সপ্তদশ অধ্যায়

পরিসংখ্যান

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **উপাত্তের উপস্থাপন :** গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত। অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো অবিন্যস্তভাবে থাকে এবং অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে সরাসরি প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় না। প্রয়োজন হয় উপাত্তগুলোর বিন্যস্ত ও সারণিভুক্ত করা। আর উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো উপাত্তের উপস্থাপন।
- **উপাত্তের সারণিভুক্তকরণ :** কোনো উপাত্তের সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার পরিসর নির্ধারণ করতে হয়। এরপর শ্রেণি ব্যবধান ও শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়।

উদাহরণ ১। কোনো এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গালের জানুয়ারি মাসের ৩১ দিনের সর্বনিম্ন তাপমাত্রা (সেলসিয়াস) নিচে দেওয়া হলো। সর্বনিম্ন তাপমাত্রার (সেলসিয়াস) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

১৪°, ১৪°, ১৪°, ১৩°, ১২°, ১৩°, ১০°, ১০°, ১১°, ১২°, ১১°, ১০°, ৯°, ৮°, ৯°, ১১°, ১০°, ১০°, ৮°, ৯°, ৭°, ৬°, ৬°, ৬°, ৬°, ৭°, ৮°, ৯°, ৯°, ৮°, ৭°।

সমাধান : এখানে তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা ৬ এবং বড় সংখ্যা ১৪।

সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (১৪ – ৬) + ১ = ৯।

এখন শ্রেণি ব্যবধান যদি ৩ নেওয়া হয় তবে শ্রেণি সংখ্যা হবে $\frac{৯}{৩}$ বা ৩।

শ্রেণি ব্যবধান ৩ নিয়ে তিন শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা (ঘটন সংখ্যাও বলা হয়) নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা বা ঘটন সংখ্যা
৬° – ৮°	𝍸 𝍸 |	১১
৯° – ১১°	𝍸 𝍸 |||	১৩
১২° – ১৪°	𝍸 ||	৭
মোট		৩১

- **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা (Cumulative Frequency) :**

উদাহরণ ১ এর শ্রেণি ব্যবধান ৩ ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়েছে। উল্লিখিত উপাত্তের শ্রেণি সংখ্যা ৩। প্রথম শ্রেণির সীমা হলো ৬°–৮°। এই শ্রেণির নিম্নসীমা ৬° এবং উচ্চসীমা ৮° সে। এই শ্রেণির গণসংখ্যা ১১।

দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩। এখন প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ১১ এর সাথে দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩ যোগ করে পাই ২৪। এই ২৪ হবে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। আর প্রথম শ্রেণি দিয়ে শুরু হওয়ায় এই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হবে ১১। আবার দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ২৪ এর সাথে তৃতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা যোগ করলে ২৪ + ৭ = ৩১, যা তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। এইভাবে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। উপরের আলোচনার প্রেক্ষিতে উদাহরণ ১ এর তাপমাত্রার ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৬° – ৮°	১১	১১
৯° – ১১°	১৩	(১১ + ১৩) = ২৪
১২° – ১৪°	৭	(২৪ + ৭) = ৩১

- **চলক :** আমরা জানি, সংখ্যাসূচক তথ্যসমূহ পরিসংখ্যানের উপাত্ত। উপাত্তে ব্যবহৃত সংখ্যাসমূহ হলো চলক। যেমন, উদাহরণ ১ এ তাপমাত্রা নির্দেশক সংখ্যাগুলো চলক। তদানুরূপ উদাহরণ ২ এ প্রাপ্ত নম্বরগুলো ব্যবহৃত উপাত্তের চলক।
- **বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক :** পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকারের হয়। যেমন বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক। যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক, যেমন জনসংখ্যা নির্দেশক উপাত্তে পূর্ণসংখ্যা ব্যবহৃত হয়। তাই জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক। আর যেসকল চলকের মান

যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সংশ্লিষ্ট উপাত্তে যেকোনো বাস্তব সংখ্যা ব্যবহার করা যায়। তাই এগুলোর জন্য ব্যবহৃত চলক হচ্ছে অবিচ্ছিন্ন চলক। অবিচ্ছিন্ন চলকের দুইটি মানের মধ্যবর্তী যেকোনো সংখ্যাও ঐ চলকের মান হতে পারে।

- **উপাত্তের লেখচিত্র :** আমরা দেখেছি যে, অনুসন্ধানাধীন সংগৃহীত উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো গণসংখ্যা নিবেশন সারণিভুক্ত বা ক্রমযোজিত সারণিভুক্ত করা হলে এদের সম্বন্ধে সম্যক ধারণা করা ও সিদ্ধান্ত নেওয়া সহজ হয়। এই সারণিভুক্ত উপাত্তসমূহ যদি লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়, তবে তা বুঝার জন্য যেমন আরও সহজ হয় তেমনি চিত্তাকর্ষক হয়। এ জন্য পরিসংখ্যানের উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা ও লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন বহুল প্রচলিত এবং ব্যাপক ব্যবহৃত পদ্ধতি।
- **গণসংখ্যা বহুভুজ :** অবিচ্ছিন্ন উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীত গণসংখ্যা নির্দেশকে বিন্দুসমূহকে পর্যায়ক্রমে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাই হলো গণসংখ্যা বহুভুজ।
- **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা লেখচিত্র বা অজিভ রেখা :** কোনো উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা x-অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা y-অক্ষ বরাবর স্থাপন করে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার লেখচিত্র বা অজিভ রেখা পাওয়া যায়।
- **কেন্দ্রীয় প্রবণতা :** অনুসন্ধানাধীন অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জিভূত হয়। আবার অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। অর্থাৎ, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যা খুব বেশি হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জিভূত হওয়ার এই প্রবণতাই হলো কেন্দ্রীয় প্রবণতা। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো : (১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক (৩) প্রচুরক।
- **গাণিতিক গড় :** উপাত্তসমূহের মানের সমষ্টিকে যদি তার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে উপাত্তসমূহের গড় মান পাওয়া যায়। তবে উপাত্তসমূহের সংখ্যা যদি খুব বেশি হয় তাহলে এ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা সময়সাপেক্ষ, বেশ কঠিন ও ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাত্তসমূহ শ্রেণি বিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবদ্ধ করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা হয়।
- **শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তের গাণিতিক গড় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)**

  শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি হলো সহজ।

  সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ধাপসমূহ–

  ১। শ্রেণিসমূহের মধ্যমান নির্ণয় করা

  ২। মধ্যমানসমূহ থেকে সুবিধাজনক কোনো মানকে আনুমানিক গড় (a) ধরা

  ৩। প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমান থেকে আনুমানিক গড় বিয়োগ করে তাকে শ্রেণি ব্যপ্তি দ্বারা ভাগ করে ধাপ বিচ্যুতি $u = \frac{\text{মধ্যমান} - \text{আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$ নির্ণয় করা

  ৪। ধাপ বিচ্যুতিকে সংশ্লিষ্ট শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা গুণ করা

  ৫। বিচ্যুতির গড় নির্ণয় করা এবং এর সাথে আনুমানিক গড় যোগ করে কাঙ্ক্ষিত গড় নির্ণয় করা।
- **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি :** এ পদ্ধতিতে উপাত্তসমূহের গাণিতিক গড় নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো :

  গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$ যেখান, $\bar{x}$ = নির্ণেয় গড়, a = আনুমানিক গড়, f_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা, $u_i f_i$ = i তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি, h = শ্রেণি ব্যাপ্তি
- **গুরুত্বযুক্ত উপাত্তের গড় নির্ণয়**

  যদি n সংখ্যক উপাত্তের মান $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ হয় এবং এদের গুরুত্ব যদি $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_n$ হয় তবে এদের গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় হবে

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

- **মধ্যক**

  কোনো পরিসংখ্যানের উপাত্তগুলো মানের ক্রমানুসারে সাজালে যেসকল উপাত্ত সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মানই হবে উপাত্তগুলোর মধ্যক। যদি উপাত্তের সংখ্যা n হয় এবং n যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান। আর n যদি জোড় সংখ্যা হয়, তবে মধ্যক হবে $\frac{n}{2}$ তম ও $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের গড়।
- **শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়**

  যদি শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হয় n, তবে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের $\frac{n}{2}$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। আর $\frac{n}{2}$ তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$, যেখানে L হলো, যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণি ব্যাপ্তি।

■ **প্রচুরক**

কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থাপিত হয়, সেই সংখ্যাই উপাত্তের প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে।

■ **শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়**

শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো :

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ যেখানে, L প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান, f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা, f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

এবং h = শ্রেণি ব্যাপ্তি।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

■ **সঠিক উত্তরে টিক (✓) চিহ্ন দাও :**

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচের কোনটি দ্বারা শ্রেণি ব্যাপ্তি বোঝায়?

(ক) উপাত্তসমূহের মধ্যে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম উপাত্তের ব্যবধান

(খ) উপাত্তসমূহের মধ্যে প্রথম ও শেষ উপাত্তের ব্যবধান

● প্রত্যেক শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য

(ঘ) প্রত্যেক শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সমষ্টি

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?

(ক) শ্রেণি সীমা

(খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু

(গ) শ্রেণি সংখ্যা

● শ্রেণির গণসংখ্যা

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের উত্তর সঠিক নয়]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ পরিসংখ্যানের অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জিভূত হয়। উপাত্তের এই প্রবণতাকে বলা হয়–

(ক) প্রচুরক ● কেন্দ্রীয় প্রবণতা

(গ) গড় (ঘ) মধ্যক

শীতকালে বাংলাদেশের কোনো একটি অঞ্চলের ১০ দিনের তাপমাত্রার (সেন্টিগ্রেড) পরিসংখ্যান হলো ১০°, ৯°, ৮°, ৬°, ১১°, ১২°, ৭°, ১৩°, ১৪°, ৫°। এই পরিসংখ্যানের প্রেক্ষিতে (৪–৬) পর্যন্ত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

(ক) ১২° (খ) ৫° (গ) ১৪° ● প্রচুরক নেই

ব্যাখ্যা : সবচেয়ে বেশি বার ঘটমান সংখ্যা হলো প্রচুরক। এখানে বারবার ঘটমান কোনো সংখ্যা নেই। সুতরাং এখানে প্রচুরক নেই।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের গড় তাপমাত্রা কোনটি?

(ক) ৮° (খ) ৮.৫° ● ৯.৫° (ঘ) ৯°

ব্যাখ্যা : গাণিতিক গড় = $\frac{১০° + ৯° + ৮° + ৬° + ১১° + ১২° + ৭° + ১৩° + ১৪° + ৫°}{১০}$

$= \frac{৯৫°}{১০} = ৯.৫°$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

● ৯.৫° (খ) ৯° (গ) ৮.৫° (ঘ) ৮°

ব্যাখ্যা : উপাত্তটি মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, ৫°, ৬°, ৭°, ৮°, ৯°, ১০°, ১১°, ১২°, ১৩°, ১৪°; এখানে উপাত্তের সংখ্যা ১০ যা জোড় সুতরাং মধ্যক হবে $\frac{১০}{২}$ ও $\left(\frac{১০}{২} + ১\right)$ তম পদদ্বয়ের গাণিতিক গড়

৫ম ও ৬ষ্ঠ পদদ্বয়ের গাণিতিক গড় = $\frac{৯° + ১০°}{২} = \frac{১৯°}{২} = ৯.৫°$।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ সারণিভুক্ত শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হলো n, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L, মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা F_c, মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা f_m এবং শ্রেণি ব্যাপ্তি h। এই তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র?

● $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ (খ) $L + \left(\frac{n}{2} - f_m\right) \times \frac{h}{F_m}$

(গ) $L - \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ (ঘ) $L - \left(\frac{n}{2} - f_n\right) \times \frac{h}{F_m}$

নিচে তোমাদের স্কুলের ৮ম শ্রেণির সমাপনী পরীক্ষায় বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো। এই সারণি থেকে (৮—১৬) পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	৩১–৪০	৪১–৫০	৫১–৬০	৬১–৭০	৭১–৮০	৮১–৯০	৯১–১০০
গণসংখ্যা	৬	১২	১৬	২৪	১২	৮	২
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	৬	১৮	৩৪	৫৮	৭০	৭৮	৮০

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ উপাত্তসমূহের কয়টি শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয়েছে?

(ক) ৬ ● ৭ (গ) ৮ (ঘ) ৯

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের শ্রেণি ব্যাপ্তি কত?

(ক) ৫ (খ) ৯ ● ১০ (ঘ) ১৫

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ ৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান কত?

(ক) ৭১.৫ (খ) ৬১.৫ (গ) ৭০.৫ (ঘ) ৭৫.৬

[বি.দ্র. সঠিক উত্তর ৬৫.৫]

ব্যাখ্যা : ৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{৬১ + ৭০}{২} = ৬৫.৫$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ উপাত্তের মধ্যক শ্রেণি কোনটি?

(ক) ৪১—৫০ (খ) ৫১—৬০ ● ৬১—৭০ (ঘ) ৭১—৮০

ব্যাখ্যা : এখানে, মোট গণসংখ্যা = ৮০

অর্থাৎ মধ্যক হবে $\frac{৮০}{২}$ বা ৪০তম পদের মান।

৪০তম পদের অবস্থান (৬১ – ৭০) শ্রেণিতে।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা কত?

(ক) ১৮ ● ৩৪ (গ) ৫৮ (ঘ) ৭০

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের উত্তর সঠিক নয়]

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা কত?

(ক) ৪১ (খ) ৫১ ● ৬১ (ঘ) ৭১

ব্যাখ্যা : মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১ – ৭০), এর নিম্ন সীমা ৬১।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা কত?

(ক) ১৬ ● ২৪ (গ) ৩৪ (ঘ) ৫৮

ব্যাখ্যা : মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১ – ৭০), এই শ্রেণির গণসংখ্যা হলো ২৪।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ উপস্থাপিত উপাত্তের মধ্যক কত?

(ক) ৬৩ ● ৬৩.৫ (গ) ৬৫ (ঘ) ৬৫.৫

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right)\frac{h}{f_m}$

$$= ৬১ + \left(\frac{৮০}{২} - ৩৪\right) \times \frac{১০}{২৪}$$

$$= ৬১ + ৬ \times \frac{১০}{২৪} = ৬১ + \frac{৬০}{২৪}$$

$$= ৬১ + ২.৫ = ৬৩.৫।$$

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ উপস্থাপিত উপাত্তের প্রচুরক কত?

(ক) ৬১.৪ (খ) ৬১ (গ) ৭০ (ঘ) ৭০.৪

[বি.দ্র. সঠিক উত্তর ৬৫]

ব্যাখ্যা : প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h = ৬১ + \frac{৮}{৮ + ১২} \times ১০$

$$= ৬১ + \frac{৮}{২০} \times ১০ = ৬১ + ৪ = ৬৫$$

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগাম) হলো :

৪৫, ৫০, ৫৫, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৬, ৬০, ৫৮, ৬০, ৬১, ৬০, ৬২. ৬০, ৬৩, ৬৪, ৬০, ৬১, ৬৩, ৬৬, ৬৭, ৬১, ৭০, ৭০, ৬৮, ৬০, ৬৩, ৬১, ৫০, ৫৫, ৫৭, ৫৬, ৬৩, ৬০, ৬২, ৫৬, ৬৭, ৭০, ৬৯, ৭০, ৬৯, ৬৮, ৭০, ৬০, ৫৬, ৫৮, ৬১, ৬৩, ৬৪।

(ক) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

(খ) সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

(গ) গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

সমাধান :

(ক) এখানে ওজন নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা ৪৫ এবং বড় সংখ্যা ৭০। উপাত্তের পরিসর = (৭০ – ৪৫) + ১ = ২৬

দেওয়া আছে, শ্রেণি ব্যবধান = ৫

শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{২৬}{৫} = ৫\cdot২$ বা ৬

অতএব ৪৫ থেকে শুরু করে শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো।

ওজন (কিলোগ্রাম)শ্রেণি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা (f_i)
৪৫–৪৯	||||	১
৫০–৫৪	|||	৩
৫৫–৫৯	|||| |||| |	১১
৬০–৬৪	|||| |||| |||| |||| ||	২২
৬৫–৬৯	|||| ||	৭
৭০–৭৪	||||	৫
		n = ৪৯

(খ) ক হতে প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

ওজন (কিলোগ্রাম) শ্রেণি	শ্রেণির মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	বিচ্যুতি সংখ্যা $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × বিচ্যুতিসংখ্যা (f_iu_i)
৪৫–৪৯	৪৭	১	– ৩	– ৩
৫০–৫৪	৫২	৩	– ২	– ৬
৫৫–৫৯	৫৭	১১	–১	– ১১
৬০–৬৪	৬২	২২	০	০
৬৫–৬৯	৬৭	৭	১	৭
৭০–৭৪	৭২	৫	২	১০
		n = ৪৯		$\Sigma f_iu_i = -৩$

এখন, অনুমিত শ্রেণির মধ্যবিন্দু = ৬২

শ্রেণি ব্যবধান = ৫

আমরা জানি, গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$ যেখানে, a = আনুমানিক গড়; f_i = গণসংখ্যা; u_i = বিচ্যুতি সংখ্যা; h = শ্রেণিব্যাপ্তি

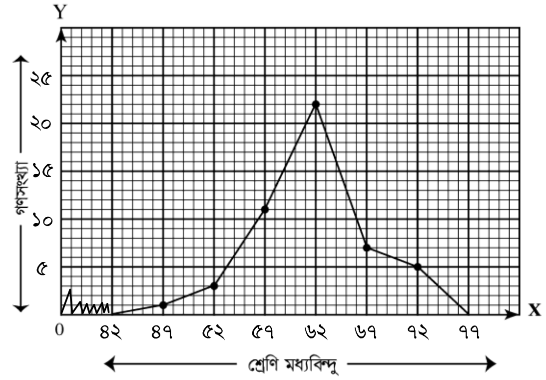
$$= ৬২ + \frac{-৩}{৪৯} \times ৫$$

$$= ৬২ - \frac{১৫}{৪৯}$$

$$= ৬২ - ০.৩০৬১ = ৬১.৬৯$$

∴ শিক্ষার্থীদের ওজনের আনুমানিক গড় ৬১.৬৯ কেজি। **(উত্তর)**

(গ) 'খ' তে প্রাপ্ত গড় নির্ণয়ের সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ নির্ণয় করা যায়। এখানে প্রাপ্ত উপাত্ত বিচ্ছিন্ন। এক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বের করে সরাসরি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা সুবিধাজনক। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৪২ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x–অক্ষে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

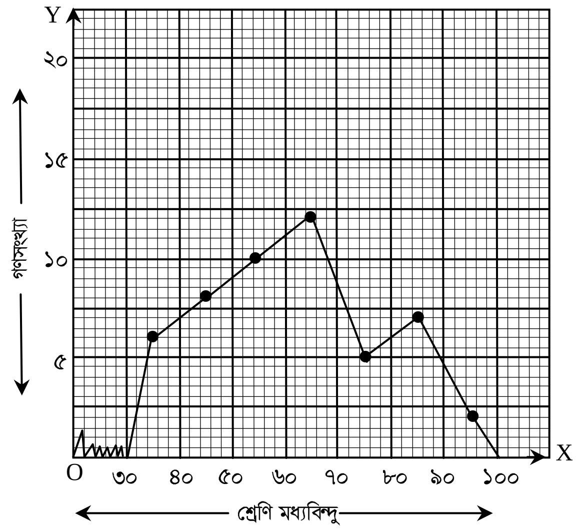
শ্রেণি ব্যাপ্তি	৩১ – ৪০	৪১ – ৫০	৫১ – ৬০	৬১ – ৭০	৭১ – ৮০	৮১ – ৯০	৯১ – ১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১০	১২	৫	৭	২

সমাধান : এখানে প্রদত্ত উপাত্ত বিচ্ছিন্ন। এক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বের করে সরাসরি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা সুবিধাজনক।

মনে করি, OX ও OY যথাক্রমে x অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূল বিন্দু।

শ্রেণি ব্যবধান	৩১–৪০	৪১–৫০	৫১–৬০	৬১–৭০	৭১–৮০	৮১–৯০	৯১–১০০
মধ্যবিন্দু	৩৫.৫	৪৫.৫	৫৫.৫	৬৫.৫	৭৫.৫	৮৫.৫	৯৫.৫
গণসংখ্যা	৬	৮	১০	১২	৫	৭	২

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহু সমান দুই একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহু সমান এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো।



প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ৫০ নম্বরের সাময়িক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

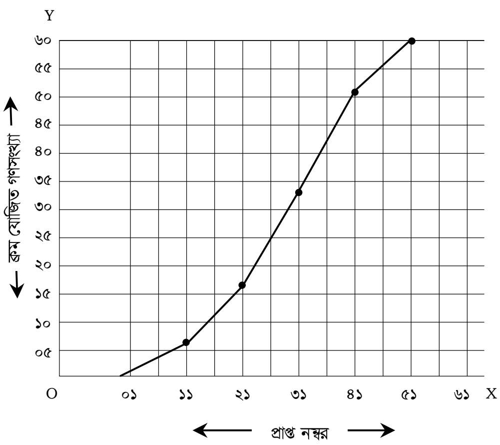
প্রাপ্ত নম্বর	১–১০	১১–২০	২১–৩০	৩১–৪০	৪১–৫০
গণসংখ্যা	৭	১০	১৬	১৮	৯

উপাত্তের অজিভ রেখা আঁক।

সমাধান : প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা নিবেশনের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো:

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১–১০	৭	৭
১১–২০	১০	১০ + ৭ = ১৭
২১–৩০	১৬	১৭ + ১৬ = ৩৩
৩১–৪০	১৮	৩৩ + ১৮ = ৫১
৪১–৫০	৯	৫১ + ৯ = ৬০

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার ৫ একক ধরে অজিভ রেখা আঁকা হলো।



প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ নিচে ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

ওজন (কেজি)	৪৫	৫০	৫৫	৬০	৬৫	৭০
গণসংখ্যা	২	৬	৮	১৬	১২	৬

সমাধান : মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো :

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪৫	২	২
৫০	৬	৮
৫৫	৮	১৬
৬০	১৬	৩২
৬৫	১২	৪৪
৭০	৬	৫০
	n = ৫০	

এখানে, n = ৫০, যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{৫০}{২}\text{ তম ও } \left(\frac{৫০}{২}+১\right)\text{তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{\text{২৫তম ও ২৬তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{৬০ + ৬০}{২}$$

$$= \frac{১২০}{২}$$

$$= ৬০$$

নির্ণেয় মধ্যক ৬০ কেজি।

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ তোমাদের শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

ব্যাপ্তি	৪৫–৪৯	৫০–৫৪	৫৫–৫৯	৬০–৬৪	৬৫–৬৯	৭০–৭৪
গণসংখ্যা	৪	৮	১০	২০	১২	৬
যোজিত ফল	৪	১২	২২	৪২	৫৪	৬০

(ক) উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর।

(খ) উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) প্রদত্ত সারণি হতে পাই,

এখানে, n = ৬০

এবং $\frac{n}{2} = \frac{৬০}{২}$ বা ৩০

অতএব, মধ্যক হলো ৩০তম পদের মান।

৩০তম পদের অবস্থান হবে (৬০–৬৪) শ্রেণিতে।

অতএব মধ্যক (৬০–৬৪) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং, L = ৬০, F_c = ২২, f_m = ২০ এবং d = ৫

$$\therefore \quad \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{d}{f_m}$$

$$= ৬০ + (৩০ - ২২) \times \frac{৫}{২০}$$

$= ৬০ + \frac{৮ \times ৫}{২০}$

$= ৬০ + ২$

$= ৬২$

নির্ণেয় মধ্যক ৬২ কেজি।

(খ) আমরা জানি, প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times d$ প্রদত্ত সারণি হতে পাই,

প্রদত্ত সারণিতে বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থীর সংখ্যা (৬০–৬৪) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং প্রচুরক এই শ্রেণিতে অবস্থিত।

এখানে, $L = ৬০$

$f_1 = ২০ - ১০ = ১০$

$f_2 = ২০ - ১২ = ৮$

এবং $d = ৫$

$\therefore$ প্রচুরক $= ৬০ + \frac{১০}{১০ + ৮} \times ৫$

$= ৬০ + \frac{১০ \times ৫}{১৮} = ৬০ + ২.৭৭৮ = ৬২.৭৭৮$

নির্ণেয় প্রচুরক ৬২.৮ কেজি (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক–

(i) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ

(ii) সবচেয়ে বেশি বার উপস্থাপিত মান

(iii) সবক্ষেত্রে অনন্য নাও হতে পারে

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

৭৬, ৬৫, ৯৮, ৭৯, ৬৪, ৬৮, ৫৬, ৭৩, ৮৩, ৫৭, ৫৫, ৯২, ৪৫, ৭৭, ৮৭, ৪৬, ৩২, ৭৫, ৮৯, ৪৮, ৯৭, ৮৮, ৬৫, ৭৩, ৯৩, ৫৮, ৪১, ৬৯, ৬৩, ৩৯, ৮৪, ৫৬, ৪৫, ৭৩, ৯৩, ৬২, ৬৭, ৬৯, ৬৫, ৬৩, ৭৮, ৬৪, ৮৫, ৫৩, ৭৩, ৩৪, ৭৫, ৮২, ৬৭, ৬২

(ক) প্রদত্ত তথ্যটির ধরন কীরূপ? কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা কী নির্দেশ করে?

(খ) উপর্যুক্ত শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি কর।

(গ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে প্রদত্ত নম্বরগুলো ক্রম অনুযায়ী সাজানো নেই। এ ধরনের উপাত্তসমূহকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে। কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা ঐ শ্রেণির নির্দিষ্ট সংখ্যা প্রকাশ করে।

(খ) প্রদত্ত নম্বরগুলোর সর্বনিম্ন নম্বর ৩২ এবং সর্বোচ্চ নম্বর ৯৮। অতএব ৩০ থেকে শুরু করে শ্রেণিব্যাপ্তি ১০ নম্বর ধরে শ্রেণি গঠন করা হলো। ট্যালি চিহ্ন দ্বারা নম্বরগুলোকে শ্রেণিভুক্ত করা হলো।

প্রাপ্ত নম্বর শ্রেণি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৩০ – ৩৯	|||	৩
৪০ – ৪৯	卌	৫
৫০ – ৫৯	卌 ||	৭
৬০ – ৬৯	卌 卌 |||	১৩
৭০ – ৭৯	卌 卌	১০
৮০ – ৮৯	卌 ||	৭
৯০ – ৯৯	卌	৫
		মোট = ৫০

(গ)

প্রাপ্ত নম্বর শ্রেণি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	বিচ্যুতি সংখ্যা $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × বিচ্যুতিসংখ্যা $(f_i u_i)$
৩০ – ৩৯	৩৪.৫	৩	–৩	–৯
৪০ – ৪৯	৪৪.৫	৫	–২	–১০
৫০ – ৫৯	৫৪.৫	৭	–১	–৭
৬০ – ৬৯	৬৪.৫	১৩	০	০
৭০ – ৭৯	৭৪.৫	১০	১	১০
৮০ – ৮৯	৮৪.৫	৭	২	১৪
৯০ – ৯৯	৯৪.৫	৫	৩	১৫
		মোট = ৫০		সমষ্টি = ১৩

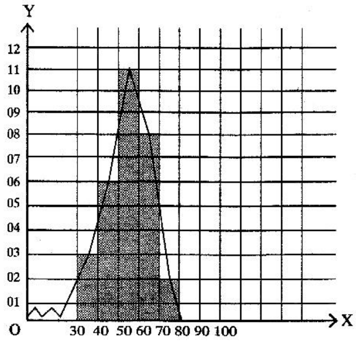
'খ' এর সারণি ব্যবহার করে এখানে, অনুমিত শ্রেণির মধ্যবিন্দু = ৬৪.৫

$\therefore$ গড় = অনুমিত শ্রেণির মধ্যবিন্দু + $\frac{\sum(\text{গণসংখ্যা}\times\text{বিচ্যুতিসংখ্যা})}{\text{মোট গণসংখ্যা}}$ × শ্রেণিব্যাপ্তি

$= ৬৪.৫ + \frac{১৩}{৫০} \times ১০ = ৬৪.৫ + ২.৬ = ৬৭.১$

নির্ণেয় গড় নম্বর ৬৭.১।

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥



ক. উপরের চিত্রে প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান ও শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা কত?

খ. চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. 'খ'– অংশে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) প্রদত্ত চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান $= \frac{৩০ + ৪০}{২} = ৩৫$

এবং শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা = ২

(খ) চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো :

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩০ – ৪০	৩	৩

৪০ – ৫০	৬	৯
৫০ – ৬০	১১	২০
৬০ – ৭০	৮	২৮
৭০ – ৮০	২	৩০
	n = ৩০	

(গ) 'খ' অংশের প্রাপ্ত ছক থেকে মধ্যক নির্ণয় :

এখানে, n = ৩০

এবং $\frac{n}{2} = \frac{৩০}{২}$ বা ১৫

অতএব মধ্যক হলো ১৫তম পদের মান। ১৫তম পদের অবস্থান হবে (৫০–৬০) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক (৫০–৬০) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং L = ৫০, F_c = ৯, f_m = ১১ এবং d = ১০

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= ৫০ + (১৫ - ৯) \times \frac{১০}{১১}$

$= ৫০ + ৬ \times ০{\cdot}৯১$

$= ৫০ + ৫{\cdot}৪৬$

$= ৫৫{\cdot}৪৬$ (প্রায়)

নির্ণেয় মধ্যক ৫৫·৪৬ (প্রায়)।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. 8, 9, 7, 15, 10, 15, 11, 8, 10, 9, 8 উপাত্তগুলোর প্রচুরক কত?

● 8 ⓑ 9 ⓒ 10 ⓓ 15

২. উপাত্তের ব্যবহৃত সংখ্যাসমূহকে কি বলে?

ⓐ ঘটনা ⓑ তথ্যাদি ⓒ ডাটা ● চলক

৩. উপাত্তের সংখ্যা n বিজোড় সংখ্যা হলে মধ্যক হবে–

ⓐ $\frac{n}{2}$ তম পদ ⓑ $\frac{n-1}{2}$ তম পদ

● $\frac{n+1}{2}$ তম পদ ⓓ $\frac{n+2}{2}$ তম পদ

৪. ৩৫, ৪০, ৪২, ৫০, ৫৬, ৪২, ৫০, ৬৪, ৪২, ৩৫, ৪০ নম্বরগুলোর গড় কত?

ⓐ ৪১.০৯ ● ৪৫.০৯ ⓒ ৪৯.০৯ ⓓ ৫০.০৯

৫. গ্রীষ্মকালে বাংলাদেশের কোনো একটি অঞ্চলের ১০ দিনের তাপমাত্রা (সেন্টিগ্রেড) হলো : 20°, 22°, 17°, 34°, 20°, 35°, 21°, 24°, 25°, 27° সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

ⓐ 17° ● 20° ⓒ 22° ⓓ 24°

৬.

ওজন (কেজি)	৪৫	৫০	৫৫	৬০	৬৫	৭০
গণসংখ্যা	২	৬	৮	১৬	১২	৬

মধ্যক কত?

ⓐ ৫০ ⓑ ৫৫ ● ৬০ ⓓ ৬৫

৭. নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক?

ⓐ বয়স ⓑ উচ্চতা ⓒ ওজন ● জনসংখ্যা

৮. গত সপ্তাহে তোমার শহরের তাপমাত্রা ছিল : 23°C, 26°C, 29°C, 25°C, 27°C, 30°C ও 29°C গড় তাপমাত্রা কত ছিল?

ⓐ 26°C ● 27°C ⓒ 28°C ⓓ 29°C

৯. ১৫, ১৭, ২৪, ২১, ১৬, ১৭, ২৩, ১৮, ২০, ২২ উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

ⓐ ১৭ ⓑ ১৭.৫ ⓒ ১৮.৫ ● ১৯

১০. মধ্যক নির্ণয়ে F_c দ্বারা কী বোঝায়?

● যোজিত গণসংখ্যা ⓑ নিম্নসীমা

ⓒ শ্রেণি সীমা ⓓ গণসংখ্যা

১১. অজিভ রেখার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

● ঊর্ধ্বগামী ⓑ নিম্নগামী ⓒ সমান্তরাল ⓓ উল্লম্ব

১২. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হতে–

i. মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

ii. প্রচুরক $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

iii. গাণিতিক গড় $\frac{n+1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

১৩. প্রদত্ত সারণির ক্ষেত্রে–

i. f_m এর মান 10

ii. F_c এর মান 13

iii. f_1 ও f_2 এর মান যথাক্রমে 3 এবং 2

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণি	২১ – ৩০	৩১ – ৪০	৪১ – ৫০	৫১ – ৬০
গণসংখ্যা	8	১২	৮	১০

১৪. উদ্দীপকের মধ্যক শ্রেণির ঊর্ধ্বসীমা কত?

ⓐ ৩১ ⓑ ৪০ ● ৫০ ⓓ ৬০

১৫. উপরোক্ত তথ্যের প্রচুরক কত (প্রায়)?

ⓐ ৩৪.৩৩ ● ৩৭.৬৭ ⓒ ৪১.৮৩ ⓓ ৪৭.৬৭

নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণি	৬ – ১০	১১ – ১৫	১৬ – ২০	২১ – ২৫
ঘটন সংখ্যা	8	১০	১৫	২০

১৬. প্রচুরক নির্ণয়ের কোন সূত্রটি সঠিক?

ⓐ $L + \frac{f1 + f_2}{f_1} \times h$ ⓑ $L + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \times h$

● $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ ⓓ $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2}$

১৭. এখানে L = ২১, h = ৫, f_1 ও f_2 এর মান কত?

● ৫, ২০　㉹ ২০, ৫　㉺ ৫, ৫　㉻ ২০, ১৫

নিচের তথ্যের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণি	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60
গণসংখ্যা	15	25	35	45

১৮. মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে F_c এর মান কত?

㉸ 25　㉹ 35　● 40　㉻ 45

১৯. প্রচুরক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে f_2 এর মান কত?

● 45　㉹ 35　㉺ 10　㉻ 0

নিচের তথ্যের আলোকে ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রাপ্ত নম্বর	6 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	7	10	8	5

২০. মধ্যক শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?

㉸ 36　㉹ 31　● 23　㉻ 10

২১. 1 থেকে 22 পর্যন্ত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

㉸ 9　● 12　㉺ 15　㉻ 18

নিচের তথ্যের আলোকে ২২–২৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মে মাসের ৭ দিনের তাপমাত্রা যথাক্রমে ৩৫°, ৪০°, ৩৭°, ৪১°, ৩২°, ৪৪° এবং ৩০° সে.।

শ্রেণি	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60
গণসংখ্যা	15	25	35	45

২২. প্রদত্ত উপাত্তের পরিসর কোনটি?

㉸ ৭　㉹ ১৩　㉺ ১৪　● ১৫

২৩. শ্রেণিব্যাপ্তি ৩ হলে শ্রেণিসংখ্যা কত?

㉸ ৪　● ৫㉺ ৬　㉻ ৭

২৪. ঐ ৭ দিনের গড় তাপমাত্রা কত ছিল?

㉸ ৩০°　● ৩৭° সে.　㉺ ৪১° সে.　㉻ ৪৪° সে.

নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রাপ্ত	6 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25
গণসংখ্যা	4	10	15	6

২৫. উপরের সারণি অনুসারে প্রচুরক শ্রেণির–

i. মধ্যমান 18

ii. উর্ধ্বসীমা 25

iii. যোজিত গণসংখ্যা 29

নিচের কোনটি সঠিক?

㉸ i　㉹ i ও ii　● i ও iii　㉻ i, ii ও iii

২৬. প্রচুরক কত?

㉸ 19.21　㉹ 18.78　● 17.79　㉻ 15

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

উপাত্তের উপস্থাপন

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৭. গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলিকে পরিসংখ্যানের ভাষায় কী বলে? (সহজ)

㉸ কাঁচামাল　● উপাত্ত　㉺ সারণি　㉻ সিদ্ধান্ত

২৮. অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কী হিসেবে বিবেচিত? (সহজ)

㉸ ট্যালি　● কাঁচামাল　㉺ চলক　㉻ ফলাফল

২৯. উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করাকে কী বলা হয়? (সহজ)

㉸ উপাত্তের বিশ্লেষণ　㉹ পরিসর নির্ধারণ

● উপাত্তের উপস্থাপন　㉻ উপাত্তের অনুসন্ধান

৩০. কোনটি অবিন্যস্ত থাকে? (মধ্যম)

㉸ অবিচ্ছিন্ন ব্যাপ্তি　㉹ বিচ্ছিন্ন ব্যাপ্তি

● সংখ্যাসূচক তথ্য　㉻ মধ্যক

৩১. কোনো উপাত্তকে সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার কী নির্ধারণ করতে হয়? (সহজ)

㉸ শ্রেণি ব্যবধান　● পরিসর

㉺ শ্রেণি সংখ্যা　㉻ ট্যালি চিহ্ন

৩২. সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি দ্বারা পরিসংখ্যানের কি নির্দেশ করে? (সহজ)

● উপাত্ত　㉹ ফলাফল　㉺ অনুসন্ধান　㉻ বিশ্লেষণ

৩৩. সারণিভুক্তকরণ দ্বারা উপাত্তের কোনটি বোঝায়? (সহজ)

● উপস্থাপন　㉹ বিশ্লেষণ　㉺ ফলাফল　㉻ উৎকর্ষতা

৩৪. মোট গণসংখ্যা বলতে কী বোঝায়? (সহজ)

㉸ উপাত্তের শ্রেণিসংখ্যা　● উপাত্তের মোট সংখ্যা

㉺ উপাত্তের সর্বোচ্চ সংখ্যামান　㉻ যেকোনো একটি শ্রেণির গণসংখ্যা

৩৫. সারণিভুক্তকরণের ক্ষেত্রে প্রথমে কোনটি নির্ণয় করতে হয়? (মধ্যম)

㉸ শ্রেণি সংখ্যা ㉹ শ্রেণি ব্যবধান ● পরিসর　㉻ গণসংখ্যা

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত

ii. অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল

iii. উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো অবিন্যস্তকরণ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

㉸ i ও ii　㉹ i ও iii　㉺ ii ও iii　● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭ – ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

তাপমাত্রা	গণসংখ্যা
১০°–১৪°	৮
১৫°–১৯°	১০
২০°–২৪°	৯

৩৭. মোট গণসংখ্যা কত? (সহজ)

㉸ ১৬　㉹ ১৯　● ২৭　㉻ ৩১

৩৮. তাপমাত্রার পরিসর কত? (সহজ)

㉸ ১৪　● ১৫　㉺ ১৬　㉻ ১৭

ব্যাখ্যা : সর্বোচ্চ তাপমাত্রা ২৪ এবং সর্বনিম্ন তাপমাত্রা ১০

∴ পরিসর = (২৪ – ১০) + ১ = ১৪ + ১ = ১৫

৩৯. (২০ – ২৪) শ্রেণিব্যাপ্তির নিম্নসীমা কোনটি? (সহজ)

● ২০　㉹ ২১　㉺ ২২　㉻ ২৪

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪০. কোনো গণসংখ্যা নিবেশন সারণির প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা যথাক্রমে ১১ ও ১৩ হলে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক ১২ খ ২২ ● ২৪ ঘ ২৬
ব্যাখ্যা : ১১ + ১৩ = ২৪

৪১. পরিসর ২৭ হলে ৫ ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করলে কতটি শ্রেণি হবে? (মধ্যম)
● ৬ খ ৫ গ ৪ ঘ ৩

৪২. ২৫, ২৭, ৩০ কোনো উপাত্তের গণসংখ্যা হলে তার দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক ২৫ খ ২৭ ● ৫২ ঘ ৭৫

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ ও ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
২০ – ২৯	১৫
৩০ –৩ ৯	১০
৪০ – ৪৯	২২
৫০ – ৫৯	১২
৬০ – ৬৯	৮
৭০ – ৭৯	৬

৪৩. (৪০ – ৪৯) শ্রেণি ব্যাপ্তিতে গণসংখ্যা কত? (সহজ)
ক ১৫ খ ২০ ● ২২ ঘ ২৫

৪৪. (৪০ – ৪৯) শ্রেণি ব্যাপ্তিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত? (মধ্যম)
ক ১৫ খ ২৫ গ ৪৫ ● ৪৭
ব্যাখ্যা : (৪০ – ৪৯) শ্রেণিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
= ২২ + ১০ + ১৫ = ৪৭

চলক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক কয় প্রকারের হয়? (সহজ)
● ২ খ ৩ গ ৪ ঘ ৬

৪৬. অবিচ্ছিন্ন চলক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক ৯ম শ্রেণির শিক্ষার্থী সংখ্যা খ তিনজন ছাত্রের মোট বয়স
গ শ্রমিকদের মজুরি ● উচ্চতা

৪৭. নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক? (মধ্যম)
ক উচ্চতা ● জনসংখ্যা গ বয়স ঘ ওজন

৪৮. উপাত্তে ব্যবহৃত সংখ্যাসমূহকে নিচের কোনটি বলা হয়? (সহজ) [য. বো. '১৫]
● চলক খ মধ্যক গ বিচ্ছিন্ন ঘ সূচক

৪৯. জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক অবিচ্ছিন্ন
● বিচ্ছিন্ন
গ বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন দুইটিই হতে পারে
ঘ ঋণাত্মক

৫০. অবিচ্ছিন্ন চলকের মান কীরূপ হবে? (মধ্যম)
● বাস্তব সংখ্যা হতে পারে খ শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হবে
গ অবাস্তব সংখ্যা হবে ঘ জটিল সংখ্যা হবে

৫১. বিচ্ছিন্ন চলকের মান কীরূপ হয়? (সহজ)
ক পূর্ণ বর্গ সংখ্যা খ বাস্তব সংখ্যা
● পূর্ণ সংখ্যা ঘ জটিল সংখ্যা

৫২. তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের চলক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক বিচ্ছিন্ন চলক ● অবিচ্ছিন্ন চলক
গ সমান চলক ঘ অসমান চলক

৫৩. ৬ – ৮, ৯ – ১১, ১২ – ১৪ শ্রেণি ব্যাপ্তির প্রথম শ্রেণির প্রকৃত উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক ৭·৫ ও ৮·১৫ ● ৮·৫ ও ৫·৫
গ ৬·৫ ও ৭·৫ ঘ ৬ ও ৮

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
i. পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকার
ii. যে সকল চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক
iii. ক্রিকেট খেলায় রানের সংখ্যা অবিচ্ছিন্ন চলক
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৫. একটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের—
i. প্রাপ্ত নম্বর বিচ্ছিন্ন চলক
ii. ওজন বিচ্ছিন চলক
iii. উচ্চতা অবিচ্ছিন্ন চলক
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৬. অবিচ্ছিন্ন চলক—
i. একটি সীমা দ্বারা প্রকাশ করা যায়
ii. বাস্তব সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়
iii. নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৭. অবিচ্ছিন্ন চলক হলো—
i. যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হতে পারে
ii. যে চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে
iii. দুটি নির্দিষ্ট মানের মধ্যবর্তী যেকোনো সংখ্যাও ঐ চলকের মান হতে পারে
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii
ব্যাখ্যা : i. সঠিক নয়, কারণ অবিচ্ছিন্ন চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে।

৫৮. বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে—
i. তাপমাত্রা এবং বয়স হলো বিচ্ছিন্ন চলক

ii. বাংলাদেশের মোট নদী হলো বিচ্ছিন্ন চলক

iii. বাংলাদেশের মোট গ্রাম হলো বিচ্ছিন্ন চলক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : তাপমাত্রা এবং বয়স যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে। তাই এরা অবিচ্ছিন্ন চলক। মোট নদী এবং গ্রামের সংখ্যা যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে না, তাই এরা বিচ্ছিন্ন চলক।

৫৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. ৯°–১১° শ্রেণির নিম্নসীমা ৯°

ii. উপাত্তে ব্যবহৃত সংখ্যাসমূহ হলো চলক

iii. জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

উপাত্তের লেখচিত্র

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬০. কোন লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য প্রকৃত শ্রেণিসীমা নির্ণয় করতে হয়? (সহজ)

ⓚ রেখাচিত্র ⓛ পাইচিত্র ⓜ অজিভ রেখা ● আয়তলেখ

৬১. আয়তলেখ থেকে কোন লেখচিত্র অঙ্কন করা যায়? (মধ্যম)

● গণসংখ্যা বহুভুজ ⓛ দণ্ডচিত্র

ⓜ অজিভ রেখা ⓝ পাইচিত্র

৬২. আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য শ্রেণিব্যাপ্তি কেমন হতে হবে? (মধ্যম)

ⓚ বিচ্ছিন্ন ● অবিচ্ছিন্ন

ⓜ ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ⓝ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা

৬৩. আয়তলেখ আঁকতে x–অক্ষ বরাবর কোনটি নেওয়া হয়? (সহজ)

ⓚ গণসংখ্যা ● শ্রেণি ব্যবধান

ⓜ শ্রেণি মধ্যমান ⓝ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

৬৪. আয়তলেখ এর উচ্চতা কোনটি? (সহজ)

● গণসংখ্যা ⓛ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

ⓜ শ্রেণি মধ্যমান ⓝ শ্রেণি ব্যবধান

৬৫. গণসংখ্যা বহুভুজ নির্ণয়ের কয়টি পদ্ধতি আছে? (সহজ)

● ২ ⓛ ৩ ⓜ ৪ ⓝ ৫

৬৬. বহুভুজে বাহুর সংখ্যা কয়টি? (কঠিন)

ⓚ উপাত্তের সংখ্যার সমান (n) ⓛ উপাত্তের সংখ্যার চেয়ে 1 কম

● উপাত্তের সংখ্যার চেয়ে ১ বেশি ⓝ উপাত্তের সংখ্যার অর্ধেক

৬৭. নিচের কোনটি ব্যবহার করে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা যায়? (সহজ)

● আয়তলেখ ⓛ অজিভ রেখা

ⓜ পাইচিত্র ⓝ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

৬৮. আয়তলেখ ব্যতীত গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য নিচের কোনটি নির্ণয় করতে হয়? (সহজ)

ⓚ শ্রেণির নিম্নসীমা ⓛ শ্রেণির উচ্চসীমা

ⓜ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ● শ্রেণির মধ্যবিন্দু

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৯. গণসংখ্যা নিবেশন উপস্থাপনের জন্য ব্যবহৃত হয়–

i. গণসংখ্যা বহুভুজ

ii. দণ্ডচিত্র

iii. অজিভ রেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৭০. আয়তলেখের ক্ষেত্রে–

i. সুবিধাজনক স্কেলে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান লেখা হয় এবং শ্রেণি ব্যবধান ভূমি ধরে আয়ত আঁকা যায়

ii. সুবিধাজনক স্কেলে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নেওয়া হয় এবং গণসংখ্যা হয় আয়তের উচ্চতা

iii. আয়তলেখের আয়তসমূহের ভূমির সমান্তরাল বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের রেখাংশ দ্বারা যোগ করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

৭১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হচ্ছে মোট গণসংখ্যা বা উপাত্ত সংখ্যা

ii. গণসংখ্যার সমষ্টিই হচ্ছে শেষ শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

iii. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হচ্ছে ১ম শ্রেণির গণসংখ্যা

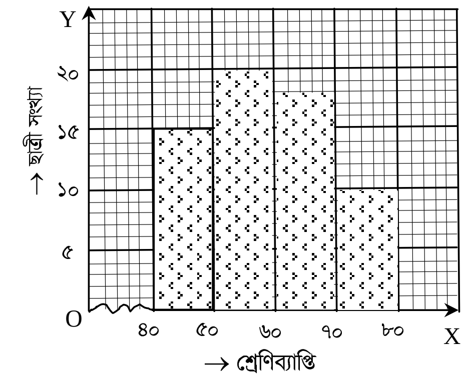
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

একটি বিদ্যালয়ের নবম শ্রেণির ৬৩ জন ছাত্রীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ দেওয়া হলো :



চিত্র : আয়তলেখ

৭২. (৬০ – ৭০) শ্রেণির মধ্যবিন্দু কত? (সহজ)

ⓚ ৫০ ⓛ ৫৫ ● ৬৫ ⓝ ৫৬

ব্যাখ্যা : $\frac{৬০ + ৭০}{২} = \frac{১৩০}{২} = ৬৫$

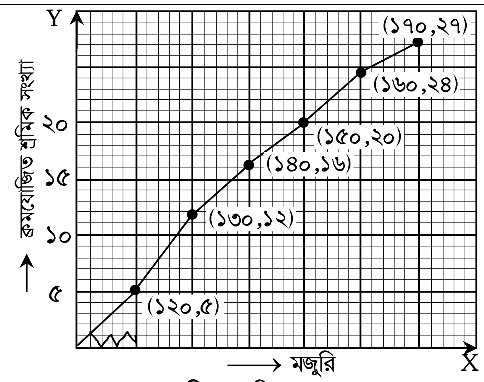
৭৩. (৭০ – ৮০) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত? (কঠিন)

ⓚ ৬০ ● ৬৩ ⓜ ৫৩ ⓝ ৫০

ব্যাখ্যা : (৭০ – ৮০) শ্রেণির গণসংখ্যা = (১৫ + ২০ + ১৮ + ১০) = ৬৩

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪–৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রমিকদের দৈনিক মজুরির অজিভ রেখা দেওয়া হয়েছে



চিত্র : অজিভ রেখা

৭৪. কতজন শ্রমিক ১৪০ টাকা মজুরি পেয়েছে? (মধ্যম)

ⓚ ২ ⓛ ৩ ● ৪ ⓜ ৫

ব্যাখ্যা : অজিভ রেখা থেকে, (১৪০, ১৬) ও (১৩০, ১২) বিন্দুদ্বয় ব্যবহার করে ১৪০ টাকা পেয়েছে = (১৬ – ১২) জন = ৪ জন।

৭৫. ১৩০ টাকার কম মজুরি পেয়েছে কতজন? (সহজ)

ⓚ ২০ ● ১২ ⓖ ১৪ ⓜ ১৬

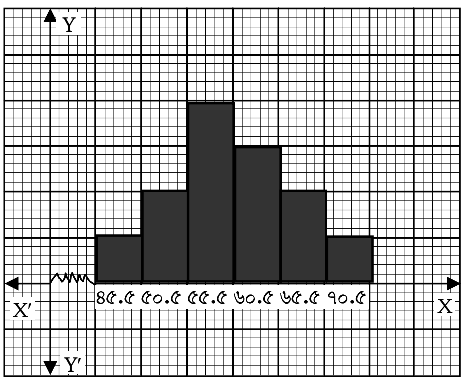
ব্যাখ্যা : চিত্র থেকে (১৩০, ১২) বিন্দু ব্যবহার করে।

৭৬. কতজন শ্রমিক ১৫০ এবং এর অধিক টাকা পেয়েছে? (মধ্যম)

● ৭ ⓛ ৮ ⓖ ৯ ⓜ ১০

ব্যাখ্যা : অজিভ রেখা থেকে (১৫০, ২০), (১৭০, ২৭) বিন্দুদ্বয় ব্যবহার করে = ২৭ – ২০ = ৭ জন।

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৭৭–৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৭৭. চিত্রে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা কত? (সহজ)

● ২০ ⓛ ১৫ ⓖ ১২ ⓜ ১০

৭৮. চিত্রটি নিচের কোনটি? (কঠিন)

● আয়তলেখ ⓛ অজিভ রেখা ⓖ বহুভুজ ⓜ সরলরেখা

৭৯. চিত্রে (৬০.৫ – ৬৫.৫) শ্রেণিতে গণসংখ্যা কত? (মধ্যম)

ⓚ ৫ ⓛ ১০ ● ১৫ ⓜ ২০

কেন্দ্রীয় প্রবণতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮০. উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জিভূত হওয়ার প্রবণতাকে কী বলে? (সহজ)

● কেন্দ্রীয় প্রবণতা ⓛ কেন্দ্রীয় মান

ⓖ প্রচুরক ⓜ গড়

৮১. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ কয়টি? (সহজ)

ⓚ ২ ● ৩ ⓖ ৪ ⓜ ৫

৮২. কোনটি উপাত্তসমূহের প্রতিনিধিত্ব করে? (সহজ)

ⓚ শ্রেণি ⓛ গণসংখ্যা ● কেন্দ্রীয় মান ⓜ ব্যবধান

৮৩. কেন্দ্রীয় মান একটি– (সহজ)

ⓚ শ্রেণি ● সংখ্যা ⓖ পরিসর ⓜ ব্যাপ্তি

৮৪. নিচের কোনটি থেকে শ্রেণি মধ্যমান পাওয়া যায়? (সহজ)

● $\frac{\text{শ্রেণির উর্ধ্বমান + শ্রেণির নিম্নমান}}{2}$

ⓛ $\frac{\text{পূর্ব শ্রেণির উচ্চসীমা + শ্রেণির নিম্নসীমা}}{2}$

ⓖ $\frac{\text{পরবর্তী শ্রেণির উচ্চসীমা + শ্রেণির নিম্নসীমা}}{2}$

ⓜ $\left(\frac{\text{পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা + শ্রেণির উচ্চসীমা}}{2}\right) \times 2$

৮৫. গাণিতিক গড় = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_ix_i$; এখানে k দ্বারা কী নির্দেশ করে? (মধ্যম)

● শ্রেণিসংখ্যা ⓛ গণসংখ্যা

ⓖ সর্বোচ্চ সংখ্যা ⓜ সর্বনিম্ন সংখ্যা

ব্যাখ্যা : যতগুলো শ্রেণি থাকে তার সংখ্যাই k.

৮৬. কোনো শ্রেণির মধ্যমান x_i গণসংখ্যা f_i হলে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\Sigma f_ix_i}{\Sigma x_i}$ ● $\frac{\Sigma f_ix_i}{\Sigma f_i}$ ⓖ $\frac{\Sigma f_ix_i}{f_ix_i}$ ⓜ $\frac{\Sigma f_i}{\Sigma f_ix_i}$

৮৭. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)

[a = আনুমানিক গড়, f_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা, u_if_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি, h = শ্রেণি ব্যাপ্তি]

● $a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$ ⓛ $a - \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

ⓖ $a + \frac{\Sigma f_iu_i}{h} \times n$ ⓜ $a \div \frac{1}{n}\Sigma f_iu_i \times h$

৮৮. গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_iw_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \times n$ ● $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_iw_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ ⓖ $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_iw_i}{n}$ ⓜ $\frac{1}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n} x_iw_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$

৮৯. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_ix_i}{n} \times h$ এখানে a কী নির্দেশ করে? (সহজ)

ⓚ নির্ণেয় গড় ● আনুমানিক গড়

ⓖ শ্রেণিব্যাপ্তি ⓜ মধ্যক

৯০. ৯ জন ছাত্র প্রত্যেকে একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করল যার ফলাফল নিম্নরূপ : ৩, ৬, ৫, ৬, ২, ১, ৩, ৪, ৬ ফলাফলগুলোর গড় মান কত? (মধ্যম)

ⓚ ৩ ● ৪ ⓖ ৫ ⓜ ৬

ব্যাখ্যা : প্রাপ্ত ফলাফলের যোগফল,

Σx_i = ৩ + ৬ + ৫ + ৬ + ২ + ১ + ৩ + ৪ + ৬ = ৩৬

গড় = $\frac{\Sigma x_i}{n}$ = $\frac{৩৬}{৯}$ = ৪

৯১. ধাপ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\text{মধ্যমান + আনুমানিক গড়}}{\text{ব্যাপ্তি}}$ ● $\frac{\text{মধ্যমান − আনুমানিক গড়}}{\text{ব্যাপ্তি}}$

ⓖ $\frac{\text{মধ্যমান + আনুমানিক গড়}}{\text{প্রচুরক}}$ ⓘ $\frac{\text{মধ্যমান + গড়}}{\text{ব্যাপ্তি}}$

৯২. কোনো শ্রেণির ধাপ বিচ্যুতি ২, মধ্যমান ২৮, আনুমানিক গড় ২০ হলে ঐ শ্রেণির ব্যাপ্তি কত? (কঠিন)

ⓚ ২২ – ৩০ ⓛ ২৭ – ২৯ ⓖ ২৬ – ২৮ ● ২৬ – ৩০

ব্যাখ্যা : $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $2 = \frac{২৮ - ২০}{h}$ বা, h = 8, (২৬ – ৩০) এর ব্যাপ্তি ৪

৯৩. কোনো শ্রেণির ধাপ বিচ্যুতি ২, আনুমানিক গড় ২০ ও শ্রেণি ব্যবধান ৮ হলে শ্রেণি মধ্যমান কত? (কঠিন)

ⓚ ২৬ ● ২৮ ⓖ ২ ⓘ ২০

৯৪. তিনটি সাময়িক পরীক্ষায় শিমুলের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর যথাক্রমে ৬০, ৭৫ ও ৮৫ এবং বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর ৯৫। যদি সাময়িক পরীক্ষার গুরুত্ব সমান এবং বার্ষিক পরীক্ষার গুরুত্ব সাময়িক পরীক্ষার দ্বিগুণ হলে শিমুলের প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ ৮০ ⓛ ৮১ ● ৮২ ⓘ ৮৩

ব্যাখ্যা :

প্রাপ্ত নম্বর x_i	গুরুত্ব w_i	w_ix_i
৬০	m	৬০m
৭৫	m	৭৫m
৮৫	m	৮৫m
৯৫	২m	১৯০m
	Σw_i = ৫m	Σw_ix_i = ৪১০m

∴ প্রাপ্ত নম্বরের গড় $\bar{x}_w = \frac{\Sigma w_ix_i}{\Sigma w_i} = \frac{৪১০m}{৫m} = ৮২$

৯৫. ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? (কঠিন)

● ৯.৬২৫ ⓛ ১২.৬২৫ ⓖ ১৫.৬২৫ ⓘ ১৭.৬২৫

ব্যাখ্যা : ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো :

২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯

গড় = $\frac{২ + ৩ + ৫ + ৭ + ১১ + ১৩ + ১৭ + ১৯}{৮}$

= $\frac{৭৭}{৮}$ = ৯·৬২৫

৯৬. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড়ের ক্ষেত্রে যদি a = ৩০, Σf_ix_i = – ২৩, h = ৫ ও n = ২০ হয় তবে $\bar{x}$ কত? (কঠিন)

ⓚ ২৩·২৫ ● ২৪·২৫

ⓖ ২৬·১৫ ⓘ ৩৭·৭৫

ব্যাখ্যা : $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_ix_i}{n} \times h$

$= ৩০ + \frac{-২৩}{২০} \times ৫$

= ৩০ – ৫·৭৫ = ২৪·২৫

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯৭. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ—

i. গাণিতিক গড় ii. মধ্যক

iii. প্রচুরক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

i. প্রদত্ত সূত্রটি সংক্ষিপ্ত গড়ের সূত্র

ii. এখানে a হলো উপাত্তের প্রথম মান

iii. f_i হলো i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৯৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. উপাত্তসমূহের সমষ্টিকে সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গাণিতিক গড় পাওয়া যায়

ii. উপাত্তের সংখ্যা বেশি হলে এটা খুব দুরূহ ব্যাপার

iii. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা যায় না

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১০০. $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ এখানে—

i. u_i = ধাপ বিচ্যুতি

ii. a = আনুমানিক গড়

iii. h = শ্রেণিব্যাপ্তি

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

১০১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্র, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

ii. ভার প্রদত্ত গড় $\bar{x}_w = \frac{\Sigma w_ix_i}{\Sigma x_i}$

iii. w_i = গুরুত্ব প্রদত্ত গড়ের গুরুত্বের চলক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১০২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. প্রকৃত গড় অনুমিত গড়ের ওপর নির্ভর করে না

ii. প্রকৃত গড় অনুমিত গড়ের ওপর নির্ভর করে

iii. অনুমিত গড় প্রকৃত গড়ের যত কাছাকাছি হবে, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের কাজ ততই সহজ হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১০৩ – ১০৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

নিচে ১০ জন শ্রমিকের দৈনিক মজুরি (টাকায়) দেওয়া হলো :

১৫০, ১৩০, ১৪৫, ১৭০, ২০০, ১৮০, ১৯০, ১৪০, ১৬৫, ১৭৫।

১০৩. উপাত্তের পরিসর কত? (সহজ)

ⓚ ৫০ ● ৭১ ⓖ ৮৫ ⓘ ৯০

ব্যাখ্যা : সর্বোচ্চমান = ২০০, সর্বনিম্ন মান = ১৩০.

∴ পরিসর = (২০০ – ১৩০) + ১ = ৭০ + ১ = ৭১

১০৪. ১০ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা কত হবে? (সহজ)

ⓚ ৪ ⓛ ৬ ● ৮ ⓜ ১০

ব্যাখ্যা : শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{১০}$ = $\frac{৭১}{১০}$ = ৭.১ যা পূর্ণসংখ্যায় ৮।

১০৫. উপাত্তের গড় কত? (মধ্যম)

ⓚ ১৬০ ⓛ ১৬২.৫ ⓜ ১৬৩ ● ১৬৪.৫

ব্যাখ্যা : Σx_i = ১৫০ + ১৩০ + ১৪৫ + ১৭০ + ২০০ + ১৮০ + ১৯০ + ১৪০ + ১৬৫ + ১৭৫ = ১৬৪৫

∴ গড় = $\frac{\Sigma x_i}{n}$ = $\frac{১৬৪৫}{১০}$ = ১৬৪.৫

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১০৬ – ১০৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

কোনো বিদ্যালয়ের কয়েকজন ছাত্রের ওজন (কেজিতে) দেওয়া হলো :

৫৮, ৪৯, ৫৫, ৪৫, ৪২, ৩০, ৪২, ৪৭, ৫০, ৪৮, ৫০, ৫৩, ৪৫, ৫২, ৩৯, ৫৭, ৫৭, ৫৮, ৫৪, ৫৫, ৪৮, ৫১, ৫৩, ৫১, ৫৭।

১০৬. উপাত্তের পরিসর কত? (সহজ)

ⓚ ২৫ ⓛ ২৮ ● ২৯ ⓜ ৩৯

ব্যাখ্যা : সর্বোচ্চ মান = ৫৮, সর্বনিম্ন মান = ৩০

∴ পরিসর = (৫৮ – ৩০) + ১ = ২৮ + ১ = ২৯

১০৭. ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে শ্রেণি সংখ্যা কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ ৪ ⓛ ৫ ● ৬ ⓜ ৭

ব্যাখ্যা : শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{৫}$ = $\frac{২৯}{৫}$ = ৫.৮ যা পূর্ণ সংখ্যায় ৬।

১০৮. উপাত্তের গড় কত? (মধ্যম)

ⓚ ৩৮.৫ ⓛ ৪৫.৮৪ ⓜ ৪৮.৫ ● ৪৯.৮৪

ব্যাখ্যা : Σx_i = ৫৮ + ৪৯ + ৫৫ + ৪৫ + ৪২ + ৩০ + ৪২ + ৪৭ + ৫০ + ৪৮ + ৫০ + ৫৩ + ৪৫ + ৫২ + ৩৯ + ৫৭ + ৫৭ + ৫৮ + ৫৪ + ৫৫ + ৪৮ + ৫১ + ৫৩ + ৫১ + ৫৭ = ১২৪৬

∴ গড় = $\frac{\Sigma x_i}{n}$ = $\frac{১২৪৬}{২৫}$ = ৪৯.৮৪

মধ্যক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১০৯. n সংখ্যক উপাত্তের n বিজোড় সংখ্যা হলে, মধ্যক নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{n}{2}$ তম পদের মান ● $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান

ⓜ $\frac{n}{2}+1$ তম পদের মান ⓜ $\frac{n}{2}$ ও $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদের মানের গড়

১১০. নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র? [L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, n = গণসংখ্যা, F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা, f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, h = শ্রেণিব্যাপ্তি] (মধ্যম)

ⓚ $L+\left(\frac{n}{2}+F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$ ⓛ $L+\left(\frac{n}{2}-f_m\right)\times\frac{h}{F_c}$

● $L+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$ ⓜ $L+\left(\frac{n}{2}+f_m\right)\times\frac{h}{F_c}$

১১১. উপাত্তকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে সকল উপাত্ত সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ গড় ● মধ্যক ⓜ প্রচুরক ⓜ ভাব গড়

১১২. উপাত্তের চলকের সংখ্যা n জোড় সংখ্যা হলে কয়টি মধ্যক পাওয়া যাবে? (সহজ)

ⓚ একটি ● দুইটি ⓜ তিনটি ⓜ চারটি

১১৩. ৭, ৮, ৭, ৫, ৯, ১০, ৪ সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ ৪ ● ৭ ⓜ ৯ ⓜ ১০

ব্যাখ্যা : সংখ্যাগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, ৪, ৫, ৭, [৭] ৮, ৯, ১০।

এখানে n = ৭ বিজোড় সংখ্যা

∴ মধ্যক = $\frac{n+১}{২}$ তম পদ

= $\frac{৭+১}{২}$ বা ৪তম পদ = ৭

১১৪. ১৬, ১৭, ৯, –২০, ৮, ১২, –৫, ১৮, ২৫, ১৯ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত? (মধ্যম)

ⓚ ১২ ● ১৪ ⓜ ১৭ ⓜ ১৯

ব্যাখ্যা : ছোট থেকে বড় সাজিয়ে পাই,

–২০, –৫, ৮, ৯, ১২, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২৫

এখানে, n = ১০, যা জোড় সংখ্যা

∴ মধ্যক = $\frac{\frac{n}{2}\text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{ তম পদ}}{২}$ = $\frac{১২+১৬}{২}$ = ১৪

১১৫. ১ থেকে ২২ পর্যন্ত ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত? (কঠিন)

ⓚ ৯ ● ১২ ⓜ ১৫ ⓜ ১৮

ব্যাখ্যা : ১ থেকে ২২ পর্যন্ত ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো :

৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮, ২১

মধ্যক = $\frac{n+1}{2}$ তম পদ = $\frac{৭+১}{২}$ তম পদ

= ৪র্থ পদ = ১২

১১৬. ১১৩, ১২২, ১১৯, ১৩২, ১৪৮, ১০৯, ৯৯ উপাত্তের মধ্যক কত? (সহজ)

ⓚ ১১৩ ● ১১৯ ⓜ ১২০·৫ ⓜ ১২২

ব্যাখ্যা : উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই ৯৯, ১০৯, ১১৩, ১১৯, ১২২, ১৩২, ১৪৮।

এখানে n = ৭ বিজোড় সংখ্যা।

মধ্যক = $\frac{n+1}{2}$ তম পদ = $\frac{৭+১}{২}$ তম পদ = ৪র্থ পদ = ১১৯

১১৭. মধ্যক = ৪৮.৯৬; L = ৪৮; F_c = ৩১; h = ৬ এবং f_m = ২৫ হলে n = কত? (কঠিন)

ⓚ ৬০ ⓛ ৬২ ⓜ ৬৫ ● ৭০

ব্যাখ্যা : মধ্যক = $L+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$

বা, n = ২ × $\left\{\frac{(\text{মধ্যক} - L)f_m}{h}+F_c\right\}$

= ২ × $\left\{\frac{(৪৮·৯৬ - ৪৮)২৫}{৬}+৩১\right\}$ = ৭০

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. উপাত্তের চলকের n সংখ্যক মান থাকলে মধ্যমা হবে $\frac{n}{2}$ তম পদ

ii. উপাত্তের n সংখ্যক বিজোড় মান থাকলে মধ্যক হবে $\frac{n+1}{2}$ তম পদ

iii. উপাত্তের চলকের n সংখ্যক জোড় মান থাকলে মধ্যক হবে $\frac{n}{2}$ তম ও $\frac{n}{2}+1$ তম পদের গাণিতিক গড়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১৯. এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গলের জানুয়ারি মাসের কোনো এক সপ্তাহের তাপমাত্রা হলো : ১৪°, ১০°, ৯°, ৬°, ৮°, ৭°, ৫°।

i. প্রদত্ত তথ্যের গড় তাপমাত্রা ৮·৪° (প্রায়)

ii. তাপমাত্রার মধ্যক মান ৮°

iii. সর্বনিম্ন তাপমাত্রা ৫°

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১২০. $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

i. এটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র

ii. F_c হলো মধ্যক শ্রেণির যোজিত সংখ্যা

iii. f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১২১–১২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

মতিঝিল আইডিয়াল স্কুলের ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো :

ওজন (কেজিতে)	৪৫ – ৪৯	৫০ – ৫৪	৫৫ – ৫৯	৬০ – ৬৪	৬৫ – ৬৯
গণসংখ্যা	১৩	১৫	১৭	৩	২
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	১৩	২৮	৪৫	৪৮	৫০

১২১. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা কত? (সহজ)

ক ৪৫ ● ৫০ গ ৫৫ ঘ ৬০

১২২. মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা কত? (মধ্যম)

ক ১০ ● ১৫ গ ২০ ঘ ২৫

১২৩. উপাত্তসমূহের মধ্যক কত? (কঠিন)

ক ৪৫ খ ৫০ ● ৫৪ ঘ ৬৫

প্রচুরক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২৪. কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থাপিত হয়, সেই সংখ্যাটিকে কী বলা হয়? (সহজ)

ক গড় খ মধ্যক ● প্রচুরক ঘ ব্যাপ্তি

১২৫. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ খ $L + \frac{f_1}{f_1 - f_2} \times h$

গ $L - \frac{f_1 + f_2}{f_1} \times h$ ঘ $L - \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

১২৬. কোনো উপাত্তে যদি একটি সংখ্যা একাধিক বার না থাকে তবে প্রচুরক কত হবে? (সহজ)

ক 1 খ উপাত্তের মধ্যমান

গ উপাত্তের যেকোনো মান ● প্রচুরক নেই

১২৭. ৭, ৮, ৯, ৭, ৬, ৫, ৮, ৭ সংখ্যাগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ৬ ● ৭ গ ৮ ঘ ৯

১২৮. ২, ৪, ২, ৫, ৭, ৭, ৭, ১০, ৯, ১১, ১১, ১৩, ১১ এই উপাত্তের প্রচুরক কত? (মধ্যম)

ক ৪ ও ৫ খ ২ ও ১৩ ● ৭ ও ১১ ঘ ৯ ও ১০

ব্যাখ্যা : উপাত্তে ৭ ও ১১ মানদ্বয় উভয়ই সর্বাধিক ৩ বার করে আছে, সুতরাং প্রচুরক ৭ এবং ১১।

১২৯. প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2}$ Ah এখানে L কী নির্দেশ করে? (সহজ)

ক গণসংখ্যা খ শ্রেণি ব্যাপ্তি

গ মধ্যক ● প্রচুরক শ্রেণির নিম্নমান

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. কোনো উপাত্তে চলকের যে মানটি সবচেয়ে বেশিবার উপস্থাপিত হয় তাই প্রচুরক

ii. উপাত্তে প্রচুরক এক বা একাধিক হতে পারে

iii. কোনো উপাত্তে প্রচুরক নাও থাকতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৩১. ১২, ১৩, ১৪, ১৪, ১৪, ৯, ৫, ৪ উপাত্তগুলোর–

i. সর্বোচ্চ মান ৪২

ii. ১৪ সংখ্যাটি সর্বাধিক ৩ বার আছে

iii. প্রচুরক ১৪

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৩২.

নম্বর	১ – ১০	১১ – ২০	২১ – ৩০	৩১ – ৪০
গণসংখ্যা	২	৮	১০	৫
যোজিত ফল	২	১০	২০	২৫

গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে–

i. প্রচুরক শ্রেণি ২১ – ৩০

ii. প্রচুরক শ্রেণির উচ্চমান ৩০

iii. মধ্যক ও প্রচুরক ভিন্ন শ্রেণিতে বিদ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৩৩–১৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

নবম শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর শ্রেণিতে বিন্যস্ত করে উপস্থাপন করা হলো–

প্রাপ্ত নম্বর	৪০-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
শিক্ষার্থী সংখ্যা	১	২	৫	১২	১৭	৩

১৩৩. ৫১ – ৬০ শ্রেণির প্রকৃত নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা কোনটি? (সহজ)

● ৫০·৫, ৬০·৫ খ ৪০·০, ৪৯·৫

গ ৩৯·৫, ৫০·৫ ঘ ৩৯·৫, ৪৯·৫

১৩৪. তৃতীয় শ্রেণির মধ্যমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ৬৪ খ ৬৪·৫ ● ৬৫·৫ ঘ ৬৬

১৩৫. প্রদত্ত নিবেশন সারণিতে কোন শ্রেণিব্যাপ্তি প্রচুরক শ্রেণি? (সহজ)

ⓚ ৫১ – ৬০ ⓖ ৬১ – ৭০ ⓖ ৭১ – ৮০ ● ৮১ – ৯০

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৩৬ – ১৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণি	গণসংখ্যা
২১ – ৩০	১০
৩১ – ৪০	১১
৪১ – ৫০	১২
৫১ – ৬০	৫
৬১ – ৭০	২

১৩৬. উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা কত? (সহজ)

ⓚ ৫ ⓖ ১০ ⓖ ১১ ● ১২

১৩৭. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণি ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য কত? (মধ্যম)

● ১ ⓖ ২ ⓖ ৩ ⓘ ৫

১৩৮. উপাত্তসমূহের প্রচুরক শ্রেণি ও তার পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য কত? (মধ্যম)

ⓚ ৩ ⓖ ৫ ● ৭ ⓘ ১২

১৩৯. উপাত্তের প্রচুরক কত? (কঠিন)

ⓚ ৪১·৬২৫ ⓖ ৪২·৫০ ● ৪২·২৫ ⓘ ৪২

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৪০ – ১৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

একটি পরীক্ষায় উচ্চতর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর শ্রেণিতে বিন্যস্ত করে উপস্থাপন করা হলো–

প্রাপ্ত নম্বর	৪১–৫০	৫১–৬০	৬১–৭০	৭১–৮০	৮১–৯০	৯১–১০০
শিক্ষার্থী সংখ্যা	১	২	৫	১২	১৭	২

১৪০. ৪০ – ৫০ শ্রেণির প্রকৃত নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ ৪০·৫ – ৪৯·৫ ⓖ ৪০ – ৫০·৫

● ৪০·৫ – ৫০·৫ ⓘ ৩৯·৫ – ৪৯·৫

১৪১. ৬১ – ৭০ শ্রেণির মধ্যমান কত? (সহজ)

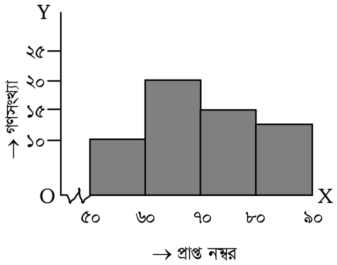
ⓚ ৬৪ ⓖ ৬৪·৫ ⓖ ৬৫ ● ৬৫·৫

১৪২. প্রদত্ত নিবেশন সারণিতে কোন শ্রেণি ব্যাপ্তিকে প্রচুরক শ্রেণি বলা হয়? (মধ্যম)

ⓚ ৬১ – ৭০ ⓖ ৭১ – ৮০ ● ৮১ – ৯০ ⓘ ৯১ – ১০০

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত সারণিতে ৮১ – ৯০ শ্রেণিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা অবস্থিত হওয়ায় তা প্রচুরক শ্রেণি।

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৪৩ ও ১৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



১৪৩. প্রচুরক শ্রেণির নিম্ন সীমা কত? (সহজ)

ⓚ ৫০ ● ৬০ ⓖ ৭০ ⓘ ৮০

১৪৪. কোন শ্রেণিতে প্রচুরক বিদ্যমান? (সহজ)

ⓚ ৮০–৯০ ⓖ ৭০–৮০ ● ৬০–৭০ ⓘ ৫০–৬০

নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৪৫. কোনটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ নয়?

ⓚ গড় ⓖ মধ্যক ⓖ প্রচুরক ● গণসংখ্যা

১৪৬. ১০, ৯, ৮, ৬, ১১, ১২, ৭, ১৩, ১৪, ৫ উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

● ৯.৫ ⓖ ৯ ⓖ ৮.৫ ⓘ ৮

১৪৭. সারণিভুক্ত শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হলো n, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L, মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা F_c, মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা f_m এবং শ্রেণি ব্যপ্তি h-এই তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র?

● $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ ⓖ $L + \left(\frac{n}{2} - f_m\right) \times \frac{n}{f_m}$

ⓖ $L - \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{n}{f_m}$ ⓘ $L - \left(\frac{n}{2} - f_m\right) \times \frac{h}{F_m}$

১৪৮. উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?

ⓚ শ্রেণি সীমা ⓖ শ্রেণির মধ্যবিন্দু

ⓖ শ্রেণি সংখ্যা ● শ্রেণি গণসংখ্যা

১৪৯. কোনো উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা x–অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা y–অক্ষ বরাবর স্থাপন করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাকে কি বলা হয়?

ⓚ আয়তলেখ ● অজিভরেখা

ⓖ গণসংখ্যা বাহুভুজ ⓘ খ ও গ উভয়ই

১৫০. কোনো গণসংখ্যা নিবেশনের প্রচুরক = 42.666, L = 41, f_1 = 5, f_2 = 25 হলে, শ্রেণি ব্যবধান কত?

ⓚ 9 ● 10 ⓖ 12 ⓘ 13

১৫১. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?

● $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ ⓖ $L + \frac{f_1}{f_1 - f_2} \times h$

ⓖ $L - \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ ⓘ $L - \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

১৫২. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ–

ⓚ ১টি ⓖ ২টি ● ৩টি ⓘ ৪টি

১৫৩. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করা যায় কোনটি?

● গাণিতিক গড় ⓖ মধ্যক

ⓖ প্রচুরক ⓘ উপরের সবগুলো

১৫৪. 1 – 22 পর্যন্ত 3 দ্বারা বিভক্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

ⓚ 9 ● 12 ⓖ 15 ⓘ 18

১৫৫. 2, 4, 6, 9, 8, 4, 15 উপাত্তগুলোর প্রচুরক কত?

ⓚ 2 ● 4 ⓖ 6 ⓘ 8

১৫৬. 7, 8 ও 12 সংখ্যাগুলোর গড় কত?

ⓚ 8 ● 9 ⓖ 11 ⓘ 12

১৫৭. কোনো অবিন্যস্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান ৯০, সর্বনিম্ন মান ৩৫, শ্রেণি ব্যবধান ৫ হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে–

ⓚ ১০ ⓖ ১১ ● ১২ ⓘ ২৫

১৫৮. 7, 8, 9, 7, 6, 5, 8, 7 সংখ্যাগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি?

ⓚ 9 ⓛ 8.5 ● 7 ⓝ 5

১৫৯. 2, 4, 6, 9, 8, 15 উপাত্তগুলোর প্রচুরক কত?

ⓚ 2 ⓛ 4 ⓜ 6 ● প্রচুরক নেই

১৬০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. প্রচুরক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

ii. মধ্যক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

iii. গাণিতিক গড় = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● iii

১৬১. 1, 5, 3, 2, 4, 9 উপাত্তগুলোর–

i. সর্বোচ্চ 9

ii. সর্বনিম্ন 1

iii. পরিসর 7

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৬২ ও ১৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

ছয়জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে শ্রেণি পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

9, 4, 3, 8, 7, 5

১৬২. উপাত্তসমূহের গড় কত?

ⓚ 5 ⓛ 7 ● 6 ⓝ 8

১৬৩. উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

ⓚ 5 ● 6 ⓜ 7 ⓝ 8

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৬৪ ও ১৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

১৪, ৯, ৭, ১০, ১২, ১১, ৮, ৬, ৭, ১৩, ১০, ৮

১৬৪. উপাত্তের শ্রেণি পরিসর কত?

ⓚ ৮ ● ৯ ⓜ ৪ ⓝ ৩

১৬৫. উপাত্তের মধ্যক কত?

ⓚ ৯ ⓛ ১০ ● ৯.৫ ⓝ ১০.৫

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৬৬–১৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

দৈনিক মজুরী (টাকায়)	৫০–৬০	৬১–৬৫	৬৬–৭০	৭১–৭৫	৭৬–৮০
শ্রমিকের সংখ্যা	২৫	৭৬	৩২	১৭	১২

১৬৬. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি?

● ৬১–৬৫ ⓛ ৬৬–৭০ ⓜ ৭৬–৮০ ⓝ ৭১–৭৫

১৬৭. মধ্যক শ্রেণি কোনটি?

ⓚ ৭৬–৮০ ⓛ ৭১–৭৫ ⓜ ৬৬–৭০ ● ৬১–৬৫

১৬৮. মধ্যক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?

ⓚ ১০১ ⓛ ১৩৩ ● ২৫ ⓝ ১৫০

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৬৯ –১৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

19, 20, 12, 13, 14, 15, 16, 17

১৬৯. প্রদত্ত তথ্যের গাণিতিক গড় কত?

● 15·75 ⓛ 14·75 ⓜ 14·5 ⓝ 13·5

১৭০. মধ্যক কোনটি?

ⓚ 14·5 ⓛ 14·75 ● 15·5 ⓝ 17·5

১৭১. প্রচুরক নিচের কোনটি?

ⓚ 14 ⓛ 15 ⓜ 19 ● প্রচুরক নেই

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৭২ ও ১৭৩ নং প্রশের উত্তর দাও :**

শীতকালে বাংলাদেশের কোনো অঞ্চলের ১০ দিনের তাপমাত্রা (সেন্টিগ্রেড) পরিসংখ্যান হলো :

১০°, ৯°, ৮°, ৬°, ১১°, ১২°, ৭°, ১৩°, ১৪°, ৫°

১৭২. উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

ⓚ ১২° ⓛ ৫° ⓜ ১৩° ● প্রচুরক নেই

১৭৩. উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের গড় তাপমাত্রা কত?

ⓚ ৮° ⓛ ৮·৫° ● ৯·৫° ⓝ ৯°

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণ্যসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. উক্ত সারণি থেকে ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. উক্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	6	6
41 – 50	8	14
51 – 60	10	24
61 – 70	12	36
71 – 80	5	41
81 – 90	7	48
91 – 100	2	50

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি (f_iu_i)
31 – 40	35.5	6	– 3	– 18
41 – 50	45.5	8	– 2	– 16
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5a	12	0	0
71 – 80	75.5	5	1	5
81 – 90	85.5	7	2	14
91 – 100	95.5	2	3	6
মোট		n = 50		– 19

এখানে, a = 65.5

$\sum f_iu_i = -19$

n = 50

$h = 10$

আমরা জানি, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$= 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$

$= 65.5 + \frac{-19}{5}$

$= 65.5 - 3.8$

$= 61.7$ **(Ans.)**

গ. ‘ক’ থেকে পাই,

$n = 50$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অতএব, মধ্যক হলো 25 তম পদের মান। 25 তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (61-70)।

$\therefore L = 61, F_c = 24, f_m = 12, h = 10$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 24) \times \frac{10}{12}$

$= 61 + \frac{10}{12}$

$= 61.83$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো:—

শ্রেণিব্যাপ্তি	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80
গণসংখ্যা	6	10	12	15	8	5	4

ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ আয়তলেখ আঁক। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 – 20	6	6
21 – 30	10	16
31 – 40	12	28
41 – 50	15	43
51 – 60	8	51
61 – 70	5	56
71 – 80	4	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (41 – 50) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো–

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
11 – 20	15·5	6	– 3	– 18
21 – 30	25·5	10	– 2	– 20
31 – 40	35·5	12	– 1	– 12
41 – 50	45·5	15	0	0
51 – 60	55·5	8	1	8
61 – 70	65·5	5	2	10
71 – 80	75·5	4	3	12
মোট		n = 60		– 20

এখানে, $a = 45·5$

$\sum f_i u_i = -20$

$n = 60$

$h = 10$

আমরা জানি, $x = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

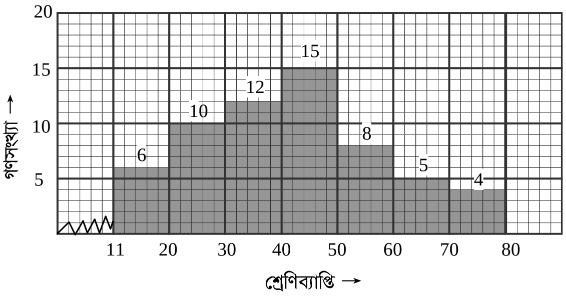
$= 45·5 + \frac{-20}{60} \times 10$

$= 45·5 - 3·33$

$= 42·17.$ **(Ans)**

গ. ছক কাগজের XOX′ কে X এবং YOY′ কে Y অক্ষ ধরি। X ও Y অক্ষ বরাবর বর্গাকার প্রতি এক ঘরের বাহুকে একক ধরে X অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 11 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

অঙ্কিত আয়তলেখটি নিম্নরূপ :



প্রশ্ন–৩ ▸ কোনো বিদ্যালয়ের ৯ম শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে নম্বর নিম্নরূপ :

নম্বর	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	4	10	18	23	13	9	3

ক. চলকের পরিচয়সহ মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

যেখানে, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা

n = মোট গণসংখ্যা

F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

এবং f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি	$f_i u_i$

			$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	
31 – 40	35.5	4	– 3	12
41 – 50	45.5	10	– 2	– 20
51 – 60	55.5	18	– 1	– 18
61 – 70	a → 65.5	23	0	0
71 – 80	75.5	13	1	13
81 – 90	85.5	9	2	18
91 – 100	95.5	3	3	9
মোট		n = 80		$\sum f_i u_i$ – ১০

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

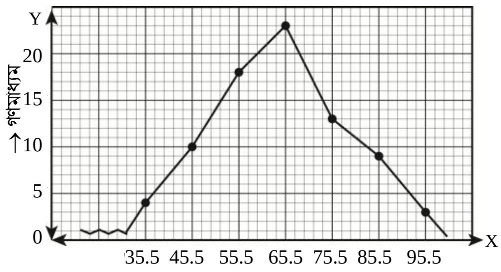
$= 65.5 + \frac{-10}{80} \times 10$

$= 64.25$ (উত্তর)

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	4
41 – 50	45.5	10
51 – 60	55.5	18
61 – 70	65.5	23
71 – 80	75.5	13
81 – 90	85.5	9
91 – 100	95.5	3

ছক কাগজে X–অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X-অক্ষে ভাজ্ঞা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণি মধ্যবিন্দু ⟶

প্রশ্ন–৪ ▸ গণিত বিষয়ের একটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের সমাধানে 20 জন ছাত্রের প্রত্যেকের যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিম্নরূপ:

45	40	25	20	16	50	55	35	40	60
58	52	32	18	22	25	53	51	30	44

ক. ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণী তৈরি কর। ২

খ. উক্ত সারণী থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. উপাত্তগুলোর অজিত রেখা আঁক ও মতামত দাও। ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. এখানে,

সর্বোচ্চ সংখ্যা 60

সর্বনিম্ন সংখ্যা 16

$\therefore$ পরিসর $= (60 - 16) + 1$

$= 45$

$\therefore$ শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{45}{5} = 9.$

নির্ণেয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণীটি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
16-20	|||	3
21-25	|||	3
26-30	|	1
31-35	||	2
36-40	||	2
41-45	||	2
46-50	|	1
51-55	||||	4
56-60	||	2
মোট		20

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ছক নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণ সংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
16 – 20	3	18	– 4	– 12
21 – 25	3	23	– 3	– 9
26 – 30	1	28	– 2	– 2
31 – 35	2	33	– 1	– 2
36 – 40	2	38 (a)	0	0
41 – 45	2	43	1	2
45 – 50	1	48	2	2
51 – 55	4	53	3	12
56 – 60	2	58	4	8
মোট	20			– 1

এখানে, মধ্যম শ্রেণির মধ্যমান, a = 38

আমরা জানি,

গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

$= 38 + \frac{-1}{20} \times 5$

$= 38 + \frac{-1}{4}$

$= 38 - 0{\cdot}25$

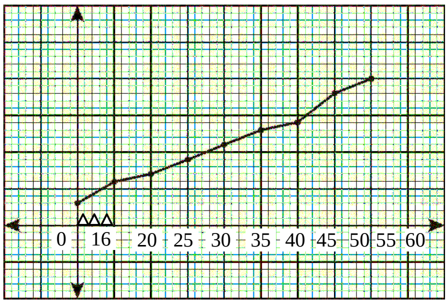
$= 37{\cdot}75$ **(Ans.)**

গ. উপাত্তগুলোর অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ছক নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16 – 20	3	3
21 – 25	3	6
26 – 30	1	7
31 – 35	2	9
36 – 40	2	11
41 – 45	2	13
46 – 50	1	14
51 – 55	4	18
56 – 60	2	20

ছক কাগজের X অক্ষ ও Y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে X অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যাপ্তি ও Y অক্ষ বরাবর

ক্রমযোজিত গণসংখ্যাকে স্থাপন করি। বিন্দুগুলো যোগ করে আমরা প্রয়োজনীয় অজিভ রেখা পাই।



প্রশ্ন–৫ ▸ ১০ম শ্রেণির ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি হলো–

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫০ – ৫৪	৫৫ – ৫৯	৬০ – ৬৪	৬৫ – ৬৯	৭০ – ৭৯
গণসংখ্যা	৭	১২	১৮	২৪	৯

ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ ও বিবৃত কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে অজিভ রেখা আঁক। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি হলো ঃ

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

এখানে,

L = প্রচুরক শ্রেণির সর্বনিম্নমান

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি

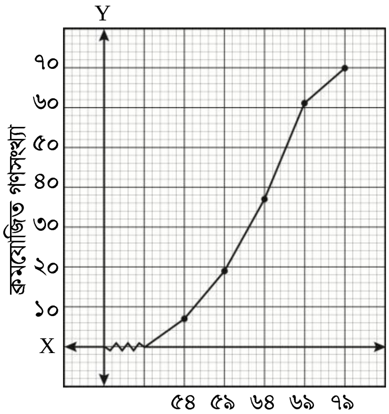
খ. গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় ছক নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৫০–৫৪	৫২	৭	৩৬৪
৫৫–৫৯	৫৭	১২	৩৮৪
৬০–৬৪	৬২	১৮	১১১৬
৬৫–৬৯	৬৭	২৪	১৬০৮
৭০–৭৯	৭২	৯	৬৪৮
মোট		n = ৭০	৪৪২০

নির্ণেয় গড় = $\frac{৪৪২০}{৭০}$ = ৬৩·১৪৩ (প্রায়)

গ.

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫০–৫৪	৭	৭
৫৫–৫৯	১২	১৯
৬০–৬৪	১৮	৩৭
৬৫–৬৯	২৪	৬১
৭০–৭৯	৯	৭০



শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

অজিভ রেখা অঙ্কন : ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর প্রতি পাঁচ ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার একক এবং Y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভরেখা আঁকা হলো।

প্রশ্ন–৬ ▸ নিচে ৩০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

৭০	৬৮	৯৫	৬৫	৭৮	৮২	৮৬	৮১	৮৫	৯০
৯৭	৮৬	৭৮	৭১	৭৭	৯২	৯০	৮৩	৬৯	৮৭
৮০	৮২	৯৫	৯৭	৭৫	৭৭	৭৯	৮০	৯১	৭৩

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৬ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. প্রাপ্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. শিক্ষার্থীদের সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = ৯৭

" সর্বনিম্ন " " = ৬৫

∴ পরিসর = (৯৭ – ৬৫) + ১ = ৩৩

মনেকরি, শ্রেণিব্যবধান = ৬

∴ শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{২৭}{৬}$ = ৫·৫

অতএব, শ্রেণি সংখ্যা হবে ৬টি।

শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৬৫–৭০	||||	৪
৭১–৭৬	|||	৩
৭৭–৮২	卌 卌	১০
৮৩–৮৮	卌	৫
৮৯–৯৪	||||	৪
৯৫–১০০	||||	৪
মোট		৩০

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৬৫ ৭০	৪	৪

৭১ ৭৬	৩	৩
৭৭ ৮২	১০	১০
৮৩ ৮৮	৫	৫
৮৯ ৯৪	৪	৪
৯৫ ১০০	৪	৪

সারণি হতে পাই, n = ৩০ এবং $\frac{n}{2}$ = ১৫

অতএব, মধ্যম হলো ১৫ তম পদের মান।

১৫ তম পদ (৭৭ – ৮২) শ্রেণিতে অবস্থিত।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (৭৭ – ৮২)

এখন L = ৭৭, Fc = ৭, fm = ১০, h = ৬

$$= ৭৭ + ৮ \times \frac{৬}{১০}$$

$$= ৭৭ + ৪.৮$$

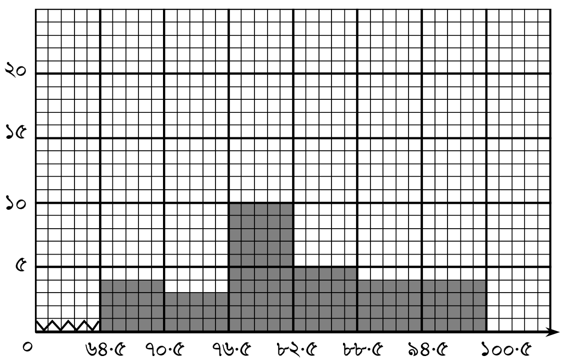
$$= ৮১.৮$$

নির্ণেয় মধ্যক ৮১.৮।

গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত সারণিতে উপাত্তের বিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করা হলে প্রদত্ত সারণিটি হবে–

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমা	গণসংখ্যা
৬৫–৭০	৬৪.৫–৭০.৫	৪
৭১–৭৬	৭০.৫–৭৬.৫	৩
৭৭–৮২	৭৬.৫–৮২.৫	১০
৮৩–৮৮	৮২.৫–৮৮.৫	৫
৮৯–৯৪	৮৮.৫–৯৪.৫	৪
৯৫–১০০	৯৪.৫–১০০.৫	৪

এখন, ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে শ্রেণিসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা স্থাপন করে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা ৬৪.৫ থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৬৪.৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন–৭ ▸ কোনো স্কুলের দশম শ্রেণির প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হল নিম্নরূপ :

নম্বর	৫১–৫৫	৫৬–৬০	৬১–৬৫	৬৬–৭০	৭১–৭৫	৭৬–৮০	৮১–৮৫
গণসংখ্যা	৫	১০	২০	১৫	১০	৭	৩

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা : অনুসন্ধানাধীন অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জিভূত হয়। উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জিভূত হওয়ার এই প্রবণতাই হলো কেন্দ্রীয় প্রবণতা।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো হলো :

(১) গাণিতিক গড়, (২) মধ্যক ও (৩) প্রচুরক।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

নম্বর	মধ্যপদ x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
৫১ – ৫৫	৫৩	৫	– ৩	– ১৫
৫৬ – ৬০	৫৮	১০	– ২	– ২০
৬১ – ৬৫	৬৩	২০	– ১	– ২০
৬৬ – ৭০	৬৮ – a	১৫	০	০
৭১ – ৭৫	৭৩	১০	১	১০
৭৬ – ৮০	৭৮	৭	২	১৪
৮১ – ৮৫	৮৩	৩	৩	৯
মোট		৭০		– ২২

আমরা জানি,

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$$= ৬৮ + \frac{-২২}{৭০} \times ৫$$

$$= ৬৮ - \frac{১১০}{৭০}$$

$$= ৬৬.৪২৮৫৭$$

$$= ৬৬.৪৩ \text{ (প্রায়)}$$ **(Ans.)**

গ. মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫১ – ৫৫	৫	৫
৫৬ – ৬০	১০	১৫
৬১ – ৬৫	২০	৩৫
৬৬ – ৭০	১৫	৫০
৭১ – ৭৫	১০	৬০
৭৬ – ৮০	৭	৬৭
৮১ – ৮৫	৩	৭০
	n = ৭০	

এখানে, n = ৭০ এবং $\frac{n}{২} = \frac{৭০}{২}$ বা ৩৫

অতএব, মধ্যক হলো ৩৫ তম পদের মান। ৩৫ তম পদের অবস্থান হবে (৬১ – ৬৫) শ্রেণিতে।

অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১ – ৬৫)

সুতরাং, $L = ৬৩$, $f_m = ২০$, $F_c = ১৫$, $h = ৫$, $n = ৭০$

আমরা জানি,

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= ৬৩ + \left(\frac{৭০}{২} - ১৫\right) \times \frac{৫}{২০}$$

$$= ৬৩ + (৩৫ - ১৫) \times \frac{১}{৪}$$

$$= ৬৩ + ২০ \times \frac{১}{৪}$$

$$= ৬৩ + ৫$$

$$= ৬৮ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন–৮ ▸ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

৮৭	৩১	৫৭	৪৩	৪৭	৫৭	৬৬	১০০	৬০	৬৮
৩১	৭০	৭২	৭৩	৫৮	৫০	৬২	৪৬	৬২	৬৫
৫৩	৩৫	৬৩	৮৯	৩৮	৫৮	৪৫	৬২	৩৯	৪৭
৬৪	৪৮	৫১	৪০	৮৫	৪৮	৬৫	৬৭	৬২	৫২
৫২	৫৫	৮১	৮০	৮২	৭২	৭৫	৮৯	৯০	৯৫

ক. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশনটির বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে,

সর্বনিম্ন সংখ্যা ৩১

সর্বোচ্চ সংখ্যা ১০০

পরিসর = (১০০ – ৩১) + ৯

= ৭০

শ্রেণি ব্যবধান = ১০

$\therefore$ শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{৭০}{১০} = ৭.$

শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে উদ্দীপকে প্রদত্ত উপাত্তসমূহের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
৩১ – ৪০	𝍸 |	৬
৪১ – ৫০	𝍸 |||	৮
৫১ – ৬০	𝍸 𝍸	১০
৬১ – ৭০	𝍸 𝍸 ||	১২
৭১ – ৮০	𝍸	৫
৮১ – ৯০	𝍸 ||	৭
৯১ – ১০০	||	২
মোট		n = ৫০

খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩১ – ৪০	৬	৬
৪১ – ৫০	৮	১৪
৫১ – ৬০	১০	২৪
৬১ – ৭০	১২	৩৬
৭১ – ৮০	৫	৪১
৮১ – ৯০	৭	৪৮
৯১ – ১০০	২	৫০
মোট	n = ৫০	

এখানে, $n = ৫০$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{৫০}{২} = ২৫$

মধ্যক হলো ২৫ তম পদের মান। ২৫ তম পদের অবস্থান হবে (৬১–৭০) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১–৭০)।

সুতরাং, $L = ৬১$, $F_c = ২৪$, $f_m = ১২$ এবং $h = ১০$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{fm}$$

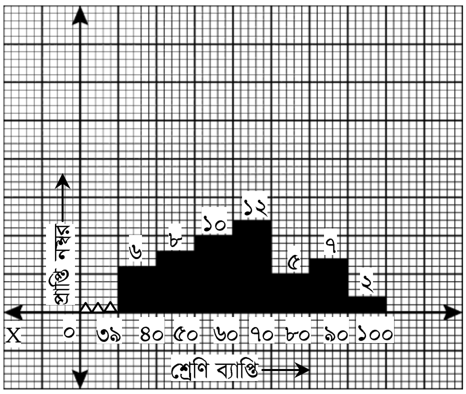
$$= ৬১ + (২৫ - ২৪) \times \frac{১০}{১২}$$

$$= ৬১ + \frac{১০}{১২}$$

$$= ৬১\cdot৮৩ \text{ (প্রায়)} \quad \textbf{(Ans.)}$$

গ. **গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন :**

লেখ কাগজে X অক্ষ ও Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে একক ধরে X অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যাপ্তি ও Y অক্ষ বরাবর প্রাপ্ত নম্বর স্থাপন করে বহুভুজ অঙ্কন করি।



প্রশ্ন–৯ ▸ নিচের একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60
গণসংখ্যা	4	16	20	25	15

ক. শ্রেণিগুলোর মধ্যবিন্দু ও ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রথম সারণি হতে শ্রেণিগুলোর মধ্যবিন্দু ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 – 20	15.5	4	4
21 – 30	25.5	16	20
31 – 40	35.5	20	40
41 – 50	45.5	25	65
51 – 60	55.5	15	80

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ে সারণি

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি f_iu_i
11 – 20	15.5	4	– 3	– 12
21 – 30	25.5	16	– 2	– 32
31 – 40	35.5	20	– 1	– 20
41 – 50	45.5	25	0	0
51 – 60	55.5	15	1	15
মোট		n = 80		$\Sigma f_iu_i = -49$

$\therefore \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 45{\cdot}5 + \frac{(-49)}{80} \times 10 = 45{\cdot}5 - 6{\cdot}125$

$= 39{\cdot}375$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে মধ্যক নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11-20	4	4
21-30	16	20
31-40	20	40
41-50	25	65
51-60	15	80
মোট	n= 80	

এখানে, মোট গণসংখ্যা n = 80 এবং $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

যেহেতু, 40তম পদ (31 – 40) শ্রেণিতে অবস্থিত। সুতরাং মধ্যক শ্রেণি হলো (31–40)।

এখানে, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, L = 31

মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, $F_c = 20$

মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, $f_m = 20$

শ্রেণি ব্যবধান, h = 10

$\therefore$ মধ্যক $= L \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 31 + (40 - 20) \times \frac{10}{20}$

$= 31 + 10 = 41$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১০ ▸ কোনো এক সালে এক গ্রামের অনূর্ধ্ব 50 বছর বয়সের (বছর) গণসংখ্যা বিবেষণ সারণী হলো :

বয়স (বছর)	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
গণসংখ্যা	5	15	25	22	20	5	3

ক. শ্রেণি ব্যবধান নির্ণয় কর। ২

খ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁক। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বয়সের গড় নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

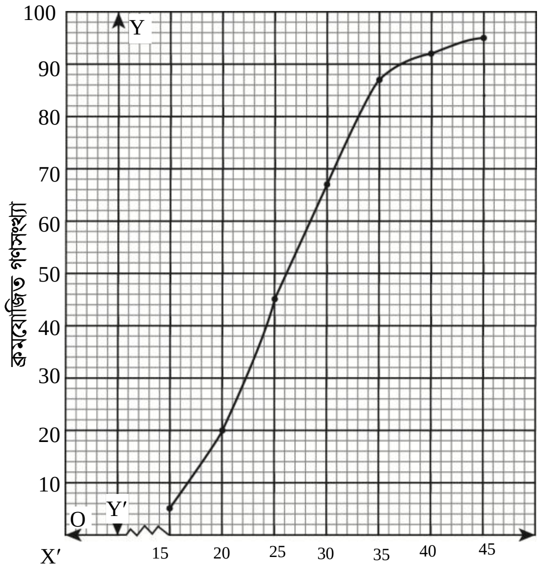
ক. শ্রেণি ব্যবধান = যেকোনো শ্রেণির নিম্নসীমা – পূর্ববর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা = ২য় শ্রেণির নিম্নসীমা – ১ম শ্রেণির নিমসীমা = 21 –16 = 5

(Ans.)

খ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16 – 20	5	5
21 – 25	15	20
26 – 30	25	45
31 – 35	22	67
36 – 40	20	87
41 – 45	5	92
46 – 50	3	95

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য X অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে একক ধরে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমা এবং Y অক্ষ বরবর ছক কাগজের দুই ঘরকে একক ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিয়ে অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো।



শ্রেণী ব্যবধান

চিত্র : অজিভ রেখা

গ.

শ্রেণী ব্যবধান	শ্রেণী মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	বিচ্যুতি (u_i) $= \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × বিচ্যুতি (f_iu_i)
16 – 20	18	5	– 2	– 15
21 – 25	23	15	– 2	– 30
26 – 30	28	25	– 1	– 25
31 – 35	33 (a)	22	0	0
36 – 40	38	20	1	20
41 – 45	43	5	2	10
46 – 50	48	3	3	9
				$\Sigma f_iu_i = -31$

গড় = $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 33 + \frac{-31}{95} \times 5$

$= 33 - 163 = 31{\cdot}36$ **(Ans.)**

এখানে
a = 33
h = শ্রেণি ব্যবধান
= 5

প্রশ্ন–১১ ▸ তোমার বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির প্রাক নির্বাচনি পরীক্ষার ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো নিম্নরূপ :

নম্বর	৫০–৫৫	৫৬–৬১	৬২–৬৭	৬৮–৭৩	৭৪–৭৯	৮০–৮৫
গণসংখ্যা	৩	১০	১৮	২৫	৮	৬

ক. উক্ত সারণী থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. উক্ত সারণী থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের সারণী থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫০ – ৫৫	৩	৩
৫৬ – ৬১	১০	১৩
৬২ – ৬৭	১৮	৩১
৬৮ – ৭৩	২৫	৫৬
৭৪ – ৭৯	৮	৬৪
৮০ – ৮৫	৬	৭০

খ. আমরা জানি,

মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

এখানে, L = যে শ্রেণীতে মধ্যক আছে তার নিম্নসীমা = ৬৮

$\frac{n}{2}$ = ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অর্ধেক = $\frac{৭০}{২}$ = ৩৫

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণীর যোজিত গণসংখ্যা = ৩১

fm = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা = ২৫

h = শ্রেণিব্যাপ্তি = ৬

মধ্যক = ৬৮ + (৩৫ –৩১) × $\frac{৬}{২৫}$

= ৬৮ + ৪ × $\frac{৬}{২৫}$

= ৬৮ + ০·৯৬

= ৬৮·৯৬

∴ মধ্যক ৬৮·৯৬ (প্রায়) **(Ans.)**

গ. আমরা জানি, প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক আছে তার নিম্নসীমা = ৬৮

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণ সংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণীর গণসংখ্যা

= ২৫ –১৮ = ৭

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

= ২৫ –৮ = ১৭,

শ্রেণি ব্যাপ্তি h = ৬

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

= ৬৮ + $\frac{৭}{৭ + ১৭}$ × ৬

= ৬৮ + ১.৭৫

= ৬৯·৭৫

∴ প্রচুরক ৬৯·৭৫ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন–১২ ▸ তোমার শ্রেণির ২৫ জন ছাত্রের বাংলায় প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

৬০, ৫৫, ৫৮, ৪৫, ৬০, ৬৫, ৮০, ৭০, ৪৬, ৬০, ৬৫, ৭০, ৫৮, ৬০, ৬৮, ৭০, ৪৫, ৮৫, ৬০, ৫০, ৪৬, ৬৫, ৫৫, ৬১, ৭২।

ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ৪
গ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণির সাহায্যে গড় ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = ৪৫
এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = ৮৫

∴ পরিসর = (৮৫ – ৪৫) + ১ = ৪০ + ১ = ৪১

∴ শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{৪১}{৫}$ = ৮.২ = ৯

∴ শ্রেণি সংখ্যা = ৯ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই, শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা = ৯

∴ শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪৫ – ৪৯	||||	৪
৫০ – ৫৪	|	১
৫৫ – ৫৯	||||	৪
৬০ – ৬৪	~~||||~~ |	৬
৬৫ – ৬৯	||||	৪
৭০ – ৭৪	||||	৪
৭৫ – ৭৯		০
৮০ – ৮৪	|	১
৮৫ – ৮৯	|	১

গ. গড় ও প্রচুরক নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	$f_i x_i$
৪৫ – ৪৯	৪	৪৭	১৮৮
৫০ – ৫৪	১	৫২	৫২
৫৫ – ৫৯	৪	৫৭	২৮৮
৬০ – ৬৪	৬	৬২	৩৭২
৬৫ – ৬৯	৪	৬৭	২৬৮
৭০ – ৭৪	৪	৭২	২৮৮
৭৫ – ৭৯	০	৭৭	০
৮০ – ৮৪	১	৮২	৮২
৮৫ – ৮৯	১	৮৭	৮৭

	n = 25		$\sum f_i x_i$ = ১৫৬৫

আমরা জানি, গড় = $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n} = \dfrac{১৫৬৫}{২৫}$ = ৬২·৬ **(Ans.)**

আবার, প্রচুরক = $L + \dfrac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, (৬০–৬৪) শ্রেণিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা অবস্থিত।

সুতরাং (৬০–৬৪) হলো প্রচুরক শ্রেণি।

∴ L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা = ৬০

f_1 = প্রচুরক শ্রেণি থেকে পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য

= ৬–৪ = ২

এবং h = শ্রেণিব্যাপ্তি = ৫

∴ প্রচুরক = $L + \dfrac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ = ৬০ + $\dfrac{২}{২ + ২} \times ৫$

= ৬০ + $\left(\dfrac{২}{৪} \times ৫\right)$

= ৬০ + $\dfrac{৫}{২}$ = $\dfrac{১২০ + ৫}{২}$ = $\dfrac{১২৫}{২}$ = ৬২·৫ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৩ ▸ তোমার শ্রেণির ২৫ জন ছাত্রের বাংলায় প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

61, 99, 62, 65, 98, 95, 81, 85, 90, 70
77, 80, 75, 66, 68, 69, 73, 77, 82, 85
87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 78, 80
83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78

ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে সারণী তৈরি করলে কতটি শ্রেণি হবে নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণী তৈরি করে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণীর আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 99

সর্বনিম্ন নম্বর = 61

∴ পরিসর = (99 – 61) + 1 = 38 + 1 = 39

দেওয়া আছে, শ্রেণি ব্যবধান 5

এখন, শ্রেণিসংখ্যা $\dfrac{39}{5}$ = 7·8

∴ শ্রেণি সংখ্যা 8 টি। **(Ans.)**

খ. গণসংখ্যা সারণী :

গড় নির্ণয় :

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যবিন্দু (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
61–65	63	|||	3	189
66–70	68	~~||||~~		6	408
71–75	73	~~||||~~		6	438
76–80	78	~~||||~~ ||||	9	702
81–85	83	~~||||~~ ||||	9	747
86–90	88	|||	3	264
91–95	93	||	2	186
96–100	98	||	2	196
			n = 40	$\sum f_i x_i$ = 3130

গড় = $\dfrac{\sum f_i x_i}{n} = \dfrac{3130}{40}$ = 78·25 **(Ans.)**

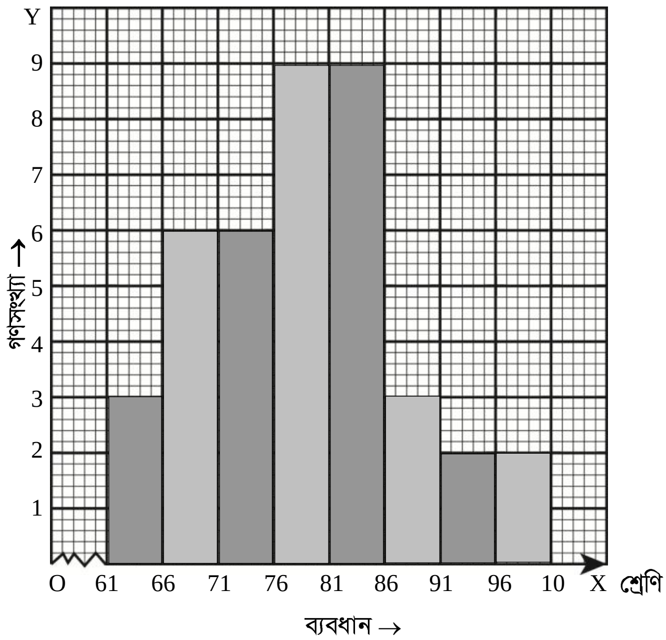
গ. আয়তলেখ নির্ণয়ের সারণী :

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যবিন্দু (x_i)
61–65	3
66–70	6
71–75	6
76–80	9
81–85	9
86–90	3
91–95	2
96–100	2

ছক কাগজে OX অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান এবং OY অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ধরে প্রদত্ত সারণীর আয়ত লেখ আঁকি।

OX বরাবর 1 ঘর = 1 একক

OY বরাবর 5 ঘর =1 একক।



প্রশ্ন–১৪ ▸ ১০ম শ্রেণির 76 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	2	5	13	12	11	18	5	4	4	2

ক. বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কি বুঝ? ২

খ. প্রদত্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণীর আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **বিচ্ছিন্ন চলক :** যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যা হয় তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। উদাহরণ : জনসংখ্যা।

অবিচ্ছিন্ন চলক : যে চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে তা অবিচ্ছিন চলক। উদাহরণ : বয়স, উচ্চতা, ওজন।

প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি	গণসংখ্যার

	মধ্যমান x_i		$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	ধাপ বিচ্যুতি f_iu_i
1 – 10	5·5	2	–5	– 10
11 – 20	15·5	5	–4	– 20
21 – 30	25·5	13	–3	– 39
31 – 40	35·5	12	–2	– 24
41 – 50	45·5	11	–1	– 11
51 – 60	55·5	18	0	0
61 – 70	65·5	5	1	5
71 – 80	75·5	4	2	8
81 – 90	85·5	4	3	12
91 – 100	95·5	2	4	8
মোট		76		– 71

মোট n = 76

গড় = $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 55.5 + \frac{-71}{76} \times 10$

$= 55.5 - \frac{710}{76} = 55.5 - 9.34$

$= 46.16$ **(Ans.)**

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1–10	2	2
11–20	5	7
21–30	13	20
31–40	12	32
41–50	11	43
51–60	18	61
61–70	5	66
71–80	4	70
81–90	4	74
91–100	2	76
	n = 76	

এখানে, n = 76

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{76}{2} = 34$

অতএব, মধ্যক হলো 34তম পদের মান।

38তম পদের অবস্থান (41–50) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (41–50)।

সুতরাং L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা = 41

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 32

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা = 11

এবং h = শ্রেণি ব্যবধান = 10

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 41 + (38 - 32) \times \frac{10}{11}$

$= 41 + \left(6 \times \frac{10}{11}\right)$

$= 41 + 5.45$

$= 46.45$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৫ ▸ ১০ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-500
গণসংখ্যা	8	10	15	12	5

ক. চলকের পরিচয়সহ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২

খ. প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণীর আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. গড় $x = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

যেখানে,

a = আনুমানিক গড়

f_i = i তম শ্রেণির গণসংখ্যা

f_iu_i = iতম শ্রেণির গণসংখ্যা × বিচ্যুতি

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

খ.

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-60	8	8
61-70	10	18
71-80	15	33
81-90	12	45
91-100	5	50
এখানে $\frac{h}{2} = 25$	n = 50	

$\therefore$ মধ্যক হলো 25 তম পদের মান 125 তম পদের অবস্থান হবে (71–80) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (71–80).

সুতরাং L = 71, $F_c = 18$, $f_m = 15$ এবং h = 10

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 71 + (25 - 18) \times \frac{18}{15}$

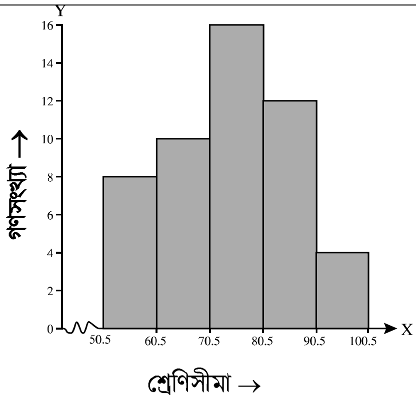
$= 71 + 7 \times \frac{2}{3} = 71 + \frac{14}{3} = 71 - 4.66 = 75.66$

নির্ণেয় মধ্যক 75·67 (প্রায়)

গ.

প্রাপ্ত নম্বর	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা		গণসংখ্যা
51-60	50·5 –60·5		8
61-70	60·5 –70·5		10
71-80	70·5 –80·5		15
81-90	80·5–90·5		12
91-100	90·5–100·5		5

ছক কাগজের প্রতি ৫ ঘরকে একক ধরে X অক্ষ বরাবর শ্রেণি সীমা এবং Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়ত লেখ আঁকি। X অক্ষ বরাবর শ্রেণি সীমা 50·5 থেকে আরম্ভ করা হয়েছে।



প্রশ্ন–১৬ ▸ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ১ম সাময়িক পরীক্ষার গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	5	11	12	15	10	5	2

ক. প্রদত্ত উপাত্ত হতে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি থেকে প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 বার আছে (61–70) শ্রেণিতে। সুতরাং (61 –71) শ্রেণিই প্রচুরক শ্রেণি।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু $= \frac{61-71}{2} = 65{\cdot}5$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণির মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যার ধাপ বিচ্যুতি f_iu_i
31 – 40	35·5	5	– 3	– 15
41 – 50	45·5	11	– 2	– 22
51 – 60	55·5	12	– 1	– 12
61 – 70	65·5	15	0	0
71 – 80	75·5	10	1	10
81 – 90	85·5	5	2	10
91 – 100	95·5	2	3	6
মোট		n = 60		$\Sigma f_iu_i = 23$

এখানে, অনুমিত গড়, a = 65·5 শ্রেণি ব্যাপ্তি, h = 10

$\therefore$ নির্ণেয় গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 65{\cdot}5 + \frac{-23}{60} \times 10 = 61{\cdot}67$ (প্রায়)

গ.

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা f_i	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	5	5
41 – 50	11	16
51 – 60	12	28
61 – 70	15	43
71 – 80	10	53
81 – 90	5	58
91 – 100	2	60
	$n = \Sigma f_i = 60$	

এখানে, n = 60 এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব, মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 30তম পদের অবস্থান হবে (61 –70) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যম শ্রেণি হলো (61 –70)

সুতরাং $L = 61$, $f_m = 15$, $F_c = 28$, $h = 10$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 61 + (30 - 28) \times \frac{10}{15} = 62{\cdot}33$

(Ans.)

অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৭ ▸ কোনো স্কুলের নবম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের ২০ জন করে দুইটি দল গঠন করা হলো। তারপর তাদের প্রত্যেকের ওজন (কেজিতে) নিয়ে তথ্য উপস্থাপন করা হলো :

১ম দল–এর সদস্যদের ওজন (কেজিতে) : ৫০, ৫২, ৪৮, ৪৫, ৫৩, ৬০, ৬২, ৪৫, ৫৩, ৫২, ৫০, ৪৮, ৪৬, ৬৫, ৬২, ৫৮, ৪৭, ৪৮, ৫২, ৫৪।

২য় দল–এর সদস্যদের ওজন (কেজিতে) : ৫৮, ৫৪, ৪৫, ৪২, ৪৭, ৫০, ৫২, ৫৫, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৫৩, ৬০, ৪০, ৫৯, ৫২, ৫০, ৪৩।

ক. ১ম ও ২য় দলের পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম দল এর গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. ২য় দল এর গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

▸◂ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ১ম দল এর সদস্যদের ওজনের সর্বনিম্ন মান = ৪৫ এবং সর্বোচ্চ মান = ৬৫।

$\therefore$ পরিসর = (৬৫ – ৪৫) + ১ = ২০ + ১ = ২১

২য় দল এর সদস্যদের ওজনের সর্বনিম্ন মান = ৪০

এবং ওজনের সর্বোচ্চ মান = ৬০

$\therefore$ পরিসর = (৬০ – ৪০) + ১ = ২০ + ১ = ২১

খ. 'ক' হতে ১ম দল এর পরিসর = ২১

সুতরাং শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{২১}{৫}$ = ৪·২

যা পূর্ণ সংখ্যায় ৫।

$\therefore$ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৫টি।

১ম দল এর সদস্যদের ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪৫ – ৪৯	𝍸 ‖	৭
৫০ – ৫৪	𝍸 |||	৮
৫৫ – ৫৯			১
৬০ – ৬৪	|||	৩
৬৫ – ৬৯			১
মোট		২০

গ. 'ক' হতে ২য় দল এর পরিসর = ২১

সুতরাং, শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে, শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{২১}{৫}$

= ৪·২;

যা পূর্ণসংখ্যায় ৫

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৫টি।

২য় দল এর সদস্যদের ওজনের গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪০ – ৪৪	|||| |||	৮
৪৫ – ৪৯	||	২
৫০ – ৫৪	|||| |	৬
৫৫ – ৫৯	|||	৩
৬০ – ৬৪	|	১
মোট		২০

প্রশ্ন–১৮ ▸ সাবিনাদের ক্লাসের মোট ৪০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার পরিমাপ (সে.মি.) নিচে দেওয়া হলো :

১৫০, ১৫৫, ১৫৩, ১৬০, ১৫৫, ১৬২, ১৬৩, ১৬৫, ১৫৭, ১৬০, ১৭০, ১৬৮, ১৫০, ১৫৫, ১৬২, ১৫৭, ১৬৬, ১৫৯, ১৬৩, ১৬৭, ১৫৫, ১৬৯, ১৫২, ১৬১, ১৬০, ১৫৫, ১৫৪, ১৬৩, ১৫৯, ১৭০, ১৫২, ১৫০, ১৫৭, ১৬০, ১৬২, ১৬৫, ১৬৭, ১৫৫, ১৬৮, ১৫৫।

ক. তথ্যগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাও। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

▸◂ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. তথ্যগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, ১৫০, ১৫০, ১৫০, ১৫২, ১৫২, ১৫৩, ১৫৪, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৭, ১৫৭, ১৫৭, ১৫৯, ১৫৯, ১৬০, ১৬০, ১৬০, ১৬০, ১৬১, ১৬২, ১৬২, ১৬২, ১৬৩, ১৬৩, ১৬৩, ১৬৫, ১৬৫, ১৬৬, ১৬৭, ১৬৭, ১৬৮, ১৬৮, ১৬৯, ১৭০, ১৭০.

খ. এখানে, শিক্ষার্থীদের উচ্চতার সর্বনিম্ন মান = ১৫০

এবং শিক্ষার্থীদের উচ্চতার সর্বোচ্চমান = ১৭০

∴ পরিসর = (১৭০ – ১৫০) + ১ = ২১

সুতরাং শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{২১}{৫}$ = ৪.২

যা পূর্ণসংখ্যায় ৫।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৫টি।

শিক্ষার্থীদের উচ্চতার গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১৫০–১৫৪	|||| ||	৭
১৫৫–১৫৯	|||| |||| ||	১২
১৬০–১৬৪	|||| |||| |	১১
১৬৫–১৬৯	|||| |||	৮
১৭০–১৭৪	||	২
মোট		৪০

গ. শিক্ষার্থীদের উচ্চতার ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১৫০–১৫৪	৭	৭
১৫৫–১৫৯	১২	(৭ + ১২) = ১৯
১৬০–১৬৪	১১	(৭ + ১২ + ১১) = ৩০
১৬৫–১৬৯	৮	(৭ + ১২ + ১১ + ৮) = ৩৮
১৭০–১৭৪	২	(৭ + ১২ + ১১ + ৮ + ২) = ৪০

প্রশ্ন–১৯ ▸ মনোয়ারদের শ্রেণিতে মোট ২০ জন শিক্ষার্থী আছে। প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ : ৪০, ৪২, ৬০, ৬৮, ৭২, ৫৪, ৬২, ৭৫, ৫২, ৫৭, ৬০, ৮০, ৬৫, ৪৮, ৫০, ৫৯, ৭২, ৪৬, ৭৩, ৬৫।

ক. উপাত্তটির পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ৪

গ. প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

▸◂ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. এখানে,

গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ নম্বর = ৮০

সর্বনিম্ন নম্বর = ৪০

∴ পরিসর = (৮০ – ৪০) + ১

= ৪০ + ১

= ৪১

খ. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{৪১}{১০}$ [ক থেকে]

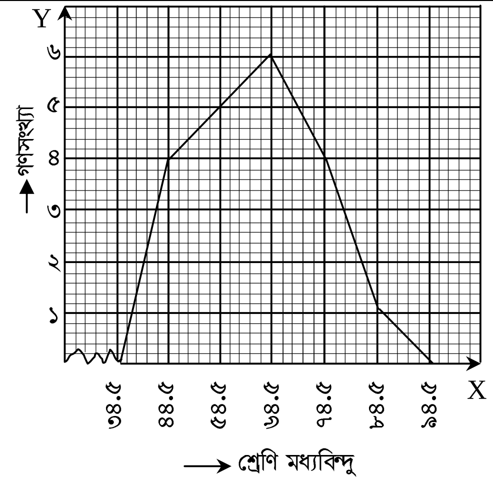
= ৪.১; যা পূর্ণসংখ্যায় ৫

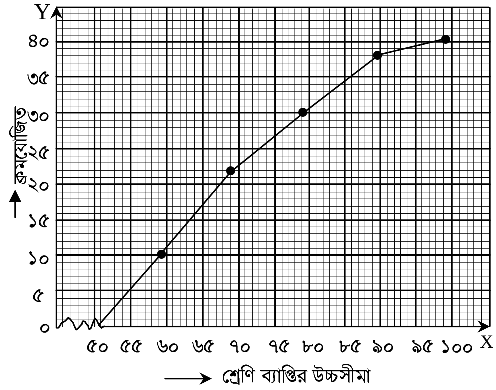
∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৫টি।

শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪০–৪৯	||||	৪
৫০–৫৯	||||	৫
৬০–৬৯	|||| |	৬
৭০–৭৯	||||	৪
৮০–৮৯	|	১

গ. **গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন :** লেখ–কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে ২ একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ৫ ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে ৩৪.৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X-অক্ষে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।





প্রশ্ন–২০ ▸ রিংকুদের ক্লাসে শিক্ষার্থীদের মধ্যে গণিতে যারা ৫০ ও তার বেশি নম্বর পেয়েছে তার তথ্যসমূহ নিচে দেওয়া হলো :

৬৫, ৭২, ৭৫, ৫২, ৫০, ৬৭, ৭৮, ৮০, ৭৫, ৮২, ৫৪, ৫৭, ৫৯, ৬৮, ৬৬, ৬২, ৯০, ৮৬, ৬৩, ৮৯

ক. শ্রেণি ব্যবধান ১০ হলে শ্রেণি সংখ্যা কত? ২

খ. প্রদত্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. প্রদত্ত নম্বরের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = ৯০

সর্বনিম্ন নম্বর = ৫০

∴ পরিসর = (৯০ − ৫০) + ১ = ৪০ + ১ = ৪১

সুতরাং শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে

শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{৪১}{১০}$ = ৪.১ যা পূর্ণসংখ্যায় ৫।

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৫টি।

খ. শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫০–৫৯	卌	৫	৫
৬০–৬৯	卌 |	৬	(৫ + ৬) = ১১
৭০–৭৯	||||	৪	(৫ + ৬ + ৪) = ১৫
৮০–৮৯	||||	৪	(৫ + ৬ + ৪ + ৪) = ১৯
৯০–৯৯	|	১	(৫ + ৬ + ৪ + ৪ + ১) = ২০

গ. **অজিভ রেখা অঙ্কন :** X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো। শূন্য থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ভাজ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

প্রশ্ন–২১ ▸ রাতুলদের ক্লাশের শিক্ষার্থীদেরকে ২০ জন করে দুইটি দলে ভাগ করে একটি সমস্যা সমাধান করতে প্রয়োজনীয় সময় দেওয়া হলো :

দল–১ এর গৃহীত সময় (মিনিটে) : ৭, ৯, ৬, ৫, ১০, ৮, ১২, ১৪, ৯, ১০, ১১, ৫, ৮, ১০, ১৫, ১৩, ১১, ৯, ৬, ৭.

দল–২ এর গৃহীত সময় (মিনিটে) : ৮, ৩, ৫, ৯, ১২, ২, ৭, ২, ১০, ৬, ১২, ৯, ৫, ৭, ৬, ৮, ৩, ৫, ৬, ৭.

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে দল–১ ও দল–২ এর শ্রেণিসংখ্যা বের কর। ২

খ. দলদ্বয়ের গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দল–১ এর সদস্যদের গৃহীত সময়

সর্বনিম্ন সময় = ৫ মিনিট

সর্বোচ্চ সময় = ১৫ মিনিট

∴ পরিসর = (১৫ − ৫) + ১ = ১০ + ১ = ১১

∴ শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{১১}{৫}$ = ২.২ যা পূর্ণ সংখ্যা ৩

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৩টি

দল–২ এর সদস্যদের গৃহীত

সর্বনিম্ন সময় = ২ মিনিট

সর্বোচ্চ সময় = ১২ মিনিট

∴ পরিসর = (১২ − ২) + ১ = ১১

∴ শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{১১}{৫}$ = ২·২ যা পূর্ণ সংখ্যা ৩

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৩টি।

খ. দল–১ এর সদস্যদের গৃহীত সময়ের গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৫ – ৯	卌 卌 |	১১
১০ – ১৪	卌 |||	৮
১৫ – ১৯	|	১
মোট		২০

দল–২ এর সদস্যদের গৃহীত সময়ের গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
২ – ৬	卌 卌	১০
৭ – ১১	卌 |||	৮

১২ – ১৬	||	২
মোট		২০

গ. (খ) দল–১ এর ক্ষেত্রে, মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫ – ৯	১১	১১
১০ – ১৪	৮	১৯
১৫ – ১৯	১	২০
মোট	n = ২০	

এখানে, n = ২০ এবং $\frac{n}{2} = \frac{২০}{২}$ বা ১০

সুতরাং, ১০ম পদের অবস্থান হবে (৫ – ৯) শ্রেণিতে।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (৫ – ৯)।

সুতরাং, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, L = ৫; মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, $F_c = 0$

[যেহেতু এখানে মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী কোনো শ্রেণি নেই]

মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, f_m = ১১; শ্রেণি ব্যবধান, h = ৫

$$\therefore \text{ মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= ৫ + \left(\frac{২০}{২} - ০\right) \times \frac{৫}{১১}$$

$$= ৫ + (১০ - ০) \times \frac{৫}{১১}$$

$$= ৫ + \frac{৫০}{১১}$$

= ৯·৫৫

নির্ণেয় মধ্যক ৯·৫৫ মিনিট (প্রায়)।

দল–২ এর ক্ষেত্রে, মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
২ – ৬	১০	১০
৭ – ১১	৮	১৮
১২ – ১৬	২	২০
মোট	n = ২০	

এখানে, n = ২০ এবং $\frac{n}{2} = \frac{২০}{২}$ বা ১০

এখন, ১০ম পদের অবস্থান হলো (২ – ৬) শ্রেণিতে।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (২ – ৬)।

সুতরাং, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, L = ২; মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $F_c = 0$

[যেহেতু এখানে মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী কোনো শ্রেণি নেই]

মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, f_m = ১০; শ্রেণি ব্যবধান, h = ৫

$$\therefore \text{ মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= ২ + \left(\frac{২০}{২} - ০\right) \times \frac{৫}{১০}$$

$$= ২ + \left(১০ \times \frac{৫}{১০}\right)$$

= ২ + ৫ = ৭

নির্ণেয় মধ্যক ৭ মিনিট।

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২২ ▸ নিচে কতগুলো ক্ষেতের উৎপাদিত ফসলের পরিমাণ (মণ) নিচে দেওয়া হলো : ১৫, ১৮, ২৫, ৩৪, ১০, ৩১, ৩০, ২৭, ১২, ১১, ২২, ২৪, ২৩, ২৯, ১৪।

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা বের কর। ২

খ. উৎপাদিত ফসলের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ আঁক। ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, উৎপাদিত ফসলের সর্বনিম্ন পরিমাণ = ১০ মণ

” ” সর্বোচ্চ ” = ৩৪ মণ

সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (৩৪ – ১০) + ১ = ২৫

সুতরাং, শ্রেণিব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{২৫}{৫}$ = ৫

∴ শ্রেণি সংখ্যা = ৫টি

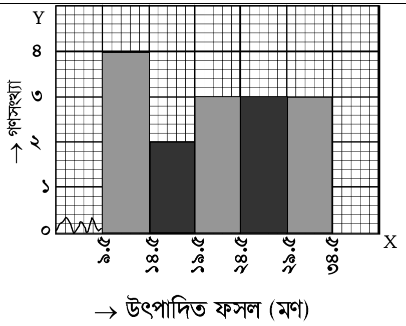
খ. উৎপাদিত ফসলের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

উৎপাদিত ফসল (মণ)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১০ – ১৪	||||	৪
১৫ – ১৯	||	২
২০ – ২৪	|||	৩
২৫ – ২৯	|||	৩
৩০ – ৩৪	|||	৩
	মোট =	১৫

গ. খ নং এ প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণিতে শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করে নিচের সারণি তৈরি করা হলো।

উৎপাদিত ফসল (মণ)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
১০ – ১৪	৯.৫ – ১৪.৫	৪
১৫ – ১৯	১৪.৫ – ১৯.৫	২
২০ – ২৪	১৯.৫ – ২৪.৫	৩
২৫ – ২৯	২৪.৫ – ২৯.৫	৩
৩০ – ৩৪	২৯.৫ – ৩৪.৫	৩
	মোট =	১৫

এখন ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে শ্রেণিসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি পাঁচ ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা ৯.৫ থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৯.৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



(উৎপাদিত ফসলের পরিমাণের আয়তলেখ)

প্রশ্ন–২৩ ▸ ২০১৩ সালের জানুয়ারি, ফেব্রুয়ারি ও মার্চ মাসের তাপমাত্রার (ডিগ্রী সেলসিয়াস) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

তাপমাত্রা (ডিগ্রী সে.)	১০–১৪	১৫–১৯	২০–২৪	২৫–২৯	৩০–৩৪	৩৫–৩৯
গণসংখ্যা	১৫	২০	১৫	৫	১৫	২০

ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলকের দুটি করে উদাহরণ দাও। ২
খ. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণির আয়তলেখ আঁক। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

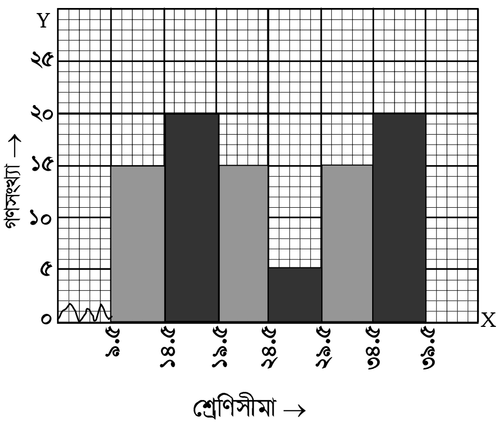
২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **বিচ্ছিন্ন চলক :** ঢাকা জেলার লোকসংখ্যা, কোনো পরিবারের সদস্য সংখ্যা।
অবিচ্ছিন্ন চলক : মানুষের বয়স, ওজন।

খ. প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তের শ্রেণিব্যবধান বিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করা হলে প্রদত্ত সারণি হবে :

তাপমাত্রা (ডিগ্রি সে.)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
১০ – ১৪	৯.৫ – ১৪.৫	১৫
১৫ – ১৯	১৪.৫ – ১৯.৫	২০
২০ – ২৪	১৯.৫ – ২৪.৫	১৫
২৫ – ২৯	২৪.৫ – ২৯.৫	৫
৩০ – ৩৪	২৯.৫ – ৩৪.৫	১৫
৩৫ – ৩৯	৩৪.৫ – ৩৯.৫	২০

এখন, ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে শ্রেণিসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা ৯·৫ থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৯·৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

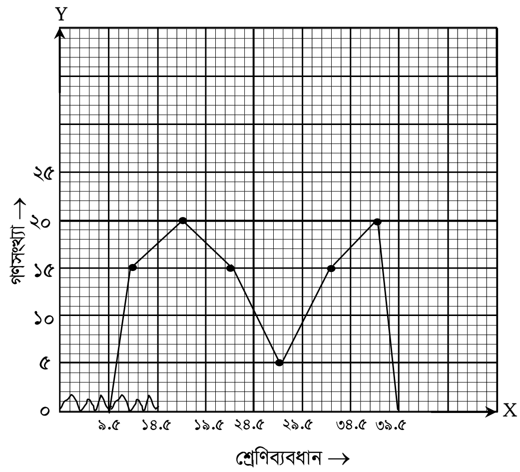


(২০১৩ সালের তিন মাসের তাপমাত্রার আয়তলেখ)

গ. **প্রদত্ত সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি নিম্নরূপ :**

তাপমাত্রা (ডিগ্রি সে.)	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
১০ – ১৪	১২	১৫
১৫ – ১৯	১৭	২০
২০ – ২৪	২২	১৫
২৫ – ২৯	২৭	৫
৩০ – ৩৪	৩২	১৫
৩৫ – ৩৯	৩৭	২০

এখন, ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে শ্রেণি অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা গুলো ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। এখন আয়তলেখের ভূমির বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু যা শ্রেণির মধ্যবিন্দু চিহ্নিত করি। তখন মধ্য বিন্দুসমূহ রেখাংশ দ্বারা সংযোগ করি। প্রথম ও শেষ শ্রেণির মধ্যবিন্দুদ্বয়কে শ্রেণি ব্যবধান নির্দেশকের অক্ষের সাথে সংযোগ বাহুর গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৯·৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাজ্ঞা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন–২৪ ▸ কোনো একটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	২৫–৩৪	৩৫–৪৪	৪৫–৫৪	৫৫–৬৪	৬৫–৭৪	৭৫–৮৪	৮৫–৯৪
গণসংখ্যা	৫	১০	১৫	২০	৩০	১৬	৪

ক. সারণির মোট গণসংখ্যা বের কর। ২
খ. শ্রেণিগুলোর মধ্যমান নির্ণয় কর। ৪
গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপকের সারণির প্রত্যেক শ্রেণিব্যাপ্তির গণসংখ্যা যোগ করলে মোট গণসংখ্যা পাওয়া যাবে।

সুতরাং মোট গণসংখ্যা = ৫ + ১০ + ১৫ + ২০ + ৩০ + ১৬ + ৪ = ১০০ জন। **(Ans.)**

খ. উল্লিখিত শ্রেণিগুলোর মধ্যমান নির্ণয় করা হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যমান, x_i	প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যমান
২৫–৩৪	২৯·৫	৬৫ – ৭৪	৬৯.৫

৩৫–৪৪	৩৯.৫	৭৫ – ৮৪	৭৯.৫
৪৫–৫৪	৪৯.৫	৮৫ – ৯৪	৮৯.৫
৫৫–৬৪	৫৯.৫		

গ. গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ–

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি f_iu_i
২৫–৩৪	২৯.৫	৫	– ৩	– ১৫
৩৫–৪৪	৩৯.৫	১০	– ২	– ২০
৪৫–৫৪	৪৯.৫	১৫	– ১	– ১৫
৫৫–৬৪	৫৯.৫	২০	০	০
৬৫–৭৪	৬৯.৫	৩০	১	৩০
৭৫–৮৪	৭৯.৫	১৬	২	৩২
৮৫–৯৪	৮৯.৫	৪	৩	১২

Σf_iu_i = ২৪

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

এখানে a = ৫৯.৫, n = মোট গণসংখ্যা = ১০০

শ্রেণি ব্যবধান h = ১০

∴ গড় $\bar{x}$ = ৫৯.৫ + $\frac{২৪}{১০০}$ × ১০

= ৬১.৯

নির্ণেয় গড় ৬১.৯।

প্রশ্ন–২৫ ▸ নবম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর প্রদত্ত চাঁদা (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো – ৩০, ৩২, ৪৫, ৫৪, ৭৮, ৭৪, ১০৮, ১১২, ৬৬, ৭৬, ৪০, ৮৮, ১৪, ২০, ৩৫, ১৫, ৪৪, ৬৬, ৭৫, ৯৫, ৮৪, ৯৬, ১০২, ১১০, ৮৮, ৭৪, ১১২, ৩৪, ১৪, ৪৪।

শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে

ক. পরিসর ও শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ৪

গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর। ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তে, সর্বনিম্ন মান = ১৪

সর্বোচ্চ মান = ১১২

∴ পরিসর = ১১২ – ১৪ + ১ = ৯৮ + ১ = ৯৯

শ্রেণি ব্যবধান = ১০

∴ শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{৯৯}{১০}$ = ৯.৯ বা, ১০

নির্ণেয় শ্রেণি সংখ্যা ১০।

খ. নিম্নে গণসংখ্যা সারণি দেখানো হলো–

<table>
<tr><th>চাঁদা (টাকায়)</th><th>ট্যালি চিহ্ন</th><th>গণসংখ্যা</th></tr>
<tr><td>১৩ – ২২</td><td>||||</td><td>৪</td></tr>
<tr><td>২৩ – ৩২</td><td>||</td><td>২</td></tr>
<tr><td>৩৩ – ৪২</td><td>|||</td><td>৩</td></tr>
<tr><td>৪৩ – ৫২</td><td>|||</td><td>৩</td></tr>
<tr><td>৫৩ – ৬২</td><td>|</td><td>১</td></tr>
<tr><td>৬৩ – ৭২</td><td>||</td><td>২</td></tr>
<tr><td>৭৩ – ৮২</td><td>卌</td><td>৫</td></tr>
<tr><td>৮৩ – ৯২</td><td>|||</td><td>৩</td></tr>
<tr><td>৯৩ – ১০২</td><td>|||</td><td>৩</td></tr>
<tr><td>১০৩ – ১১২</td><td>||||</td><td>৪</td></tr>
<tr><td colspan="3">মোট = ৩০</td></tr>
</table>

গ. গাণিতিক গড় নির্ণয় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে) :

চাঁদা (টাকায়)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
১৩ – ২২	১৭.৫	৪	– ৫	– ২০
২৩ – ৩২	২৭.৫	২	– ৪	– ৮
৩৩ – ৪২	৩৭.৫	৩	– ৩	– ৯
৪৩ – ৫২	৪৭.৫	৩	– ২	– ৬
৫৩ – ৬২	৫৭.৫	১	– ১	– ১
৬৩ – ৭২	৬৭.৫	২	০	০
৭৩ – ৮২	৭৭.৫	৫	১	৫
৮৩ – ৯২	৮৭.৫	৩	২	৬
৯৩ – ১০২	৯৭.৫	৩	৩	৯
১০৩ – ১১২	১০৭.৫	৪	৪	১৬
		n = ৩০		Σf_iu_i = –৮

$\bar{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_iu_i}{n} h$ = ৬৭.৫ + $\frac{-৮}{৩০}$ × ১০

= ৬৭.৫ + ১০ × (– ০.২৭) = ৬৭.৫ – ২.৭ = ৬৪.৮

নির্ণেয় গড় ৬৪.৮।

প্রশ্ন–২৬ ▸ কোনো স্কুলের নবম শ্রেণির ৮০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো–

প্রাপ্ত নম্বর	১–১০	১১–২০	২১–৩০	৩১–৪০	৪১–৫০	৫১–৬০	৬১–৭০	৭১–৮০	৮১–৯০	৯১–১০০
গণসংখ্যা	২	৫	১৬	১২	১৩	২০	৫	৪	২	১

ক. শ্রেণিগুলোর মধ্যবিন্দু ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি হতে শ্রেণি মধ্যবিন্দু ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	মধ্যবিন্দু (x_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১ – ১০	২	৫.৫	২
১১ – ২০	৫	১৫.৫	৭

২১ – ৩০	১৬	২৫·৫	২৩
৩১ – ৪০	১২	৩৫·৫	৩৫
৪১ – ৫০	১৩	৪৫·৫	৪৮
৫১ – ৬০	২০	৫৫·৫	৬৮
৬১ – ৭০	৫	৬৫·৫	৭৩
৭১ – ৮০	৪	৭৫·৫	৭৭
৮১ – ৯০	২	৮৫·৫	৭৯
৯১ – ১০০	১	৯৫·৫	৮০

খ. আমরা জানি, মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

ক–এ প্রাপ্ত সারণি হতে, $\frac{n}{2} = \frac{৮০}{২} = ৪০$;

যা অবস্থিত (৪১ – ৫০) শ্রেণিব্যাপ্তিতে।

সুতরাং (৪১ – ৫০) মধ্যক শ্রেণি।

এখন, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, ৪১

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, ৩৫

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, ১৩

h = শ্রেণি ব্যবধান, ১০

$\therefore$ মধ্যক $= ৪১ + \left(\frac{৮০}{২} - ৩৫\right) \times \frac{১০}{১৩}$

$= ৪১ + ৩·৮৫$

$= ৪৪·৮৫$

নির্ণেয় মধ্যক ৪৪·৮৫।

গ. আবার, আমরা জানি প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

প্রদত্ত সারণি হতে (৫১–৬১) শ্রেণিব্যাপ্তিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা অবস্থিত।

সুতরাং (৫১ – ৬০) হলো প্রচুরক শ্রেণি।

এখন, L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা, ৫১

f_1 = প্রচুরক শ্রেণি থেকে পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য

$= ২০ – ১৩ = ৭$

f_2 = প্রচুরক শ্রেণি থেকে পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য

$= ২০ – ৫ = ১৫$

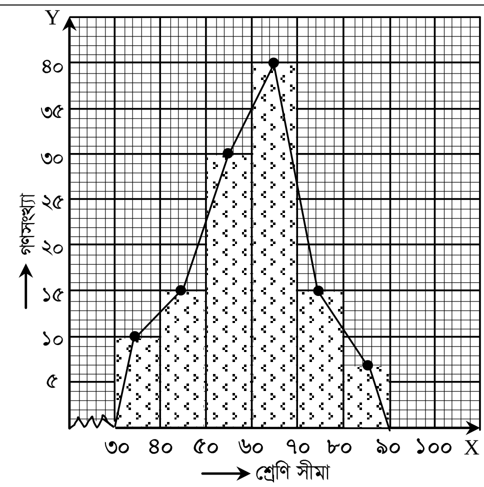
স্তরাং প্রচুরক $= ৫১ + \frac{৭}{৭ + ১৫} \times ১০$

$= ৫১ + ৩·১৮$

$= ৫৪·১৮$

নির্ণেয় প্রচুরক ৫৪·১৮।

প্রশ্ন–২৭ ▸



ক. প্রদত্ত চিত্রটি কোন ধরনের চলকের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য এবং (৯০–১০০) শ্রেণির গণসংখ্যা কত? ২

খ. প্রদত্ত চিত্র হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত চিত্রটি অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। চিত্র থেকে দেখা যায় যে, (৯০–১০০) শ্রেণির গণসংখ্যা শূন্য।

খ. প্রদত্ত চিত্রের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩০–৪০	১০	১০
৪০–৫০	১৫	২৫
৫০–৬০	৩০	৫৫
৬০–৭০	৪০	৯৫
৭০–৮০	১৫	১১০
৮০–৯০	৭	১১৭

গ. এখন 'খ' হতে প্রাপ্ত ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হতে পাই–

n = ১১৭ এবং

$\frac{n + ১}{n} = \frac{১১৭ + ১}{২}$

$= \frac{১১৮}{২}$

$= ৫৯$

অতএব, মধ্যক হলো ৫৯ তম পদের মান।

৫৯ তম পদ (৬০ – ৭০) শ্রেণিতে অবস্থিত।

অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (৬০ – ৭০)

এখন, L = ৬০, F_c = ৫৫, f_m = ৪০, h = ১০

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= ৬০ + (৫৮·৫ – ৫৫) \times \frac{১০}{৪০}$

$= ৬০ + ০·৮৭৫$

$= ৬০·৮৭৫$

নির্ণেয় মধ্যক হলো ৬০·৮৭৫

প্রশ্ন–২৮ ▸ কোনো স্কুলের বিভিন্ন শ্রেণিতে পাসের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো :

শ্রেণি	৬ষ্ঠ	৭ম	৮ম	৯ম	১০ম
পাসের হার (শতকরা)	৮০	৭৫	৬৫	৯০	৯৫
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	১১০	১০০	৮০	১২০	১৪০

ক. উপাত্তসমূহকে কয়টি শ্রেণিতে ভাগ করা হয়েছে এবং ৮ম শ্রেণিতে কতজন শিক্ষার্থী পাস করেছে? ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে পরীক্ষার্থীদের পাসের গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. পাসের হার বনাম শিক্ষার্থী সংখ্যার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তকে ৫টি শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয়েছে। ৮ম শ্রেণিতে মোট পাস করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা $\left(১০০ \text{ এর } \frac{৬৫}{১০০}\right)$ জন = ৬৫ জন।

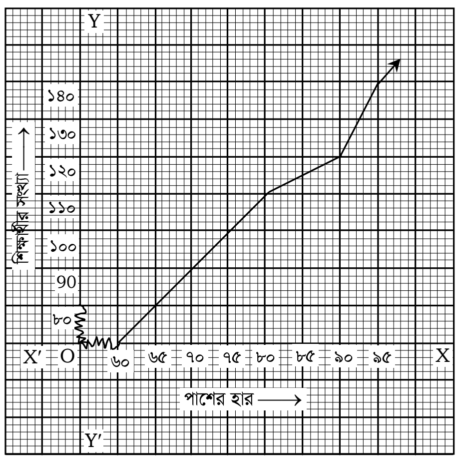
খ. এখানে পাসের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা দেওয়া আছে। পাসের হারের ভার হলো শিক্ষার্থীর সংখ্যা। যদি পাসের হারের চলক x এবং শিক্ষার্থীর চলক w ধরা হয়, তবে গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ :

শ্রেণির নাম	x_i	w_i	x_iw_i
৬ষ্ঠ	৮০	১১০	৮৮০০
৭ম	৭৫	১০০	৭৫০০
৮ম	৬৫	৮০	৫২০০
৯ম	৯০	১২০	১০৮০০
১০ম	৯৫	১৪০	১৩৩০০
মোট	৪০৫	৫৫০	৪৫৬০০

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_iw_i}{\sum_{i=1}^{5} w_i} = \frac{৪৫৬০০}{৫৫০} = ৮২{\cdot}৯০৯$$

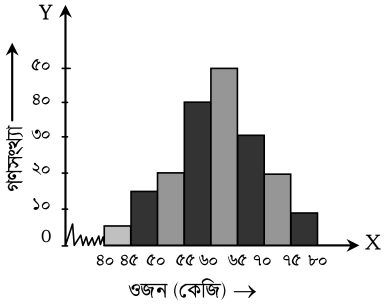
∴ পাসের গড় হার ৮২·৯০৯।

গ.



x–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে পাসের হারের 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে শিক্ষার্থীর সংখ্যায় 2 একক নিয়ে রেখা চিত্র অঙ্কন করা হয়েছে।

প্রশ্ন–২৯ ▸



ক. উপরের চিত্রটি কী নির্দেশ করে? চিত্র অনুসারে প্রচুরক শ্রেণি কোনটি? ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি প্রস্তুত করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রটি একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণির আয়তলেখ।

প্রদত্ত আয়তলেখ হতে দেখা যাচ্ছে সর্বোচ্চ আয়তক্ষেত্রটি ৬০ – ৬৫ শ্রেণির অন্তর্গত। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (৬০ – ৬৫)।

খ. নিচে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণি	গণসংখ্যা
৪০ – ৪৫	৫
৪৫ – ৫০	১৫
৫০ – ৫৫	২০
৫৫ – ৬০	৪০
৬০ – ৬৫	৫০
৬৫ – ৭০	৩০
৭০ – ৭৫	২০
৭৫ – ৮০	১০
	মোট = ১৯০

প্রচুরক নির্ণয় : আমরা জানি, প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

যেহেতু (৬০–৬৫) শেণির গণসংখ্যা সবচেয়ে বেশি সেহেতু (৬০ – ৬৫) শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত।

এখানে, $L = ৬০$, $f_1 = ৫০ - ৪০ = ১০$, $f_2 = ৫০ - ৩০ = ২০$

$h = ৫$

$$\therefore \text{ প্রচুরক} = ৬০ + \frac{১০}{১০ + ২০} \times ৫$$

$$= ৬০ + ১{\cdot}৬৭$$

$$= ৬১{\cdot}৬৭$$

নির্ণেয় প্রচুরক ৬১·৬৭

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{c}$	$f_i \times u_i$
৪০ – ৪৫	৪২·৫	৫	– ৪	– ২০
৪৫ – ৫০	৪৭·৫	১৫	– ৩	– ৪৫

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{c}$	$f_i \times u_i$
৫০ – ৫৫	৫২·৫	২০	– ২	– ৪০
৫৫ – ৬০	৫৭·৫	৪০	– ১	– ৪০
৬০ – ৬৫	৬২·৫←a	৫০	০	০
৬৫ – ৭০	৬৭·৫	৩০	১	৩০
৭০ – ৭৫	৭২·৫	২০	২	৪০
৭৫ – ৮০	৭৭·৫	১০	৩	৩০
মোট		Σf_i = ১৯০		$\Sigma f_i u_i$ = –৪৫

∴ নির্ণেয় গড়,

$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

= ৬২·৫ + $\frac{-৪৫}{১৯০}$ × ৫

= ৬২·৫ – ১·১৮ = ৬১·৩২

∴ ছাত্রদের গড় ওজন ৬১·৩২ কেজি।

এখানে,

a = আনুমানিক গড় = ৬২·৫

h = শ্রেণি ব্যবধান = ৫

n = Σf_i = ১৯০

নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৩০ ▸ নিচে ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি	৩০–৩৫	৩৬–৪১	৪২–৪৭	৪৮–৫৩	৫৪–৫৯
গণসংখ্যা	৩	১০	১৮	২৫	১৪

ক. উপাত্তের পরিধি নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ এবং তৃতীয় শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ এবং গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা তৈরি কর এবং গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁক। ৪

৩০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উপাত্তের পরিধি = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + ১

তৃতীয় শ্রেণির মধ্যবিন্দু = $\frac{৪২ + ৪৭}{২}$ = ৪৪·৫

∴ তৃতীয় শ্রেণির মধ্যবিন্দু ৪৪·৫।

খ. মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$; যেখানে L হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণিব্যাপ্তি।

গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	$f_i x_i$
৩০–৩৫	৩	৩২·৫	৯৭·৫
৩৬–৪১	১০	৩৮·৫	৩৮৫
৪২–৪৭	১৮	৪৪·৫	৮০১
৪৮–৫৩	২৫	৫০·৫	১২৬২·৫
৫৪–৫৯	১৪	৫৬·৫	৭৯১
মোট	n = ৭০		$\Sigma f_i x_i$ = ৩৩৩৭

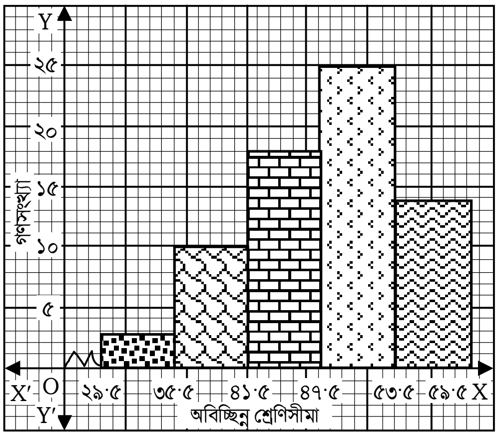
∴ গাণিতিক গড় $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n}$ = $\frac{৩৩৩৭}{৭০}$ = ৪৭·৬৭১

নির্ণেয় গড় ৪৭·৬৭১।

গ. শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করে আয়তলেখের সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৩০–৩৫	২৯·৫ – ৩৫·৫	৩
৩৬–৪১	৩৫·৫ – ৪১·৫	১০
৪২–৪৭	৪১·৫ – ৪৭·৫	১৮
৪৮–৫৩	৪৭·৫ – ৫৩·৫	২৫
৫৪ – ৫৯	৫৩·৫ – ৫৯·৫	১৪

আয়তলেখ অঙ্কন : ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা ২৯·৫ থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ২৯·৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন–৩১ ▸ নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি লক্ষ কর :

সময়	৩০–৩৫	৩৬–৪১	৪২–৪৭	৪৮–৫৩	৫৪–৫৯	৬০–৬৫
গণসংখ্যা	৩	১০	১৮	২৫	৮	৬

ক. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র দুইটি লেখ। ২

খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রচুরক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

৩১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র হলো, মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

যেখানে L = যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা

n = গণসংখ্যা

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি।

শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো :

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

যেখানে L প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত এর নিম্নমান

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – প্রচুরক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – প্রচুরক শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি।

খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

সময় (শ্রেণিব্যাপ্তি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩০–৩৫	৩	৩
৩৬–৪১	১০	১৩
৪২–৪৭	১৮	৩১
৪৮–৫৩	২৫	৫৬
৫৪–৫৯	৮	৬৪
৬০–৬৫	৬	৭০
	n = ৭০	

এখানে, n = ৭০ এবং $\frac{n}{2} = \frac{৭০}{২}$ বা, ৩৫।

অতএব, মধ্যক হলো ৩৫ তম পদের মান। ৩৫ তম পদের অবস্থান হবে (৪৮–৫৩) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (৪৮–৫৩)।

সুতরাং, L = ৪৮, F_c = ৩১, f_m = ২৫ এবং h = ৬।

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= ৪৮ + (৩৫ - ৩১) \times \frac{৬}{২৫}$

$= ৪৮ + ৪ \times \frac{৬}{২৫} = ৪৮ + ০.৯৬ = ৪৮.৯৬$

নির্ণেয় মধ্যক ৪৮.৯৬।

গ. প্রচুরক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি হলো–

সময়	গণসংখ্যা
৩০–৩৫	৩
৩৬–৪১	১০
৪২–৪৭	১৮
৪৮–৫৩	২৫
৫৪–৫৯	৮
৬০–৬৫	৬

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক বার ২৫ আছে (৪৮ – ৫৩) শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক এ শ্রেণিতে আছে।

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = ৪৮

$f_1 = ২৫ - ১৮ = ৭$

$f_2 = ২৫ - ৮ = ১৭$

h = ৬

∴ প্রচুরক $= ৪৮ + \frac{৭}{৭ + ১৭} \times ৬$

$= ৪৮ + \frac{৭}{২৪} \times ৬$

$= ৪৮ + ১.৭৫ = ৪৯.৭৫$

নির্ণেয় প্রচুরক ৪৯.৭৫।

প্রশ্ন–৩২ ▸ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা সারণি হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

ক. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হতে প্রচুরক শ্রেণি লেখ। ২

খ. মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৩২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (60 –64) শ্রেণিতে।

সুতরাং (60–64) শ্রেণিতে প্রচুরক আছে।

নির্ণেয় প্রচুরক শ্রেণি (60–64)

খ. মধ্যক ও পচুরক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	12	16
55 – 59	10	26
60 – 64	20	46
65 – 69	8	54
70 – 74	6	60

এখানে, n = 60

এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান (60–64) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (60–64)।

সুতরাং L = 60, f_c = 26, f_m = 20 এবং h = 5

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - f_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 60 + (30 - 26) \times \frac{5}{20}$

$= 60 + 4 \times \frac{5}{20}$

$= 60 + 1 = 61$

ক– হতে প্রাপ্ত, প্রচুরক শ্রেণি (60–64),

সুতরাং, L = 60,

$f_1 = 20 - 10 = 10$

$f_2 = 20 - 8 = 12$

এবং h = 5

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f}{f_1 + f_2} \times h$

$= 60 + \frac{10}{10 + 12} \times 5$

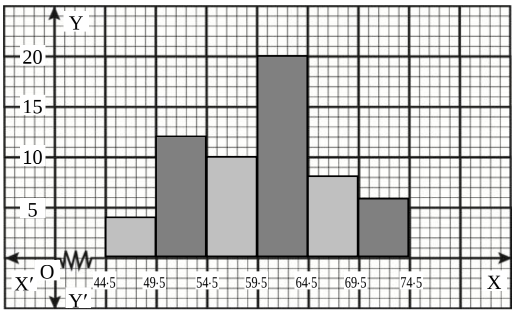
$= 60 + \frac{50}{22} = 60 + 2{\cdot}27 = 62{\cdot}27$।

নির্ণেয় মধ্যক 61 এবং প্রচুরক 62·27।

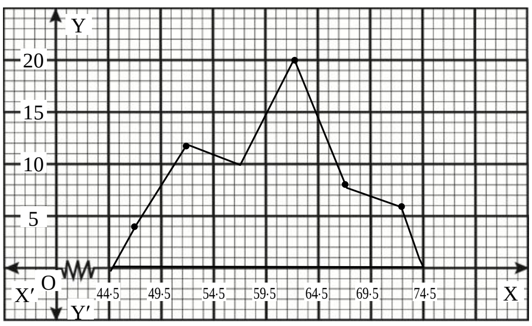
গ. প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করে সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমা	শ্রেণির মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 – 49	44·5 – 49·5	47	4
50 – 54	49·5 – 54·5	52	12
55 – 59	54·5 – 59·5	57	10
60 – 64	59·5 – 64·5	62	20
65 – 69	64·5 – 69·5	67	8
70 – 74	69·5 – 74·5	72	6

আয়তলেখ অঙ্কন : ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে X অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমা এবং Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। X অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা 44.5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু হতে 44·5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন : আয়তলেখের আয়তের ভূমির বিপরীত সমান্তরাল বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো রেখাংশ দ্বারা যোগ করে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো :



প্রশ্ন–৩৩ ▶ ১০ম শ্রেণির 50 শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. প্রতীকের পরিচয়সহ শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

▶◀ ৩৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. যদি শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা n হয়, তবে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের $\frac{n}{2}$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। আর $\frac{n}{2}$ তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - f_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ যেখানে, L হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, f_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণি ব্যাপ্তি।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি (f_iu_i)
31–40	35·5	6	– 3	–18
41–50	45·5	8	– 2	–16
51–60	55·5	10	–1	–10
61–70	a → 65·5	12	0	0
71–80	75·5	5	1	5
81–90	85·5	7	2	14
91–100	95·5	2	3	6

গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

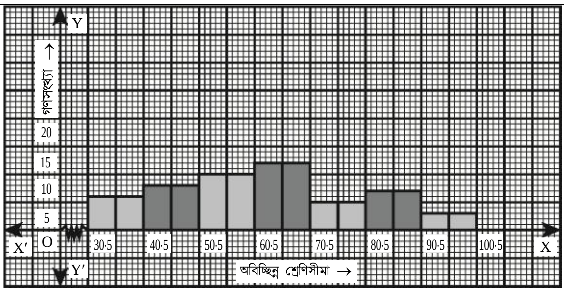
$= 65{\cdot}5 + \frac{(-19)}{50} \times 10 = 65{\cdot}5 - 3{\cdot}8 = 61{\cdot}7$

$\therefore$ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় 61·7

গ. শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করে আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণি	মধ্যমান	গণসংখ্যা
31 – 40	30·5 – 40·5	6
41 – 50	40·5 – 50·5	8
51 – 60	50·5 – 60·5	10
61 – 70	60·5 – 70·5	12
71 – 80	70·5 – 80·5	5
81 – 90	80·5 – 90·5	7
91 – 100	90·5 – 100·5	2

ছক কাগজে প্রতি ঘরকে এক একক ধরে x অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং y–অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। শ্রেণিসীমা 30·5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30·5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন-৩৪ ▸ কোনো একটি প্রতিষ্ঠানের 5 জন ব্যক্তির বাড়ি ভাড়া বাবদ ব্যয় হচ্ছে 7000, 8000, 9000, 5000 ও 6000 টাকা।

ক. উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, গড় ভাড়া মধ্যকের সমান। ৪

গ. পাই-চিত্রের উপাত্তসমূহকে উপস্থাপন কর। ৪

▸◂ ৩৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

5000, 6000, 7000, 8000, 9000।

নির্ণেয় মধ্যক 7000 টাকা।

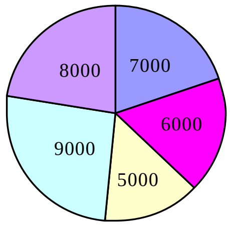
খ. গাণিতিক গড় = $\frac{\text{উপাত্তগুলোর সমষ্টি}}{\text{উপাত্তের সংখ্যা}}$

$= \frac{5000 + 6000 + 7000 + 8000 + 9000}{5}$

$= \frac{35000}{5} = 7000$।

অতএব, গড় ভাড়া মধ্যকের সমান। **(দেখানো হলো)**

গ. এখানে মোট ভাড়া = 35000 টাকা।



7000 টাকার জন্য ডিগ্রি পরিমাণ $\frac{7000}{35000} \times 360° = 72°$

8000 টাকার জন্য ডিগ্রি পরিমাণ $\frac{8000}{35000} \times 360° = 82{\cdot}29°$

9000 টাকার জন্য ডিগ্রি পরিমাণ $\frac{9000}{35000} \times 360° = 92{\cdot}57°$

5000 টাকার জন্য ডিগ্রি পরিমাণ $\frac{5000}{35000} \times 360° = 51{\cdot}43°$

6000 টাকার জন্য ডিগ্রি পরিমাণ $\frac{6000}{35000} \times 360° = 61{\cdot}71°$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৩৫ ▸ কোনো এক সালে একটি এলাকার অনূর্ধ্ব ৫০ বছর বয়সের লোকের বয়সের (বছরে) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো—

বয়স (বছরে)	১৬-২০	২১-২৫	২৬-৩০	৩১-৩৫	৩৬-৪০	৪১-৪৫	৪৬-৫০
গণসংখ্যা	১১	৩২	৫১	৪৯	২৭	৬	৪

ক. দ্বিতীয় শ্রেণি ব্যাপ্তির নিম্নসীমা লেখ এবং চতুর্থ শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান নির্ণয় কর এবং ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. নিম্নসীমা = ২১; শ্রেণি মধ্যমান = ৩৩

গ. গড় = ৩০·৩১ বছর (প্রায়)

প্রশ্ন-৩৬ ▸ কোনো স্কুলের নবম শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর ওজন কিলোগ্রামে হলো :

৪৫, ৫০, ৫৫, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৬, ৬০, ৬১, ৫৮, ৬০, ৬৮, ৭০, ৭০, ৬১, ৬৭, ৬৬, ৬৩, ৬১, ৬০, ৬৪, ৬৩, ৬২, ৬০, ৬৩, ৬০, ৬১, ৫০, ৫৫, ৫৭, ৫৬, ৬৩, ৬০, ৬২, ৫৬, ৫৭, ৬৭, ৬৯, ৬৯, ৭০, ৬৮, ৬৯, ৭০, ৬০, ৫৬, ৫৮, ৬১, ৬৩, ৬৪।

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. 'ক' হতে প্রাপ্ত তথ্যের আলোকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

উত্তর : খ. ৬১·৪৯ (প্রায়)

প্রশ্ন-৩৭ ▸ নিম্নে ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো :

ব্যাপ্তি	৩৫-৩৯	৪০-৪৪	৪৫-৪৯	৫০-৫৪	৫৫-৫৯	৬০-৬৪
গণসংখ্যা	৮	৪	২০	১০	১২	৬

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান কত? ২

খ. উপাত্তের গড় নির্ণয় কর (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে)। ৪

গ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. ৪৭; খ. ৪৯·৬৭; গ. ৪৯·৫।

প্রশ্ন-৩৮ ▸ একটি সমস্যা সমাধানে ২৫ জন শিক্ষার্থীর প্রত্যেকের যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা হলো :

৪৬, ৪৮, ৪৬, ৫০, ৪৯, ৫৯, ৫৮, ৫৩, ২০, ৬০, ৫২, ৬৪, ১৬, ৪৩, ৪২, ৪৬, ৪০, ৩৮, ৩৭, ৩৩, ২৮, ২৭, ৩০, ২০, ২৬.

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি ১০ ধরে গণসংখ্যা নিবেশনের সারণি তৈরি করলে শ্রেণি সংখ্যা কত হবে? ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশনের একটি আয়তলেখ আঁক। ৪

উত্তর : খ. শ্রেণি সংখ্যা = ৫, গড় = ৪১·৫।

প্রশ্ন-৩৯ ▸ পাসের হার এবং শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো।

বিভাগের নাম	বাংলা	ইংরেজি	রসায়ন	পদার্থ	গণিত
পাসের হার	৮০	৯৫	৭৫	৬৫	৯০
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	১১০	১৪০	১০০	৮০	১২০

ক. উপাত্তসমূহকে কতটি শ্রেণিতে ভাগ করা হয়েছে? গণিতে কতজন শিক্ষার্থী ফেল করেছে? ২

খ. উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. পাসের হার বনাম শিক্ষার্থী সংখ্যার লেখচিত্র আঁক। ৪

উত্তর : ক. ৫টি, ফেল করেছে ১২ জন; খ. গড় হার = ৮২·৯১ (প্রায়)

প্রশ্ন-৪০ ▸ নবম শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৪	১০	১৪	৫	৭

ক. প্রদত্ত উপাত্তটির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তটির সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তটির মধ্যক বের কর। ৪

উত্তর : খ. গড় = ৭৫·৭৫ গ. ৭৫·২৯ (প্রায়)

প্রশ্ন-৪১ ▸ কোনো দ্রব্যের উৎপাদনে বিভিন্ন পর্যায়ে যে খরচসমূহ (শত টাকায়) হয় তা নিচের সারণিতে দেখানো হয়েছে:

উৎপাদন খরচ (শত টাকায়)	২-৬	৬-১০	১০-১৪	১৪-১৮	১৮-২২	২২-২৬	২৬-৩০	৩০-৩৪
গণসংখ্যা	১	৯	২১	৪৭	৫২	৩৬	১৯	৩

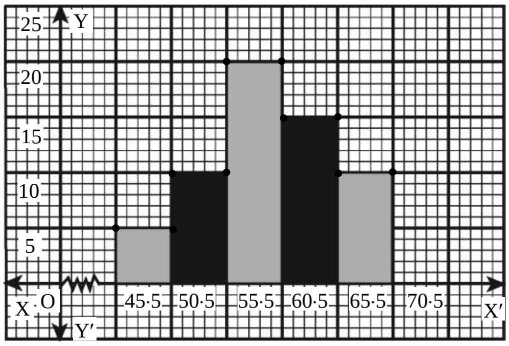
ক. পরিসংখ্যানের বৈশিষ্ট্য লেখ। ২

খ. প্রদত্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণি ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. উৎপাদনে আনুমানিক গড় খরচ ১৯ শত টাকা। গ. নির্ণেয় মধ্যক ১৯·২৩।

প্রশ্ন-৪২ ▸ নিচের গ্রাফটি লক্ষ কর :



ক. উপরের চিত্রে প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা কত? ২

খ. বিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. খ-তে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 20; গ. 59.75

প্রশ্ন-৪৩ ▸ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি হলো :

ব্যাপ্তি	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6
যোজিত ফল	4	12	22	42	54	60

ক. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ে সূত্রটি লেখ। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$; খ. 62; গ. 62·778