

গ. $7 \log \frac{16}{15} + 5 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{81}{80} = \log 2$ 8

▶◀ অন্তঃপ্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. বামপক্ষ = $\log \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log b^2 c$

$$\begin{aligned}
 &= \log \left(\frac{a^3 b^3}{c^3} \times \frac{b^3 c^3}{d^3} \times \frac{c^3 d^3}{a^3}\right) - \log (b^2 c^3) \\
 &= \log b^{3+3} c^3 - \log b^6 c^3 \\
 &= \log b^6 c^3 - \log b^6 c^3 \\
 &= 0 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

খ. বামপক্ষ = $3 \log \frac{36}{25} + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125}$

$$\begin{aligned}
 &= \log \left(\frac{36}{25}\right)^3 + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - \log \left(\frac{16}{125}\right)^2 \\
 &= \log \left\{\left(\frac{36}{25}\right)^3 \times \left(\frac{2}{9}\right)^3 \div \left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2\right\} \\
 &= \log \left\{\left(\frac{2^2 \cdot 3^2}{5^2}\right)^3 \times \frac{2^3}{3^6} \div \left(\frac{2^8}{5^6}\right)\right\} \\
 &= \log \left(\frac{2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^3 \cdot 5^6}{5^6 \cdot 3^6 \cdot 2^8}\right) = \log \left(\frac{2^9}{2^8}\right) \\
 &= \log (2^{9-8}) = \log 2 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ = $7 \log \frac{16}{15} + 5 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{81}{80}$

$$\begin{aligned}
 &= 7 \log 16 - 7 \log 15 + 5 \log 25 \\
 &\quad - 5 \log 24 + 3 \log 81 - 3 \log 80
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 7 \log 2^4 - 7 \log (3 \times 5) + 5 \log 5^2 \\
 &\quad - 5 \log (2^3 \times 3) + 3 \log 3^4 - 3 \log (2^4 \times 5) \\
 &= (7 \times 4) \log 2 - (7 \log 3 + 7 \log 5) \\
 &\quad + (5 \times 2) \log 5 - (5 \log 2^3 + 5 \log 3) + (3 \times 4) \\
 &\quad \log 3 - (3 \log 2^4 + 3 \log 5) \\
 &= 28 \log 2 - 7 \log 3 - 7 \log 5 + 10 \log 5 - \\
 &\quad 15 \log 2 - 5 \log 3 + 12 \log 3 - 12 \log 2 - 3 \log 5 \\
 &= 28 \log 2 - 15 \log 2 - 12 \log 2 - 7 \log 3 \\
 &\quad - 5 \log 3 + 12 \log 3 - 7 \log 5 + 10 \log 5 - 3 \log 5 \\
 &= (28 - 15 - 12) \log 2 + (-7 - 5 + 12) \log 3 + \\
 &\quad (-7 + 10 - 3) \log 5 \\
 &= 1 \times \log 2 + 0 \times \log 3 + 0 \times \log 5 \\
 &= \log 2 + 0 + 0 \\
 &= \log 2 = \text{ডানপক্ষ} \\
 &\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ $p = 2, q = 5, r = 7, s = 3$

ক. দেখাও যে, $\log 21 = \log r + \log s$ ২

খ. দেখাও যে, $\log \frac{50}{147} = \log p + p \log q - \log s - p \log r$ 8

গ. $r \log \frac{pq}{s^2} - p \log \frac{q^2}{p^3 s} + s \log \frac{81}{80}$ এর মান নির্ণয় কর 8

▶◀ অন্তঃপ্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $p = 2, q = 5, r = 7, s = 3$

বামপক্ষ = $\log 21 = \log (7 \times 3)$

$$\begin{aligned}
 &= \log 7 + \log 3 = \log r + \log s \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

খ. বামপক্ষ = $\log \frac{50}{147}$

$$\begin{aligned}
 &= \log 50 - \log 147 \\
 &= \log (5^2 \cdot 2) - \log (7^2 \cdot 3) \\
 &= \log 5^2 + \log 2 - (2 \log 7 + \log 3) \\
 &= 2 \log 5 + \log 2 - (2 \log 7 + \log 3) \\
 &= 2 \log 5 + \log 2 - 2 \log 7 - \log 3 \\
 &= p \log q + \log p - p \log r - \log s \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

গ. প্রদত্ত রাশি = $r \log \frac{pq}{s^2} - p \log \frac{q^2}{p^3 s} + s \log \frac{81}{80}$

$$\begin{aligned}
 &= 7 \log \frac{2 \cdot 5}{3^2} - 2 \log \frac{5^2}{2^3 \cdot 3} + 3 \log \frac{81}{80} \\
 &= \log \left(\frac{2 \cdot 5}{3^2}\right)^7 - \log \left(\frac{5^2}{2^3 \cdot 3}\right)^2 + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 5}\right)^3 \\
 &= \log \frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} - \log \frac{5^4}{2^6 \cdot 3^2} + \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3} \\
 &= \log \left(\frac{2^7 \cdot 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^6 \cdot 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3}\right) \\
 &= \log \frac{2^{7+6} \cdot 5^{7+3} \cdot 3^{2+12}}{3^{14} \cdot 5^4 \cdot 5^3 \cdot 2^{12}} = \log \frac{2^{13} \cdot 5^7 \cdot 3^{14}}{3^{14} \cdot 5^7 \cdot 2^{12}} \\
 &= \log 2^{13-12} \cdot 5^{7-7} \cdot 3^{14-14} \\
 &= \log 2^1 \cdot 5^0 \cdot 3^0 = \log 2 \cdot 1 \cdot 1 = \log 2 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $x = 2, y = 3, z = 5$

- ক. দেখাও যে, $y \log x + \log z = \log 40$ ২
- খ. $7 \log \frac{x^4}{zy} + z \log \frac{z^2}{x^3 \cdot y} + y \log \frac{81}{80}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $\frac{\log \sqrt{y^3} + \log x^3 - \log \sqrt{(xz)^3}}{\log x^2 y - \log xz}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেয়া আছে, $x = 2, y = 3, z = 5$

বামপক্ষ = $y \log x + \log z$

= $3 \log 2 + \log 5$

= $\log 2^3 + \log 5$

= $\log 8 + \log 5$

= $\log (8 \times 5)$

= $\log 40 =$ ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

খ. প্রদত্ত রাশি = $7 \log \frac{x^4}{zy} + z \log \frac{z^2}{x^3 \cdot y} + y \log \frac{81}{80}$

= $7 \log \frac{2^4}{3 \times 5} + 5 \log \frac{5^2}{2^3 \cdot 3} + 3 \log \frac{81}{80}$

= $\log \left(\frac{2^4}{3 \times 5} \right)^7 + \log \left(\frac{5^2}{2^3 \times 3} \right)^5 + 3 \log \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)$

= $\log \left(\frac{2^4}{3 \times 5} \right)^7 + \log \left(\frac{5^2}{2^3 \times 3} \right)^5 + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3$

= $\log \frac{2^{28}}{3^7 \times 5^7} + \log \frac{5^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} + \log \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3}$

= $\log \frac{2^{28}}{3^7 \times 5^7} + \log \frac{5^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} + \log \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3}$

= $\log \frac{2^{28} \cdot 5^{10} \cdot 3^{12}}{3^{7+5} \cdot 2^{15+12} \cdot 5^{7+3}} = \log \frac{2^{28} \cdot 5^{10} \cdot 3^{12}}{3^{12} \cdot 2^{27} \cdot 5^{10}}$

= $\log 2^{28-27} \cdot 5^{10-10} \cdot 3^{12-12}$

= $\log 2^1 \cdot 5^0 \cdot 3^0 = \log 2 \cdot 1 \cdot 1 = \log 2$ (Ans.)

গ. প্রদত্ত রাশি = $\frac{\log \sqrt{y^3} + \log x^3 - \log \sqrt{(xz)^3}}{\log x^2 y - \log xz}$

= $\frac{\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{(2 \cdot 5)^3}}{\log (2^2 \cdot 3) - \log (2 \cdot 5)}$

= $\frac{\log (3^3)^2 + \log 8 - \log \{(10)^3\}^2}{\log 12 - \log 10}$

= $\frac{\log 3^2 + \log \sqrt{64} - \log (10)^2}{\log (12 \div 10)}$

= $\frac{\log 3^2 + \log (64)^2 - \log (10)^2}{\log (1.2)}$

প্রশ্ন-১০ ▶ $A = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}}, B = \frac{4^{m+1}}{(2^{m-1})^{m+1}}, C = 400, D = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7}$ এবং $E = 2$.

- ক. $\log_a 9 = E$ হলে a এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $A \div B$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. সরল কর : $\log_{2\sqrt{5}} C + \log_7 D + \log_4 E$ ৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\log_a 9 = E$

বা, $\log_a 9 = 2$ [$\because E = 2$]

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \log (4^3)^2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \log 4^2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log (3 \times 4 \div 10)}{\log 1.2} = \frac{\frac{3}{2} \log 1.2}{\log 1.2} = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ লগপুলোর ভিত্তি একই হলে, লগারিদমের সূত্রাবলি প্রয়োগ করে সরল কর :

- ক. $5 \log 5 - \log 25$ ২
- খ. $\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5}) + \log_6 \sqrt[6]{6} + \log_2 16$ ৪
- গ. $\frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 1.2}$ ৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি = $5 \log 5 - \log 25$

= $\log 5^5 - \log 5^2$

= $\log \left(\frac{5^5}{5^2} \right)$

= $\log 5^{(5-2)} = \log 5^3 = \log 125$ (Ans.)

খ. $\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 (\sqrt[3]{5}) (\sqrt{5}) + \log_6 \sqrt[6]{6} + \log_2 16$

= $\log_5 (5)^{\frac{1}{3}} + \log_5 (5)^{\frac{1}{3}} (5)^{\frac{1}{2}} + \log_6 (6)^{\frac{1}{6}} + \log_2 2^4$

= $\frac{1}{3} \times \log_5 5 + \log_5 (5)^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{6} \times \log_6 6 + 4 \times \log_2 2$

= $\frac{1}{3} \times 1 + \log_5 5^{\frac{5}{6}} + \frac{1}{6} \times 1 + 4 \times 1$ [$\because \log_a a = 1$]

= $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \log_5 5 + \frac{1}{6} + 4$

= $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{6} + 4 = \frac{2+5+1+24}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$ (Ans.)

গ. পাঠ্যবইয়ের ৮০নং পৃষ্ঠার উদাহরণ ১১নং সমাধান দেখ।

বা, $9 = a^2$ [$\because x = \log_a N$ হলে $a^x = N$]

বা, $a^2 = (3)^2$

$\therefore a = 3$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $A = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}}, B = \frac{4^{m+1}}{(2^{m-1})^{m+1}}$

এখন, $A \div B = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{4^{m+1}}{(2^{m-1})^{m+1}}$

= $\frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{(2^2)^{m+1}}{2^{(m-1)(m+1)}}$

= $\frac{2^{m+1}}{2^{m^2-m}} \div \frac{2^{2m+2}}{2^{m^2-1}}$

$$\begin{aligned}
 &= 2^{m+1-m^2+m} \div 2^{2m+2-m^2+1} \\
 &= 2^{1+2m-m^2} \div 2^{3+2m-m^2} \\
 &= 2^{(1+2m-m^2)-(3+2m-m^2)} \\
 &= 2^{-2} = \frac{1}{2^2} \\
 &= \frac{1}{4} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $C = 400$, $D = \sqrt[3]{7}\sqrt{7}$, $E = 2$
 প্রদত্ত রাশি = $\log_{2\sqrt{5}}C + \log_7D + \log_4E$

$$\begin{aligned}
 &= \log_{2\sqrt{5}}400 + \log_7\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7} + \log_42 \\
 &= \log_{2\sqrt{5}}(20)^2 + \log_77^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} + \log_44^{\frac{1}{2}} \\
 &= \log_{2\sqrt{5}}(2 \times 2 \times 5)^2 + \log_77^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \log_44 \\
 &= \log_{2\sqrt{5}}\{(2\sqrt{5})^2\}^2 + \log_77^{\frac{2+3}{6}} + \frac{1}{2} \log_44 \\
 &= \log_{2\sqrt{5}}\{(2\sqrt{5})^4 + \log_77^{\frac{5}{6}} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ [}\because \log_a a = 1\text{]}\} \\
 &= 4 \log_{2\sqrt{5}}2\sqrt{5} + \frac{5}{6} \log_77 + \frac{1}{2} \\
 &= 4 \cdot 1 + \frac{5}{6} \cdot 1 + \frac{1}{2} = 4 + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \\
 &= \frac{24+5+3}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১১ ▶ $p = 2$, $q = 3$ এবং $r = 5$ হলে,

ক. দেখাও যে, $\log \frac{50}{81} = \log p + 2 \log r = 4 \log q$ ২

খ. $\log_3 \left(\frac{p}{\sqrt{q}} \right) + \log_3 \left(\frac{\sqrt{r}}{p} \right) + \log_3 q \sqrt{q} - \log_3 \sqrt{r}$ এর সরলীকরণ কর। ৪

গ. $\frac{\log \sqrt{q^3 + \log p^3} - \log \sqrt{(pr)^3}}{\log 1.2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $p = 2$, $q = 3$ এবং $r = 5$

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \log \frac{50}{81} \\
 &= \log 50 - \log 81 \\
 &= \log(5^2 \times 2) - \log 3^4 \\
 &= \log 5^2 + \log 2 - 4 \log 3 \\
 &= 2 \log 5 + \log 2 - 4 \log 3 \\
 &= \log 2 + 2 \log 5 - 4 \log 3 \\
 &= \log p + 2 \log r - 4 \log q \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \log \frac{50}{81} = \log p + 2 \log r - 4 \log q \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{খ. } &\log_3 \left(\frac{p}{\sqrt{q}} \right) + \log_3 \left(\frac{\sqrt{r}}{p} \right) + \log_3 q \sqrt{q} - \log_3 \sqrt{r} \\
 &= \log_3 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) + \log_3 \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) + \log_3 3 \sqrt{3} - \log_3 \sqrt{5} \text{ [মান বসিয়ে]} \\
 &= \log_3 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times 3 \sqrt{3} \right) - \log_3 \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \log_3 3\sqrt{5} - \log_3 \sqrt{5} \\
 &= \log_3 \left(\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \right) = \log_3 3 = 1 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{গ. } &\frac{\log \sqrt{q} + \log p^3 - \log \sqrt{(pr)^3}}{\log 1.2} \\
 &= \frac{\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{2 \cdot 5^3}}{\log 1.2} \\
 &= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 1.2}
 \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৪.২ এর, উদাহরণ ১১ নং সমাধান দেখ।

$$\text{প্রশ্ন-১২} \rightarrow x = \frac{15}{16}, y = \frac{24}{25}, z = \frac{80}{81} \text{ এবং } a = \sqrt{1000}$$

ক. দেখাও যে, $\log_{10} a = \frac{3}{2}$ ২

খ. $16 \log_{10} x + 12 \log_{10} y + 7 \log_{10} z$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\log_6 \left(\frac{5}{xy} \right) + \log_6 \left(\frac{1}{xz} \right) + \log_3 \sqrt{3} =$ কত? ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{1000}$

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \log_{10} a \\
 &= \log_{10} \sqrt{1000} \\
 &= \log_{10} \sqrt{(10)^3} \\
 &= \log_{10} (10)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_{10} 10 \\
 &= \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2} = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \log_{10} a = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{15}{16}, y = \frac{24}{25}, z = \frac{80}{81} \\
 \text{এখন, } &16 \log_{10} x + 12 \log_{10} y + 7 \log_{10} z \\
 &= 16 \log_{10} \frac{15}{16} + 12 \log_{10} \frac{24}{25} + 7 \log_{10} \frac{80}{81} \\
 &= \log_{10} \left(\frac{15}{16} \right)^{16} + \log_{10} \left(\frac{24}{25} \right)^{12} + \log_{10} \left(\frac{80}{81} \right)^7 \\
 &= \log_{10} \left[\left(\frac{15}{16} \right)^{16} \cdot \left(\frac{24}{25} \right)^{12} \cdot \left(\frac{80}{81} \right)^7 \right] \\
 &= \log_{10} \left[\left(\frac{3 \times 5}{16} \right)^{16} \cdot \left(\frac{3 \times 8}{25} \right)^{12} \cdot \left(\frac{5 \times 16}{81} \right)^7 \right] \\
 &= \log_{10} \left[\frac{3^{16} \cdot 5^{16}}{(16)^{16}} \cdot \frac{3^{12} (2^3)^{12}}{(5)^{24}} \cdot \frac{5^7 \cdot 16^7}{(3)^{28}} \right] \\
 &= \log_{10} \left[\frac{3^{16} \cdot 3^{12} \cdot 5^{16} \cdot 5^7 \cdot (2)^{36} \cdot 16^7}{(16)^{16} \cdot (5)^{24} \cdot 3^{28}} \right] \\
 &= \log_{10} \left[\frac{3^{16+12} \cdot 5^{16+7} \cdot (2^4)^9 \cdot 16^7}{(3)^{28} \cdot (5)^{24} \cdot (6)^{16}} \right] \\
 &= \log_{10} [3^{28-28} \cdot 5^{23-24} \cdot 16^{9+7-16}] \text{ [}\because (2^4)^9 = (16)^9\text{]} \\
 &= \log_{10} [3^0 \cdot 5^{-1} \cdot 16^0] \\
 &= \log_{10} \left[1 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 \right] \\
 &= \log_{10} \left(\frac{1}{5} \right) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $x = \frac{15}{16}$, $y = \frac{24}{25}$, $z = \frac{80}{81}$

$$\begin{aligned} \therefore \log_6 \frac{5}{xy} + \log_6 \frac{1}{xz} + \log_3 \sqrt{3} \\ = \log_6 \frac{5}{15 \cdot 24} + \log_6 \frac{1}{15 \cdot 80} + \log_3 (3)^{\frac{1}{2}} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ = \log_6 \frac{5}{3 \times 3} + \log_6 \frac{1}{5 \times 5} + \frac{1}{2} \log_3 3 \\ = \log_6 \frac{5}{9} + \log_6 \frac{1}{25} + \frac{1}{2} \log_3 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = \log_6 \frac{5 \times 10}{9} + \log_6 \frac{27}{25} + \frac{1}{2} [\because \log_a a = 1] \\ = \log_6 \left(\frac{5 \times 10}{9} \times \frac{27}{25} \right) + \frac{1}{2} = \log_6 6 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} \\ = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



প্রশ্ন-১৩ ▶ $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 3$ হলে,

- ক. দেখাও যে, $(x+y)^2 = 9xy$. ২
 খ. দেখাও যে, $\log(x+y) = \log 3 + \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$. ৪
 গ. দেখাও যে, $4 \log(x-y) = 2 \log 5 + 2 \log x + 2 \log y$. ৪

প্রশ্ন-১৪ ▶ $p = 2, q = 3, r = 5$

- ক. দেখাও যে, $q \log p + p \log q + p \log r = \log 1800$ ২
 খ. দেখাও যে, $7 \log \left(\frac{pr}{q^2} \right) - p \log \frac{r^2}{p^3 q} + q \log \frac{q^4}{p^4 r} = \log 2$ ৪
 গ. $\frac{q \log \sqrt{q} + q \log p - q \log \sqrt{r} - q \log \sqrt{p}}{\log p^2 + \log q - \log p - \log r}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : গ. $\frac{p}{q}$

প্রশ্ন-১৫ ▶ $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $d = 7$ হলে,

- ক. $b \log a + \log c$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. দেখাও যে, $d \log \frac{ac}{b^2} - a \log \frac{c^2}{a^3 b} + b \log \frac{b^4}{a^4 c} = \log 2$ ৪
 গ. $\log c + a^4 \log \frac{a^4}{bc} + a^2 b \log \frac{c^2}{a^3 b} + d \log \frac{b^4}{a^4 c}$ এর মান বের কর। ৪

উত্তর : ক. $\log 40$; গ. $\log c$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $\log_a M = x$ এবং $\log_b M = y$

- ক. a ও b এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ২
 খ. $\log_a b$ এর মান কত? ৪
 গ. দেখাও যে, $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ ৪

উত্তর : ক. $a^x = b^y$; খ. $\frac{x}{y}$

প্রশ্ন-১৭ ▶ $a = 2; b = 3, c = 4$ এবং $d = 5$

- ক. $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $\frac{\log \sqrt{b^3} + \log a^3 - \log \sqrt{(ad)^3}}{\log ad}$ এর মান কত? ৪

গ. $\frac{b^{x+1}}{(b^x)^{x-1}} \div \frac{(3b)^{x+1}}{(b^{x+1})^{x+1}} \div b^{-2}$ এর মান কত? ৪

উত্তর : ক. 12; খ. $\frac{3}{2}$; গ. 1

প্রশ্ন-১৮ ▶ $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ এবং $(a+b) \log_2 \left\{ \frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}} \right\} + (b+c) \log_2 \left\{ \frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}} \right\}$

+ $(c+a) \log_2 \left\{ \frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}} \right\}$ একটি লগ সংবলিত রাশি।

- ক. $(a+b) \log_2 \left\{ \frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}} \right\}$ সরলীকরণ কর। ২
 খ. প্রদত্ত লগ সংবলিত রাশিটির মান কত? ৪
 গ. যদি $x = \sqrt[3]{4\sqrt{2}}$ হয় তবে 'খ' এর প্রাপ্ত মান কত হবে? ৪

উত্তর : ক. $(a^3 + b^3) \log_2 x$; খ. $2 \log_2 x$; গ. $\frac{7}{3}$

প্রশ্ন-১৯ ▶ $a = \frac{16}{15}, b = \frac{25}{24}, c = \frac{81}{80}$ এবং $d = \sqrt{1000}$

- ক. d এর 10 ভিত্তি লগারিদম কত? ২
 খ. $16 \log_{10} a + 12 \log_{10} b + 7 \log_{10} c$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. দেখাও যে, $\log_6(5ab) + \log_6(ac) + \log_3 \sqrt{3} = \log_{10} d$ ৪

উত্তর : ক. $(a^3 + b^3) \log x$; খ. $2 \log x$; গ. $\frac{7}{3}$

প্রশ্ন-২০ ▶ নিচের তথ্যগুলো পড় এবং সমস্যাগুলোর উত্তর দাও :

$a = 2, b = 3$ এবং $c = 5$

- ক. দেখাও যে, $\log(a^3 b^2 c) = 3 \log a + 2 \log b + \log c$ ২
 খ. $a^4 \log \frac{a^4}{bc} + a^2 b \log \frac{c^2}{a^3 b} + (a+b) \log \frac{b^4}{a^4 c} - \log c$ এর মান বের কর। ৪
 গ. $\frac{\log \sqrt{b^3} + b \log a - \frac{b}{a} \log(ac)}{\log ab - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. $41 \log \frac{4\sqrt{5}}{9}$; গ. $\frac{3}{2}$

অনুশীলনী ৪.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ

সূচকের সাহায্যে আমরা অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে ছোট ও সহজ আকারে প্রকাশ করতে পারি। যেমন,
আলোর গতি = 300000 কি.মি./সে. = 300000000 মিটার/সে.

$$= 3 \times 100000000 \text{ মি./সে.} = 3 \times 10^8 \text{ মি./সে.}$$

সুবিধার জন্য অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে প্রকাশ করা হয়, যেখানে, $1 \leq a < 10$ এবং $n \in \mathbb{Z}$. কোনো সংখ্যার $a \times 10^n$ রূপকে বলা হয় সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক রূপ।

■ লগারিদম পদ্ধতি

লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের :

(ক) স্বাভাবিক লগারিদম (Natural Logarithm) : স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ জন নেপিয়ার (John Napier : 1550-1617) ১৬১৪ সালে e কে ভিত্তি ধরে প্রথম লগারিদম সম্পর্কিত বই প্রকাশ করেন। e একটি অমূলদ সংখ্যা, $e = 2.71828\dots$ । তাঁর এই লগারিদমকে নেপিরিয়ান লগারিদম বা e ভিত্তিক লগারিদম বা স্বাভাবিক লগারিদমও বলা হয়। $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারেও লেখা হয়।

(খ) সাধারণ লগারিদম (Common Logarithm) : ইংল্যান্ডের গণিতবিদ হেনরি ব্রিগস (Henry Briggs : 1561-1630) ১৬২৪ সালে 10 কে ভিত্তি করে লগারিদমের টেবিল (লগ টেবিল বা লগ সারণি) তৈরি করেন। তাঁর এই লগারিদমকে ব্রিগস লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বা ব্যবহারিক লগারিদমও বলা হয়।

দ্রষ্টব্য : লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে রাশির (বীজগণিতীয়) ক্ষেত্রে e কে এবং সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 কে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়। লগ সারণিতে ভিত্তি 10 ধরতে হয়।

■ সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক

(ক) পূর্ণক (Characteristics) : ধরি, একটি সংখ্যা N কে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ করে পাই, $N = a \times 10^n$, যেখানে $N > 0$, $1 \leq a < 10$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ । উভয় পক্ষে 10 ভিত্তিতে লগ নিয়ে পাই, $\log_{10} N = \log_{10} (a \times 10^n)$

$$\therefore \log_{10} N = \log_{10} a + \log_{10} 10^n \text{ ভিত্তি 10 উহা রেখে পাই, } \log N = n + \log a; n \text{ কে বলা হয় } \log N \text{ এর পূর্ণক।}$$

দ্রষ্টব্য : ১. পূর্ণক ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে। কিন্তু অংশক সর্বদা ধনাত্মক।

দ্রষ্টব্য : ২. কোনো পূর্ণক ঋণাত্মক হলে, পূর্ণকটির বামে ‘-’ চিহ্ন না দিয়ে পূর্ণকটির উপরে ‘-’ (বার চিহ্ন) দিয়ে লেখা হয়।

যেমন, পূর্ণক - 3 কে লেখা হয় $\bar{3}$ দিয়ে। তা না হলে অংশকসহ লগের সম্পূর্ণ অংশটি ঋণাত্মক বোঝাবে।

(খ) অংশক (Mantissa) : কোনো সংখ্যার সাধারণ লগের অংশক 1 অপেক্ষা ছোট একটি অঋণাত্মক সংখ্যা। এটি মূলত অমূলদ সংখ্যা। তবে একটি নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত অংশকের মান বের করা হয়।

কোনো সংখ্যার লগের অংশক লগ তালিকা থেকে বের করা যায়। আবার তা ক্যালকুলেটরের সাহায্যেও বের করা যায়।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ১ ১ কোন শর্তে $a^0 = 1$?

ক. $a = 0$ ● $a \neq 0$ গ. $a > 0$ ঘ. $a \neq 1$

প্রশ্ন ১২ ১ $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\sqrt[6]{5}$ খ. $(\sqrt[3]{5})^3$ গ. $(\sqrt{5})^3$ ● $\sqrt[3]{25}$

ব্যাখ্যা : $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \times 5} = \sqrt[3]{25}$

প্রশ্ন ১৩ ১ কোন শর্তে $\log_a a = 1$?

ক. $a > 0$ খ. $a \neq 1$ ● $a > 0, a \neq 1$ ঘ. $a \neq 0, a > 1$

প্রশ্ন ১৪ ১ $\log_x 4 = 2$ হলে, x এর মান কত?

● 2 খ. ± 2 গ. 4 ঘ. 10

ব্যাখ্যা : $\log_x 4 = 2$ বা, $x^2 = 4$ বা, $x^2 = 2^2 \therefore x = 2$

প্রশ্ন ১৫ ১ একটি সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

ক. $1 < a < 10$ খ. $1 \leq a \leq 10$

● $1 \leq a < 10$ ঘ. $1 < a \leq 10$

প্রশ্ন ১৬ ১ নিচের উক্তিগুলো লক্ষ কর :

i. $\log_a (m)^p = p \log_a m$

ii. $2^4 = 16$ এবং $\log_2 16 = 4$ সমার্থক

iii. $\log_a (m + n) = \log_a m + \log_a n$

উক্তিগুলোর প্রেক্ষিতে নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৭ ১ 0.0035 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক. 3 খ. 1 গ. $\bar{2}$ ● $\bar{3}$

ব্যাখ্যা : $0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$

$\therefore 0.0035$ এর সাধারণ লগের পূর্ণক = -3 বা $\bar{3}$

প্রশ্ন ১৮ ১ 0.0225 সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) সংখ্যাটির a^n আকার নিচের কোনটি?

ক. $(2.5)^2$ খ. $(-0.15)^2$

গ. $(1.5)^2$ ● $(-15)^2$

ব্যাখ্যা : $0.0225 = 0.15 \times 0.15 = (-0.15)^2$

(২) সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি?

ক. 225×10^{-4} খ. 22.5×10^{-3}

● 2.25×10^{-2} ঘ. $.225 \times 10^{-1}$

ব্যাখ্যা : $0.0225 = 2.25 \times 10^{-2}$

(৩) সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

● $\bar{2}$ খ. $\bar{1}$ গ. 0 ঘ. 2

ব্যাখ্যা : $0.0225 = 2.25 \times 10^{-2}$

$\therefore 0.0225$ এর সাধারণ লগের পূর্ণক = -2 বা $\bar{2}$

প্রশ্ন ১৯ ১ বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর :

(ক) 6530

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 6530

$$= 653 \times 10$$

$$= \frac{653}{100} \times 100 \times 10$$

$$= \frac{653}{100} \times 10^2 \times 10$$

$$= 6.53 \times 10^3$$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি 6.53×10^3

(খ) 60.831

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 60.831

$$= \frac{60831}{1000} = \frac{60831}{10000} \times 10$$

$$= 6.0831 \times 10^1$$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি 6.0831×10^1

(গ) 0.000245

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 0.000245

$$= \frac{245}{1000000} = 245 \times \frac{1}{10^6}$$

$$= \frac{245}{100} \times 100 \times \frac{1}{10^6}$$

$$= 2.45 \times \frac{10^2}{10^6} = 2.45 \times (10)^{2-6}$$

$$= 2.45 \times 10^{-4}$$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি 2.45×10^{-4}

(ঘ) 37500000

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 37500000

$$= 375 \times 100000$$

$$= 375 \times 10^5$$

$$= \frac{375}{100} \times 100 \times 10^5$$

$$= \frac{375}{100} \times 10^2 \times 10^5$$

$$= 3.75 \times 10^7$$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি 3.75×10^7

(ঙ) 0.00000014

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 0.00000014

$$= \frac{14}{100000000} = 14 \times \frac{1}{10^8}$$

$$= \frac{14}{10} \times 10 \times \frac{1}{10^8} = 1.4 \times \frac{10}{10^8}$$

$$= 1.4 \times (10)^{1-8}$$

$$= 1.4 \times 10^{-7}$$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি 1.4×10^{-7}

প্রশ্ন ১০ ১ সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশ কর :

(ক) 10^5

সমাধান : পদন্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 10^5

$$= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 100000

(খ) 10^{-5}

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 10^{-5}

$$= \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0.00001$$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.00001

(গ) 2.53×10^4

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 2.53×10^4
 $= \frac{253}{100} \times 10000 = 25300$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 25300

(ঘ) 9.813×10^{-3}

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 9.813×10^{-3}
 $= \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{10^3} = \frac{9813}{1000 \times 1000}$
 $= \frac{9813}{1000000} = 0.009813$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.009813

(ঙ) 3.12×10^{-5}

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 3.12×10^{-5}
 $= \frac{312}{100} \times \frac{1}{10^5}$
 $= \frac{312}{100 \times 100000}$
 $= \frac{312}{10000000}$
 $= 0.0000312$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.0000312

প্রশ্ন ১১ ৥ নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে) :

(ক) 4820

সমাধান : $4820 = 4.820 \times 1000 = 4.820 \times 10^3$
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক 3।
 অন্যভাবে, দেওয়া আছে, সংখ্যাটি = 4820
 4820 সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা 4 টি
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক = $4 - 1 = 3$ (Ans.)

(খ) 72.245

সমাধান : $72.245 = 7.2245 \times 10^1$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1
 অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2টি অঙ্ক আছে।
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক = $2 - 1 = 1$ (Ans.)

(গ) 1.734

সমাধান : $1.734 = 1.734 \times 10^0$
 \therefore সংখ্যাটির পূর্ণক 0
 অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 1টি অঙ্ক আছে।
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক = $1 - 1 = 0$ (Ans.)

(ঘ) 0.045

সমাধান : $0.045 = 4.5 \times 10^{-2}$
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক -2 বা, $\bar{2}$
 অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 1টি 0 (শূন্য) আছে।
 \therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক = $-(1 + 1) = -2$ বা, $\bar{2}$ (Ans.)

(ঙ) 0.000036

সমাধান : $0.000036 = 3.6 \times 10^{-5}$

\therefore সংখ্যাটির পূর্ণক -5 বা, $\bar{5}$ ।

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 3 এর মাঝে 4টি 0 (শূন্য) আছে।

\therefore সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক = $-(4 + 1) = -5$ বা, $\bar{5}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১২ ৥ ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

(ক) 27

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

1.43136

\therefore log 27 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .43136

(খ) 63.147

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

1.80035

\therefore log 63.147 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .80035

(গ) 1.405

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

0.14765

\therefore log 1.405 এর পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.14765

(ঘ) 0.0456

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

-2.65896

\therefore log 0.0456 এর পূর্ণক -2 বা, $\bar{2}$ এবং অংশক .65896

(ঙ) 0.000673

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

-4.82802

\therefore log 0.000673 এর পূর্ণক -4 বা, $\bar{4}$ এবং অংশক .82802

প্রশ্ন ১৩ ৥ গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

(ক) 5.34×8.7

সমাধান : $\log (5.34 \times 8.7)$

$= \log 5.34 + \log 8.7$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= 0.727541 + 0.939519$

$= 1.66706$ (Ans.)

[পঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]

(খ) 0.79×0.56

সমাধান : $\log (0.79 \times 0.56)$

$= \log 0.79 + \log 0.56$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= -0.102373 + (-0.251811)$

$= -0.102373 - 0.251811$

$= -0.35418$

$= \bar{0}.35418$ (পঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)

(গ) $22.2642 \div 3.42$

১১. একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ 0.0000000037 সে.মি. হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক 3.7×10^{-10} সে.মি. ● 3.7×10^{-9} সে.মি.
 গ 0.37×10^{-10} সে.মি. ঙ 0.37×10^{-9} সে.মি.

ব্যাখ্যা : 0.0000000037 সে.মি. = $\frac{37}{10000000000}$ সে.মি.
 $= 37 \times 10^{-10}$ সে.মি.
 $= 3.7 \times 10 \times 10^{-10}$ সে.মি.
 $= 3.7 \times 10^{-9}$ সে.মি.

১২. 735 -এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 7.35×10^{-2} ঙ 7.35×10^{-1}
 ● 7.35×10^2 ঙ 7.35×10^3

ব্যাখ্যা : $735 = \frac{735}{100} \times 100 = 7.35 \times 10^2$

১৩. 58953 -এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 5.895×10^{-4} ● 5.895×10^4
 গ 5.8953×10^5 ঙ 5.8953×10^{-5}

ব্যাখ্যা : $58953 = \frac{58953}{10000} \times 10000 = 5.8953 \times 10^4$

১৪. 0.000325 -এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- 3.25×10^{-4} ঙ 3.25×10^4
 গ 3.25×10^6 ঙ 3.25×10^{-6}

১৫. 0.0000000174 -এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক 1.74×10^{-8} ঙ 1.74×10^{-7}
 ● 1.74×10^{-9} ঙ 1.74×10^{-10}

১৬. 3756000000000 -এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক 3.75×10^{-12} ঙ 3.756×10^{12}
 গ 3.75×10^{-13} ● 3.75×10^{13}

১৭. 0.0176 এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- 1.76×10^{-2} ঙ 1.76×10^3
 গ 1.76×10^{-3} ঙ 1.76×10^{-4}

ব্যাখ্যা : $0.0176 = \frac{176}{10000} = 1.76 \times 10^2 \times 10^{-4} = 1.76 \times 10^{-2}$

১৮. 0.00000125 এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 0.125×10^{-6} ঙ 1.25×10^{-8}
 গ 125×10^{-9} ● 1.25×10^{-7}

১৯. সূর্য থেকে নেপচুনের দূরত্ব 4500000000 কি.মি.। এর বৈজ্ঞানিকরূপ কোনটি? (মধ্যম)

- 4.5×10^9 ঙ 4.5×10^{-9}
 গ 4.5×10^8 ঙ 4.5×10^7

ব্যাখ্যা : $4500000000 = 4.5 \times 10^9$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. সূচকের সাহায্যে আমরা সহজ আকারে প্রকাশ করতে পারি—

- i. অনেক বড় সংখ্যাকে ii. অনেক ছোট সংখ্যাকে
 iii. শুধু ঋণাত্মক সংখ্যাকে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii ঙ i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

২১. 0.0000000037 সে.মি.—

i. 37×10^{-10} সে.মি. ii. 37×10^{-9} সে.মি.

iii. 3.7×10^{-9} সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

২২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. 735 এর বৈজ্ঞানিকরূপ = 7.35×10^2

ii. 0.0176 এর বৈজ্ঞানিকরূপ = 1.76×10^{-4}

iii. 0.0245 এর বৈজ্ঞানিকরূপ = 2.45×10^{-2}

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঙ শুধু iii

ব্যাখ্যা : i. সঠিক কারণ, $735 = \frac{735}{100} \times 100 = 7.35 \times 10^2$

ii. সঠিক নয়, কারণ, $0.0176 = 1.76 \times 10^{-2}$

iii. সঠিক কারণ, $0.0245 = \frac{245}{10000} = \frac{245}{100 \times 10000} \times 100 = 2.45 \times 10^{-2}$

২৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সূর্য হতে শুরুর দূরত্ব $10560,00,00$ কি.মি. হলে এর বৈজ্ঞানিক রূপ 1.056×10^8

ii. সকল ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যাকে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করা যায়

iii. 705 এর বৈজ্ঞানিকরূপ 7.05×10^3

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii গ i ও iii ঙ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : iii সঠিক নয়, কারণ $705 = 7.05 \times 10^2$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৪ - ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = 58000000$ কি.মি., $y = 450000000$ কি.মি.

২৪. x এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 5.8×10^5 ঙ 5.8×10^6 ● 5.8×10^7 ঙ 5.8×10^8

২৫. y এর বৈজ্ঞানিকরূপ মিটার এককে নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 4.5×10^{11} ঙ 4.5×10^9 ● 4.5×10^8 ঙ 4.5×10^7

২৬. $y - x$ এর বৈজ্ঞানিকরূপ কত? (কঠিন)

- 3.92×10^8 ঙ 3.92×10^9
 গ 3.92×10^{10} ঙ 3.92×10^{11}

নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ - ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = 3.65 \times 10^{-3}$, $y = 0.0075$

২৭. y এর বৈজ্ঞানিক রূপ নিচের কোনটি? (সহজ)

- 7.5×10^{-3} ঙ 7.5×10^{-4} গ 75×10^{-4} ঙ 0.75×10^{-2}

২৮. $x + y$ কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

- ক 11.15×10^{-3} ঙ 1.015×10^{-2}
 গ 11.15×10^{-4} ● 1.115×10^{-2}

ব্যাখ্যা : $x + y = 3.65 \times 10^{-3} + 7.5 \times 10^{-3} = 11.15 \times 10^{-3} = 1.115 \times 10^{-2}$

২৯. $y - x$ এর বৈজ্ঞানিকরূপ কত? (মধ্যম)

- ক 3.15×10^{-4} ঙ 3.15×10^{-2} ● 3.85×10^{-3} ঙ 3.15×10^{-1}

৪.৬ : লগারিদম পদ্ধতি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩০. লগারিদম পদ্ধতি কত ধরনের? (সহজ)
 ● দুই ৩) তিন ৪) চার ৫) ছয়
৩১. জন নেপিয়ার কোন দেশের গণিতবিদ? (সহজ)
 ১) ইংল্যান্ডের ২) ভারতের ৩) নেপালের ● ৪) স্কটল্যান্ডের
৩২. e কে ভিত্তি ধরে লগারিদম প্রকাশ করেন কে? (সহজ)
 ● জন নেপিয়ার ৩) নেপোলিয়ান ৪) নিউটন ৫) জন গ্রেগরি
৩৩. কোন বিজ্ঞানী সর্বপ্রথম লগ সারণি প্রবর্তন করেন? (সহজ)
 ১) রেনে দেকার্তে ● হেনরি ব্রিগস ৩) জন ভেন ৫) জর্জ ক্যাম্পট
৩৪. $e = 2.71828\dots$ কোন ধরনের সংখ্যা? (সহজ)
 ১) মূলদ সংখ্যা ● অমূলদ সংখ্যা
 ৩) ঋণাত্মক সংখ্যা ৫) ভগ্নাংশ সংখ্যা
৩৫. স্বাভাবিক লগারিদম নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ১) $\log 2$ ৩) $\log e$ ৪) $\log \pi$ ● $\log_e x$
৩৬. সাধারণ লগারিদম নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ১) $\ln x$ ৩) $\log_e x$ ● $\log 2$ ৫) $\log_e a$
৩৭. $\log_e x$ কে কী রূপে লেখা যায়? (সহজ)
 ১) x^e ● $\ln x$ ৩) $\log x^e$ ৫) \log^e
৩৮. লগ সারণিতে ভিত্তি কত ধরতে হয়? (সহজ)
 ১) 1 ● 10 ৩) 100 ৫) e
৩৯. লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে সংখ্যার ক্ষেত্রে নিচের কোনটিকে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়? (সহজ)
 ১) a ৩) e ৪) 100 ● 10
৪০. ব্রিগস লগারিদমের ভিত্তি কত? (সহজ)
 ১) e ৩) π ৪) 0 ● 10

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর
 i. লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের
 ii. $e = 2.71828\dots$ একটি অমূলদ সংখ্যা
 iii. ব্রিগস লগারিদমের ভিত্তি 100
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ● i ও ii ৩) i ও iii ৪) ii ও iii ৫) i, ii ও iii
৪২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
 i. $\log_e x$ কে $x \ln x$ আকারেও লেখা হয়
 ii. লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে বীজগণিতীয় রাশির ক্ষেত্রে e কে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়
 iii. লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 কে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ১) i ও ii ৩) i ও iii ৪) ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ – ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log x$ ও $\log \sqrt{100}$ দুটি লগারিদমিক রাশি

৪৩. ২য় রাশি কী ধরনের লগারিদম? (সহজ)
 ১) স্বাভাবিক ● সাধারণ ৩) e - ভিত্তিক ৫) নেপোলিয়ান
৪৪. ১ম রাশিটির ভিত্তি নিচের কোনটি? (সহজ)

- ১) $\frac{1}{2}$ ৩) x ৪) 10 ● e

ব্যাখ্যা : $\log x$ স্বাভাবিক লগারিদম হওয়ায় এর ভিত্তি e ।

৪৫. ২য় রাশিটির সাধারণ লগারিদম এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ১) $\frac{1}{2}$ ● 1 ৩) 5 ৫) 10

ব্যাখ্যা : $\log_{10} \sqrt{100} = \log_{10} \sqrt{10^2} = \log_{10} 10 = 1$

৪.৭ : সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৬. $\log N = a + \log n$ হলে, $\log N$ এর পূর্ণক কত? (সহজ)
 ● a ৩) n ৪) $\log n$ ৫) $\log a$
৪৭. 4 অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার লগারিদমের পূর্ণক কত? (সহজ)
 ১) 0 ৩) 1 ৪) 2 ● 3
৪৮. 8350-এর লগের পূর্ণক নিচের কোনটি? (সহজ)
 ১) 2 ৩) 1 ৪) 0 ● 3
 ব্যাখ্যা : $\log 8350$ এর পূর্ণক, $4 - 1 = 3$
৪৯. 62.37-এর লগের পূর্ণক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ১) 4 ৩) 3 ৪) 2 ● 1
 ব্যাখ্যা : 62.37 সংখ্যাটি 1 থেকে বড়। এর দশমিক বিন্দুর পূর্বে দুইটি অঙ্ক আছে।
 সুতরাং $\log 62.37$ এর পূর্ণক, $2 - 1 = 1$
৫০. 842 এর পূর্ণক কত? (সহজ)
 ১) 1 ● 2 ৩) 3 ৫) 4
 ব্যাখ্যা : 842 এর পূর্ণক $(3 - 1) = 2$
৫১. 0.4305 এর লগারিদমের পূর্ণক কত? (সহজ)
 ১) 4 ৩) 3 ● 1 ৫) 1
৫২. 7.5249 এর পূর্ণক কত? (সহজ)
 ● 0 ৩) 1 ৪) 2 ৫) 3
 ব্যাখ্যা : 7.5249 এর পূর্ণক $(1 - 1) = 0$
৫৩. 0.00021 এর পূর্ণক কত? (সহজ)
 ● 4 ৩) 4 ৪) 3 ৫) 2
 ব্যাখ্যা : 0.00021 এর পূর্ণক $(3 + 1) = 4$
৫৪. 0.000435 এর লগের পূর্ণক কত? (সহজ)
 ১) 4 ● 4 ৩) 3 ৫) 3
৫৫. 675.4 এর লগারিদমের পূর্ণক কত? (সহজ)
 ১) 3 ● 2 ৩) 3 ৫) 2
৫৬. $N = 10^m$ হলে $\log N$ এর অংশক কত? (মধ্যম)
 ● 0 ৩) 1 ৪) e ৫) 3
৫৭. কোনো সংখ্যার লগের অংশক বের করা যায় নিচের কোন তালিকা থেকে? (সহজ)
 ● লগ তালিকা ৩) প্রতিলগ তালিকা
 ৪) সংযোগ তালিকা ৫) অন্তর তালিকা
৫৮. $\log 4857$ এর অংশক— (মধ্যম)
 ● 0.68637 ৩) 0.67549 ৪) 0.45321 ৫) 0.54329
৫৯. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করলে 2717 এর অংশক কত হবে? (মধ্যম)
 ● 0.43408 ৩) 10.043408 ৪) 4.3408 ৫) 43.408
৬০. $\log 0.000456$ এর অংশক—

৬১. 0.3826 এর লগের অংশক কত? (মধ্যম)
 ৬২. $\log_e 10 =$ কত? (মধ্যম)
 ৬৩. 324 এর লগ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ৬৪. 9.27 এর লগ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ৬৫. $\log\sqrt{7} =$ কত? (মধ্যম)
 ৬৬. $\log 6 =$ কত? (মধ্যম)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
 i. $\log N = n + \log a$ -এ, n কে বলা হলো $\log N$ এর পূর্ণক
 ii. পূর্ণক ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে
 iii. অংশক সর্বদা ধনাত্মক
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ৬৮. কোনো সংখ্যার পূর্ণ অংশ না থাকলে দশমিক বিন্দু ও এর পরের প্রথম সার্থক অঙ্কের মাঝে যতগুলো ০ (শূন্য) থাকবে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে—
 i. শূন্যের সংখ্যার চেয়ে ১ কম
 ii. শূন্যের সংখ্যার চেয়ে ১ বেশি
 iii. তা হবে ঋণাত্মক
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ৬৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
 i. 73.459 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক ১
 ii. 0.043 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -2
 iii. 856 সংখ্যাটির পূর্ণক ৩
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ৮১. 0.0000000037 এর বৈজ্ঞানিকরূপ কোনটি?
 ৮২. 0.00000123 এর বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি?
 ৮৩. 0.00000043 সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ কোনটি?

৭০. $0.000235 = 2.35 \times 10^{-4}$ হলে—
 i. এর লগের অংশক ধনাত্মক
 ii. এর লগের পূর্ণক ঋণাত্মক
 iii. সূচক ও পূর্ণকের মান সমান
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ৭১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
 i. কোনো সংখ্যার সাধারণ লগের অংশক ১ অপেক্ষা ছোট একটি ঋণাত্মক সংখ্যা
 ii. $N = 10^n$ হলে, $\log N$ এর অংশক শূন্য
 iii. $\log 2.81$ এর পূর্ণক শূন্য
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৭২ – ৭৪ প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$N = a \times 10^n$$

৭২. $\log N$ এর পূর্ণক কত? (মধ্যম)
 ৭৩. $\log N$ এর অংশক কত? (মধ্যম)
 ৭৪. $\log 10$ এর মান কত? (মধ্যম)

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৫ – ৭৭ প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\log 3 = 0.47712 \text{ এবং } \log 7 = 0.84510$$

৭৫. $2 + \log 3 =$ কত? (মধ্যম)
 ৭৬. $\log 4$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ৭৭. $\log 28$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৮ – ৮০ প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\log x = \log 2$$

৭৮. $\log x$ এর পূর্ণক কত? (মধ্যম)
 ৭৯. $\log x$ এর অংশক কত? (মধ্যম)
 ৮০. $\log x$ এর ভিত্তি কত? (সহজ)
 ৮৪. 0.00000014 এর বৈজ্ঞানিকরূপ কোনটি?
 ৮৫. $N = 10^n$ হলে $\log N$ এর পূর্ণক কত?
 ৮৬. 0.6237 লগের পূর্ণক কত?

৮৭. 0.0875 এর লগারিদমের পূর্ণক কত?
 (ক) -4 (খ) -2 (গ) 1 (ঘ) 2

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৮ - ৯০ প্রশ্নের উত্তর দাও :
 একটি সংখ্যা : 58000 00

৮৮. সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি?
 (ক) 0.058×10^9 (খ) 0.58×10^8 (গ) 5.8×10^7 (ঘ) 5.8×10^6

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- $a = b$ হলে $a^n = b^n$
- স্বাভাবিক লগের ভিত্তি হলো 10
- 3 অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার লগারিদমের পূর্ণক 2

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- শূন্য বা ঋণাত্মক সংখ্যা লগের বাস্তব মান নেই
- অংশক সর্বদা ঋণাত্মক
- 0.4305 সংখ্যাটির পূর্ণক -1

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৩. i. $\log_e x = \ln x$

ii. e একটি অমূলদ সংখ্যা

iii. জন নেপিয়ার e ভিত্তিতে লগারিদম সম্পর্কিত বই প্রথম প্রকাশ করেন

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৪. i. $x^4 = 625$ হলে, $x = 5$

ii. $\log_x 25 = 2$ হলে, $x = \pm 5$

iii. $p^x = q^x$ হলে, $p = q$ [$q \neq 1$]

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৯. সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক নিচের কোনটি?

- (ক) 6 (খ) 7 (গ) 8 (ঘ) 9

৯০. সংখ্যাটির সাধারণ লগের অংশক কত?

- (ক) 0.7632 (খ) 0.7634 (গ) 0.7642 (ঘ) 0.7644

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯৫ - ৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\log_5(\sqrt[3]{5})(\sqrt{5})$$

৯৫. এখানে লগের ভিত্তি কত? (মধ্যম)

- (ক) $\sqrt{5}$ (খ) 5 (গ) $\sqrt[3]{5}$ (ঘ) $\sqrt[4]{5}$

৯৬. $(\sqrt[3]{5})(\sqrt{5})$ এর 5 এর শক্তি কত? (মধ্যম)

- (ক) $\frac{5}{6}$ (খ) $\sqrt{5}$ (গ) $\frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{4}$

৯৭. লগের মান কত?

- (ক) 5 (খ) $\frac{5}{6}$ (গ) $\sqrt{5}$ (ঘ) 25

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯৮ ও ৯৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$P = \log_{\sqrt{2}} 2, Q = \log_5(5\sqrt[3]{5}), R = \log_x 400$$

৯৮. $P + Q$ এর মান কত? (সহজ)

- (ক) $\frac{10}{3}$ (খ) 2 (গ) $\frac{4}{3}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

৯৯. $R = 4$ হলে x এর মান কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) $2\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{2}$ (গ) $2\sqrt{5}$ (ঘ) $5\sqrt{2}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১০০ ও ১০১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$P = 3 \times 10^4$$

১০০. নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) $\log P = 4 + \log 3$ (খ) $\log P = 3 + \log 4$

- (গ) $\log P = \frac{4}{3} + \log 10$ (ঘ) $4 = P + \log 3$

১০১. $\log P$ এর পূর্ণক কত? (মধ্যম)

- (ক) 3 (খ) 4 (গ) $\frac{4}{3}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ 2550 এবং 0.4145 দুইটি সংখ্যা।

- ক. বৈজ্ঞানিকরূপ কাকে বলে? ২
- খ. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে সংখ্যা দুইটির 10 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রথম সংখ্যার লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর এবং সংখ্যা দুইটির e ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। 8

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কোনো সংখ্যার $a \times 10^n$ রূপকে বলা হয় সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ। সুবিধার জন্য অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে প্রকাশ করা হয়, যেখানে $1 \leq a < 10$ এবং $n \in \mathbb{Z}$.

খ. ১ম সংখ্যা, $2550 = 255 \times 10$

$$= \frac{255}{100} \times 100 \times 10$$

$$= 2.55 \times 10^2 \times 10$$

$$= 2.55 \times 10^3$$

$$2য় সংখ্যা, 0.4145 = \frac{4145}{10000}$$

$$= 4145 \times 10^{-4}$$

$$= 4.145 \times 1000 \times 10^{-4}$$

$$= 4.145 \times 10^3 \times 10^{-4}$$

$$= 4.145 \times 10^{-1}$$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{2550} \boxed{=} 3.40654$$

∴ 2550 এর 10 ভিত্তিক লগ 3.40654 (Ans.)

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.4145} \boxed{=} -0.382475$$

∴ 0.4145 এর 10 ভিত্তিক লগ - 0.382475 (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই,

$$\log 2550 = 3.40654.$$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3 এবং অংশক .40654 (Ans.)

প্রশ্ন-২ ▶ সূর্য থেকে বুধের দূরত্ব 58000000 কি.মি. সূর্য থেকে শুক্রে দূরত্ব 105600 × 10⁶ মি. এবং সূর্য থেকে নেপচুনের দূরত্ব 4500000000 কি.মি.

ক. সূর্য হতে বুধ এবং নেপচুনের দূরত্বকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. সূর্য হতে শুক্রে দূরত্বকে স্মাভাবিক আকারে কি.মি. এককে প্রকাশ কর। ৪

গ. সূর্য হতে উপরিউক্ত তিনটি গ্রহের দূরত্বের যোগফল নির্ণয় কর এবং যোগফলকে 10 এর অফটক ঘাতে প্রকাশ কর। ৪

▶◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. সূর্য থেকে বুধের দূরত্ব = 58000000 কি.মি.
= 5.8 × 10⁷ কি.মি.

সূর্য হতে নেপচুনের দূরত্ব = 4500000000
= 4.5 × 10⁹ কি.মি.

∴ সূর্য হতে বুধ ও নেপচুনের দূরত্ব যথাক্রমে,
5.8 × 10⁷ কি.মি. এবং 4.5 × 10⁹ কি.মি.। (Ans.)

খ. সূর্য থেকে শুক্রে দূরত্ব
= 105600 × 10⁶ মি.

= 1.056 × 100000000 কি.মি. (Ans.)

গ. সূর্য থেকে বুধের দূরত্ব = 58000000 কি.মি.
সূর্য থেকে শুক্রে দূরত্ব = 105600 × 10⁶ কি.মি.
= 105600000000 কি.মি.

সূর্য থেকে নেপচুনের দূরত্ব = 4500000000 কি.মি.
∴ সূর্য থেকে তিনটি গ্রহের দূরত্বের যোগফল
= 110158000000 কি.মি.

এবার, যোগফল 10 এর অফটক ঘাতে প্রকাশ
= 1101.58 × 10⁸ কি.মি.। (Ans.)

প্রশ্ন-৩ ▶ বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর :

ক. 830 ২

খ. 0.00000512 ৪

গ. 637,000,000,000 ৪

▶◀ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রদত্ত সংখ্যা = 830 = 8.30 × 100 = 8.3 × 10² (Ans.)

খ. প্রদত্ত সংখ্যা = 0.00000512
= $\frac{00000512}{100000000}$
= 512 × $\frac{1}{100000000}$
= 5.12 × 100 × $\frac{1}{10^8}$
= 5.12 × 10² × 10⁻⁸

আবার, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{2550} \boxed{=} 7.84385$$

∴ 2550 এর e ভিত্তিক লগ 7.84385.

$$\text{এবং } \boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.4145} \boxed{=} -0.88068 = \bar{0}.88068$$

∴ 0.4145 এর e ভিত্তিক লগ $\bar{0}.88068$ (Ans.)

$$= 5.12 \times 10^{-6} \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি, 637,000,000,000
= 637 × 1000,000,000
= 6.37 × 100 × 10⁹
= 6.37 × 10² × 10⁹
= 6.37 × 10¹¹ (Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶ আলো একটি তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গ। এটি সরলরেখায় 300000 কিলোমিটার/সেকেন্ড বেগে সঞ্চালিত হয়। পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 15 কোটি কি.মি.। আলো এক বছরে যতটুকু পথ অতিক্রম করে তাকে এক আলোকবর্ষ বলে।

ক. আলোর বেগ মিটার/সে.-এ নির্ণয় কর এবং বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর। ২

খ. সূর্য থেকে পৃথিবীতে আলো আসতে কত ঘণ্টা লাগবে বৈজ্ঞানিকরূপে দেখাও। ৪

গ. এক আলোকবর্ষে আলো কত কি.মি. পথ অতিক্রম করে? বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর। ৪

▶◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,
আলোর বেগ = 300000 কি.মি./সে.
= (300000 × 1000) মি./সে.
= 300000000 মি./সে. (Ans.)
বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ, 300000000 মি./সে.
= 3 × 10⁸ মি./সে. (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,
পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব = 15 কোটি কি.মি.
= 150000000 কি.মি.

আলোর বেগ = 300000 কি.মি./সে.

এবার আলো 300000 কি.মি. পথ অতিক্রম করে 1 সেকেন্ডে

$$\therefore \text{ " " } 1 \text{ " " " " " } \frac{1}{300000} \text{ " "}$$

$$\therefore \text{ " " } 150000000 \text{ " " " " " } \frac{1 \times 150000000}{300000} \text{ " "}$$

$$= 500 \text{ সেকেন্ডে}$$

যেহেতু, 3600 সেকেন্ড = 1 ঘণ্টা

$$\therefore 1 \text{ " " } = \frac{1}{3600} \text{ ঘণ্টা}$$

$$\therefore 500 \text{ " " } = \frac{500 \times 1}{3600} \text{ ঘণ্টা}$$

$$= 0.1388888 \text{ ঘণ্টা}$$

$$= \frac{1388888}{10000000} \text{ ঘণ্টা}$$

$$= 1388888 \times 10^{-7} \text{ ঘণ্টা}$$

$$= 1.388888 \times 10^{-1} \text{ ঘণ্টা (Ans.)}$$

গ. আমরা জানি,

$$1 \text{ বছর} = 365 \text{ দিন}$$

$$= 365 \times 24 \text{ ঘণ্টা}$$

$$= 365 \times 24 \times 60 \text{ মিনিট}$$

$$= 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ সেকেন্ড}$$

$$1 \text{ সেকেন্ডে আলো } 300000 \text{ কি.মি. পথ অতিক্রম করে}$$

$$\therefore 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ } ^{\circ} (300000 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60) \text{ কি.মি.}$$

$$= 9.460800000000 \text{ কি.মি.}$$

$$= 9.4608 \times 10^{12} \text{ কি.মি.}$$

\therefore এক আলোক বর্ষে আলো 9.4608×10^{12} কি.মি. অতিক্রম করবে। (Ans.)

প্রশ্ন-৫ ▶ হিলিয়ামের আণবিক ভর 6.28×10^{-27} কেজি। একটি কক্ষে 9×10^{26} টি হিলিয়াম অণু রয়েছে।

- ক. হিলিয়ামের আণবিক ভরকে গ্রাম এককে স্বাভাবিকরূপে প্রকাশ কর। ২
- খ. কক্ষে কত গ্রাম হিলিয়াম গ্যাস রয়েছে? ৪
- গ. অপর একটি কক্ষে 39×10^{28} টি হিলিয়াম অণু থাকলে তার আণবিক ভর স্বাভাবিকরূপে লেখ। ৪

▶◀ **৬নং প্রশ্নের সমাধান** ▶◀

- ক. 1 কেজি = 1000 গ্রাম
- $$\therefore 6.28 \times 10^{-27} \text{ কেজি}$$
- $$= 6.28 \times 10^{-27} \times 10^3 \text{ গ্রাম}$$
- $$= 6.28 \times 10^{-27+3} \text{ গ্রাম}$$
- $$= 6.28 \times 10^{-24} \text{ গ্রাম}$$
- $$\therefore 6.28 \times 10^{-24} \text{ এর স্বাভাবিকরূপ}$$
- $$= 0.00000000000000000000000000628 \text{ গ্রাম। (Ans.)}$$
- খ. দেওয়া আছে, হিলিয়ামের আণবিক ভর = 6.28×10^{-24} গ্রাম
- $$\therefore 1 \text{ টি হিলিয়াম অণুর ভর} = 6.28 \times 10^{-24} \text{ গ্রাম}$$
- $$\therefore 9 \times 10^{26} \text{ টি } ^{\circ} \text{ } ^{\circ} 9 \times 10^{26} \times 6.28 \times 10^{-24} \text{ গ্রাম}$$
- $$= 56.52 \times 10^{26-24} \text{ গ্রাম}$$
- $$= 56.52 \times 10^2 \text{ গ্রাম}$$
- $$= 5652 \text{ গ্রাম (Ans.)}$$

- গ. হিলিয়ামের আণবিক ভর = 6.28×10^{-24} গ্রাম
- $$1 \text{ টি হিলিয়াম অণুর ভর} = 6.28 \times 10^{-24} \text{ গ্রাম}$$
- $$\therefore 39 \times 10^{28} \text{ } ^{\circ} \text{ } ^{\circ} = 6.28 \times 10^{-24} \times 39 \times 10^{28} \text{ গ্রাম}$$
- $$= 6.28 \times 39 \times 10^4 \text{ গ্রাম}$$
- $$= 2.4492 \times 10^6 \text{ গ্রাম}$$
- $$\therefore \text{ অপর কক্ষে হিলিয়ামের আণবিক ভর} = 2.4492 \times 10^6 \text{ গ্রাম}$$
- $$\therefore \text{ অতএব, অপর কক্ষে হিলিয়ামের আণবিক ভরের স্বাভাবিকরূপ}$$
- $$= 2449200 \text{ গ্রাম। (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $a = 0.0021$, $b = 0.032$ এবং $c = 324$

- ক. a ও c কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর। ২
- খ. $\log b$ ও $\log c$ এর অংশক ও পূর্ণক নির্ণয় কর। ৪
- গ. $\log_x c = \log a \cdot \log b$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶◀ **৬নং প্রশ্নের সমাধান** ▶◀

- ক. $a = 0.0021 = \frac{21}{10000} = 21 \times 10^{-4}$
- $$= \frac{21}{10} \times 10 \times 10^{-4} = 2.1 \times 10^{-3}$$
- আবার, $c = 324 = \frac{324}{100} \times 100 = 3.24 \times 10^2$
- খ. $b = 0.032 = \frac{32}{1000} = 32 \times 10^{-3}$
- $$= \frac{32}{10} \times 10 \times 10^{-3}$$
- $$= 3.2 \times 10^{-2}$$
- $$\therefore \log b = \log (3.2 \times 10^{-2})$$
- $$= \log 3.2 + \log 10^{-2}$$
- $$= 0.505149 - 2$$
- $$\approx -2 + 0.5052$$
- $\therefore \log b$ এর অংশক 0.5052 এবং পূর্ণক -2 (Ans.)
- আবার, $c = 3.24 \times 10^2$
- $$\therefore \log c = \log 3.24 + 2$$
- $$= 2 + 0.51054501$$
- $$\approx 2 + 0.5105$$
- $\therefore \log c$ এর অংশক 0.5105 এবং পূর্ণক 2 (Ans.)

- গ. $\log_x c = \log a \cdot \log b$
- বা, $\log_x 324 = (\log 0.0021) (\log 0.032)$
- বা, $\log_x 324 = (-2.67778) (-1.49485)$
- বা, $\log_x 324 = 4.002879$
- বা, $\log_x 324 \approx 4$
- এখন, $\log_x 324 = 4$
- বা, $x^4 = 324$
- বা, $x^4 = (3\sqrt{2})^4$
- $$\therefore x = 4.24 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ 6530 এবং 2.45×10^{-4} দুইটি সংখ্যা।

- ক. প্রথম সংখ্যাটির লগের পূর্ণক নির্ণয় কর। ২
- খ. দ্বিতীয় সংখ্যাটিকে স্বাভাবিক আকারে প্রকাশ কর। ৪
- গ. প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির গুণফলের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ৪

▶◀ **৭নং প্রশ্নের সমাধান** ▶◀

- ক. প্রদত্ত প্রথম সংখ্যা = 6530
- $$= 6.530 \times 1000$$
- $$= 6.530 \times 10^3$$
- $\therefore 6530$ এর লগের পূর্ণক 3. (Ans.)
- খ. প্রদত্ত দ্বিতীয় সংখ্যা = 2.45×10^{-4}
- $$= 2.45 \times \frac{1}{10^4} = \frac{245}{100} \times \frac{1}{10^4}$$

$$= \frac{245}{10^2} \times \frac{1}{10^4} = \frac{245}{10^6}$$

$$= \frac{245}{1000000} = 0.000245$$

নির্ণয় সংখ্যাটির স্বাভাবিক আকার 0.000245 (Ans.)

গ. প্রথম সংখ্যা = 6530

খ-হতে প্রাপ্ত, $2.45 \times 10^{-4} = 0.000245$

∴ দ্বিতীয় সংখ্যা = 0.000245

সংখ্যা দুটির গুণফল = $6530 \times 0.000245 = 1.59985$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$\boxed{AC} \boxed{\log} \boxed{1.59985} \boxed{=} 0.204079$$

∴ $\log 1.59985$ এর পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.204079 (Ans.)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৮ ▶ যেকোনো সংখ্যার স্বাভাবিক লগের মান, ঐ সংখ্যার সাধারণ লগের

$\frac{1}{\log_{10} e}$ গুণ। যেখানে, $e = 2.71828$

ক. $\log_{10} e$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\log_e 100 = \log_{10} 100 \div \log_{10} e$ 8

গ. 100 এর 2 ভিত্তিক লগের মান কত হবে? 8

উত্তর : ক. 0.434; গ. 6.644

প্রশ্ন-৯ ▶ $6^{a+2b} \times 12^{-a+b} \times 20^{2a+b}$ একটি সূচকীয় রাশি।

ক. প্রদত্ত রাশিকে মৌলিক সংখ্যার সূচকের গুণফল আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $a = 1$ ও $b = -1$ হলে প্রদত্ত রাশির মান নির্ণয় কর। 8

গ. 'খ' এর প্রাপ্ত সংখ্যার সাধারণ লগের মান বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর। 8

উত্তর : ক. $2^{3a+6b} \times 3^{3b} \times 5^{2a+b}$; খ. $\frac{5}{216}$; গ. -1.6

প্রশ্ন-১০ ▶ $3^x = \sqrt{27}$ একটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. $\sqrt{27}$ কে 3 এর সূচকীয় রাশিতে রূপান্তর কর। ২

খ. লগের সাহায্যে সমীকরণটির সমাধান কর। 8

গ. x এর মানের সশুভম ঘাতকে বৈজ্ঞানিক আকারে লেখ। 8

উত্তর : ক. $3^{\frac{3}{2}}$; খ. $\frac{3}{2}$; গ. 1.71×10

প্রশ্ন-১১ ▶ কতিপয় লগ সংবলিত রাশি $\log_x 25$, $\log_{10} x$, $\log_{10} 3$, $\log_{10} 7$.

ক. 1ম রাশির মান 2 হলে x, এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর : $\log_{10} 2 + 2\log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2\log_{10} 7$. 8

গ. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে 'খ' এর মান নির্ণয় কর এবং উক্ত মানকে $\log 0.4$ দ্বারা গুণ করে পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. 5; খ. $\log_{10} \frac{50}{147}$; গ. -0.46834 , ও 0.18637 , পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.1863

প্রশ্ন-১২ ▶ নিচের রাশিগুলো লক্ষ কর :

$$3 \log \frac{36}{25}, \log \left(\frac{8}{9}\right)^3, 2 \log \frac{128}{125}, \log 2.$$

ক. দেখাও যে, প্রথম রাশি = $6 \log 2 + 6 \log 3 - 6 \log 5$ ২

খ. দেখাও যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির সমষ্টি হতে তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির বিয়োগফল শূন্য। 8

গ. যদি $x^2 + y^2 = 7xy$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\log(x+y) = \log 3 + \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y. \quad 8$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ $p = xy^{a-1}$, $q = xy^{b-1}$, $r = xy^{c-1}$ তিনটি রাশি।

ক. দেখাও যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b = 1$ ২

খ. $(b-p)\log p + (c-a)\log q + (a-b)\log r$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. দেখাও যে, $(b+c) \log \left(\frac{p}{q}\right) + (c+a) \log \left(\frac{q}{r}\right) + (a+b) \log \left(\frac{r}{p}\right) +$

$$\log_2 16 + \log_3 \sqrt{2}^{324} + \log \sqrt{3}^{81}. \quad 8$$

উত্তর : খ. 0

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১৪ ▶ L, M, N তিনটি বীজগাণিতিক রাশি যেখানে,

$$L = \frac{x^a}{x^b}, M = \frac{x^b}{x^c}, N = \frac{x^c}{x^a}$$

ক. $L = 1$ হলে দেখাও যে, $a = b$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $ab\sqrt{L} \times bc\sqrt{M} \times ca\sqrt{N} = 1$ 8

গ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\log_x L^{a+b} + \log_x M^{a+b} + \log_x N^{c+a} = 0$ 8

ক. দেওয়া আছে, $L = 1$

$$\text{বা, } \frac{x^a}{x^b} = 1 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } x^{a-b} = x^0$$

$$\text{বা, } a - b = 0$$

$$\therefore a = b \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে, $L = \frac{x^a}{x^b}$, $M = \frac{x^b}{x^c}$, $N = \frac{x^c}{x^a}$

$$\text{বামপক্ষ} = ab\sqrt{L} \times bc\sqrt{M} \times ca\sqrt{N}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[ab]{\frac{x^a}{x^b}} \times \sqrt[bc]{\frac{x^b}{x^c}} \times \sqrt[ca]{\frac{x^c}{x^a}} \\
 &= \sqrt[ab]{x^{a-b}} \times \sqrt[bc]{x^{b-c}} \times \sqrt[ca]{x^{c-a}} \\
 &= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \times (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \times (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}} \\
 &= x^{\frac{a-b}{ab}} \times x^{\frac{b-c}{bc}} \times x^{\frac{c-a}{ca}} \\
 &= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} \\
 &= x^{\frac{ca-bc+ab-ca+bc-ab}{abc}} \\
 &= x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[ab]{L} \times \sqrt[bc]{M} \times \sqrt[ca]{N} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$L = \frac{x^a}{x^b}, M = \frac{x^b}{x^c}, N = \frac{x^c}{x^a}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \log_k L^{a+b} + \log_k M^{b+c} + \log_k N^{c+a}$$

$$\begin{aligned}
 &= \log_k \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} + \log_k \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} + \log_k \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} \\
 &= \log_k (x^{a-b})^{a+b} + \log_k (x^{b-c})^{b+c} + \log_k (x^{c-a})^{c+a} \\
 &= \log_k x^{(a-b)(a+b)} + \log_k x^{(b-c)(b+c)} + \log_k x^{(c-a)(c+a)} \\
 &= \log_k x^{a^2-b^2} + \log_k x^{b^2-c^2} + \log_k x^{c^2-a^2} \\
 &= \log_k (x^{a^2-b^2} \cdot x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2}) \\
 &= \log_k (x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}) \\
 &= \log_k (x^0) = \log_k 1 = 0 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \log_k L^{a+b} + \log_k M^{b+c} + \log_k N^{c+a} = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-১৫ ▶ $A = 6^{p+q}, B = 6^{q+r}, C = 6^{r+p}$ হলে-

ক. $\log_{3\sqrt{2}} 324$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(\frac{A}{B}\right)^{p+r} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q+p} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r+q}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(AB)^{p-r} \times (BC)^{q-p} \times (CA)^{r-q} = 1$ । ৪

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি, $\log_{3\sqrt{2}} 324 = \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^4$
 $= 4 \log_{3\sqrt{2}} 3\sqrt{2} = 4.1 = 4 \text{ (Ans.)}$

খ. দেওয়া আছে, $A = 6^{p+q}, B = 6^{q+r}, C = 6^{r+p}$.

প্রদত্ত রাশি = $\left(\frac{A}{B}\right)^{p+r} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q+p} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r+q}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A^{p+r}}{B^{p+r}} \times \frac{B^{q+p}}{C^{q+p}} \times \frac{C^{r+q}}{A^{r+q}} \\
 &= A^{p+r-r-q} B^{q+p-p-r} C^{r+q-q-p} \\
 &= A^{p-q} B^{q-r} C^{r-p} \\
 &= (6^{p+q})^{p-q} (6^{q+r})^{q-r} (6^{r+p})^{r-p} \text{ [মান বসিয়ে]} \\
 &= 6^{p^2-q^2} 6^{q^2-r^2} 6^{r^2-p^2} \\
 &= 6^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = 6^0 = 1 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. বামপক্ষ = $(AB)^{p-r} \times (BC)^{q-p} \times (CA)^{r-q}$

$$\begin{aligned}
 &= (6^{p+q} \cdot 6^{q+r})^{p-r} \times (6^{q+r} \cdot 6^{r+p})^{q-p} \\
 &\quad \times (6^{r+p} \cdot 6^{p+q})^{r-q} \\
 &= (6^{p+2q+r})^{p-r} \times (6^{q+2r+p})^{q-p}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\times (6^{r+2p+q})^{r-q} \\
 &= 6^{p^2+2pq+rp-rp-2qr-r^2} \\
 &\quad \times 6^{q^2+2rq+pq-pq-2rp-p^2} \times 6^{r^2+2rp+rq-rq-2pq-q^2} \\
 &= 6^{p^2+2pq-2qr-r^2+q^2+2rq-2rp-p^2+r^2+2rp-2pq-q^2} \\
 &= 6^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $p = x^a, q = x^b, r = x^c$

ক. $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে,

$$\frac{(a-b) \log(pq) + (b-c) \log(qr) + (c-a) \log(rp)}{\sqrt{a^{-b}} \times \sqrt{b^{-1}c} \times \sqrt{c^{-1}a}} = 0 \quad ৪$$

গ. সরল কর :

$$\begin{aligned}
 &2abc \left\{ \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{c+a-b} \right\} \\
 &\times \sqrt{a^{-3}b^{-2}c} \times \sqrt{c^{-3}a} \quad ৪
 \end{aligned}$$

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$p = x^a, q = x^b \text{ এবং } r = x^c$$

$$\begin{aligned}
 \therefore &\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b \\
 &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^c \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^a \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^b \\
 &= (x^{a-b})^c \times (x^{b-c})^a \times (x^{c-a})^b \\
 &= x^{ac-bc} \times x^{ab-ac} \times x^{bc-ab} \\
 &= x^{ac-bc+ab-ac+bc-ab} \\
 &= x^0 \\
 &= 1 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

খ. বামপক্ষ = $\frac{(a-b) \log(pq) + (b-c) \log(qr) + (c-a) \log(rp)}{\sqrt{a^{-b}} \times \sqrt{b^{-1}c} \times \sqrt{c^{-1}a}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(a-b) \log(x^a \cdot x^b) + (b-c) \log(x^b \cdot x^c) + (c-a) \log(x^c \cdot x^a)}{\sqrt{a^{-b}} \times \sqrt{b^{-1}c} \times \sqrt{c^{-1}a}} \\
 &= \frac{\log(x^{a+b})^{a-b} + \log(x^{b+c})^{b-c} + \log(x^{c+a})^{c-a}}{\sqrt{a^{-1} \cdot b \cdot b^{-1} \cdot c \cdot c^{-1} \cdot a}} \\
 &= \frac{\log(x^{a^2-b^2}) + \log(x^{b^2-c^2}) + \log(x^{c^2-a^2})}{\sqrt{1}} \\
 &= \frac{\log(x^{a^2-b^2} \cdot x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2})}{1} \\
 &= \log(x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}) \\
 &= \log(x^0) = \log 1 \\
 &= 0 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(a-b) \log(pq) + (b-c) \log(qr) + (c-a) \log(rp)}{\sqrt{a^{-b}} \times \sqrt{b^{-1}c} \times \sqrt{c^{-1}a}} = 0$$

(দেখানো হলো)

গ. $2abc \left\{ \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{c+a-b} \right\}$
 $\times \sqrt{a^{-3}b^{-2}c} \times \sqrt{c^{-3}a}$

$$\begin{aligned}
 &= 2abc \left\{ \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b} \right\} \\
 &\quad \times \sqrt{a^{-3}b^{-2}c} \times \sqrt{c^{-3}a} \\
 &= 2abc \left\{ (x^{a-b})^{a+b-c} \times (x^{b-c})^{b+c-a} \times (x^{c-a})^{c+a-b} \right\} \\
 &\quad \times \sqrt{a^{-3}b^{-2}c} \times \sqrt{c^{-3}a}
 \end{aligned}$$

$$= 2abc \{x^{a^2+ab-ac-ab-b^2+bc} \times x^{b^2+bc-ab-bc-c^2+ac} \times x^{c^2+ac-bc-ac-a^2+ba}\} \times (abc)^{-1}$$

$$= 2abc \{x^{a^2-ac-b^2+bc} \times x^{b^2-ab-c^2+ac} \times x^{c^2-bc-a^2+ab}\} \frac{1}{abc}$$

$$= 2abc \{x^{a^2-ac-b^2+bc+b^2-ab-c^2+ac+c^2-bc-a^2+ab}\} \frac{1}{abc}$$

$$= 2 \cdot x^0 = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৭ ▶ a = 2, b = 3 এবং c = 5 হলে,

- ক. $\log_s x = b$ হলে x এর মান কত? ২
- খ. $\frac{a^{p+1} \cdot b^{2p-q} \cdot c^{p+q} (ab)^p}{(ab)^q \cdot (bc)^q \cdot (ca)^{p+2}}$ এর মান কত? 8
- গ. $\frac{\log \sqrt{b^3} + b \log a - \frac{b}{a} \log(ac)}{\log(ab) - \log c}$ এর মান কত? 8

▶◀ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\log_s x = b$

$$\text{বা, } 5^b = x$$

$$\text{বা, } x = 5^b$$

$$\text{বা, } x = 5^3$$

$$\therefore x = 125 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, a = 2, b = 3 এবং c = 5

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a^{p+1} \cdot b^{2p-q} \cdot c^{p+q} (ab)^p}{(ab)^q \cdot (bc)^q \cdot (ca)^{p+2}}$$

$$= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 2^p \cdot 3^p}{2^q \cdot 3^q \cdot 3^q \cdot 5^q \cdot 5^{p+2} \cdot 2^{p+2}} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 2^{p+1+p-q-p-2} \cdot 3^{2p-q+p-q-q} \cdot 5^{p+q-q-p-2}$$

$$= 2^{p-q-1} \cdot 3^{3(p-q)} \cdot 5^{-2}$$

$$= \frac{2^{p-q-1} \cdot 3^{3(p-q)}}{5^2}$$

$$= \frac{1}{25} \cdot 2^{p-q-1} \cdot 3^{3(p-q)} \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $\frac{\log \sqrt{b^3} + b \log a - \frac{b}{a} \log(ac)}{\log(ab) - \log c}$

$$= \frac{\log \sqrt{3^3} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log(2 \times 5)}{\log(2 \times 3) - \log 5}$$

$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2}}{\log 3 + \log 2 + \log 2 - \log 5 - \log 2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - 1)}{\log 3 + \log(2 \times 2) - \log(5 \times 2)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - 1)}{(\log 3 + \log 4 - \log 10)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - 1)}{\log 3 + \log 4 - 1} \text{ [} \because \log 10 = \log_{10} 10 = 1 \text{]}$$

$$= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৮ ▶ P, Q, X, Y, Z কয়েকটি বীজগাণিতিক রাশি।

যেখানে, $P = \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$, $Q = \frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} + 2}$, $X = \frac{16}{15}$, $Y = \frac{25}{24}$ এবং $Z =$

81
80

- ক. $4^{x+1} = 32$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $(P \div Q) \times \frac{1}{3^{-2}} = 9$ 8
- গ. $C = 7 \log X + 5 \log Y + 3 \log Z - \log 2$ হলে, C এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $4^{x+1} = 32$

$$\text{বা, } (2^2)^{x+1} = 2^5$$

$$\text{বা, } 2^{2x+2} = 2^5$$

$$\text{বা, } 2x + 2 = 5$$

$$\text{বা, } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. এখন, $P = \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$

$$= \frac{3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^{2+n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$$

$$= \frac{3 \cdot 2^n - 2^n}{2^n - 2^{n-1}} = \frac{2^n(3-1)}{2^n(1-\frac{1}{2})} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

আবার, $Q = \frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} + 2}$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^2 \cdot 2^n \cdot 2}{2^n \cdot 2^2 + 2} = \frac{2^n \cdot 2^3(2-1)}{2^n \cdot 2 + 2} = \frac{2^n \cdot 2^3}{2} = 2 \cdot 2^n = 4$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = P + Q \times \frac{1}{3^{-2}}$$

$$= \frac{P}{Q} \times 3^2$$

$$= \frac{4}{4} \times 9 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 9 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore P \times Q \times \frac{1}{3^{-2}} = 9 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, $X = \frac{16}{15}$, $Y = \frac{25}{24}$ এবং $Z = \frac{81}{80}$

এখন, $C = 7 \log X + 5 \log Y + 3 \log Z - \log 2$

$$= 7 \log \left(\frac{16}{15} \right) + 5 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{81}{80} - \log 2$$

$$= \log \left(\frac{16}{15} \right)^7 + \log \left(\frac{25}{24} \right)^5 + \log \left(\frac{81}{80} \right)^3 - \log 2$$

$$= \log \left\{ \left(\frac{16}{15} \right)^7 \times \left(\frac{25}{24} \right)^5 \times \left(\frac{81}{80} \right)^3 \right\} - \log 2$$

$$= \log \left\{ \left(\frac{2^4}{3 \times 5} \right)^7 \times \left(\frac{5^2}{2^3 \times 3} \right)^5 \times \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3 \right\} - \log 2$$

$$= \log \left(\frac{2^{28}}{3^7 \times 5^7} \times \frac{5^{10}}{2^{15} \times 3^5} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3} \right) - \log 2$$

$$= \log(2^{28-15-12} \cdot 3^{12-7-5} \cdot 5^{10-7-3}) - \log 2$$

$$= \log(2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^0) - \log 2$$

$$= \log 2 - \log 2$$

$$= 0$$

∴ $C = 0$ (Ans.)