দ্বাদশ অধ্যায়

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

অনুশীলনী ১২.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **সরল সহসমীকরণ**

সরল সহসমীকরণ বলতে দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে বুঝায় যাদের যুগপৎ সমাধান চাওয়া হয়, এরূপ দুইটি সমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোটও বলে। প্রথমে আমরা $2x + y = 12$ সমীকরণটি বিবেচনা করি। এটি একটি দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ।

- **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা**

(ক) আগের আলোচিত $\left.\begin{matrix} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণ জোটটি বিবেচনা করি। এর অনন্য (একটি মাত্র) সমাধান আছে। এরূপ সমীকরণজোটকে সমঞ্জস *(Consistent)* বলা হয়। সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ তুলনা করে (সহগের অনুপাত নিয়ে) পাই, $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1}$, সমীকরণজোটটির একটি সমীকরণকে অন্যটির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় না। এজন্য এরূপ সমীকরণকে পরস্পর অনির্ভরশীল *(Independent)* সমীকরণজোট বলা হয়।

সমঞ্জস ও পরস্পর অনিভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে অনুপাতগুলো সমান নয়।

(খ) এখন আমরা $\left.\begin{matrix} 2x - y = 6 \\ 4x - 2y = 12 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{6}{12} \left(= \frac{1}{2}\right)$

অর্থাৎ, সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে অনুপাতগুলো সমান হয়।

(গ) এবারে আমরা $\left.\begin{matrix} 2x + y = 12 \\ 4x + 2y = 5 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

এখানে সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{12}{5}$

অর্থাৎ, অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে চলকের সহগের অনুপাতগুলো ধ্রুবকের অনুপাতের সমান নয়।

সাধারণভাবে, $\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি নিয়ে নিচের ছকের মাধ্যমে দুইটি সরল সমীকরণের সমাধান যোগ্যতার শর্ত উল্লেখ করা হলো :

	সমীকরণজোট	সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস/অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
(i)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
(ii)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
(iii)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

এখন, যদি কোনো সমীকরণজোটে উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ না থাকে, অর্থাৎ, $c_1 = c_2 = 0$ হয়, তবে ছকের

(i) অনুযায়ী $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট সর্বদা সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান থাকবে।

(ii) ও (iii) থেকে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট ংসমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে অসংখ্য সমাধান থাকবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $\mathbf{x - y = 4}$

$\mathbf{x + y = 10}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{l} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{1}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\mathbf{2x + y = 3}$

$\mathbf{4x + 2y = 6}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\mathbf{x - y - 4 = 0}$

$\mathbf{3x - 3y - 10 = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট :

$\left.\begin{array}{l} x - y - 4 = 0 \text{ বা } x - y = 4 \\ 3x - 3y - 10 = 0 \text{ বা } 3x - 3y = 10 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-3}$ বা $\frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-4}{-10}$ বা $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{4}{10}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\mathbf{3x + 2y = 0}$

$\mathbf{6x + 4y = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 6x + 4y = 0 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\mathbf{3x + 2y = 0}$

$\mathbf{9x - 6y = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 9x - 6y = 0 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{9}$ বা $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-6}$ বা $\frac{1}{-3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{9} \neq \frac{2}{-6}$

∴ সমীকরণজোটটি সর্বদা সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\mathbf{5x - 2y - 16 = 0}$

$\mathbf{3x - \frac{6}{5}y = 2}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l} 5x - 2y = 16 \\ 3x - \frac{6}{5}y = 2 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{5}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{\frac{6}{-5}}$ বা, $\left(\frac{-2}{1} \times \frac{5}{-6}\right)$ বা $\frac{5}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{16}{2}$ বা $\frac{8}{1}$

আমরা পাই, $\frac{5}{3} = \frac{-2}{\frac{6}{-5}} \neq \frac{16}{2}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\mathbf{-\frac{1}{2}x + y = -1}$

$\mathbf{x - 2y = 2}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$ বা $-\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{\frac{-1}{2}}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $-\frac{1}{2}x - y = 0$

$x - 2y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l}-\frac{1}{2}x - y = 0\\ x - 2y = 0\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-2}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-\frac{1}{2}}{1} \neq -\frac{-1}{-2}$ $[\because c_1 = c_2 = o]$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l}-\frac{1}{2}x + y = -1\\ x + y = 5\end{array}\right\}$

∴ x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

সমীকরণজোটটির একটিমাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l}ax - cy = 0\\ cx - ay = c^2 - a^2\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{c}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-c}{-a}$ বা $\frac{c}{a}$

আমরা পাই, $\frac{a}{c} \neq \frac{-c}{-a}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $3x - 5y = 7$
$6x - 10y = 7$
সমীকরণ জোটের সমাধান–
ক অসংখ্য খ অনন্য গ দুইটি ● সমাধান নেই

২. **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণজোটে কয়টি সরল সমীকরণ থাকে?**
ক 1 ● 2 গ 3 ঘ 4

৩. $\frac{1}{3}x - y = 0, x - 3y = 0$, **সমীকরণজোটটি–**
i. সজ্ঞাতিপূর্ণ
ii. অনির্ভরশীল
iii. কোনো সমাধান নেই
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪. $2x + y = 12$ **এবং** $x - y = 3$ **সমীকরণজোট–**
i. সজ্ঞাতিপূর্ণ
ii. অনির্ভরশীল
iii. নির্ভরশীল
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫. $5x - 3y = 7; 10x - 6y = 14$
উপরের উল্লিখিত সমাকরণজোট–
i. সমঞ্জস
ii. পরস্পর নির্ভরশীল
iii. এর অসংখ্য সমাধান আছে
নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. ন. প্র. '১৫]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১২·১ : সরল সহসমীকরণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণজোটে কয়টি সরল সমীকরণ থাকে?** (সহজ)
ক 1 ● 2 গ 3 ঘ অসংখ্য

৭. **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ নিচের কোনটি?** (সহজ)
ক $ax^2 + bx + c = 0$ খ $2x + 3y + 6z = 0$
গ $2x^2 + x = 2$ ● $2x + 3y = 6$

৮. $x - y = 3$ **সমীকরণের সমাধান কয়টি?** (সহজ)
ক 1 খ 2
গ 3 ● অসংখ্য

৯. **সরল সহসমীকরণে রাশি দুইটির ঘাত সর্বদা কত?** (সহজ)
ক 0 ● 1 গ 2 ঘ 3

১০. **নিচের কোনটি** $2x + y = 12$ **এবং** $x - y = 3$ **সমীকরণের একটি সমাধান?** (মধ্যম)
ক (0, 5) খ (1, 5) ● (5, 2) ঘ (5, 3)

১১. $x - y = 2, 3x - 3y = 6$ **সমীকরণজোটে কয়টি সমাধান রয়েছে?** (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ● অসংখ্য

১২. **দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণে চলকদ্বয়ের কয়টি মান দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হতে পারে?** (সহজ)

ⓚ একটি ⓛ দুইটি ⓜ চারটি ● অসংখ্য

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩. সরল সহসমীকরণ–

i. দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণ

ii. দুটিকে একত্রে সমীকরণজোটও বলে

iii. জোটের সমীকরণের চলক দুইটি একই বৈশিষ্ট্যের হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৪. $2x + y = 6$ এবং $x - y = 0$ দুইটি সমীকরণ–

i. একত্রে এদের সমীকরণজোট বলে

ii. এদের একটি সাধারণ সমাধান আছে

iii. এদের একটি সাধারণ সমাধান (2, 1)

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ –১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \text{ ....(1)} \\ x - y = 3 \text{ ....(2)} \end{array}\right\}$ সমীকরণজোট :

১৫. নিচের কোনটি (1) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে? (মধ্যম)

ⓚ (0, 3) ● (3, 6) ⓜ (3, 2) ⓝ (2, 1)

১৬. নিচের কোনটি (2) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে? (মধ্যম)

● (5, 2), (3, 0) (6, 2), (2, 1) (6, 3), (2, 5) (8, 3), (5, 3)

১৭. সমীকরণজোটটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ⓚ (5, 1) ● (5, 2) ⓜ (6, 2) ⓝ (7, 3)

১২·২ : দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. $x + y = 3$ সমীকরণের ওপর নির্ভরশীল নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $2x + 2y = 8$ ⓛ $3x + 4y = 9$

● $4x + 4y = 12$ ⓝ $2x + 3y = 6$

১৯. নিচের কোন শর্তানুসারে $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ জোট সমঞ্জস ও সমাধান অসংখ্য? (সহজ)

ⓚ $\frac{a}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ● $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

ⓜ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ⓝ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

২০. $2x - 3y = 7$, $6x - 9y = 21$ সমীকরণ জোটের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● সমঞ্জস এবং সমাধান অসংখ্য ⓛ সমঞ্জস ও সমাধান অনন্য

ⓜ সমাধান অসংখ্য অসমঞ্জস ও সমাধানবিহীন

২১. নিচের কোনটির জন্য $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ জোটের সমাধান নেই? (সহজ)

ⓚ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ⓛ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ⓜ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ● $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

২২. $x + y = 5$, $2x - y = 4$ সমীকরণ জোটের ক্ষেত্রে সমাধান অনন্য হওয়ার শর্ত কী? (সহজ)

● $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{-1}$ ⓛ $\frac{1}{2} = \frac{1}{-1}$ ⓜ $\frac{1}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{5}{4}$ ⓝ $\frac{1}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{5}{4}$

২৩. $x - y = 4$ এবং $3x - 3y = 10$ সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

ⓚ একটি ⓛ দুইটি ● নেই ⓝ অসংখ্য

ব্যাখ্যা : $\left.\begin{array}{l} x - y = 4 \\ 3x - 3y = 10 \end{array}\right\}$

এখানে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

২৪. অসমঞ্জস সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা কয়টি? (সহজ)

ⓚ একটি ⓛ দুইটি ⓜ অসংখ্য ● নেই

ব্যাখ্যা : x ও y সহগের অনুপাতের সাথে যদি ধ্রুব অংশের অনুপাত সমান না হয় তাহলে জোটের কোনো সমাধান নেই।

২৫. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ হলে c_1 ও c_2 এর কোন মানের জন্য সমীকরণ জোট সর্বদা সমঞ্জস হবে? (মধ্যম)

● 0 ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 3

২৬. $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 7 \\ 6x - 10y = 15 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোটে সমাধানের সংখ্যা কত? (মধ্যম)

● সমাধান নেই ⓛ অনন্য

ⓜ অসংখ্য ⓝ নির্দিষ্ট

ব্যাখ্যা : $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হলে সমীকরণজোটটির সমাধান থাকবে না।

২৭. $2x - 2y = 8$ এর ওপর নির্ভরশীল সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $2x - 3y = 5$ ● $3x - 3y = 12$

ⓜ $5x + 3y = 3$ ⓝ $x + y = 4$

ব্যাখ্যা : $3x - 3y = 12$ সমীকরণটি প্রদত্ত $2x - 2y = 8$ সমীকরণের ওপর নির্ভরশীল কারণ, $2x - 2y = 8$ কে $\frac{3}{2}$ দ্বারা গুণ করলে $3x - 3y = 12$ সমীকরণটি পাওয়া যায়।

২৮. $\left.\begin{array}{l} 2x - 5y = 3 \\ x - 3y = 1 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোটের প্রকৃতি কীরূপ? (সহজ)

● সমঞ্জস ও অনির্ভরশীল ⓛ অসমঞ্জস

ⓜ নির্ভরশীল ⓝ সমঞ্জস

ব্যাখ্যা : $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{1}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{3}$ ∴ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$,

∴ জোটটি সমঞ্জস ও অনির্ভরশীল

২৯. $\left.\begin{array}{l} 2x + y = c_1 \\ 4x + 2y = c_2 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোটটি নিচের কোনটির জন্য সমঞ্জস হবে? (সহজ)

ⓚ $c_1 \neq c_2$ ● $c_1 = c_2 = 0$ ⓜ $c_2 = 0$ ⓝ $c_1 = 0$

৩০. $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$ সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা কয়টি? (সহজ)

● একটি ⓛ দুইটি ⓜ অসংখ্য ⓝ নেই

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩১. $a_1x + b_1y = c_1$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ জোটে–

i. $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণ জোট সমঞ্জস ও সমাধান অনন্য

ii. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হলে, সমীকরণ জোট অসমঞ্জস এবং সমাধান অসংখ্য

iii. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হলে সমীকরণ জোট সমঞ্জস এবং সমাধান অসংখ্য

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{7}{14}$ শর্তে, সমীকরণ জোট সমঞ্জস এবং সমাধান অসংখ্য

ii. $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} \neq \frac{7}{9}$ শর্তে, সমীকরণ জোট অসমঞ্জস এবং সমাধানবিহীন

iii. $\frac{4}{8} \neq \frac{3}{-6}$ শর্তে, সমীকরণ জোট সমঞ্জস এবং সমাধান অনন্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৩. $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ **সমীকরণজোটটি—**

i. সমঞ্জস

ii. অনির্ভরশীল

iii. নির্ভরশীল

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : iii. জোটটি নির্ভরশীল নয় কারণ, $\frac{a_1}{a_2} = 2; \frac{b_1}{b_2} = -1 \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$;

৩৪. $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ **সমীকরণজোটটি—**

i. সমঞ্জস

ii. অসংখ্য সমাধান আছে

iii. এর সমাধান অনন্য

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\frac{a_1}{a_2} = 2; \frac{b_1}{b_2} = -1; \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটের অনন্য সমাধান আছে।

৩৫. $\left.\begin{array}{l} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটে** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ **হলে—**

i. অসমঞ্জস ii. অনির্ভরশীল

iii. অসংখ্য সমাধান আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৬. $\left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোট—**

i. সমীকরণজোটটি পরস্পর নির্ভরশীল

ii. সমীকরণ জোটটির সমাধান অসংখ্য

iii. সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়, তবে সমীকরণ জোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। এবং সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

এখানে, $\frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭–৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\left.\begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোট

৩৭. সমীকরণজোটটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক এটি সমঞ্জস নয়

খ এটি পরস্পর নির্ভরশীল

● এর অনন্য সমাধান আছে

ঘ এর অসংখ্য সমাধান আছে

৩৮. সমীকরণজোটটির সাধারণ সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক (2, 1) ● (3, 1)

গ (4, 1) ঘ (4, 3)

৩৯. সমীকরণজোটটির কয়টি সাধারংংণ সমাধান আছে? (সহজ)

● 1 খ 2

গ 3 ঘ 4

৪০. সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সহসমীকরণজোটের কয়টি সমাধান থাকে?

● 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ 4টি

৪১. $x + 3y = 6$ **সমীকরণে চলকের সংখ্যা কয়টি?**

ক একটি ● দুইটি গ তিনটি ঘ চারটি

৪২. $2x - 5y = 0$ **ও** $3x + 2y = 0$ **সমীকরণজোটটির সমাধান সংখ্যা কয়টি?**

ক সমাধান নেই ● সমাধান অনন্য

গ সমাধান অসংখ্য ঘ সমাধান দুইটি

৪৩. পরস্পর নির্ভরশীল সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা কতটি?

ক ১টি খ ২টি গ অন্যন্য ● অসংখ্য

৪৪. যদি সমীকরণজোটের লেখ x এবং y অক্ষের সাথে সমাপতিত হয়। এমন সমীকরণজোট নিচের কোনটি?

● $x = 0, y = 0$ খ $x = 1, y = 1$ গ $x = 2, y = -2$ ঘ $x = 1, y = -1$

৪৫. কোনো সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ **হলে সমীকরণ জোটটি—**

ক সমতুল খ নির্ভরশীল ● অসজ্ঞাতিপূর্ণ ঘ সজ্ঞাতিপূর্ণ

৪৬. $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ **সমীকরণজোটটি—**

i. সজ্ঞাতিপূর্ণ ii. অনির্ভরশীল

iii. নির্ভরশীল

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৭. একটি সমীকরণ জোটের x এর সহগদ্বয়, y এর সহগদ্বয় ও ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{4}{8} = \frac{-2}{-4} = \frac{6}{12}$ **সমীকরণজোটটি—**

i. সজ্ঞাতিপূর্ণ ii. নির্ভরশীল

iii. অনন্য সমাধান বিশিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

৪৮. উপরের সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ নির্ভরশীল ● সঙ্গতিপূর্ণ
ⓖ অসংগতিপূর্ণ ⓘ সমাধান নেই

৪৯. সমীকরণজোটের সমাধান নিচের কোনটি?
ⓚ (– 1, 4) ⓛ (1, – 4) ⓖ (1, 4) ● (4, 1)

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\left.\begin{array}{l} kx + 2ky = m \\ 2px + 4py = \frac{2pm}{k} \end{array}\right\}$ একটি সমীকরণজোট।

৫০. সমীকরণজোটে $\frac{c_1}{c_2}$ এর মান কত?
ⓚ $\frac{k}{p}$ ⓛ $\frac{2k}{p}$
● $\frac{k}{2p}$ ⓘ $\frac{2p}{k}$

৫১. সমীকরণজোটটির সমাধান সংখ্যা কয়টি?
ⓚ একটি ⓛ দুটি ⓖ সমাধান নেই ● অসংখ্য

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\left.\begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোট

৫২. সমীকরণজোটটির সাধারণ সমাধান নিচের কোনটি?
ⓚ (2, 1) ● (3, 1)
ⓖ (4, 1) ⓘ (4, 3)

৫৩. সমীকরণজোটটির কয়টি সাধারণ সমাধান আছে? (সহজ)
● 1 ⓛ 2
ⓖ 3 ⓘ 4

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $x - 2y + 1 = 0$ ও $2x + y - 3 = 0$ একটি সমীকরণজোট।

ক. সরল সহসমীকরণ কী? ২
খ. সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা তা যাচাই কর। পরস্পর নির্ভরশীলতা যাচাই করে সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪
গ. সমীকরণজোটটি সমাধান কর। ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. সরল সহসমীকরণ বলতে দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে বোঝায় যাদের যুগপৎ সমাধান চাওয়া হয়, এরূপ দুইটি সমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোটও বলে।

যেমন- $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ সমীকরণজোট

খ. প্রদত্ত সমীকরণজোট :

$x - 2y + 1 = 0$ ... ... (i)
$2x + y - 3 = 0$ ... . (ii)
বা, $x - 2y = -1$... ... ... (iii)
$2x + y = 3$ ... ... (iv)

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{1}$

$\therefore$ আমরা পাই, $\frac{1}{2} \neq -\frac{2}{1}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

গ. সমীকরণ (i) হতে পাই, $x = -1 + 2y$ ....(v)
এখন x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$2(-1 + 2y) + y - 3 = 0$
বা, $-2 + 4y + y - 3 = 0$
বা, $5y - 5 = 0$
বা, $5y = 5$
$\therefore y = 1$
y এর মান সমীকরণ (V) –এ বসিয়ে পাই,
$x = -1 + 2.1 = 1$
নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 1)

প্রশ্ন–২ ▸ $2x - 5y - 3 = 0$
$x + 3y = 1$

ক. সমীকরণজোটটিকে $\left.\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}\right\}$ আকারে প্রকাশ করে a_1, a_2, b_1 ও b_2 এর মান বের কর। ২
খ. প্রাপ্ত সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা তা যাচাই কর। পরস্পর নির্ভরশীলতা যাচাই করে সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪
গ. সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{l} 2x - 5y - 3 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{array}\right\}$ কে

$\left.\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}\right\}$ জোটের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 2, a_2 = 1, b_1 = -5, b_2 = 3$

খ. প্রদত্ত সমীকরণ জোট :
$2x - 5y - 3 = 0$ ....(i)
$x + 3y - 1 = 0$ ....(ii)
বা, $\left.\begin{array}{l} 2x - 5y = 3 \\ x + 3y = 1 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-5}{3}$

$\therefore$ আমরা পাই, $\frac{2}{1} \neq \frac{-5}{3}$

$\therefore$ সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

গ. সমীকরণ (ii) হতে পাই, $x = 1 - 3y$ ....(iii)

এখন, x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$2(1-3y)-5y-3=0$

বা, $2-6y-5y-3=0$

বা, $-11y=1$

$\therefore y=-\frac{1}{11}$

$\therefore$ সমীকরণ (iii) হতে পাই, $x=1-3\left(-\frac{1}{11}\right)$

$=1+\frac{3}{11}=\frac{11+3}{11}=\frac{14}{11}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y)=\left(\frac{14}{11},-\frac{1}{11}\right)$

প্রশ্ন–৩ ▸ দুইটি চলকের সমষ্টি 10 ও বিয়োগফল 4; [যেখানে চলক x, y এবং x > y.]

ক. তথ্যগুলোকে সমীকরণজোট আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা এবং এর সমাধান কয়টি? ৪

গ. চলকদ্বয়ের সমষ্টি 14 এবং দ্বিতীয় চলক ও প্রথম চলকের বিয়োগফলের দ্বিগুণ সমান 8 হলে সমীকরণজোটটির সমাধান 'খ' এর অনুরূপ হবে কি– ব্যাখ্যা কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, চলকদ্বয়ের ১মটি x এবং ২য়টি y; যেখানে x > y উদ্দীপকের আলোকে গঠিত সমীকরণজোট :

$$\left.\begin{array}{l}x+y=4\\x-y=3\end{array}\right\}$$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণজোটে,

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

এবং y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-1}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1}\neq\frac{1}{-1}$

সুতরাং সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র সমাধান আছে।

গ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে গঠিত সমীকরণজোট :

$x+y=14$ ....(iii)

$2(y-x)=8$

বা, $-2x+2y=8$ ....(iv)

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2}\neq\frac{1}{2}$

এক্ষেত্রে সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটি সমাধান আছে।

$\therefore$ সমীকরণজোটটির সমাধান 'খ' এর অনুরূপ।

প্রশ্ন–৪ ▸ x এর তিনগুণ থেকে y এর চারগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগফল 10 হয় এবং x এর ছয়গুণ থেকে y এর 8 গুণ বিয়োগ করলে 18 হয়।

ক. তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করলে কী দাঁড়াবে? ২

খ. সমীকরণজোটটির প্রকৃতি কীরূপ এবং এর কয়টি সমাধান আছে? ৪

গ. ২য় সমীকরণের বিয়োগফল 18 এর পরিবর্তে 20 হলে সমীকরণজোটের প্রকৃতি কী পূর্বের মতো হবে? ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণজোট হলো :

$$\left.\begin{array}{l}3x-4y=10\ \text{.....................}\ (i)\\6x-8y=18\ \text{.....................}\ (ii)\end{array}\right\}\ \textbf{(Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণজোটে

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{-4}{-8}$ বা, $\frac{1}{2}$

এবং ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$

আমরা পাই, $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\neq\frac{5}{9}$

সুতরাং সমীকরণজোট অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং সমাধান নেই। **(Ans.)**

গ. সমীকরণ (ii) এর পরিবর্তিত রূপ, $6x-8y=20$ .... (iii)

এখন নতুন সমীকরণজোট :

$3x-4y=10$ .... (i)

$6x-8y=20$ ....(ii)

এখানে x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{-4}{-8}$ বা, $\frac{1}{2}$

এবং ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{20}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

এক্ষেত্রে সমীকরণজোট সমঞ্জস ও নির্ভরশীল এবং অসংখ্য সমাধান বিদ্যমান।

$\therefore$ সমীকরণজোটের প্রকৃতি পূর্বের মতো নয়। **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৭ ▸ দুইটি চলকের প্রথমটির দ্বিগুণ থেকে দ্বিতীয়টির 5 গুণের বিয়োগফল 3 এর সমান এবং প্রথমটির সাথে দ্বিতীয়টির 3 গুণের যোগফল 1 এর মান সমান বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন করে।

ক. প্রথম চলক a এবং দ্বিতীয় চলক b হলে, বীজগাণিতিক সমীকরণজোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. সমীকরণজোটি নির্ভরশীলতা/অনির্ভরশীলতা উল্লেখপূর্বক সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর। ৪

উত্তর : ক. $\left.\begin{matrix}2a - 5b = 3\\ a + 3b = 1\end{matrix}\right\}$; খ. সমঞ্জস; গ. একটিমাত্র (অনন্য)সমাধান।

প্রশ্ন–৮ ▸ নিচে তিনটি সমীকরণজোট দেওয়া হলো :

$3x + 2y = 1$	$2x - y = 6$	$2x - y = 12$
$x + y = -1$	$4x - 2y = 12$	$4x - 2y = 5$

ক. সমীকরণজোটগুলোকে x এর সহগদ্বয়, y এর সহগদ্বয় ও ধ্রুবক পদগুলোর অনুপাত আকারে লিখ। ২

খ. ১ম দুইটি সমীকরণজোটের প্রকৃতি সমঞ্জস কিন্তু সমাধানের সংখ্যার ভিন্নতা ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. ৩য় সমীকরণজোটটির প্রকৃতি ও সমাধান, অপর দুইটি সমীকরণ থেকে সম্পূর্ণ ভিন্ন ব্যাখ্যা কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{1} = \frac{2}{1} = \frac{1}{-1}$, $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{6}{12}$, $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{12}{5}$;

প্রশ্ন–৯ ▸ দুইটি চলকের সমষ্টি 10 ও বিয়োগফল 4 যেখানে প্রথম চলক > দ্বিতীয় চলক।

ক. উদ্দীপকটিকে সমীকরণজোট আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণজোটটির প্রকৃতি কীরূপ এবং সমাধান কয়টি? ৪

গ. দুইটি চলকের সমষ্টি 14 এবং দ্বিতীয় চলক ও প্রথম চলকের বিয়োগফলের দ্বিগুণ সমান 8 (দ্বিতীয় চলক > প্রথম চলক) হলে সমীকরণজোটটির সমাধান 'খ' এর অনুরূপ হবে কী– ব্যাখ্যা কর। ৪

উত্তর : ক. $x + y = 10$, $x - y = 4$; খ. সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল এবং সমাধান আছে একটি; গ. সমীকরণজোটটির সমাধান 'খ' এর অনুরূপ।

প্রশ্ন–১০ ▸ দুইটি চলকের প্রথমটির 3 গুণ থেকে দ্বিতীয়টির 5 গুণের বিয়োগফল 7 এর সমান এবং প্রথমটির 6 গুণ থেকে দ্বিতীয়টির 10 গুণের বিয়োগফল 15 এর সমাণ বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন করে।

ক. চলক দুইটি যথাক্রমে x ও y হলে, বীজগাণিতিক সমীকরণজোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. সমীকরণজোটের সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর। ৪

উত্তর : ক. $3x - 5y = 7$, $6x - 10y = 15$; খ. সমীকরণজোটটি সমঞ্জস; গ. সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান সেট নেই।

অনুশীলনী ১২.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **সরল সহসমীকরণের সমাধান**

সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সহসমীকরণজোটের একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

এখানে সমাধানের চারটি পদ্ধতির উল্লেখ করা হলো : (১) প্রতিস্থাপন পদ্ধতি (২) অপনয়ন পদ্ধতি (৩) আড়গুণন পদ্ধতি ও (৪) লৈখিক পদ্ধতি।

১. **প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান :** সুবিধামতো একটি সমীকরণ থেকে একটি চলকের মান অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করে প্রাপ্ত মান অপর সমীকরণে বসালে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ পাওয়া যায়। অতঃপর সমীকরণটি সমাধান করে চলকটির মান পাওয়া যায়। এই মান প্রদত্ত সমীকরণের যেকোনোটিতে বসানো যেতে পারে। তবে যেখানে একটি চলককে অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে সেখানে বসালে সমাধান সহজ হয়। এখান থেকে অপর চলকের মান পাওয়া যায়।

২. **অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান :** সুবিধামতো একটি সমীকরণকে বা উভয় সমীকরণকে এরূপ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে যেন গুণনের পর উভয় সমীকরণের যেকোনো একটি চলকের সহগের পরমমান সমান হয়। এরপর প্রয়োজনমতো সমীকরণ দুইটিকে যোগ বা বিয়োগ করলে সহগ সমানকৃত চলকটি অপনীত বা অপসারিত হয়। তারপর সমীকরণটি সমাধান করলে বিদ্যমান চলকটির মান পাওয়া যায়। ঐ মান সুবিধামতো প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের যেকোনোটিতে বসালে অপর চলকটির মান পাওয়া যায়।

৩. **আড়গুণন পদ্ধতি :** বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণজোটের সমাধান নির্ণয়ের প্রণালিকে বজ্রগুণন পদ্ধতি বলা হয়। আড়গুণন পদ্ধতিকে বজ্রগুণন পদ্ধতিও বলে।

নিচের সমীকরণ দুইটি বিবেচনা করি

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ .... (1)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .... (2)

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান পদ্ধতি :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

x ও y এর এরূপ সম্পর্ক থেকে এদের মান নির্ণয়ের কৌশলকে আড়গুণন পদ্ধতি বলে। x ও y এর উল্লিখিত সম্পর্ক থেকে পাই,

$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_2} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$, বা $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

আবার, $\frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$, বা $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$

লক্ষ করি :

সমীকরণ	x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক	মনে রাখার চিত্র
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$	x y 1 a_1 | b_1 c_1 a_1 b_1 a_2 | b_2 c_2 a_2 b_2

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ – ৩) :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ ……………… (i)

$9x - 5y = 41$ ……………… (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$-3y = 31 - 7x$

$\therefore\ y = \frac{31 - 7x}{-3}$ ……………………… (iii)

সমীকরণ (ii)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$9x - 5 \times \frac{31 - 7x}{-3} = 41$

বা, $9x + \frac{155 - 35x}{3} = 41$

বা, $27x + 155 - 35x = 123$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-8x = 123 - 155$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-8x = -32$

বা, $x = \frac{-32}{-8}$

$\therefore\ x = 4$

x এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{31 - 7 \times 4}{-3} = \frac{31 - 28}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (4, – 1)

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ……………… (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ……………… (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এর উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে ভগ্নাংশমুক্ত করি,

$3x + 2y = 6$ ……………… (iii)

$\therefore\ 2x + 3y = 6$ ……………… (iv)

সমীকরণ (iii) থেকে পাই,

$2y = 6 - 3x$

$\therefore\ y = \frac{6 - 3x}{2}$ ……………… (v)

সমীকরণ (iv)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$2x + 3 \times \frac{6 - 3x}{2} = 6$

বা, $4x + 18 - 9x = 12$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-5x = 12 - 18$

বা, $-5x = -6$

$\therefore\ x = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$

x এর মান সমীকরণ (v)-এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{6 - 3 \times \frac{6}{5}}{2} = \frac{\frac{30 - 18}{5}}{2} = \frac{\frac{12}{5}}{2} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ……………… (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ……… (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$by = a^2 + b^2 - ax$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ ………… (iii)

সমীকরণ (i)-এ y এর স্থলে $\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{a} + \frac{\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}}{b} = 2$

বা, $\frac{x}{a} + \frac{a^2 + b^2 - ax}{b} \times \frac{1}{b} = 2$

বা, $b^2x + a^3 + ab^2 - a^2x = 2ab^2$ [ab^2 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $b^2x - a^2x = 2ab^2 - a^3 - ab^2$

বা, $x(b^2 - a^2) = ab^2 - a^3$

বা, $x = \frac{a(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$

$\therefore\ x = a$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\therefore\ y = \frac{a^2 + b^2 - a.a}{b} = \frac{a^2 + b^2 - a^2}{b} = \frac{b^2}{b} = b$

∴ সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪ – ৬) :

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\mathbf{7x - 3y = 31}$

$\mathbf{9x - 5y = 41}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ ... ... (i)

$9x - 5y = 41$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে যথাক্রমে 5 এবং 3 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$35x - 15y = 155$
$27x - 15y = 123$
$(-) \quad (+) \quad (-)$
$8x = 32$

বা, $x = \frac{32}{8}$

∴ $x = 4$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$7 \times 4 - 3y = 31$

বা, $28 - 3y = 31$

বা, $-3y = 31 - 28$

বা, $-3y = 3$

∴ $y = \frac{3}{-3} = -1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\mathbf{7x - 8y = -9}$

$\mathbf{5x - 4y = -3}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $7x - 8y = -9$ .... (i)

$5x - 4y = -3$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 5 দ্বারা এবং (ii) কে 7 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$35x - 40y = -45$
$35x - 28y = -21$
$(-) \quad (+) \quad (+)$
$-12y = -24$

বা, $12y = 24$

বা, $y = \frac{24}{12}$

∴ $y = 2$

y এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$7x - 8 \times 2 = -9$

বা, $7x = -9 + 16$

বা, $7x = 7$

বা, $x = \frac{7}{7}$

∴ $x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\mathbf{ax + by = c}$

$\mathbf{a^2x + b^2y = c^2}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$ax + by = c$ ... ... (i)

$a^2x + b^2y = c^2$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) কে a দ্বারা গুণ করি,

$a^2x + aby = ac$ ... ... (iii)

সমীকরণ (iii) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$a^2x + aby = ac$
$a^2x + -b^2y = c^2$
$(-) \quad (-) \quad (-)$

$aby - b^2y = ac - c^2$

বা, $y(ab - b^2) = ac - c^2$

বা, $y = \frac{ac - c^2}{ab - b^2}$

∴ $y = \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = \frac{c(c - a)}{b(b - a)}$

সমীকরণ (i)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$ax + b \times \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = c$

বা, $ax + \frac{ac - c^2}{a - b} = c$

বা, $ax = c - \frac{ac - c^2}{a - b}$

বা, $ax = \frac{ac - bc - ac + c^2}{a - b}$

বা, $ax = \frac{c^2 - bc}{a - b}$

∴ $x = \frac{c(c - b)}{a(a - b)} = \frac{c(b - c)}{a(b - a)}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left\{\frac{c(b - c)}{a(b - a)}, \frac{c(c - a)}{b(b - a)}\right\}$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭–১৫) :

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\mathbf{2x + 3y + 5 = 0}$

$\mathbf{4x + 7y + 6 = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x + 3y + 5 = 0$ ... ... (i)

$4x + 7y + 6 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{3 \times 6 - 7 \times 5} = \frac{y}{5 \times 4 - 2 \times 6} = \frac{1}{2 \times 7 - 4 \times 3}$

বা, $\frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$

বা, $\frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

এখন, $\frac{x}{-17} = \frac{1}{2}$

বা, $x = -\frac{17}{2}$

এবং $\frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

বা, $y = \frac{8}{2}$

∴ $y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4\right)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $\mathbf{3x - 5y + 9 = 0}$

$\mathbf{5x - 3y - 1 = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - 5y + 9 = 0$ ... ... (i)

$5x - 3y - 1 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{(-5) \times (-1) - (-3) \times 9} = \frac{y}{5 \times 9 - 3 \times (-1)} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$

বা, $\frac{x}{5 + 27} = \frac{y}{45 + 3} = \frac{1}{-9 + 25}$

বা, $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = 1$ [16 দ্বারা প্রত্যেকটি ভগ্নাংশকে গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{2} = 1$ | এবং $\frac{y}{3} = 1$

$\therefore x = 2$ | $\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ x + 2y = 7

2x – 3y = 0

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$x + 2y = 7$

বা, $x + 2y - 7 = 0$ ... ... (i)

$2x - 3y = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{-7 \times 2 - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-3-4} = \frac{1}{-7}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে – 7 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{3} = 1$ | এবং $\frac{y}{2} = 1$

$\therefore x = 3$ | $\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (3, 2).

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ 4x + 3y = –12

2x = 5

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $4x + 3y = -12$

$2x = 5$

বা, $4x + 3y + 12 = 0$ .... (i)

$2x + 0.y - 5 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times (-5) - 0 \times 12} = \frac{y}{12 \times 2 - 4 \times (-5)} = \frac{1}{4 \times 0 - 2 \times 3}$$

বা, $\frac{x}{-15-0} = \frac{y}{24+20} = \frac{1}{0-6}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$

$\therefore x = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$ এবং $= \frac{44}{-6} = -\frac{22}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ – 7x + 8y = 9

5x – 4y = – 3

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$-7x + 8y - 9 = 0$ ... ... (i)

$5x - 4y + 3 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{8 \times 3 - (-4)(-9)} = \frac{y}{5(-9) - (-7) \times 3} = \frac{1}{-7(-4) - 5 \times 8}$$

বা, $\frac{x}{24-36} = \frac{y}{-45+21} = \frac{1}{28-40}$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$

বা, $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে – 12 দিয়ে গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{1} = 1$ | এবং $\frac{y}{2} = 1$

$\therefore x = 1$ | $\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 2).

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ 3x – y – 7 = 0 = 2x + y – 3

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - y - 7 = 0$ .... (i)

$2x + y - 3 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র পয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)(-3) - (-7) \times 1} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 3 \times (-3)} = \frac{1}{3 \times 1 - (-1) \times 2}$$

বা, $\frac{x}{3+7} = \frac{y}{-14+9} = \frac{1}{3+2}$

বা, $\frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5}$ | এবং $\frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

বা, $x = \frac{10}{5}$ | বা, $y = \frac{-5}{5}$

$\therefore x = 2$ | $\therefore y = -1$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (2, –1)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $ax + by = a^2 + b^2$

2bx – ay = ab

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$ ... ... (i)

$2bx - ay - ab = 0$ ... . (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{b \times (-ab) - (-a) \times \{-(a^2 + b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2 + b^2) \times 2b - a \times (-ab)} = \frac{1}{a \times (-a) - 2b \times b}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$

এখন, $\frac{x}{-a(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)}$ | এবং $\frac{y}{-b(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)}$

$\therefore x = \frac{-a(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)}$ | $\therefore y = \frac{-b(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)}$

$= a$ | $= b$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (a, b).

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ y(3 + x) = x(6 + y)

3(3 + x) = 5(y – 1)

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$y(3 + x) = x(6 + y)$ ....(i)

$3(3 + x) = 5(y - 1)$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$y(3 + x) = x(6 + y)$

বা, $3y + xy = 6x + xy$

বা, $3y + xy - 6x - xy = 0$

বা, $-6x + 3y = 0$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$3(3 + x) = 5(y - 1)$

বা, $9 + 3x = 5y - 5$

বা, $3x - 5y + 9 + 5 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x - 5y + 14 = 0$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 14 - (-5) \times 0} = \frac{y}{3 \times 0 - (-6) \times 14} = \frac{1}{-6 \times (-5) - 3 \times 3}$$

বা, $\frac{x}{42 + 0} = \frac{y}{0 + 84} = \frac{1}{30 - 9}$

বা, $\frac{x}{42} = \frac{y}{84} = \frac{1}{21}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে 21 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{2} = 1$ ∴ $x = 2$ | এবং $\frac{y}{4} = 1$ ∴ $y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 4)$.

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

$5x - 11y + 35 = 0$

সমাধান : প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy - y + 3x - 3 + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 14 = xy - y + 3x + 2$

বা, $xy - xy - 3x - 3x + 7y + y - 14 - 2 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-6x + 8y - 16 = 0$

বা, $3x - 4y + 8 = 0$ ... ... (i)

[উভয়পক্ষকে – 2 দ্বারা ভাগ করে]

এবং, $5x - 11y + 35 = 0$ ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-4 \times 35 - (-11) \times 8} = \frac{y}{5 \times 8 - 3 \times 35} = \frac{1}{3(-11) - 5 \times (-4)}$$

বা, $\frac{x}{-140 + 88} = \frac{y}{40 - 105} = \frac{1}{-33 + 20}$

বা, $\frac{x}{-52} = \frac{y}{-65} = \frac{1}{-13}$

বা, $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = 1$ [প্রতিটিকে – 13 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{4} = 1$ ∴ $x = 4$ | এখন, $\frac{y}{5} = 1$ ∴ $y = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 5)$.

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **$x + y = 8$ ও $2y = 10$ হলে x এর মান কত?**

ক –2 খ 2 ● 3 ঘ 13

২. **$\frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-14}$ হলে, (x, y) = কত?**

● (1, 2) খ (2, 1) গ (–1, –2) ঘ (–2, –1)

৩. **$x - 2y = 8$ এবং $3x - 2y = 4$ সমীকরণ জোটে x এর মান কত?**

ক –5 ● –2 গ 2 ঘ 5

৪. **$2x + y = 5$**

$3x - 2y = 11$

(x, y) এর মান কোনটি?

● (3, – 1) খ (3, 1) গ (2, 1) ঘ (5, 2)

৫. **$5x + 2y = 17$**

$3x - y = 8$

সমীকরণদ্বয়ে (x, y) এর মান কত?

ক $\left(\frac{13}{5}, 1\right)$ খ $\left(\frac{14}{5}, 2\right)$ গ $\left(\frac{9}{5}, 1\right)$ ● (3, 1)

১২·৩ : সরল সহসমীকরণের সমাধান

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. $\left.\begin{array}{l}4x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = 6\end{array}\right\}$ **সমীকরণজোটটির সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক (2, 2) ● (2, 0) গ (2, 3) ঘ (0, 2)

৭. **$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$, $ax + by = a^3 + b^3$ এর সমাধান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

ক (b, a^2) ● (a^2, b^2) গ (a, b) ঘ (a^2, b)

৮. **$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকরণ জোটকে সমাধানের জন্য নিচের কোন পদ্ধতি ব্যবহার সুবিধাজনক?** (সহজ)

ক অপনয়ন খ প্রতিস্থাপন ● আড়গুণন ঘ নির্ণায়ক

৯. **$2x + y = 8$, $3x - 2y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের জন্য নিচের কোনটি সত্য?** (সহজ)

ক $3x - 2(8 + 2x) = 5$ খ $3x + 2(8 - 2x) = 5$

● $3x - 2(8 - 2x) = 5$ ঘ $3x - 2(-8 - 2x) = 5$

ব্যাখ্যা : $2x + y = 8$ বা, $y = 8 - 2x$

y এর মান $3x - 2y = 5$ এ বসিয়ে পাই, $3x - 2(8 - 2x) = 5$

১০. **$4x + y = 2$, $2x + 3y = -4$ সমীকরণ জোটের সমাধান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

ক (– 2, 3) খ (– 3, – 2) ● (1, – 2) ঘ (–1, 2)

১১. **$2y + 3x - 13 = 0 = x + 5y - 13$ এর সমাধান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

● (3, 2) ⓗ (–1, –2) ⓖ (1, 2) ⓘ (3, 4)

১২. $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$ হলে (x, y) এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● (2, 3) ⓗ (3, 2) ⓖ (3, 4) ⓘ (4, 3)

ব্যাখ্যা : $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$ বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = 1$ ∴ (x, y) = (2, 3)

১৩. $\left.\begin{matrix}3x + 5y = 2\\ 9x + 3y = 6\end{matrix}\right\}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত? (কঠিন)

ⓚ (0, 2) ⓗ (0, 3) ● $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ⓘ (3, 0)

১৪. $\left.\begin{matrix}3x + 5y = 2\\ x + 8y = 3\end{matrix}\right\}$ সমীকরণে y এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{19}{7}$ ● $\frac{7}{19}$ ⓖ $\frac{-19}{8}$ ⓘ $\frac{-8}{19}$

ব্যাখ্যা : 3x + 5y = 2 ....(1) × 1

3x + 24y = 9 ....(2) × 3

(–) (–) (–)

(–) করে, – 19y = – 7

বা, $y = \frac{7}{19}$

১৫. 2x + 5y = 7, 8x + 11y = 19 সমীকরণ জোটের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● (1,1) ⓗ (1,2) ⓖ (2, 3) ⓘ (4, 5)

১৬. 2x + 3y = 7, 5x – 2y = 8 সমীকরণজোটের অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করতে হলে সমীকরণ দুইটিকে কত দ্বারা গুণ করতে হবে? (সহজ)

ⓚ 1 এবং 3 ⓗ 2 এবং 1 ⓖ 3 এবং 2 ● 2 এবং 3

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. y = x + 3, 5x + 7y = 21 সমীকরণজোটের বীজ (4,3)

ii. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, $ax + by = a^2 + b^2$ সমীকরণজোটের বীজ (a,b)

iii. 3x – 4y = 0, 2x – 3y = –1 সমীকরণের সমাধান (4, 3)

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓗ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১৮. 6x – y – 1 = 0 এবং 3x + 2y – 13 = 0 সমীকরণজোটের–

i. (x, y) = (1, 5)

ii. (x, y) = (5, 1)

iii. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১৯. $\left.\begin{matrix}3x - 4y = 0\\ 2x - 3y = -1\end{matrix}\right\}$ সহসমীকরণদ্বয় আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধানের ক্ষেত্রে–

i. $\frac{x}{-4+0} = \frac{y}{0-3} = \frac{1}{9-8}$ ii. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{1}{1}$

iii. (x, y) = (4, 3)

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓗ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

6x – y = 1 এবং 3x + 2y = 13 একটি সমীকরণজোট।

২০. x –এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 1 ⓗ 2 ⓖ 3 ⓘ 5

২১. y এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 3 ⓗ 4 ● 5 ⓘ 7

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ... ... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ... ... (ii)

২২. (i) নং সমীকরণের সরলমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ ax + by = 2ab ● bx + ay = 2ab

ⓖ bx + ay + 2ab = 0 ⓘ $bx + ay = a^2 + b^2$

২৩. সমীকরণজোটের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● (a, b) ⓗ (b, a) ⓖ (–a, –b) ⓘ (–b, –a)

ব্যাখ্যা : (x, y) = (a, b) হলে (i) ও (ii) নং সমীকরণ সিদ্ধ হয়।

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ এবং $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ একটি সমীকরণজোট

২৪. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{5}{4}$ ⓗ $\frac{3}{2}$ ● $\frac{6}{5}$ ⓘ $\frac{1}{2}$

২৫. y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{3}{2}$ ● $\frac{6}{5}$ ⓖ $\frac{1}{4}$ ⓘ $\frac{4}{5}$

২৬. x + y = 4, x – y = 2 হলে, (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ (2, 4) ⓗ (4, 2) ● (3, 1) ⓘ (1, 3)

২৭. x + y = 6 এবং 2x = 4 হলে, y এর মান কত?

ⓚ 2 ● 4 ⓖ 6 ⓘ 8

২৮. 2x – y = 8 এবং x – 2y = 4 হলে, x + y = কত?

ⓚ 0 ● 4 ⓖ 8 ⓘ 12

২৯. আড়গুণন পদ্ধতিকে —— পদ্ধতিও বলা হয়।

● বজ্রগুণন ⓗ অপনয়ন ⓖ প্রতিস্থাপন ⓘ মেট্রিক্স

৩০. x – 2y = 8 ও 3x – 2y = 4 সমীকরণ জোটের x এর মান কত?

ⓚ – 5 ● – 2 ⓖ 2 ⓘ 5

৩১. 7x – 8y = –9
12x + 6y = 9
সমীকরণদ্বয়ে x এর মান কত?

ⓚ $\frac{23}{3}$ ● $\frac{3}{23}$ ⓖ $\frac{3}{32}$ ⓘ 9

৩২. x – 3y = 0 = 20 + y – 2x সমীকরণের সমাধান কোনটি?

ⓚ (12, 8) ● (12, 4)

ⓖ (12, 10) ⓘ (10, 4)

৩৩. 2x + y = 8, 3x – 2y = 5 সমীকরণদ্বয়ে y = ?

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓘ 4

৩৪. x + 2y = 3 = 4x – y সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) = ?

ⓚ (2, 2) ⓗ (1, 2) ● (1, 1) ⓘ (3, 3)

৩৫. ax – cy = 0, ay – cx = $a^2 - c^2$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ⓚ (a, c) ⓗ (2, y) ● (c, a) ⓘ (–c, –a)

৩৬. 3x – 4y = 0, 2x – 3y = –1 সমীকরণদ্বয়ে x = ?

ⓚ 1 ⓗ 2 ⓖ 3 ● 4

৩৭. $6x - y = 1, 3x + 2y = 13$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
ক (−1, 5) ● (1, 5) গ (−1, −5) ঘ (1, −5)

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ $x - y = 2a$......................(i)

$ax + by = a^2 + b^2$............(ii)

ক. (3a, a) প্রদত্ত সমীকরণ জোটের সমাধান বীজ কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটদ্বয়কে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটদ্বয়কে অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $x - y = 2a$ .... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ .... (ii)

সমীকরণ (i)-এ (3a, a) বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $= x - y$

$= 3a - a$

$= 2a$

= ডানপক্ষ

∴ (3a, a), (i) নং সমীকরণের বীজ

আবার, সমীকরণ (ii)-এ (3a,a) বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $= a.3a + a.b$

$= 3a^2 + ab$

∴ বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

∴ (3a, a), (ii) নং সমীকরণের বীজ নয়।

∴ (3a, a) প্রদত্ত সমীকরণজোটের বীজ নয়।

খ. সমীকরণ (i) হতে পাই,

$x = 2a + y$ .... (iii)

x এর মান (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$a(2a + y) + by = a^2 + b^2$

বা, $2a^2 + ay + by = a^2 + b^2$

বা, $ay + by = a^2 + b^2 - 2a^2$

বা, $y(a + b) = b^2 - a^2$

বা, $y = \frac{(b + a)(b - a)}{(b + a)}$

∴ $y = b - a$

y এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,

$x = 2a + b - a$

$= a + b$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a + b, b - a)$.

গ. সমীকরণ (i) ও (ii) কে যথাক্রমে a এবং 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$ax - ay = 2a^2$

$ax + by = a^2 + b^2$

(−) (−) (−) (−)

$- ay - by = a^2 - b^2$ [বিয়োগ করে]

বা, $-y(a + b) = (a + b)(a - b)$

বা, $y = \frac{(a + b)(a - b)}{-(a + b)}$

বা, $y = -(a - b)$

∴ $y = b - a$

y এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$ax + b(b - a) = a^2 + b^2$

বা, $ax + b^2 - ab = a^2 + b^2$

বা, $ax = a^2 + b^2 - b^2 + ab$

বা, $ax = a^2 + ab$

বা, $ax = a(a + b)$

বা, $x = \frac{a(a + b)}{a}$

∴ $x = (a + b)$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a + b, b - a)$

প্রশ্ন-২ $ax - by = ab$

$bx - ay = ab$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণজোট।

ক. y অপনয়ন করতে হলে সমীকরণ দুইটিকে কোন কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হবে? ২

খ. তথ্যানুসারে দেখাও যে, $x + y = 0$ ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে y এর মান বের করে প্রথম সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে x এর মান নির্ণয় কর এবং (x, y) নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $ax - by = ab$ .... (i)

$bx - ay = ab$ .... (ii)

y অপনয়ন করতে হলে সমীকরণ (i) ও (ii) কে যথাক্রমে a ও b দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করতে হবে।

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$(ax - by) - (bx - ay) = ab - ab$

বা, $ax - bx - by + ay = 0$

বা, $ax - bx + ay - by = 0$

বা, $x(a - b) + y(a - b) = 0$

বা, $(x + y)(a - b) = 0$

হয়, $x + y = 0$ অথবা, $a - b = 0$

কিন্তু, $a - b \neq 0$ [∵ $a \neq b$]

∴ $x + y = 0$ (দেখানো হলো)

গ. 'খ' থেকে পাই, $x + y = 0$

∴ $y = -x$ .... (iii)

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$ax - b(-x) = ab$

বা, $ax + bx = ab$

বা, $x(a + b) = ab$

∴ $x = \frac{ab}{a + b}$

এখন x এর মান সমীকরণ (iii)–এ বসিয়ে পাই,

$y = -\frac{ab}{a+b}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{-ab}{a+b}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণজোট

ক. সমীকরণজোটকে সরলীকরণ কর। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটকে সমাধান কর। ৪

গ. সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ... ... (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{3x + 2y}{6} = 1$

বা, $3x + 2y = 6$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$\frac{2x + 3y}{6} = 1$

বা, $2x + 3y = 6$... ... ... (iv)

খ. সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{x}{2} = 1 - \frac{y}{3}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{3 - y}{3}$

$\therefore x = \frac{6 - 2y}{3}$ ... ... (v)

x এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{\frac{6 - 2y}{3}}{3} + \frac{y}{2} = 1$

বা, $\frac{6 - 2y}{9} + \frac{y}{2} = 1$

বা, $\frac{12 - 4y + 9y}{18} = 1$

বা, $12 + 5y = 18$

বা, $5y = 18 - 12$

বা, $5y = 6$

$\therefore y = \frac{6}{5}$

y এর মান সমীকরণ (v)–এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{6 - 2.\frac{6}{5}}{3}$

বা, $x = \frac{6 - \frac{12}{5}}{3}$

বা, $x = \frac{\frac{30 - 12}{5}}{3}$

বা, $x = \frac{\frac{18}{5}}{3}$

বা, $x = \frac{18}{5} \times \frac{1}{3}$

$\therefore x = \frac{6}{5}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা :

'খ' এ প্রাপ্ত x ও y এর মান প্রদত্ত সমীকরণে বসিয়ে,

(i) সমীকরণের, বামপক্ষ $= \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{\frac{6}{5}}{2} + \frac{\frac{6}{5}}{3}$

$= \frac{6}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3 + 2}{5} = \frac{5}{5} = 1 =$ ডানপক্ষ

(ii) নং সমীকরণের, বামপক্ষ $= \frac{x}{3} + \frac{y}{2}$

$= \frac{\frac{6}{5}}{3} + \frac{\frac{6}{5}}{2} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{6}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2 + 3}{5} = \frac{5}{5} = 1 =$ ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

প্রশ্ন–৪ ▸ $2x + 3y = -5$

$2(2x + 3) = -7y$ একটি সমীকরণজোট।

ক. উদ্দীপকের সমীকরণদ্বয়কে $ax + by + c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণজোটের সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা যাচাই কর। ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত সমীকরণজোট:

$2x + 3y = -5$ ... ... (i)

$2(2x + 3) = -7y$ ... ... (ii)

বা, $\left.\begin{matrix} 2x + 3y = -5 \\ 4x + 6 = -7y \end{matrix}\right\}$

বা, $\left.\begin{matrix} 2x + 3y + 5 = 0 \\ 4x + 7y + 6 = 0 \end{matrix}\right\}$

যা $ax + by + c = 0$ আকারের।

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত,

$2x + 3y + 5 = 0$

$4x + 7y + 6 = 0$

এখন সমীকরণদ্বয় হতে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{3 \times 6 - 5 \times 7} = \frac{y}{4 \times 5 - 2 \times 6} = \frac{1}{2 \times 7 - 4 \times 3}$

বা, $\frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$

বা, $\frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{x}{-17} = \frac{1}{2}$ | আবার, $\frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

বা, $x = \frac{-17}{2}$ | বা, $y = \frac{8}{2}$

$\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (\frac{-17}{2}, 4)$

গ. 'ক' হতে প্রাপ্ত, (i) নং সমীকরণের বামপক্ষ $= 2x + 3y = 2\left(\frac{-17}{2}\right) + 3(4)$

$= -17 + 12 = -5$

$=$ ডানপক্ষ

আবার, (ii) নং সমীকরণের বামপক্ষ $= 2(2x + 3) = 4x + 6$

$= 4 \times \left(\frac{-17}{2}\right) + 6 = -4.\frac{17}{2} + 6$

$= -34 + 6 = -28$

ডানপক্ষ $= -7y = -7 \times 4 = -28$

$x = -\frac{17}{2}$ এবং $y = 4$ হলে উভয় সমীকরণের বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ সমান হয়।

অতএব, সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

প্রশ্ন–৫ ▸ $x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণজোট।

?

ক. সমীকরণ জোটকে বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ উপযোগী আকৃতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $x + 2y = 7$............. (i)

$2x - 3y = 0$ ....(ii)

সমীকরণদ্বয়কে পক্ষান্তর করে পাই,

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 7 = 0 \\ 2x - 3y + 1.0 = 0 \end{array}\right\}$$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়

$x + 2y - 7 \quad = 0$

$2x - 3y + 1.0 = 0$

এখন, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3)(-7)} = \frac{y}{2(-7) - 1 \times 0} = \frac{1}{1(-3) - 2 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

$\therefore x = \frac{-21}{-7} = 3$ এবং $y = \frac{-14}{-7} = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3,2)$

গ. **শুদ্ধি পরীক্ষা :**

$x = 3$ এবং $y = 2$ বসালে,

(i) নং সমীকরণের বামপক্ষ $= x + 2y$

$= 3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7 =$ ডানপক্ষ

(ii) নং সমীকরণের বামপক্ষ $= 2x - 3y$

$= 2 \times 3 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$

$=$ ডানপক্ষ

$x = 3$ এবং $y = 2$ হলে উভয় সমীকরণের বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ সমান হয়।

অতএব, সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

প্রশ্ন–৬ ▸ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$ একটি সমীকরণজোট।

?

ক. (i) নং সমীকরণ এর y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটটির সমাধান কর। ৪

গ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটটির সমাধান করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ ... ... (i)

$9x - 5y = 41$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$-3y = 31 - 7x$

বা, $y = \frac{31 - 7x}{-3}$

$\therefore y = \frac{7x - 31}{3}$ ... ... (iii)

যা সমীকরণ (i) এর y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ।

খ. সমীকরণ (iii) থেকে y এর মান সমীকরণ (ii) –এ বসিয়ে পাই,

$9x - 5.\frac{7x - 31}{3} = 41$

বা, $9x - \frac{35x - 155}{3} = 41$

বা, $\frac{27x - 35x + 155}{3} = 41$

বা, $-8x + 155 = 41 \times 3$

বা, $-8x + 155 = 123$

বা, $-8x = 123 - 155$

বা, $-8x = -32$

বা, $x = \frac{-32}{-8}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{7 \times 4 - 31}{3}$

বা, $y = \frac{28 - 31}{3}$

বা, $y = \frac{-3}{3}$

$\therefore y = -1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $\left.\begin{array}{r} 7x - 3y = 31 \\ 9x - 5y = 41 \end{array}\right\}$

বা, $\left.\begin{array}{r} 7x - 3y - 31 = 0 \\ 9x - 5y - 41 = 0 \end{array}\right\}$

এখন সমীকরণদ্বয় হতে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-3)(-41) - (-5)(-31)} = \frac{y}{9(-31) - 7(-41)} = \frac{1}{7(-5) - (-3)9}$$

বা, $\frac{x}{123 - 155} = \frac{y}{-279 + 287} = \frac{1}{-35 + 27}$

বা, $\frac{x}{-32} = \frac{y}{8} = \frac{1}{-8}$

$\therefore \frac{x}{-32} = \frac{1}{-8}$

বা, $x = \frac{-32}{-8}$

$\therefore x = 4$

আবার, $\frac{y}{8} = \frac{1}{-8}$

বা, $y = \frac{8}{-8}$

$\therefore y = -1$

$\therefore$ সমাধান $(x, y) = (4, -1)$

'খ' ও 'গ' তে প্রাপ্ত সমাধানদ্বয় একই।

$\therefore$ 'খ' এর সত্যতা যাচাই হলো।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৭ ▸ $\left.\begin{array}{l}2x + 3y + 5 = 0\\4x + 7y + 6 = 0\end{array}\right\}$ **দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণজোট।**

ক. y অপনীত বা অপসারিত করতে হলে সমীকরণদ্বয়কে কোন কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হবে? ২

খ. অপনয়ন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমীকরণজোটের সমাধান কর। ৪

গ. আড়গুণন পদ্ধতিতে পুনরায় সমাধান করে পূর্বের সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. (i) নং সমীকরণে 7 এবং (ii) নং সমীকরণে 3 দ্বারা;

খ. $(x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4\right)$

প্রশ্ন–৮ ▸ নিচে একটি সমীকরণজোট দেওয়া হলো–

$abx + b^2y = bc$

$a^2x + b^2y = c^2$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে ২য় সমীকরণ বিয়োগ করে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত (x, y) এর মান সমীকরণজোটে বসিয়ে শুদ্ধি পরীক্ষা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $x = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}$;

খ. $(x, y) = \left\{\frac{c(b-c)}{a(b-a)}, \frac{c(c-a)}{b(b-a)}\right\}$

প্রশ্ন–৯ ▸ নিচে একটি সমীকরণজোট দেওয়া আছে।

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

ক. সমীকরণজোটকে $ax + by - c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. $x + y = \frac{12}{5}$ এবং $x - y = 0$ সমীকরণজোটে 'খ' তে প্রাপ্ত (x, y) এর মান বসিয়ে সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $\left.\begin{array}{l}3x + 2y - 6 = 0\\2x + 3y - 6 = 0\end{array}\right\}$; খ. $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

প্রশ্ন–১০ ▸ নিচে একটি সমীকরণজোট দেওয়া হলো।

$abx + b^2y = bc$

$a^2x + b^2y = c$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে ২য় সমীকরণ বিয়োগ করে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত (x, y) এর মান সমীকরণজোটে বসিয়ে শুদ্ধি পরীক্ষা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $x = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}$; খ. $(x, y) = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}, \frac{c(c-a)}{b(b-a)}$

প্রশ্ন–১১ ▸ $\left.\begin{array}{l}7x - 3y = 31\\9x - 5y = 41\end{array}\right\}$ **একটি সমীকরণজোট**

ক. যেকোনো একটি সমীকরণ এর y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটটির সমাধান কর। ৪

গ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটটির সমাধান করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $y = \frac{7x - 31}{3}$ অথবা, $y = \frac{9x - 41}{5}$; খ. (4 –1)

অনুশীলনী ১২.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান :**
  দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে। এ জাতীয় সমীকরণের লেখচিত্রে অসংখ্য বিন্দু থাকে। এরূপ কয়েকটি বিন্দু স্থাপন করে এদের পরস্পর সংযুক্ত করলেই লেখচিত্র পাওয়া যায়। দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সমীকরণের লেখ একটি বিন্দুতে ছেদ করে। ঐ ছেদ বিন্দুর স্থানাংক দ্বারা উভয় সমীকরণ সিদ্ধ হবে। ছেদবিন্দুটির স্থানাংকই হবে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $3x + 4y = 14$

$4x - 3y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 4y = 14$...................... (i)

$4x - 3y = 2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$4y = 14 - 3x$

বা, $y = \frac{14 - 3x}{4}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	2
y	5	$\frac{7}{2}$	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 5), \left(0, \frac{7}{2}\right)(2, 2)$

আবার সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$-3y = 2 - 4x$

বা, $3y = 4x - 2$

$\therefore y = \frac{4x - 2}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

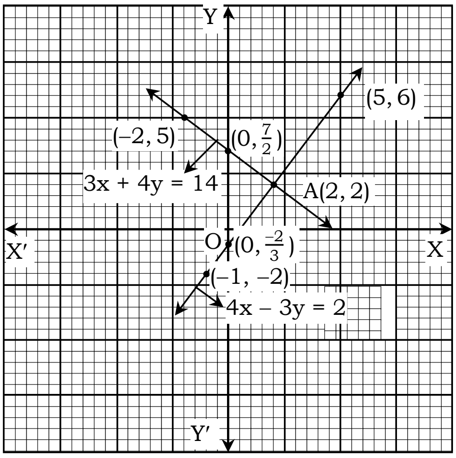
x	-1	0	5

y	-2	$\frac{-2}{3}$	6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, -2), \left(0, \frac{-2}{3}\right) (5, 6)$।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i)নং সমীকরণের $(-2, 5)$, $\left(0, \frac{7}{2}\right)$ ও $(2, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। আবার, (ii) নং সমীকরণের $(-1, -2)$, $\left(0, \frac{-2}{3}\right)$ ও $(5, 6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 2) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান : $(x, y) = (2, 2)$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $2x - y = 1$

$5x + y = 13$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x - y = 1$ .... (i)

$5x + y = 13$ .... (ii)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $-y = 1 - 2x$

বা, $y = 2x - 1$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	-1	3	7

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, -1), (2, 3), (4, 7)$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $y = 13 - 5x$

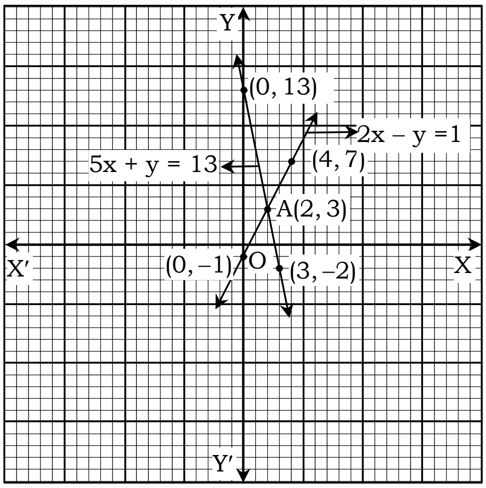
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	3
y	13	3	-2

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 13), (2, 3), (3, -2)$।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, (i) নং সমীকরণের $(0, -1), (2,3) (4, 7)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $2x - y = 3$ সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের $(0, 13), (2, 3), (3, -2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেছে এটি $5x + y = 13$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 3) যা উভয় সমাকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $2x + 5y = 1$

$x + 3y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x + 5y = 1$ .... (i)

$x + 3y = 2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$5y = 1 - 2x$

$\therefore y = \frac{1 - 2x}{5}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	3
y	1	$\frac{1}{5}$	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 1), \left(0, \frac{1}{5}\right), (3, -1)$।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$3y = 2 - x$

$\therefore y = \frac{2 - x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

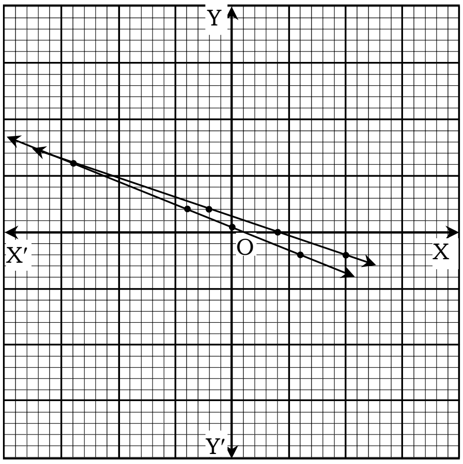
x	-1	2	5
y	1	0	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, 1), (2, 0), (5, -1)$।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i) নং সমীকরণের (–2, 1), $\left(0, \frac{1}{5}\right)$ ও (3, –1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই 2x + 5y = 1 সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (–1, 1), (2, 0) ও (5, –1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(–7, 3) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান : (x, y) = (–7, 3)

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ 3x – 2y = 2

5x – 3y = 5

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

3x – 2y = 2................. (i)

5x – 3y = 5................. (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

– 2y = 2 – 3x

বা, 2y = 3x – 2

$\therefore y = \frac{3x - 2}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	4
y	– 4	–1	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–2,–4), (0, –1), (4, 5)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

– 3y = 5 – 5x

বা, 3y = 5x – 5

$\therefore y = \frac{5x - 5}{3}$

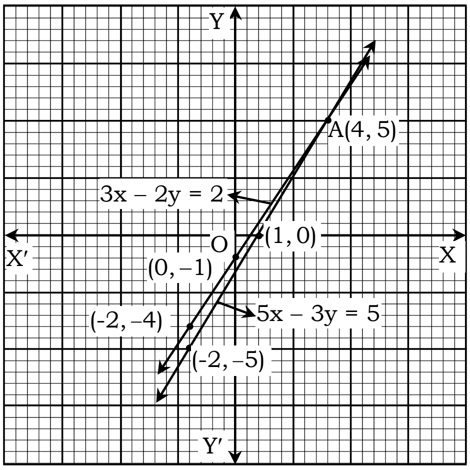
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	1	4
y	– 5	0	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 5),(1, 0), (4, 5)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (i) এর (– 2, – 4), (0, –1) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা 3x – 2y = 2 সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (ii) এর (–2, – 5), (1, 0) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা 5x – 3y = 5 সমীকরণের লেখ। প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 4 ও 5.

∴ সমাধান (x, y) = (4, 5)

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

2x + 3y = 13

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ .... (i)

2x + 3y = 13 ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{4 - x}{2}$

বা, 2y = 12 – 3x

বা, $y = \frac{12 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	6	3	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 6) (2, 3), (4, 0)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

বা, 3y = 13 – 2x

বা, $y = \frac{13 - 2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

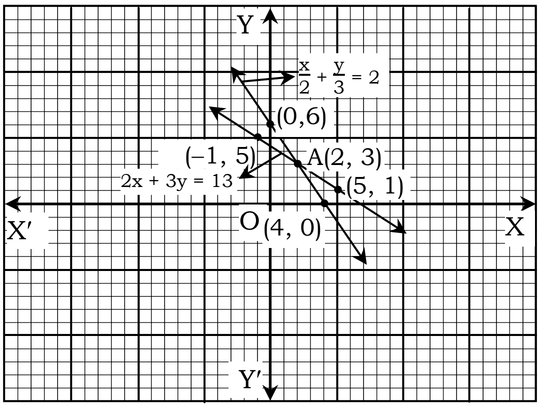
x	– 1	2	5

y	5	3	1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–1, 5) (2, 3) (5, 1)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (1) এর (0, 6), (2, 3) ও (4, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলখো পাওয়া গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর (–1, 5), (2, 3) ও (5, 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 2x + 3y = 13 সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 2 কোটি 3।

∴ সমাধান (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ 3x + y = 6

5x + 3y = 12

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

3x + y = 6 .... (i)

5x + 3y = 12 ....(ii)

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

y = 6 – 3x

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	1	4
y	6	3	– 6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 6), (1, 3), (4, – 6)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

3y =12 – 5x

বা, $y = \frac{12 - 5x}{3}$

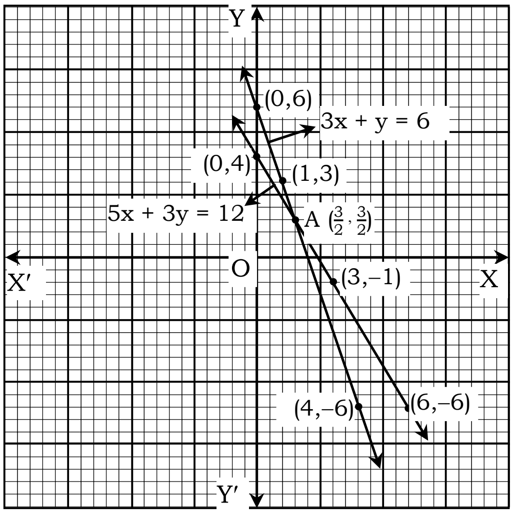
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	6
y	4	– 1	– 6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 4), (3, –1), (6, – 6)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) এর (0, 6), (1, 3) ও (4, – 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 3x + y = 6 সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর (0, 4), (3, –1) ও (6, – 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 5x + 3y = 12 সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ $\frac{3}{2}$ বা, 1.5 ও কোটি $\frac{3}{2}$ বা, 1.5

∴ সমাধান $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ বা, (1·5, 1·5)

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ 3x + 2y = 4

3x – 4y = 1

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

3x + 2y = 4 .... (i)

3x – 4y = 1 .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

2y = 4 – 3x

$\therefore y = \frac{4 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	2
y	5	2	– 1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, 5), (0, 2), (2, –1)।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

– 4y = 1 – 3x

বা, 4y = 3x –1

$\therefore y = \frac{3x - 1}{4}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

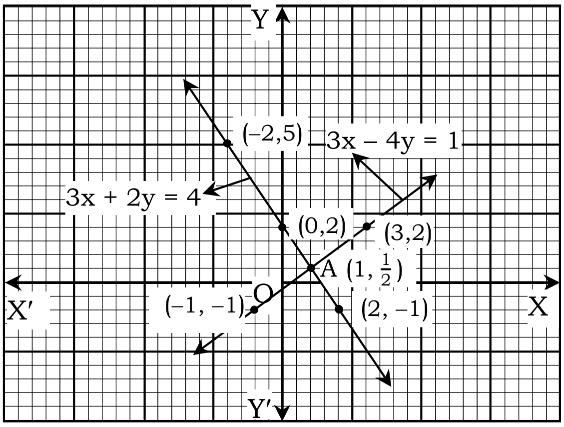
x	–1	1	3
y	–1	$\frac{1}{2}$	2

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–1, –1), $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, (3, 2)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর (–2, 5), (0, 2) ও (2, – 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে, একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 3x + 2y = 4 সমীকরণের লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর (–1, –1), $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ ও (3, 2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 3x – 4y = 1 সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 1 ও কোটি $\frac{1}{2}$।

∴ সমাধান $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$x + \frac{y}{6} = 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ .... (i)

$x + \frac{y}{6} = 3$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3} = 3 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{6 - x}{2}$

বা, $2y = 18 - 3x$

$\therefore y = \frac{18 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	6
y	9	6	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 9) (2, 6), (6, 0)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $\frac{y}{6} = 3 - x$

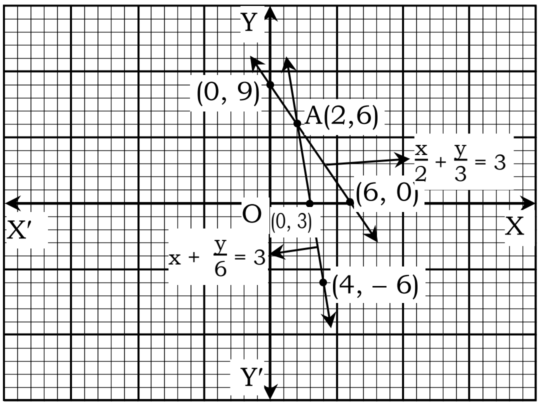
$\therefore y = 18 - 6x$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	2	3	4
y	6	0	–6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 6) (3, 0), (4, – 6)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন সমীকরণ (1) এর (0, 9), (2, 6) ও (6, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (2) এর (2, 6), (3, 0) ও (4, – 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $x + \frac{y}{6} = 3$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 2 কোটি 6।

∴ সমাধান (x, y) = (2, 6)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ 3x + 2 = x – 2

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ 3x + 2 = x – 2

ধরি, y = 3x + 2 .... (i)

এবং y = x – 2 .... (ii)

(1)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	1
y	– 4	2	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 4), (0, 2), (1, 5)।

আবার (2) নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	1	3
y	– 4	–1	1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 4), (1, –1), (3, 1)।

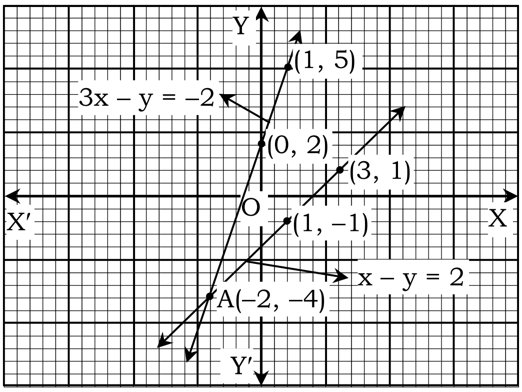
মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y- অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর লেখের (–2, – 4), (0, 2) ও (1, 5) এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা

পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x + 2$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর লেখের $(-2, -4)$, $(1, -1)$ ও $(3, 1)$ এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = x - 2$ সমীকরণটি লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ, A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ $= -2$.

$\therefore$ সমাধান : $x = -2$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $3x - 7 = 3 - 2x$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $3x - 7 = 3 - 2x$

ধরি, $y = 3x - 7$ .... (i)

এবং $y = 3 - 2x$ .... (ii)

সমীকরণ(i)–এ x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	5
y	– 7	2	8

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, -7), (3, 2), (5, 8)$

আবার, (2)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	3	–1	–5

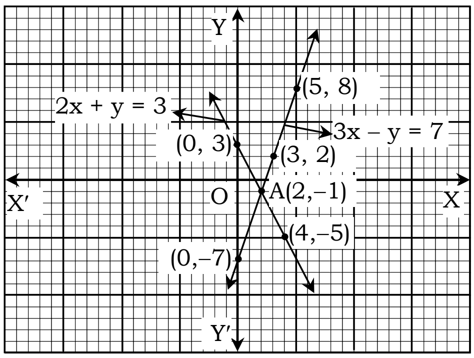
$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 3), (2, -1), (4, -5)$।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

সমীকরণ (1) লেখের $(0, -7)$, $(3, 2)$ ও $(5, 8)$ এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উত্তর দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x - 7$ সমীকরণটির লেখ।

সমীকরণ (2) লেখের $(0, 3)$, $(2, -1)$ ও $(4, -5)$ এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। এটিই $y = 3 - 2x$ সমীকরণটির লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যে, A বিন্দুর ভুজ $= 2$.

$\therefore$ সমাধান : $x = 2$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. (3, – 5) বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

ⓚ প্রথম ⓛ দ্বিতীয় ⓜ তৃতীয় ● চতুর্থ

২. ax + by = ab এবং ax – by = ab সমীকরণের সমাধান কোনটি?

ⓚ (a, b) ⓛ (b, a) ● (b, 0) ⓝ (0, b)

১২·৪ : লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫. অক্ষরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? (সহজ)

ⓚ (1, 1) ⓛ (0, 1) ● (0, 0) ⓝ (1, 0)

৬. নিচের কোন বিন্দুটি x অক্ষরেখার উপর অবস্থিত? (সহজ)

● (1, 0) ⓛ (2, 1) ⓜ (1, 2) ⓝ (0, –2)

৭. নিচের কোন বিন্দুটি y অক্ষরেখার উপর অবস্থিত? (সহজ)

ⓚ (4, 0) ● (0, 4) ⓜ (5, 0) ⓝ (6, 4)

ব্যাখ্যা : y-অক্ষের উপর $x = 0$

৩. কোন সমীকরণটি মূল বিন্দুগামী?

ⓚ $2x = 3y + 2$ ⓛ $x + 3y = 5$ ⓜ $3x = 8y + 2$ ● $4x = 3y$

৪. (2, 3) বিন্দুটি নিচের কোন সমীকরণের উপর অবস্থিত হবে?

ⓚ $x + y = 2$ ⓛ $x + 3y = 5$ ⓜ $2x + y = 6$ ● $2x + y = 7$

$\therefore$ (0, 4) বিন্দু y–অক্ষরেখার উপর অবস্থিত।

৮. x ও y চলকের সম্পর্ক যে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় তাকে কী বলে? (সহজ)

ⓚ রেখাচিত্র ● লেখচিত্র ⓜ বহুভুজ ⓝ আয়তলেখ

৯. লেখচিত্রে কয়টি বিন্দু থাকে? (সহজ)

ⓚ 2 ⓛ 3 ⓜ 4 ● অসংখ্য

১০. ছক কাগজে কয়টি বর্গকে একক ধরলে (3, 6) বিন্দুটি (9, 18) বিন্দু হিসেবে স্থানাঙ্কায়িত করা যায়? (মধ্যম)

ⓚ 1 ● 3 ⓜ 4 ⓝ 5

১১. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ সমীকরণটির লেখ কীরূপ? (সহজ)

● সরলরেখা ⓧ বৃত্ত ⓖ উপবৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

১২. (–1, 5), (0, 3), (3, –3) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করলে লেখচিত্রটি কেমন হবে? (মধ্যম)

● সরলরেখা ⓧ বক্ররেখা ⓖ বৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

১৩. (2, 3) বিন্দুটি নিচের কোন সমীকরণের উপর অবস্থিত হবে? (মধ্যম)

ⓚ $x + y = 3$ ● $2x + y = 7$ ⓖ $x + 3y = 5$ ⓘ $2x + y = 8$

ব্যাখ্যা : (2, 3) বিন্দুটি $2x + y = 7$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

তখন, বামপক্ষ $= 2 \times 2 + 3 = 7 =$ ডানপক্ষ

১৪. $2x + y = 3$ সমীকরণটির লেখচিত্র কেমন হবে? (সহজ)

ⓚ উপবৃত্ত ⓧ অধিবৃত্ত ⓖ বক্ররেখা ● সরলরেখা

১৫. $x + y = 2$ ও $x - y = 2$ সমীকরণের সাধারণ বিন্দু নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ (0, 2) ● (2, 0) ⓖ (2, 2) ⓘ (–2, –2)

ব্যাখ্যা : $2x = 4 \therefore x = 2$ এবং $y = 2 - x = 2 - 2 = 0$

১৬.

x	0	1	2
y	6	4	2

উপরের সারণির ক্ষেত্রে নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $y = x + 6$ ⓧ $y = 2x + 6$ ⓖ $y = 6 - x$ ● $y = 6 - 2x$

১৭. কোনো বিন্দুর ভুজ –2 এবং ভুজ ও কোটির সমষ্টি 7 হলে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক কত? (সহজ)

ⓚ (5, 2) ⓧ (2, 7) ⓖ (–2, 5) ● (–2, 9)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি সমীকরণ জোটের সমাধান সর্বদা নাও থাকতে পারে

ii. $4x + y = 2$ সমীকরণের লেখ অবশ্যই সরলরেখা

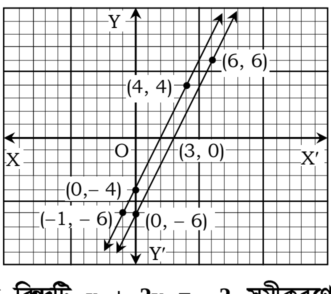
iii. দুইটি সমীকরণের লেখ একটি বিন্দুতে ছেদ করলে অনন্য সমাধান থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓧ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৯. $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 4 \text{ ....(1)} \\ 4x - 2y = 12 \text{ ....(2)} \end{array}\right\}$

উপরের সমীকরণজোটের লেখচিত্র :



সমীকরণজোটটি–

i. পরস্পর নির্ভরশীল

ii. সমঞ্জস

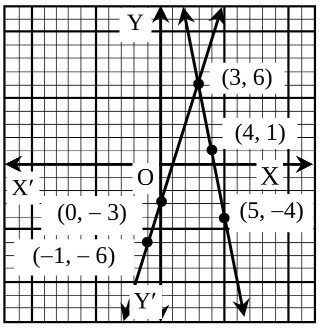
iii. কোনো সমাধান নেই

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২০–২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২০. $5x + y = 21$ সমীকরণটি y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করেছে? (কঠিন)

● (0, –3) ⓧ (0, 4)
ⓖ (4, 1) ⓘ (5, –4)

২১. সমীকরণজোটের সাধারণ বিন্দু নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ (1, 6) ⓧ (4, 1)
● (3, 6) ⓘ (0, –3)

২২. সমীকরণজোটের সমাধান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ (x, y) = (0, –3) ⓧ (x, y) = (1, 6)
ⓖ (x, y) = (4, 1) ● (x, y) = (3, 6)

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৩–২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + 3y = 13 \end{array}\right\}$ একটি সমীকরণজোট।

২৩. নিচের কোন বিন্দুটি ১ম রেখার উপর অবস্থিত? (সহজ)

ⓚ (0, 3) ⓧ (0, 0)
● (0, 6) ⓘ (6, 0)

২৪. নিচের কোন বিন্দুটি ২য় রেখার উপর অবস্থিত? (সহজ)

● (– 4, 7) ⓧ (4, 7)
ⓖ (–4, –7) ⓘ (0, 0)

২৫. সমীকরণজোটের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● (2, 3) ⓧ (0, 0)
ⓖ (0, 3) ⓘ (3, 0)

২৬. নিচের কোন বিন্দুটি $x + 2y = -2$ সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত?

ⓚ (2, 2) ● (–2, 0) ⓖ (0, 4) ⓘ (4, 0)

২৭. (–2, 0) বিন্দুটি কোথায় অবস্থিত?

ⓚ ১ম চতুর্ভাগে ⓧ y–অক্ষে
● x–অক্ষে ⓘ ৪র্থ চতুর্ভাগে

২৮. i. (2, –3) বিন্দুটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত

ii. (–2, –3) বিন্দুটি $y = 2x - 6$ এর লেখের উপর অবস্থিত

iii. $f(x) = x - 5$ ও $f(x) = 0$ হলে $x = 5$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ $2x - y - 3 = 0$ একটি সমীকরণ।

ক. লেখচিত্র কী? ২

খ. ছকের মাধ্যমে প্রদত্ত সমীকরণের চারটি বিন্দু নির্ণয় কর। ৪

গ. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে দেখাও যে, লেখটি একটি সরলরেখা। ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে।

খ. প্রদত্ত সমীকরণটি $2x - y - 3 = 0$ … … … (i)

প্রদত্ত সমীকরণ থেকে পাই,

$-y = 3 - 2x$

বা, $y = 2x - 3$

$\therefore y = 2x - 3$ … … … (ii)

এখন সমীকরণ (ii) এ x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি :

x	–1	2	4	6
y	–5	1	5	9

নির্ণেয় সমীকরণটির লেখের উপর চারটি বিন্দু যথাক্রমে

(–1, –5), (2, 1), (4, 5), (6, 9)।

প্রশ্ন–২ ▸ $2x + 5y = 7$

$8x + 11y = 19$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. সমীকরণ জোট থেকে y নির্ণয়ের জন্য দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমীকরণদ্বয় থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণজোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $2x + 5y = 7$ ………… (i)

$8x + 11y = 19$ …….. (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $2x + 5y = 7$

বা, $5y = 7 - 2x$

$\therefore y = \frac{7 - 2x}{5}$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $8x + 11y = 19$

বা, $11y = 19 - 8x$

$\therefore y = \frac{19 - 8x}{11}$

$\therefore y = \frac{7 - 2x}{5}$ এবং $y = \frac{19 - 8x}{11}$

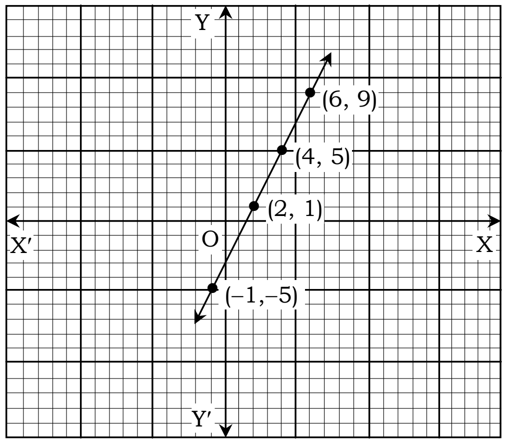
খ. 'ক' থেকে পাই, $y = \frac{7 - 2x}{5}$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	– 4	1	6
y	3	1	–1

∴ লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হলো, (–4, 3),(1, 1),(6, –1)

গ. মনে করি, XOX' বরাবর x অক্ষ এবং YOY' বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক কাগজে সমীকরণ (2) নং থেকে প্রাপ্ত চারটি বিন্দু যথাক্রমে (–1, –5), (2, 1), (4, 5), (6, 9) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি।



দেখা যাচ্ছে লেখ একটি সরলরেখা।

(দেখানো হলো)

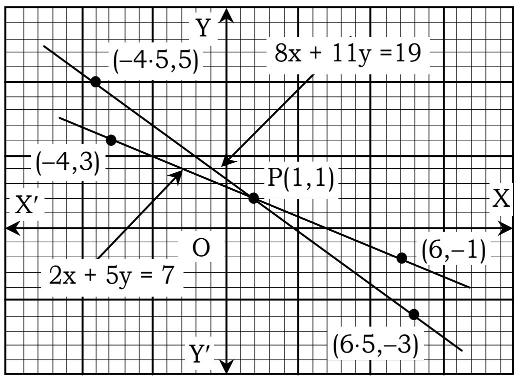
এবং $y = \frac{19 - 8x}{11}$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	– 4·5	1	6·5
y	5	1	–3

∴ লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হলো, (– 4·5, 5), (1, 1), (6·5, – 3)

গ. একটি ছক কাগজে একটি অনুভূমিক ও একটি উল্লম্ব রেখা যথাক্রমে XX′ এবং YY′ টানি। রেখা দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করে। O হলো মূলবিন্দু। মনে করি, 1 একক = ছক কাগজের দুই ঘর।



(1) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কন : (– 4, 3),(1, 1), (6, –1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি।

(2) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কন : (–4.5, 5) (1, 1),(6.5, –3) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া

যায়। সরলরেখাটিকে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন প্রথমোক্ত রেখাকে ছেদ করে।

ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় : ধরি, সরলরেখা দুইটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দু উভয় সরলরেখারই সাধারণ বিন্দু বলে এই বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে, P বিন্দুর ভুজ = P থেকে Y অক্ষের লম্ব দূরত্ব = 1 একক

এবং কোটি = P থেকে X অক্ষের লম্ব দূরত্ব = 1 একক

∴ সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

প্রশ্ন–৩ ▸ নিচের সমীকরণ দুইটি লক্ষ কর :

$3x - 2y = 0$ ....(i)

$17x - 7y = 13$ ....(ii)

ক. (1, 1) বিন্দুটি (i) নং সমীকরণের সমাধান কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটি অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ দুইটিকে সমাধান করে 'খ' অংশে প্রাপ্ত ফলাফল যাচাই কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $3x - 2y = 0$ ....(i)

সমীকরণ (i) এ $x = 1$ ও $y = 1$ বসিয়ে পাই

বামপক্ষ $= 3 \times 1 - 2 \times 1 = 3 - 2 = 1 \neq$ ডানপক্ষ

(1, 1) বিন্দুটি সমীকরণ (i) এর সমাধান নয়।

খ. সমীকরণ (i) কে 7 এবং সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$21x - 14y = 0$$
$$34x - 14y = 26$$
$$(-) \quad (+) \quad (-)$$

বিয়োগ করে, $-13x = -26$

বা, $x = \frac{-26}{-13}$

∴ $x = 2$

সমীকরণ (i)-এ x এর মান বসিয়ে পাই, $3 \times 2 - 2y = 0$

বা, $6 - 2y = 0$

বা, $-2y = -6$

বা, $y = \frac{-6}{-2}$

বা, $y = 3$

∴ $x = 2$ ও $y = 3$

∴ সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

গ. সমীকরণ (i) হতে $-2y = -3x$

বা, $y = \frac{-3x}{-2}$

∴ $y = \frac{3x}{2}$

এই সমীকরণ থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

x	– 4	4	8
y	– 6	6	12

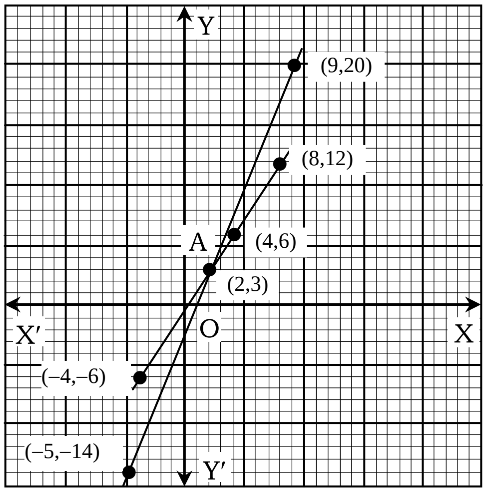
আবার সমীকরণ (ii) হতে পাই, $-7y = 13 - 17x$

বা, $y = \frac{13 - 17x}{-7}$ ∴ $y = \frac{17x - 13}{7}$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	–5	2	9
y	–14	3	20

প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুকে এক একক ধরে।



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। (– 4, – 6), (4, 6) ও (8, 12) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, (–5, –14), (2, 3), (9, 20) বিন্দগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2 এবং কোটি 3.

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$; যা 'খ' অংশে প্রাপ্ত সমাধানের সমান।

প্রশ্ন–৪ ▸ $5x - 3y = 10$

$10x - 6y = 1$ দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণজোট।

ক. সমীকরণ জোট থেকে y নির্ণয়ের জন্য দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $5x - 3y = 10$ .... (i)

$10x - 6y = 1$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$5x - 3y = 10$

বা, $-3y = 10 - 5x$

বা, $-y = \frac{10 - 5x}{3}$

∴ $y = \frac{5x - 10}{3}$ [উভয়পক্ষকে –1 দ্বারা গুণ করে]

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$10x - 6y = 1$

বা, $-6y = 1 - 10x$

বা, $6y = 10x - 1$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore y = \frac{10x - 1}{6}$

এখন, $y = \frac{5x - 10}{3}$

এবং $y = \frac{10x - 1}{6}$

খ. 'ক' থেকে পাই, $y = \frac{5x - 10}{3}$

এই সমীকরণ থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি,

x	−1	2	5
y	−5	0	5

$\therefore$ লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হলো, $(-1, -5), (2, 0), (5, 5)$

আবার, 'ক' হতে পাই, $y = \frac{10x - 1}{6}$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি,

x	1	−2	−5
y	$\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{17}{2}$

$\therefore$ লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হলো :

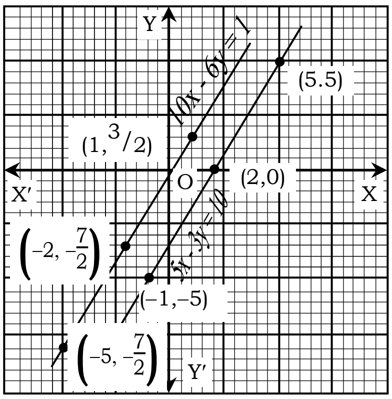
$\left(1, \frac{3}{2}\right), \left(-2, -\frac{7}{2}\right), \left(-5, -\frac{17}{2}\right)$

গ. ছক কাগজে একটি অনুভূমিক ও একটি উল্লম্ব রেখা যথাক্রমে XX′ এবং YY′ টানি। রেখা দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করে। O হলো মূল বিন্দু।

মনে করি, 1 একক = ছক কাগজের দুই ঘর।

(1) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কনের জন্য $(-1, -5), (2, 0), (5, 5)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি।

(2) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কনের জন্য $\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $\left(-2, -\frac{7}{2}\right)$, $\left(-5, -\frac{17}{2}\right)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়।



লেখ থেকে দেখতে পাই, এরা উভয়ে সমান্তরাল সরলরেখা এবং কোনো বিন্দতেই ছেদ করে না। অর্থাৎ এদের ছেদবিন্দু নেই।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণ জোটের কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন-৫ ▸ $3x + y = 6$

$5x + 3y = 12$ দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. সমীকরণদ্বয়ের প্রতিটি লেখের জন্য তিনটি করে বিন্দু বের কর। ২

খ. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে রেখাদ্বয় অঙ্কন কর এবং সমীকরণ জোটের সমাধান বের কর। ৪

গ. যেকোনো পদ্ধতিতে সমীকরণজোটের সমাধান বের কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট,

$3x + y = 6$

এবং $5x + 3y = 12$

এখন, $3x + y = 6$

বা, $y = 6 - 3x$

x	2	1	3
y	0	3	−3

$\therefore$ লেখের তিনটি বিন্দু হলো: $(2, 0), (1, 3), (3, -3)$

আবার, $5x + 3y = 12$

বা, $y = \frac{12 - 5x}{3}$

x	0	3	−3
y	4	−1	9

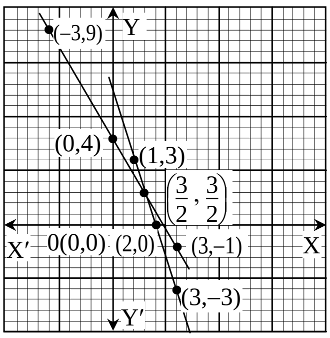
$\therefore$ লেখের তিনটি বিন্দু হলো : $(0, 4), (3, -1), (-3, 9)$

খ. ছক কাগজে একটি অনুভূমিক ও একটি উল্লম্ব রেখা যথাক্রমে XX′ এবং YY′ টানি। রেখা দুটি O বিন্দুতে ছেদ করে। O হলো মধ্যবিন্দু।

মনে করি, 1 একক = ছক কাগজের দুই ঘর।

প্রথম সমীকরণের লেখ অঙ্কনের জন্য $(2, 0), (1, 3), (3, -3)$ বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি।

দ্বিতীয় সমীকরণের লেখ অঙ্কনের জন্য $(0, 4), (3, -1), (-3, 9)$ বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে প্রথমোক্ত সরল রেখাকে একটি বিন্দুতে ছেদ করে।



ওপরের লেখ থেকে দেখা যায় যে, রেখাদ্বয় $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore x = \frac{3}{2}$ এবং $y = \frac{3}{2}$

$\therefore$ সমাধান $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

গ. $3x + y = 6$ .... (1)

$5x + 3y = 12$ .... (2)

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 9x + 3y = 18 \\ 5x + 3y = 12 \\ \underline{(-)\ (-)\quad\ (-)} \\ 4x \qquad = 6 \end{array}$$

বা, $x = \frac{6}{4}$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

x এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$3.\frac{3}{2} + y = 6$

বা, $\frac{9}{2} + y = 6$

বা, $y = 6 - \frac{9}{2}$

বা, $y = \frac{12 - 9}{2}$

$\therefore y = \frac{3}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৬ ▸ $\left.\begin{array}{l} 5x - 3y = 10 \\ 10x - 6y = 1 \end{array}\right\}$ **দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণজোট।**

ক. সমীকরণজোট থেকে y নির্ণয়ের জন্য দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমীকরণদ্বয় থেকে লেখের তিনটি করে বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $y = \frac{5x - 10}{3}$ এবং $y = \frac{10x - 1}{6}$

খ. (–1, –5), (2, 0), (5, 5) এবং $\left(1, \frac{3}{2}\right), \left(-2, -\frac{7}{2}\right), \left(-5, -\frac{17}{2}\right)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণজোটের কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন–৭ ▸ $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 4 \\ 3x - 4y = 1 \end{array}\right\}$ **দুই চলকবিশিষ্ট একটি সমীকরণজোট।**

ক. সমীকরণদ্বয়ের প্রত্যেকটি লেখের তিনটি করে বিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণজোট যেকোনো পদ্ধতিতে সমাধান করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : খ. $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন–৮ ▸ $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + 3y = 13 \end{array}\right\}$ **দুই চলকবিশিষ্ট একটি সমীকরণজোট।**

ক. ১ম সমীকরণের y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণজোট সমাধান কর। ৪

গ. লেখ পদ্ধতিতে সমীকরণজোটের সমাধান কর। ৪

উত্তর : $y = \frac{12 - 3x}{2}$; খ. (x, y) = (2, 3); গ. (x, y) = (2, 3)

অনুশীলনী ১২.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান**

দৈনন্দিন জীবনে এমন কিছু গাণিতিক সমস্যা আছে যা সমীকরণ গঠনের মাধ্যমে সমাধান করা সহজতর হয়। এ জন্য সমস্যার শর্ত বা শর্তাবলি থেকে দুইটি অজ্ঞাত রাশির জন্য দুইটি গাণিতিক প্রতীক, প্রধানত চলক x, y ধরা হয়। অজ্ঞাত রাশি দুইটির মান পাওয়া যায়। অজ্ঞাত রাশি দুইটির মান নির্ণয়ের জন্য দুইটি সমীকরণ গঠন করতে হয়। গঠিত সমীকরণদ্বয় সমাধান করলেই অজ্ঞাত রাশি দুইটির মান পাওয়া যায়।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচের কোন শর্তে $ax + by + c = 0$ ও $px + qy + r = 0$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

● $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ (খ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$ (গ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ (ঘ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $x + y = 4, x - y = 2$ হলে, (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ক. (2, 4) খ. (4, 2) ● (3, 1) ঘ. (1, 3)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $x + y = 6$ ও $2x = 4$ হলে, y এর মান কত?

ক. 2 ● 4 গ. 6 ঘ. 8

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ নিচের কোনটির জন্য পাশের ছকটি সঠিক?

x	0	2	4
y	–4	0	4

ক. $y = x - 4$ খ. $y = 8 - x$

গ. $y = 4 - 2x$ ● $y = 2x - 4$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $2x - y = 8$ এবং $x - 2y = 4$ হলে, $x + y$ = কত?

ক. 0 ● 4 গ. 8 ঘ. 12

ব্যাখ্যা : $2x - y = 8$

$2x - 4y = 8$

(–) (+) (–)

$3y = 0$

$\therefore y = 0$

এখন, $2x - 0 = 8$

বা, $2x = 8 \therefore x = 4$

$\therefore x + y = 4 + 0 = 4.$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $2x - y = 0$ ও $x - 2y = 0$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল।

ii. $x - 2y + 3 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র (–3, 0) বিন্দুগামী।

iii. $3x + 4y = 1$ সমীকরণের লেখচিত্র একটি সরলরেখা।

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক. 10 খ. 8 ● 6 ঘ. 4

ব্যাখ্যা : ধরি প্রস্থ = x মি. ∴ দৈর্ঘ্য : (x + 2) মি.

প্রশ্নমতে,

$2(x + x + 2) = 20$

বা, $2(2x + 2) = 20$

বা, $4x + 4 = 20$

বা, $4x = 20 - 4 = 16$

$\therefore x = 4$

∴ দৈর্ঘ্য = (4 + 2) মি. = 6 মি.

(২) ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

● 24 খ. 32 গ. 48 ঘ. 80

ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল = (6×4) বর্গ মি. = 24 বর্গ মি.

(৩) ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে?

ক. 72000 খ. 43200 গ. 28800 ● 21600

ব্যাখ্যা : প্রতি বর্গমিটার 900 টাকা হিসেবে মোজাইক করতে মোট খরচ

= (900×24) টাকা

= 21600 টাকা।

সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (৮ –১৭) :

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$...........(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$5x + 5 = 4y + 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $5x - 4y = 4 - 5$

$\therefore 5x - 4y = -1$ ....(iii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$2x - 10 = y - 5$ [আড়গুণন করে]

বা, $2x - y = -5 + 10$

বা, $2x - y = 5$

বা, $2x = y + 5$

$\therefore x = \frac{y+5}{2}$ ....(iv)

x এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$5\left(\frac{y+5}{2}\right) - 4y = -1$$

বা, $\frac{5y + 25 - 8y}{2} = -1$

বা, $25 - 3y = -2$

বা, $-3y = -2 - 25$

বা, $-3y = -27$

$\therefore y = 9$ [–3 দ্বারা ভাগ করে]

y এর মান সমীকরণ (iv) এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{9+5}{2}$

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 7$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে 7 বিয়োগ এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$ ....(ii)

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$y + 2 = 2x - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = 2x - 2 - 2$

$\therefore y = 2x - 4$ ... ... (iii)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$3x - 21 = y - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x - 21 = 2x - 4 - 2$ [$\because y = 2x - 4$]

বা, $3x - 2x = 21 - 6$

$\therefore x = 15$

(iii) নং সমীকরণে x–এর মান বসিয়ে পাই,

$\therefore y = 2 \times 15 - 4$

$= 30 - 4$

$= 26$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y} = \frac{15}{26}$.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y.

∴ সংখ্যাটি = $10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি $10x + y$

১ম শর্তানুসারে, $x = 3y + 1$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $10x + y = 8(x + y)$...........(2)

সমীকরণে (2) এ $x = 3y + 1$ বসিয়ে পাই,

$$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1 + y)$$

বা, $30y + 10 + y = 24y + 8 + 8y$

বা, $31y + 10 = 32y + 8$

বা, $31y - 32y = 8 - 10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-y = -2$

$\therefore y = 2$ [−1 দ্বারা গুণ করে]

y এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই, $x = 3 \times 2 + 1$

$= 6 + 1$

$= 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 2 + 7$

$= 20 + 7$

$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y.

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি $= 10x + y$

প্রথম শর্তানুসারে,

$x - y = 4$; যখন $x > y$ ... ... (i)

$y - x = 4$; যখন $x < y$ ... ... (ii)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$10y + x + 10x + y = 110$ ... ... (iii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$x = 4 + y$ ... ... (iv) [যখন $x > y$]

$y = 4 + x$ ... ... (v) [যখন $y > x$]

সমীকরণ (iii) এ x–এর স্থলে 4 + y বসাই,

$10y + 4 + y + 10(4 + y) + y = 110$

বা, $10y + 4 + y + 40 + 10y + y = 110$

বা, $22y = 110 - 40 - 4$

বা, $22y = 66$

বা, $y = \frac{66}{22}$

$\therefore y = 3$

সমীকরণ (iv) এ y এর মান বসাই;

$x = 4 + 3 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7 = 30 + 7 = 37$

আবার সমীকরণ (iii) এর y এর স্থলে 4 + x বসাই,

$10(4 + x) + x + 10x + 4 + x = 110$

বা, $40 + 10x + x + 10x + 4 + x = 110$

বা, $22x + 44 = 110$

বা, $22x = 110 - 44$

বা, $22x = 66$

$\therefore x = 3$ [উভয়পক্ষকে 22 দিয়ে ভাগ করে]

x এর মান সমীকরণ (v) এ বসাই,

$y = 4 + 3 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 7 + 3 = 70 + 3 = 73$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 73 বা 37.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি x বছর

এবং মাতার বর্তমান বয়স 4x বছর

5 বছর পর মাতার বয়স হবে = $(4x + 5)$ বছর

এবং 5 বছর পর দুই কন্যার বয়স হবে = $(x + 2 \times 5)$ বছর

$= (x + 10)$ বছর

প্রশ্নানুসারে, $4x + 5 = 2(x + 10)$

বা, $4x + 5 = 2x + 20$

বা, $4x - 2x = 20 - 5$

বা, $2x = 15$

বা, $x = \frac{15}{2}$

$\therefore x = 7\frac{1}{2}$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স $= \left(4 \times 7\frac{1}{2}\right)$ বছর $= \left(4 \times \frac{15}{2}\right)$ বছর $= 30$ বছর

অতএব, মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হতো। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হতো। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ আয়তটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

১ম শর্তানুসারে, $xy - (x - 5)(y + 3) = 9$ ... ... (i)

২য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) - xy = 67$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$xy - (xy - 5y + 3x - 15) = 9$

বা, $xy - xy + 5y - 3x + 15 = 9$

বা, $5y - 3x = 9 - 15$

বা, $5y - 3x = -6$

বা, $5y = 3x - 6$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore y = \frac{3x - 6}{5}$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$xy + 3y + 2x + 6 - xy = 67$

বা, $3y + 2x = 67 - 6 = 61$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iv) এ y এর স্থলে $\frac{3x - 6}{5}$ বসাই,

$3 \times \frac{3x - 6}{5} + 2x = 61$

বা, $9x - 18 + 10x = 305$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা গুণ করে]

বা, $19x = 305 + 18$

বা, $19x = 323$

বা, $x = \frac{323}{19}$

$\therefore x = 17$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসাই,

$$y = \frac{3 \times 17 - 6}{5} = \frac{51 - 6}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি.। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় x কি.মি.

এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় y কি.মি.

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 15$ ... ... (i)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 5$ ... ... (ii)

[যেহেতু স্রোতের অনুকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ + স্রোতের বেগ এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ – স্রোতের বেগ]

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$x = 15 - y$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) এ x এর স্থলে $15 - y$ বসাই,

$15 - y - y = 5$

বা, $-2y = 5 - 15$

বা, $-2y = -10$

বা, $y = \frac{-10}{-2}$

$\therefore$ $y = 5$

সমীকরণ (iii)–এ y এর মান বসাই,

$x = 15 - 5$

$= 10$

নির্ণেয় স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 5 কি.মি. এবং নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতনবৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, চাকরি শুরুর বেতন x টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ y টাকা।

4 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = 4y টাকা

এবং 8 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = 8y টাকা

১ম শর্তানুসারে $x + 4y = 4500$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে $x + 8y = 5000$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$x + 8y - x - 4y = 5000 - 4500$

বা, $4y = 500$

বা, $y = \frac{500}{4}$

$\therefore$ $y = 125$

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$x + 4 \times 125 = 4500$

বা, $x + 500 = 4500$

বা, $x = 4500 - 500$

$\therefore$ $x = 4000$

সুতরাং চাকরি শুরুর বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতনবৃদ্ধি 125 টাকা।

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি সরল সমীকরণজোট $x + y = 10$

$3x - 2y = 0$

ক. দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে?

খ. সমীকরণজোটটি সমধান করে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x–অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. প্রদত্ত সমীকরণজোট $x + y = 10$

$3x - 2y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2}$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস। **(দেখানো হলো)**

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{0}$

আবার, যেহেতু, $\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{10}{0}$ $\left[\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}\right]$

সুতরাং যোগ্যতার শর্তানুযায়ী সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

অতএব, এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

খ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $x + y = 10$ .... (i)

$3x - 2y = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) এর সাথে যোগ করে পাই,

$2x + 2y = 20$

$3x - 2y = 0$

(+) করে, $5x = 20$

বা, $x = \frac{20}{5}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই, $4 + y = 10$

বা, $y = 10 - 4$

$\therefore y = 6$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 6)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $x + y = 10$ .... (i)

$3x - 2y = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $y = 10 - x$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

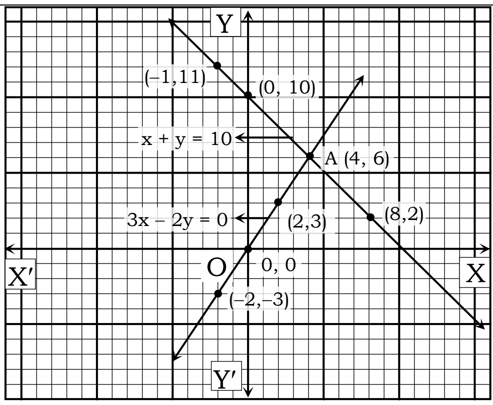
x	–1	0	4	8
y	11	10	6	2

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2y = 3x$

$\therefore y = \frac{3}{2}x$

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	–2	0	2	4
y	–3	0	3	6



মনে করি, X O X′ ও Y O Y′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–1, 11) (0, 10), (4, 6), (8. 2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। আবার, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–2, –3), (0, 0), (2, 3), (4, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে এগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে ΔAOB গঠন করেছে। যার ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

$\therefore \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 6\right)$ বর্গ একক

= 30 বর্গ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন কর।

খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

গ. সমীকরণজোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2$ .... (i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1$ .... (ii)

নির্ণেয় সমীকরণজোট, $\frac{x+7}{y} = 2$

$\frac{x}{y-2} = 1$

খ. সমীকরণ (i) হতে পাই,

x + 7 = 2y [আড়গুণন করে]

বা, x – 2y + 7 = 0 .... (iii)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

x = y – 2

বা, x – y + 2 = 0 ....(iv)

সমীকরণ (ii) ও (iv) হতে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-2)\times2-(-1)\times7} = \frac{y}{1\times7-1\times2} = \frac{1}{1\times(-1)-1\times(-2)}$$

বা, $\frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

$\therefore \frac{x}{3} = 1$ আবার, $\frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

বা, x = 3 বা, y = 5

$\therefore$ x = 3 $\therefore$ y = 5

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (3, 5)

এবং ভগ্নাংশটি = $\frac{3}{5}$

গ. সমীকরণ (iii) হতে পাই, –2y = – x – 7

বা, 2y = x + 7 [–1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ y = $\frac{x+7}{2}$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

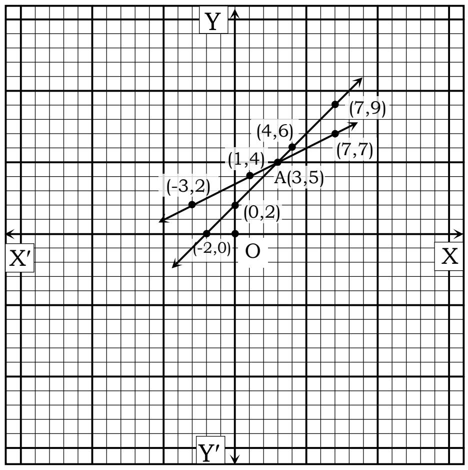
x	– 3	1	3	7
y	2	4	5	7

আবার, সমীকরণ (iv) হতে পাই, – y = – x – 2

বা, y = x + 2

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	– 2	0	4	7
y	0	2	6	9



মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (3) থেকে পাই (–3, 2), (1, 4), (3, 5) ও (7, 7) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই সমীকরণ (3) এর লেখ। আবার, সমীকরণ (4) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–2, 0), (0, 2), (4, 6) ও (7, 9) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি সমীকরণ (4) এর লেখ।

(3) ও (4) সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5) (খ) নং এর প্রাপ্ত মানের সাথে (গ) নং এর মানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২·৫ : বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. দুইটি সংখ্যার সমষ্টি 11 এবং ক্ষুদ্রতর সংখ্যার তিনগুণ বৃহত্তর সংখ্যার চেয়ে 5 বেশি হলে সংখ্যাদ্বয় কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 8 এবং 6 ⓛ 3 এবং 8 ● 7 এবং 4 ⓜ 2 এবং 9

২. একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং প্রস্থ 2 মিটার হলে এর পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ 28 ● 24 ⓖ 20 ⓜ 16

৩. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। এর প্রস্থ 12 মিটার হলে পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ 60 ⓛ 70 ● 72 ⓜ 74

৪. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক যথাক্রমে x ও y গঠিত সংখ্যা নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $10x + y$ ⓛ $10xy$ ⓖ $\frac{xy}{10}$ ● $10y + x$

৫. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7 এবং গুণফল 12 হলে সংখ্যাটি কত? (সহজ)

● 34 ⓛ 52 ⓖ 61 ⓜ 62

ব্যাখ্যা : একক স্থানীয় অঙ্ক x ও দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে

$x + y = 7; xy = 12$ বা, $x = \frac{12}{y}$

বা, $\frac{12}{y} + y = 7$

বা, $y^2 - 7y + 12 = 0$

বা, $(y - 3)(y - 4) = 0$

$\therefore y = 3, 4$

$y = 3$ হলে $x = 4$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 3 \times 10 + 4 = 34$

৬. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 5 এবং গুণফল 2 হলে, এদের বর্গের অন্তর কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓛ 2 ● 3 ⓜ 4

৭. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের 8 গুণ অপেক্ষা 1 বেশি সংখ্যাটি নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ 15 ⓛ 16 ⓖ 18 ● 19

৮. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 117 হলে বড় সংখ্যাটি কত? (কঠিন)

● 13 ⓛ 15 ⓖ 17 ⓜ 19

৯. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x প্রস্থ y হলে, এবং কর্ণ a মিটার হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\sqrt{x^2 + y^2} = a$ ⓛ $x^2 - y^2 = a^2$

ⓖ $x^2 + y^2 = a$ ⓜ $x^2 + y^2 = \sqrt{a}$

১০. একটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধপরিসীমা অপেক্ষা কর্ণ 7 মিটার বেশি। দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $x^2 + y^2 - x - y - 7 = 0$ ⓛ $x^2 + y^2 - x + y + 7 = 0$

● $\sqrt{x^2 + y^2} - (x + y) = 7$ ⓜ $\sqrt{x^2 + y^2} - x + y = 7$

১১. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, প্রস্থ কত মিটার? (মধ্যম)

● 4 ⓛ 8 ⓖ 12 ⓜ 16

ব্যাখ্যা : ধরি, প্রস্থ x মিটার, $\therefore 3x^2 = 48$ বা, $x^2 = 16$ বা, $x = 4$.

১২. দুইটি ক্রমিক ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের অন্তর 9; সংখ্যা দুইটি কত? (মধ্যম)

● 4, 5 ⓛ 6, 7 ⓖ 3, 4 ⓜ 5, 6

ব্যাখ্যা : $(x + 1)^2 - x^2 = 9$ বা, $2x + 1 = 9$ বা, $x = 4$.

১৩. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 40 মি., প্রস্থ 10 মি. হলে এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গাকার মাঠের বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ 10 ⓛ 15 ● 20 ⓜ 30

ব্যাখ্যা : $x^2 = 40 \times 10$ বা, $x = 20$.

১৪. মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। মাতার বর্তমান বয়স x বছর হলে 5 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}(x + 20)$ ⓛ $\frac{1}{2}(x + 40)$ ● $\frac{1}{4}(x + 40)$ ⓜ $\frac{1}{4}(x + 20)$

ব্যাখ্যা : মাতার বর্তমান বয়স x বছর হলে, দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি $\frac{x}{4}$ বছর।

5 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি $= \left\{\frac{x}{4} + (2 \times 5)\right\}$ বছর

$= \left(\frac{x}{4} + 10\right)$ বছর $= \frac{1}{4}(x + 40)$ বছর।

১৫. কোন ভগ্নাংশের লব থেকে 2 বিয়োগ করে এবং হরের সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{3}{7}$ হয়। ভগ্নাংশটি কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓛ $\frac{5}{6}$ ⓖ $\frac{6}{7}$ ● $\frac{8}{9}$

১৬. একটি নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে ঘণ্টায় 5 কি.মি. যায়। স্রোতের বেগ 5 কি.মি. হলে স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ কত কি.মি.? (কঠিন)

ⓚ 6 ● 10 ⓖ 16 ⓜ 24

১৭. নিচের কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণ সংখ্যা 2 হয়। ভগ্নাংশটি কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{1}{3}$ ● $\frac{3}{5}$ ⓖ $\frac{6}{7}$ ⓜ $\frac{8}{9}$

ব্যাখ্যা : $\frac{3}{5}$ ভগ্নাংশটির লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{3+7}{5} = \frac{10}{5} = 2$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. নিচের তথ্যটি লক্ষ কর :

দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে–

i. সংখ্যাটি হবে $10y + x$

ii. সংখ্যাটির অঙ্ক দুইটির যোগফল হবে $x + y$

iii. সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় পরস্পর স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি হবে $10x + y$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৯. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান হলে–

i. ১ম শর্তানুসারে গঠিত সমীকরণ $x = 3y + 1$

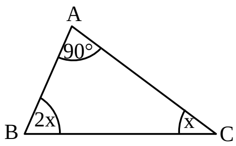
ii. ২য় শর্তানুসারে গঠিত সমীকরণ $10x + y = 8(x + y)$

iii. সংখ্যাটি 37

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

২০.



ΔABC–এ $\angle A = \angle B + \angle C$ হলে–

i. $90^\circ = 3x.$

ii. $\angle B = 30^\circ$ এবং $\angle C = 60^\circ$

iii. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

বা, $3x + x + 2x = 180^\circ$

বা, $6x = 180^\circ$

$\therefore x = 30^\circ$

$\therefore \angle B = 60^\circ$ এবং $\angle C = 30^\circ$

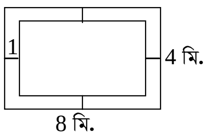
২১. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হর ক্রম সংখ্যা হলে ভগ্নাংশটি–

i. $\frac{x}{x+1}$ ii. $\frac{5}{6}$ iii. $\frac{6}{5}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

২২.



ক্ষেত্রটির–

i. রাস্তাসহ দৈর্ঘ্য 10 মি.

ii. রাস্তা বাদে ক্ষেত্রফল 32 বর্গমিটার

iii. ভেতরের পরিসীমা 24 মিটার

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ – ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 5 যোগ করলে যোগফল হবে সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ। আর সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে, তা মূল সংখ্যাটি থেকে 9 কম হবে।

২৩. দশক স্থানীয় অঙ্ক x হলে ১ম শর্ত থেকে গঠিত সমীকরণ নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

ⓚ $x = 2y - 5$ ● $y = 2x - 5$ ⓖ $x + 2y = 5$ ⓘ $2x + 2y = 0$

ব্যাখ্যা : $x + y + 5 = 3x$ বা, $y = 2x - 5.$

২৪. নিচের কোনটি দ্বিতীয় শর্ত? (সহজ)

● $10y + x = (10x + y) - 9$ ⓚ $10y + x = 9$

ⓖ $10y + x + 9 = 0$ ⓘ $10x + y + 9 = 0$

২৫. সংখ্যাটি নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

ⓚ 24 ● 34 ⓖ 43 ⓘ 63

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ – ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার।

২৬. বাগানের পরিসীমা নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $x + y$ ⓚ $2x + y$ ● $2(x + y)$ ⓘ $2xy$

২৭. বাগানটির কর্ণ নিচের কোনটি? (সহজ)

$\sqrt{x+y}$ ● $\sqrt{x^2+y^2}$ $\sqrt{2xy}$ $\sqrt{x^3+y^3}$

২৮. যদি বাগানের পরিসীমা 56 এবং কর্ণ 20 মিটার হয় তবে xy এর মান নিচের কোন্টি? (মধ্যম)

ⓚ 57 ⓚ 95 ⓖ 132 ●192

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার মাঠের পরিসীমা 28 মিটার এবং কর্ণ 10 মিটার

২৯. আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

● 8 মিটার ⓚ 9 মিটার ⓖ 10 মিটার ⓘ 11 মিটার

৩০. আয়তাকার মাঠের প্রস্থ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 8 মিটার ⓚ 7 মিটার ● 6 মিটার ⓘ 5 মিটার

৩১. উক্ত মাঠের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ $3\sqrt{2}$ মিটার ● $4\sqrt{3}$ মিটার ⓖ $5\sqrt{2}$ মিটার ⓘ $6\sqrt{3}$ মিটার

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩২ – ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হয়। আবার, লব ও হর প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়।

৩২. ১ম শর্তটিকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\frac{5x+1}{4}$ ⓚ $\frac{5x-4}{4}$ ⓖ $\frac{5x-1}{5}$ ⓘ $5x - 1$

ব্যাখ্যা : $4y + 4 = 5x + 5$ বা, $y = \frac{5x+1}{4}.$

৩৩. ২য় শর্তকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করলে এর সরলীকৃত রূপ নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $x - 2y - 5 = 0$ ● $2x - y - 5 = 0$

ⓖ $2x - y + 5 = 0$ ⓘ $2x - 3y + 5 = 0$

ব্যাখ্যা : $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$ বা, $2x - 10 = y - 5$ বা, $2x - y - 5 = 0$

৩৪. ভগ্নাংশটির লব 7 হলে, ভগ্নাংশটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{7}{8}$ ● $\frac{7}{9}$ ⓖ $\frac{7}{18}$ ⓘ $\frac{7}{19}$

ব্যাখ্যা : ৩২ নং হতে, $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$ বা, $\frac{7+1}{y+1} = \frac{4}{5}$ বা, $\frac{8}{y+1} = \frac{4}{5}$

বা, $\frac{2}{y+1} = \frac{1}{5}$ বা, $y + 1 = 10$

$\therefore y = 9$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি, $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ – ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির সীমানার বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধতে প্রতি বর্গ মিটারে খরচ হয় 120 টাকা।

৩৫. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

● 50 ⓚ 100 ⓖ 150 ⓖ 200

ব্যাখ্যা : $2(x + y) = 100$ বা, $x + y = 50$

৩৬. রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 560 ⓚ 600 ● 816 ⓖ 1600

ব্যাখ্যা : $34 \times 24 = 816$

৩৭. ইট দিয়ে রাস্তা তৈরি করার খরচ কত? (কঠিন)

ⓚ 2460 ⓚ 25320 ● 25920 ⓖ 34920

ব্যাখ্যা : রাস্তার ক্ষেত্রফল $= 816 - 20 \times 30 = 216$

$\therefore$ মোট খরচ $= 216 \times 120 = 25920$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৮—৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আট বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে।

৩৮. আট বছর পূর্বে পুত্রের বয়স কত ছিল? (কঠিন)

ⓚ 5 বছর ● 3 বছর ⓖ 9 বছর ⓖ 4 বছর

৩৯. বর্তমানে পিতার বয়স কত? (মধ্যম)

৪৪. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে 10 বেশি। প্রস্থ x মি. হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ $x^2 + 10$ ● $x(x + 10)$ ⓖ $x^2 - 100$ ⓖ $x^2 - 10$

৪৫. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার হলে তার কর্ণের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ⓚ $x^2 + y^2$ ● $\sqrt{x^2 + y^2}$ ⓖ $\sqrt{xy}$ ⓖ $\sqrt{x + y}$

৪৬. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার হলে বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

● 16 ⓚ 32 ⓖ 48 ⓖ 64

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $2x - y = 0$ ও $x - 2y = 0$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল

ii. $x - 2y + 3 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র $(-3, 0)$ বিন্দুগামী

iii. $3x + 4y = 1$ সমীকরণের লেখচিত্র একটি সরলরেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৫. i. সমতলের সকল বিন্দু নির্দিষ্ট করতে পরস্পর লম্ব 2টি সরলরেখা প্রয়োজন।

ii. $3x - 4y = 3$ রেখাটি $(1, 0)$ বিন্দুগামী

iii. লেখের সাহায্যে সরল সমীকরণের সমাধান করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৫৬. i. $(2, 1)$ ও $(1,2)$ বিন্দু দুটি একই বিন্দু

ii. লেখচিত্রে অবস্থিত কয়েকটি বিন্দু স্থাপন করলেই সম্পূর্ণ লেখচিত্রটি সম্বন্ধে ধারণা করা যায়

iii. অক্ষরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $(0, 0)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৭. i. 2টি সরল সমীকরণের জন্য লেখ অঙ্কন করলে 2টি সরলরেখা পাওয়া যায়

ii. $(4, 0)$ বিন্দুটি $2x + 3y = 8$ সরলরেখার উপর অবস্থিত

ⓚ 30 বছর ● 32 বছর ⓖ 36 বছর ⓖ 42 বছর

৪০. 13 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 54 বছর ⓚ 63 বছর ● 69 বছর ⓖ 74 বছর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪১—৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির 4 গুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দুই গুণ।

৪১. মাতার বয়স x ও দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি y হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $x = x + y$ ⓚ $x = 4(x + y)$ ● $x = 4y$ ⓖ $4x = y$

৪২. দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি 10 বছর হলে, মাতার বয়স কত? (মধ্যম)

ⓚ 30 বছর ⓚ 31 বছর ⓖ 37 বছর ● 40 বছর

৪৩. মাতার বয়স 36 বছর হলে, দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি কত বছর? (মধ্যম)

ⓚ 7 ⓚ 8 ● 9 ⓖ 10

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে 10 মিটার বেশি। বাগানের বাইরে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে।

৪৭. প্রস্থ x মিটার হলে বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ⓚ $x^2 + 10$ ● $x(x + 10)$ ⓖ $x^2 - 100$ ⓖ $x^2 - 10$

৪৮. রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ $x^2 + 14x + 24$ ⓚ $x^2 + 18x + 18$

ⓖ $x^2 + 56x + 18$ ● $x^2 + 18x + 56$

৪৯. প্রস্থ 20 মিটার হলে রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

126 বর্গমিটার | 216 বর্গমিটার | 612 বর্গমিটার ● 600 বর্গমিটার

iii. $(-2, 0)$ ও $(4, 0)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব 6 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৫৮. i. $2x + 3y = 10$ সমীকরণে $x = \frac{1}{2}$ হলে $y = 2$

ii. সাধারণত সমঞ্জসপূর্ণ সমীকরণ সমাধানে প্রতিস্থাপন পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়

iii. $x + 3y = 9$ সমীকরণে $y = 2$ হলে $x = 3$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫৯. i. $x - y = 4$ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ

ii. $2x - 2y = 8$ এবং $3x - 3y = 12$ সমীকরণ 2টি একই সমীকরণের সমতুল

iii. $x - 2y = 4$ সমীকরণটি অজ্ঞাত রাশিদ্বয়ের অসংখ্য মান দ্বারা সিদ্ধ হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৬০. i. $(-2, -2)$ বিন্দুটির অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে

ii. ছক কাগজে সংস্থাপিত বিন্দুগুলো যোগ করলেই লেখটি অঙ্কিত হয়

iii. $2x + 3y = 13$ সমীকরণের উপর $(2, 3)$ বিন্দুটি অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2x + 3y = 5$
$4x + 6y = 8$ একটি সমীকরণজোট

৫০. সমীকরণ জোটে $\frac{a_1}{a_2}$ এর মান কত? (মধ্যম)

● $\frac{1}{2}$ ⓑ 2 ⓒ $\frac{5}{8}$ ⓓ $\frac{8}{5}$

৫১. সমীকরণজোটে $\frac{b_1}{b_2} + \frac{c_1}{c_2}$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓐ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{9}{8}$ ⓒ $\frac{5}{8}$ ⓓ 1

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$2x + 3y = 4$ ও $6x - 4y = 12$ একটি সমীকরণজোট

৫২. $\left(\frac{a_1}{a_2} - \frac{b_1}{b_2}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓐ $\frac{4}{5}$ ⓑ $-\frac{4}{5}$ ⓒ $\frac{5}{4}$ ● $\frac{13}{12}$

৫৩. সমীকরণজোটের প্রকৃতি কী? (সহজ)

● সমঞ্জস ⓑ অসমঞ্জস ⓒ নির্ভরশীল ⓓ সমতুল

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ ইফতির একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং এর পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভিতরে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়।

ক. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২
খ. সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
গ. রাস্তাটি বাধাতে ইফতির মোট কত টাকা খরচ হয়? ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার
বাগানের প্রস্থ y মিটার
শর্তানুসারে, $2y = x + 10$
এবং $2(x + y) = 100$

খ. 'ক' থেকে পাই, $2y = x + 10$ .... (1)
এবং $2(x + y) = 100$ .... (2)
(1) ও (2) কে পুনবিন্যস্ত করে পাই,
$-x + 2y - 10 = 0$ .... (3)
$2x + 2y - 100 = 0$ .... (4)
(3) ও (4) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,
$$\frac{x}{-200 + 20} = \frac{y}{-20 - 100} = \frac{1}{-2 - 4}$$
বা, $\frac{x}{-180} = \frac{y}{-120} = \frac{1}{-6}$
বা, $\frac{x}{-180} = \frac{1}{-6}$
$\therefore x = \frac{-180}{-6} = 30$ অথবা, $\frac{y}{-120} = \frac{1}{-6}$
$\therefore y = \frac{-120}{-6} = 20$
$\therefore$ বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মিটার
এবং বাগানের প্রস্থ 20 মিটার **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে পাই, বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মিটার
বাগানের প্রস্থ 20 মিটার
$\therefore$ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (30 \times 20)$ বর্গমিটার
$= 600$ বর্গমিটার
বাগানের ভিতরে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে।
রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $= (30 - 2 \times 2)$ মিটার
$= 26$ মিটার
রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ $= (20 - 2 \times 2)$ মিটার
$= 16$ মিটার।
$\therefore$ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $= (26 \times 16)$ বর্গমিটার
$= 416$ বর্গমিটার
$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (600 - 416)$ বর্গমিটার
$= 184$ বর্গমিটার
$\therefore$ রাস্তাটি ইট দিয়ে বাধাতে খরচ হয় $= (184 \times 120)$ টাকা
$= 22080$ টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ ABC ত্রিভুজে $\angle B = 2x$ ডিগ্রি, $\angle C = x$ ডিগ্রি, $\angle A = y$ ডিগ্রি এবং $\angle A = \angle B + \angle C$

ক. y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত বের কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজে $\angle B = 2x°$, $\angle C = x°$, $\angle A = y°$
এবং $\angle A = \angle B + \angle C$
বা, $y = 2x + x$
$\therefore y = 3x$

খ. 'ক' অংশ থেকে পাই, $y = 3x$ ....(i)
আবার, আমরা জানি,
ABC ত্রিভুজের $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $y + 2x + x = 180$
বা, $3x + 2x + x = 180$ [(i) হতে]
বা, $6x = 180$
$\therefore x = 30$
x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$y = 3 \times 30$
বা, $y = 90$
নির্ণেয় মান : $x = 30, y = 90$

গ. এখন, ‘খ’ অংশ থেকে পাই, $\angle A = y^\circ = 90^\circ$

ও $\angle C = x^\circ = 30^\circ$

$\therefore \angle B = 2x^\circ = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore$ কোণ তিনটির অনুপাত $\angle A : \angle B : \angle C = 90^\circ : 60^\circ : 30^\circ$

$= 3 : 2 : 1$

নির্ণেয় অনুপাত $3 : 2 : 1$.

প্রশ্ন–৩ ▸ কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরে 2 যোগ করলে $\frac{1}{2}$ হয় এবং লব থেকে 7 এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে $\frac{1}{3}$ হয়।

ক. উপরিউক্ত তথ্য থেকে বীজগাণিতিক সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। ৪

গ. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ভগ্নাংশটির লব ও হরের অন্তরফলের সমান। সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ অপেক্ষা 2 বেশি হলে সংখ্যাটি কত? ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, ভগ্নাংশটির লব = x এবং হর = y.

প্রশ্নমতে, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$

বা, $2x - 2 = y + 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $2x - y = 2 + 2$

$\therefore 2x - y = 4$ .... (i)

এবং $\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 21 = y - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x - y = 21 - 2$

$\therefore 3x - y = 19$ .... (ii)

নির্ণেয় সমীকরণজোট, $2x - y = 4$

$3x - y = 19$ **(Ans.)**

খ. যেহেতু ভগ্নাংশটির লব ও হর যথাক্রমে x ও y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

‘ক’ এর (ii) নং সমীকরণ থেকে (i) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$3x - y - (2x - y) = 19 - 4$

বা, $3x - y - 2x + y = 15$

$\therefore x = 15$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2 \times 15 - y = 4$

বা, $30 - 4 = y$

বা, $26 = y$

$\therefore y = 26$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{15}{26}$. **(Ans.)**

গ. মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক = x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক = y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

‘খ’ থেকে পাই, ভগ্নাংশটি = $\frac{15}{26}$

$\therefore$ লব ও হরের অন্তর = $26 - 15 = 11$

প্রশ্নমতে, $x + y = 11$ .... (i)

এবং $y = 2x + 2$ .... (ii)

(ii) নং হতে y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x + 2x + 2 = 11$

বা, $3x = 11 - 2$

বা, $3x = 9$ $\therefore x = 3$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 2x + 2 = 2.3 + 2 = 8$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

$= 10 \times 8 + 3$

$= 80 + 3 = 83$

$\therefore$ সংখ্যাটি 83.

প্রশ্ন–৪ ▸ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 6. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি মূল সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ হয়।

ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২

খ. দ্বিতীয় শর্ত থেকে দেখাও যে, সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের 5 গুণ। ৪

গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, একক স্থানীয় অঙ্কটি x এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে প্রাপ্ত সংখ্যা = $10x + y$

খ. ২য় শর্তানুসারে, $10x + y = 3y$

বা, $10x + y - 3y = 0$

বা, $10x - 2y = 0$

বা, $2(5x - y) = 0$

বা, $5x - y = 0$

বা, $5x = y$

$\therefore y = 5x$ .... (i)

$\therefore$ সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের 5 গুণ।

(দেখানো হলো)

গ. ১ম শর্তমতে, $x + y = 6$

বা, $x + 5x = 6$ [‘খ’ হতে $y = 5x$]

বা, $6x = 6$

বা, $x = \frac{6}{6}$

$\therefore x = 1$

x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$y = 5x = 5 \times 1 = 5$

$\therefore y = 5$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

$= 10 \times 5 + 1$

$= 51$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 51.

প্রশ্ন–৫ ▸ আট বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে।

ক. পিতা ও পুত্রের বয়স যথাক্রমে x ও y বছর হলে আট বছর পূর্বে তাদের বয়স কত ছিল? ২

খ. প্রদত্ত শর্ত থেকে দুটি বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন কর। ৪

গ. বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়স কত? ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, পিতার বর্তমান বয়স = x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স = y বছর

$\therefore$ আট বছর পূর্বে, পিতার বয়স ছিল $(x - 8)$ বছর

পুত্রের বয়স ছিল $(y - 8)$ বছর

খ. 'ক' হতে পাই, আট বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়স ছিল যথাক্রমে $(x - 8)$ বছর ও $(y - 8)$ বছর।

প্রশ্নমতে, $(x - 8) = 8(y - 8)$

বা, $x - 8 = 8y - 64$

বা, $x = 8y - 64 + 8$

$\therefore x = 8y - 56$ .... (i)

আবার, 10 বছর পর পিতার বয়স $(x + 10)$ বছর

এবং পুত্রের বয়স $(y + 10)$ বছর

আবার, প্রশ্নমতে, $x + 10 = 2(y + 10)$

বা, $x + 10 = 2y + 20$

বা, $x - 2y = 20 - 10$

$\therefore x - 2y = 10$ .... (ii)

নির্ণেয় সমীকরণদ্বয় $x = 8y - 56$ এবং $x - 2y = 10$

গ. সমীকরণ (ii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$(8y - 56) - 2y = 10$

বা, $8y - 56 - 2y = 10$

বা, $6y - 56 = 10$

বা, $6y = 66$

$\therefore y = 11$ [উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

সমীকরণ (i) –এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 8 \times 11 - 56$

$= 88 - 56$

$= 32$

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স 32 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 11 বছর।

প্রশ্ন–৬ ▸ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. মাতার বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. 10 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির কত গুণ হবে? ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স = x বছর

এবং বর্তমানে তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি = y বছর

১ম শর্তানুসারে, $x = 4y$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $x + 5 = 2(y + 5 \times 2)$..............(ii)

খ. সমীকরণ (ii)–এ $x = 4y$ বসিয়ে পাই,

$4y + 5 = 2y + 20$

বা, $4y - 2y = 20 - 5$

বা, $2y = 15$

বা, $y = \frac{15}{2}$

$\therefore y = 7\frac{1}{2}$

y এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{15}{2} \times 4$

বা, $x = 30$

$\therefore x = 30$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর।

গ. ধরি, 10 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির R গুণ হবে।

$\therefore$ 10 বছর পর মাতার বয়স হবে $(x + 10)$ বছর

10 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি হবে $(y + 10 \times 2)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + 10 = R(y + 10 \times 2)$

বা, $30 + 10 = R\left(\frac{15}{2} + 20\right)$

বা, $40 = R\left(\frac{15 + 40}{2}\right)$

বা, $40 = R \times \frac{55}{2}$

বা, $R = \frac{\overset{8}{\cancel{40}} \times 2}{\underset{11}{\cancel{55}}}$

$\therefore R = \frac{16}{11}$

$= 1\frac{5}{11}$

10 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির $1\frac{5}{11}$ গুণ হবে।

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হয়।

ক. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y মিটার ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি মার্বেল পাথর দিয়ে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটার 200 টাকা হিসেবে মোট খরচ কত হবে? ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ১ম শর্তানুসারে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$ ....(ii)

খ. সমীকরণ (i) থেকে পাই–

$xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$

বা, $3x - 5y - 6 = 0$ ....(iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই–

$xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$

বা, $2x + 3y - 61 = 0$ ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv)–এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করি।

$3x - 5y - 6 = 0$ ....(iii)

$2x + 3y - 61 = 0$ ....(iv)

$$\frac{x}{(-5)(-61) - 3(-6)} = \frac{y}{2(-6) - 3(-61)} = \frac{1}{3.3 - 2(-5)}$$

বা, $\frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$

বা, $\frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

বা, $\frac{x}{17} = \frac{y}{9} = \frac{1}{1}$

$\therefore \frac{x}{17} = 1$ অথবা, $\frac{y}{9} = 1$

বা, $x = 17$ বা, $y = 9$

∴ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার ও প্রস্থ 9 মিটার। **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই, আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (17×9) বর্গমিটার

= 153 বর্গমিটার

∴ রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

= $(17 + 2 \times 2)\ (9 + 2 \times 2)$ বর্গ মি.

= 21×13 বর্গ মি.

= 273 বর্গ মি.

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(273 - 153)$ বর্গ মি.

= 120 বর্গ মি.

∴ প্রতি বর্গমিটার মার্বেল পাথর দিয়ে বাঁধাইতে 200 টাকা খরচ হলে, ঐ রাস্তায় মোট খরচ হবে, (120×200) টাকা = 24000 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার। ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যকার সম্পর্ককে $6x - y = 104$ এবং $3x + 2y = 92$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ কর।

ক. সমীকরণ দুইটি সঙ্গতিপূর্ণ কিনা নির্ধারণ কর। ২

খ. ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তাকার ঘরের মেঝের পরিসীমা অপর একটি বর্গাকার মেঝের পরিসীমার সমান হয় তবে উক্ত বর্গাকার মেঝের কার্পেট দ্বারা মোড়াতে হলে প্রতি বর্গমিটারের 20·50 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে? ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $6x - y = 104$

$3x + 2y = 92$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{6}{3} = 2$

y " " " $\frac{-1}{2}$

যেহেতু, $\frac{6}{3} \neq \frac{-1}{2}$

∴ সমীকরণ দুটি সঙ্গতিপূর্ণ।

খ. দেওয়া আছে, $6x - y = 104$ .... (i)

এবং $3x + 2y = 92$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) এর সাথে যোগ করি,

$12x - 2y = 208$

$3x + 2y = 92$

$15x \quad = 300$

বা, $x = \frac{300}{15}$

$\therefore x = 20$

∴ ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য 20 মিটার।

গ. 'খ' হতে পাই, $x = 20$ মিটার

x এর মান সমীকরণ (ii)–এ বসিয়ে পাই,

$3.20 + 2y = 92$

বা, $60 + 2y = 92$

বা, $2y = 92 - 60$

বা, $2y = 32$

∴ y = 16 মিটার

∴ ঘরটির মেঝের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

= 2(20 + 16) মিটার

= 2×36 মিটার

= 72 মিটার

প্রশ্নমতে, অপর বর্গাকার মেঝের পরিসীমা = 72 মিটার

অপর বর্গাকার মেঝের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{72}{4}$

= 18 মিটার

∴ বর্গাকার মেঝের ক্ষেত্রফল = $(\text{বাহু})^2$ বর্গএকক

= $(18)^2$ বর্গমিটার

= 324 বর্গমিটার

তাহলে,

1 বর্গমিটার মেঝে কার্পেটে মোড়াতে খরচ হয় 20·50 টাকা

∴324 " " " " " " $(20{\cdot}50 \times 324)$ টাকা

= 6642 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন–৯ ▸ একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে যায় 15 কি.মি./ঘণ্টা এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় 5 কি. মি./ঘণ্টা।

ক. নৌকার বেগ নির্ণয় কর। ২

খ. স্রোতের কো নির্ণয় কর। নদীর প্রস্থ 20 কি. মি. হলে স্থির পানিতে নদী পাড়ি দিয়ে ফেরত আসতে কত সময় লাগবে? ৪

গ. নৌকার বেগ, স্রোতের বেগের কত গুণ? এই তথ্য ব্যবহার করে এক ব্যক্তি দাঁড় বেয়ে নৌকায় $3\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় স্রোতের অনুকূলে একটি স্থানে পৌছাল, স্রোতের প্রতিকূলে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = 15 কি.মি./ঘণ্টা

নৌকার বেগ – স্রোতের বেগ = 5 কি.মি./ঘণ্টা

(+) করে, 2 নৌকার বেগ = 20 কি. মি./ঘণ্টা

বা, নৌকার বেগ = $\frac{20}{2}$ কি.মি./ঘণ্টা

∴ নৌকার বেগ = 10 কি.মি./ঘণ্টা

নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা **(Ans.)**

খ. এখন, নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = 15 কি.মি/ঘণ্টা

বা, স্রোতের বেগ = (15 – নৌকার বেগ) কি.মি/ঘণ্টা

= (15 –10) কি. মি. /ঘণ্টা

= 5 কি. মি./ঘণ্টা

∴ স্রোতের বেগ 5 কি.মি./ঘণ্টা

'ক' থেকে পাই, নৌকার বেগ = 10 কি. মি./ঘণ্টা

দেওয়া আছে, নদীর প্রস্থ 20 কি.মি.

নদী পাড়ি দিয়ে ফেরত আসতে নৌকাটি মোট

অতিক্রম করে = (20 + 20) কি. মি. = 40 কি. মি.

∴ নৌকাটির নদী পাড়ি দিয়ে ফেরত আসতে

সময় লাগবে = $\frac{40}{10}$ ঘণ্টা = 4 ঘণ্টা।

4 ঘণ্টা **(Ans.)**

গ. 'ক' ও 'খ' থেকে পাই, নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা

স্রোতের বেগ 5 কি.মি./ঘণ্টা

∴ নৌকার বেগ স্রোতের বেগের $\frac{10}{5}$ গুণ বা 2 গুণ

স্রোতের অনুকূলে 1 ঘণ্টায় যায় 10 কি.মি.

∴ " " $3\frac{1}{2}$ বা $\frac{7}{2}$ " " $\left(10 \times \frac{7}{2}\right)$ কি. মি.

= 35 কি. মি.

আবার, স্রোতের পতিকূলে 5 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়

∴ " " 1 " " " $\frac{1}{5}$ "

∴ " " 35 " " " $\frac{1 \times 35}{5}$ "

= 7 ঘণ্টায়

(Ans.) 2 গুণ, 7 ঘণ্টা।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে।

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমীকরণজোটটি সমাধান কর ও ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণজোটটির লেখচিত্র অঙ্কন করে (x, y) প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$ এবং $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$;

খ. (x, y) = (7, 9) ও ভগ্নাংশটি $\frac{7}{9}$

প্রশ্ন–১১ ▸ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x ও দশক স্থানীয় অঙ্ক y। দশক স্নানীয় অঙ্ক, একক স্থানীয় অঙ্ক থেকে 1 বেশি।

ক. দশক স্থানীয় অঙ্ক ও সংখ্যাটি শুধুমাত্র x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।২

খ. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে তা পূর্বের সংখ্যার $\frac{5}{6}$ গুণ হয়। সংখ্যাটি কত?৪

গ. প্রমাণ কর যে, 'খ' তে প্রাপ্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি মূল সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্কের ৯ গুণ হয়। ৪

উত্তর : ক. y = x + 1; সংখ্যাটি = 11x + 10; খ. 54

প্রশ্ন–১২ ▸ 3x – 2y = 2

5x – 3y = 5

ক. সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ কিনা? এর কয়টি সমাধান আছে? ২

খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তার ও মূল সংখ্যার যোগফল প্রদত্ত সমীকরণ জোটের মূলের গুণফল অপেক্ষা 90 বেশি হলে, সংখ্যাটি কত? ৪

উত্তর : ক. সঙ্গাতিপূর্ণ, 1টি; খ. (4, 5); গ. 73 অথবা 37।

প্রশ্ন–১৩ ▸ $\mathbf{ax + by = c \longrightarrow (i)}$

$\mathbf{ax + by = ab \longrightarrow (ii)}$

$\mathbf{a^2x + b^2y = c^2 \longrightarrow (iii)}$

$\mathbf{bx + ay = ab \longrightarrow (iv)}$ [দাউদ পাবলিক স্কুল, যশোর]

ক. (i) ও (ii) নং সমীকরণ সঙ্গাতিপূর্ণ কিনা যাচাই কর। ২

খ. (i) ও (iii) নং সমীকরণ জোটের সমাধান কত? ৪

গ. (ii) ও (iv) সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. $\left\{\frac{c(b-c)}{a(b-a)}, \frac{c(c-a)}{b(b-a)}\right\}$; গ. $\left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b}\right)$।

প্রশ্ন–১৪ ▸ $\mathbf{ax + by = c, a^2x + b^2y = c^2}$ **............(i)**

$\mathbf{ax - cy = 0, cx - ay = c^2 - a^2}$ **.......(ii)**

ক. (i) নং সমীকরণজোটের প্রকৃতি/বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং সমীকরণজোটকে অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. (ii) নং সমীকরণজোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

উত্তর : সঙ্গাতিপূর্ণ ও অনির্ভরশীল;

খ. $(x, y) = \left\{\frac{bc(b-c)}{ab(b-a)}, \frac{ca(c-a)}{ab(b-a)}\right\}$; গ. (x, y) = (c, a)।

প্রশ্ন–১৫ ▸ কোনো একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি।

ক. প্রস্থকে x ধরে, আয়তকার ঘরের পরিসীমাকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. মেঝের পরিসীমা 20 মিটার হলে, ঘরের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? ৪

গ. আয়তাকার ঘরের মেঝের চারদিকে 1 মিটার চওড়া বারান্দা থাকলে বারান্দাটি মার্বেল পাথর দিয়ে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 150·00 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে? বারান্দাসহ সম্পূর্ণ মেঝে মোজাইক করতে কত খরচ হবে? ৪

উত্তর : $(4x + 4)$ মিটা; খ. 24 বর্গমিটার ; গ. 300 টাকা, 7200 টাকা

প্রশ্ন–১৬ ▸ এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে $2\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় কোনো স্থানে পৌঁছল এবং স্রোতের প্রতিকূলে $3\frac{3}{4}$ ঘণ্টায় ফিরে এল।

ক. গন্তব্য স্থানের দূরত্ব a কি. মি. ও দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় x কি. মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় y কি. মি. ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমীকরণজোট থেকে দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। ৪

গ. দাঁড়ের বেগ স্রোতের বেগের কত গুণ? a = 15 হলে দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : $x + y = \frac{2a}{5}$, $x - y = \frac{4a}{15}$; খ. $\frac{a}{3}$ কি. মি. $\frac{a}{15}$

গ. 5 গুণ, 5 কি. মি. 1 কি. মি.।

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৭ ▸ একটি সরল সমীকরণ জোট, $x + y = 8$

$$5x - 3y = 0$$

ক. সমীকরণজোটটির প্রকৃতি কিরূপ এবং এর সমাধান কয়টি? ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{5}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-3}$

আমরা পাই, $\frac{1}{5} \neq \frac{1}{-3}$

$\therefore$ সমীকরণ জোট সমঞ্জস ও এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ জোট, $x + y = 8$ ....(i)

$5x - 3y = 0$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই

$x + y = 8$

বা, $x = 8 - y$

$\therefore x = 8 - y$ ....(iii)

এখন সমীকরণ (ii)–এ $x = 8 - y$ বসিয়ে পাই,

$5(8 - y) - 3y = 0$

বা, $40 - 5y - 3y = 0$

বা, $-8y = -40$

বা, $y = \frac{40}{8}$

$\therefore y = 5$

y এর মান সমীকরণ (iii)–এ বসিয়ে পাই,

$x = 8 - 5 = 3$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ সমাধান $(x, y) = (3, 5)$

গ. $x + y = 8$ ....(i)

$5x - 3y = 0$ ....(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y = 8 - x$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	3	6
y	8	5	2

(i) নং সমীকরণের স্থানাঙ্কগুলো, (0, 8), (3, 5), (6, 2)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$5x - 3y = 0$

বা, $-3y = -5x$

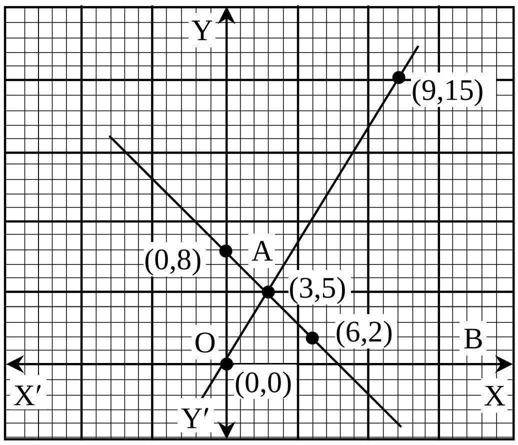
বা, $y = \frac{5}{3}x$

$\therefore y = \frac{5}{3}x$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	3	9
y	0	5	15

(ii) নং সমীকরণের স্থানাঙ্কগুলো (0, 0), (3, 5), (9, 15)



ছক কাগজের XOX' বরাবর x-অক্ষ, YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (i) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত (0, 8), (3, 5), (6, 2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি ও উভয় দিকে বর্ধিত করি। এটি একটি সরলরেখা।

আবার, একই অক্ষ যুগল ও একক ধরে (ii) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত (0, 0), (3, 5), (9, 15) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি ও উভয় দিকে বর্ধিত করি। এটি একটি সরলরেখা যা (i) নং সমীকরণের লেখচিত্রকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে। A উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(3, 5).

তাহলে XOX' এর সাথে PBO ত্রিভুজ উৎপন্ন করেছে। P থেকে OB এর উপর PM লম্ব আঁকি। তাহলে OB = 8 একক, PM = 5 একক।

$\therefore \Delta PBO$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OB \times PM$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 5$ বর্গ একক

$= 20$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৮ ▸ $\left.\begin{array}{l}3x + 4y = 14\\ 4x - 3y = 2\end{array}\right\}$ **একটি সমীকরণ জোট।**

ক. সমীকরণজোটটির সমাধান সংখ্যা নির্দেশ কর এবং সঙ্গতিপূর্ণ কি–না উল্লেখ কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণজোটের সমাধান কর এবং খ নং প্রশ্নে প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{l}3x + 4y = 14\\ 4x - 3y = 2\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{4}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{4}{-3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-3}$

∴ সমীকরণজোটটির একটিমাত্র সমাধান আছে এবং এটি সঙ্গতিপূর্ণ।

খ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় : $\left.\begin{array}{l}3x + 4y = 14\\ 4x - 3y = 2\end{array}\right\}$

বা, $3x + 4y - 14 = 0$

$4x - 3y - 2 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{4 \times (-2) - (-3) \times (-14)} = \frac{y}{4 \times (-14) - 3 \times (-2)}$

$= \frac{1}{3 \times (-3) - 4 \times 4}$

বা, $\frac{x}{-8 - 42} = \frac{y}{-56 + 6} = \frac{1}{-9 - 16}$

বা, $\frac{x}{-50} = \frac{y}{-50} = \frac{1}{-25}$

বা, $\frac{x}{50} = \frac{y}{50} = \frac{1}{25}$

∴ $\frac{x}{50} = \frac{1}{25}$ বা, $x = 2$

আবার, $\frac{y}{50} = \frac{1}{25}$ বা $y = 2$

∴ সমাধান $(x, y) = (2, 2)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $3x + 4y = 14$ ....(i)

$3x - 3y = 2$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$3x + 4y = 14$

বা, $4y = 14 - 3x$

বা, $y = \frac{14 - 3x}{4}$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	–2	2	6
y	5	2	–1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–2, 5), (2, 2) (6, –1)।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$4x - 3y = 2$

বা, $-3y = 2 - 4x$

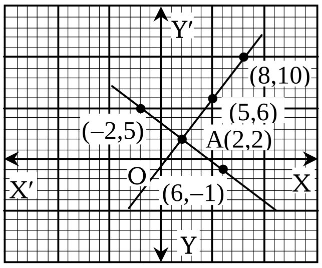
বা, $3y = 4x - 2$

বা, $y = \frac{4x - 2}{3}$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	5	8
y	2	6	10

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 2), (5, 6), (8, 10)।



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O, মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত (–2, 5), (2, 2), (6, –1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত (2, 2), (5, 6), (8, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, রেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2)।

∴ সমাধান $(x, y) = (2, 2)$

'খ' থেকে প্রাপ্ত $(x, y) = (2, 2)$

∴ 'খ' এ প্রাপ্ত মান সঠিক।

প্রশ্ন–১৯ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে, ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে।

ক. দৈর্ঘ্যকে x ও y ধরে সমীকরণ জোট তৈরি কর। ২

খ. বজ্রগুণন পদ্ধতিতে 'ক'–এ প্রাপ্ত সমীকরণজোট সমাধান করে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায় এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পায় তবে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ y মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

∴ ১ম শর্তানুসারে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$

এবং ২য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$(x - 5)(y + 3) = xy - 9$

বা, $xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$

বা, $xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$

বা, $3x - 5y - 6 = 0$ ....(i)

এবং $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$

বা, $xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$

বা, $xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$

বা, $2x + 3y - 61 = 0$ ....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে বজ্রগুণন করে পাই,

$$\frac{x}{-5 \times (-61) - 3 \times (-6)} = \frac{y}{(-6) \times 2 - (-61) \times 3} = \frac{1}{3 \times 3 - 2 \times (-5)}$$

বা, $\frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$

বা, $\frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

এখানে, $\frac{x}{323} = \frac{1}{19}$ আবার, $\frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

বা, $x = \frac{323}{19}$ বা, $y = \frac{171}{19}$

$\therefore x = 17$ $\therefore y = 9$

নির্ণেয় মান : $x = 17$ এবং $y = 9$.

গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত, $x = 17$ এবং $y = 9$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (17×9) বর্গমিটার

= 153 বর্গমিটার

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য

= (17 + 17 এর 10% মিটার

= $\left(17 + 17 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার

= $(17 + 1\cdot7)$ মিটার

= $18\cdot7$ মিটার

10% হ্রাসে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = (9 – 9 এর 10%) মিটার

= $\left(9 - 9 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার

= $(9 - 0.9)$ মিটার

= 8.1 মিটার

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি এবং প্রস্থ হ্রাসের পর নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(18\cdot7 \times 8\cdot1)$ বর্গমিটার

= $151\cdot47$ বর্গমিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়

= $(153\cdot00 - 151\cdot47)$ বর্গমিটার

= $1\cdot53$ বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\frac{1\cdot53}{153} \times 100 = 1$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন–২০ ▸ একটি দোকান থেকে মালিহা 6টি কলম ও 4টি পেন্সিল ক্রয় করে 26 টাকায় এবং আতিক একই দোকান থেকে 5টি কলম ও 1টি পেন্সিল ক্রয় করে 17 টাকায়।

ক. x ও y চলকের সাহায্যে সমীকরণজোট আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. ক' তে প্রাপ্ত সমীকরণজোট সমঞ্জস কিনা যাচাই কর। ৪

গ. প্রতিটি কলম ও পেন্সিলের ক্রয়মূল্য কত হবে? ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, 1টি কলমের দাম x টাকা

এবং 1টি পেন্সিলের দাম y টাকা

$\therefore$ গঠিত সমীকরণজোট :

$$\left.\begin{array}{l} 6x + 4y = 26 \text{ ....(i)} \\ 5x + y = 17 \text{..............(ii)} \end{array}\right\}$$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণজোটে

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{6}{5}$

এবং y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{8}{১}$

আমরা পাই, $\frac{6}{5} \neq \frac{4}{1}$

$\therefore$ সমীকরণজোট সমঞ্জস এবং অনির্ভরশীল।

গ. সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$5x + y = 17$ বা, $y = 17 - 5x$ ....(iii)

এখন 'ক' এর (i) নং সমীকরণে $y = 17 - 5x$ বসিয়ে পাই,

বা, $6x + 4(17 - 5x) = 26$

বা, $6x + 68 - 20x = 26$

বা, $-14x = 26 - 68$

বা, $-14x = -42$

বা, $x = \frac{-42}{-14}$ $\therefore x = 3$

x এর মান সমীকরণ (iii)–এ বসিয়ে পাই,

$y = 17 - 5x = 17 - 5.3 = 17 - 15$

$\therefore y = 2$

প্রতিটি কলমের মূল্য 3 টাকা এবং প্রতিটি পেন্সিলের মূল্য 2 টাকা হবে।