একাদশ অধ্যায়
বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত

অনুশীলনী ১১.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **অনুপাত**

একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

ব্যাখ্যা : দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাতকে $p : q = \frac{p}{q}$ লেখা হয়। p ও q রাশি দুইটি সমজাতীয় ও একই এককে হতে হবে। অনুপাতে p কে পূর্ব রাশি এবং q কে উত্তর রাশি বলা হয়।

- **সমানুপাত**

যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি, $a : b = c : d$

ক্রমিক সমানুপাতী

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের ক্ষেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে।

- **অনুপাতের রূপান্তর**

এখানে অনুপাতের রাশিগুলো ধনাত্মক সংখ্যা।

(১) $a : b = c : d$ হলে, $b : a = d : c$ [ব্যস্তকরণ *(invertendo)*]

(২) $a : b = c : d$ হলে, $a : c = b : d$ [একান্তকরণ *(alternendo)*]

(৩) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ [যোজন *(componendo)*]

(৪) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ [বিয়োজন *(dividendo)*]

(৫) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ [যোজন-বিয়োজন *(componendo-dividendo)*]

(৬) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, প্রত্যেকটি অনুপাত $= \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার এবং b মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান : ১ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

∴ ১ম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গমিটার

এবং ২য় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = b মিটার

∴ ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গমিটার

∴ ১ম ও ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= \frac{a^2}{b^2} = a^2 : b^2$

∴ তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= a^2 : b^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ = r মিটার

∴ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গমিটার

∴ বৃত্তের পরিসীমা = $2\pi r$ মিটার

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের এক বাহু = $\sqrt{\pi r^2}$ মিটার = $\sqrt{\pi}r$ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $4\sqrt{\pi}r$ মিটার

বৃত্তক্ষেত্রের ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত

$$= \frac{2\pi r}{4\sqrt{\pi}r} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\pi} : 2 \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল. সা. গু. 180; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সংখ্যাদ্বয় 3x ও 4x [অনুপাত অনুযায়ী)]

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল. সা. গু. = 12x

প্রশ্নমতে, $12x = 180$

বা, $x = \frac{180}{12}$

$\therefore x = 15$

$\therefore$ সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে $(3 \times 15) = 45$

এবং $(4 \times 15) = 60$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 45 ও 60.

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত 1 : 4, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা $= x$

এবং উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা $= 4x$

$\therefore$ মোট ছাত্র সংখ্যা $= (4x + x)$ জন $= 5x$ জন

$\therefore$ অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার $\frac{x}{5x}$ অংশ

অর্থাৎ $\frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\% = \frac{x}{5x} \times 100\% = \left(\frac{1}{5} \times 100\right)\% = 20\%$

$\therefore$ অনুপস্তিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে 28% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $= (100 - 28)$ বা 72 টাকা।

বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য $= 72 : 100 = \frac{72}{100}$

$= \frac{18}{25} = 18 : 25$

$\therefore$ বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত $= 18 : 25$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত 7 বছর পূর্বে ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান : মনে করি, 7 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $5k$ বছর

এবং 7 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল $2k$ বছর

এখানে, k অনুপাতের সাধারণ গুণিতক

$\therefore$ বর্তমানে পিতার বয়স $(5k + 7)$ বছর

এবং বর্তমানে পুত্রের বয়স $(2k + 7)$ বছর

আবার, 5 বছর পরে পিতার বয়স $(5k + 7 + 5)$ বছর

$= (5k + 12)$ বছর

এবং 5 বছর পরে পুত্রের বয়স $(2k + 7 + 5)$ বছর

$= (2k + 12)$ বছর

প্রশ্নানুসারে, $(5k + 7) + (2k + 7) = 70$

বা, $5k + 7 + 2k + 7 = 70$

বা, $7k + 14 = 70$

বা, $7k = 70 - 14 = 56$

বা, $k = \frac{56}{7} = 8$

$\therefore k = 8$

$\therefore$ 5 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত

$= (5 \times 8 + 12) : (2 \times 8 + 12)$

$= (40 + 12) : (16 + 12)$

$= 52 : 28$

$= 13 : 7$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যদি a : b = b : c হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

(i) $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ **(ii)** $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$

(iii) $\frac{abc\,(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3} = 1$ **(iv)** $a - 2b + c = \frac{(a - b)^2}{a} = \frac{(b - c)^2}{c}$

সমাধান : (i) দেওয়া আছে $a : b = b : c$,

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

বামপক্ষ $= \frac{a}{c}$

ডানপক্ষ $= \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ac}{ac + c^2}$ $[\because b^2 = ac]$

$= \frac{a\,(a + c)}{c\,(a + c)} = \frac{a}{c}$

অর্থাৎ, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ (প্রমাণিত)

(ii) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

বামপক্ষ $= a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right)$

$= \frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$

$= \frac{b^2c^2}{a} + \frac{a^2c^2}{b} + \frac{a^2b^2}{c}$

$= \frac{ac.\,c^2}{a} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2.ac}{c}$ $[\because b^2 = ac]$

$= \frac{ac^3}{a} + \frac{b^4}{b} + \frac{a^3c}{c}$

$= c^3 + b^3 + a^3$

$= a^3 + b^3 + c^3 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ (প্রমাণিত)

(iii) দেওয়া আছে $a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

বামপক্ষ $= \frac{abc\,(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3}$

$= \frac{b.\,b^2\,(a + b + c)^3}{(ab + bc + b^2)^3}$ $[\because b^2 = ac]$

$= \frac{b^3\,(a + b + c)^3}{\{b\,(a + c + b)\}^3} = \frac{b^3\,(a + b + c)^3}{b^3\,(a + b + c)^3}$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{abc(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3} = 1$ (প্রমাণিত)

(iv) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

১ম পক্ষ $= a - 2b + c$

২য় পক্ষ $= \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a}$

$= \frac{a^2 - 2ab + ac}{a}$ $[\because b^2 = ac]$

$= \frac{a(a-2b+c)}{a} = a - 2b + c$

৩য় পক্ষ $= \frac{(b-c)^2}{c} = \frac{b^2 - 2bc + c^2}{c}$

$= \frac{ac - 2bc + c^2}{c}$ $[\because b^2 = ac]$

$= \frac{c(a-2b+c)}{c} = a - 2b + c$

অর্থাৎ, $a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ সমাধান কর :

(i) $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$ **(ii)** $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = b$

(iii) $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$, **$2a > b > 0$ এবং $x \neq 0$.**

(iv) $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}} = 5$ **(v)** $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}} = c$

(vi) $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

সমাধান : (i) $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1-\sqrt{1-x}+1+\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}-1-\sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2(\sqrt{1-x})} = \frac{4}{-2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2$ [– 1 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $2\sqrt{1-x} = 1$ [আড়গুণন করে]

বা, $(2\sqrt{1-x})^2 = (1)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $4(1-x) = 1$

বা, $4 - 4x = 1$

বা, $-4x = 1 - 4$

বা, $-4x = -3$

$\therefore x = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{3}{4}$

(ii) $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = b$

বা, $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}-\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{a+x}}{2\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}\right)^2 = \left(\frac{b+1}{b-1}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+2b+1}{b^2-2b+1}$

বা, $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2b+1+b^2-2b+1}{b^2+2b+1-b^2+2b-1}$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2x} = \frac{2b^2+2}{4b}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{2(b^2+1)}{4b}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{b^2+1}{2b}$

বা, $x(b^2+1) = 2ab$

$\therefore x = \frac{2ab}{b^2+1}$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{2ab}{b^2+1}$

(iii) $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

বা, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a+2x}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{(a+x)^2}{(-\sqrt{a^2-x^2})^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{a^2+2ax+x^2}{a^2-x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+b^2}$

বা, $\frac{a^2+2ax+x^2+a^2-x^2}{a^2+2ax+x^2-a^2+x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a^2+2ax}{2ax+2x^2} = \frac{2b^2+2x^2}{4bx}$

বা, $\frac{2(a^2+ax)}{2(x^2+ax)} = \frac{2(x^2+b^2)}{2 \times 2bx}$

বা, $\frac{a^2+ax}{x^2+ax} = \frac{x^2+b^2}{2bx}$

বা, $(x^2+b^2)(x^2+ax) = 2bx(a^2+ax)$ [আড়গুণন করে]

বা, $x(x^2+b^2)(x+a) = 2abx(x+a)$

বা, $x^2+b^2 = 2ab$ [উভয়পক্ষকে $x(x+a)$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 = 2ab - b^2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2ab-b^2}$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \pm\sqrt{2ab-b^2}$

(iv) $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}} = 5$

বা, $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}-\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}} = \frac{5+1}{5-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4}$

বা, $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4}$

বা, $9x - 54 = 4x - 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $9x - 4x = 54 - 4$

বা, $5x = 50$

বা, $x = \frac{50}{5}$

$\therefore x = 10$

নির্ণেয় সমাধান, $x = 10$

(v) $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}} = c$

বা, $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}+\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}-\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{ax+b}}{2\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{ax-b}}\right)^2 = \left(\frac{c+1}{c-1}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{ax+b}{ax-b} = \frac{c^2+2c+1}{c^2-2c+1}$

বা, $\frac{ax+b+ax-b}{ax+b-ax+b} = \frac{c^2+2c+1+c^2-2c+1}{c^2+2c+1-c^2+2c-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2ax}{2b} = \frac{2c^2+2}{4c}$

বা, $\frac{ax}{b} = \frac{2(c^2+1)}{2\cdot 2c}$

বা, $\frac{ax}{b} = \frac{c^2+1}{2c}$

বা, $x = \frac{c^2+1}{2c} \times \frac{b}{a}$

বা, $x = \frac{b(c^2+1)}{2ac}$

বা, $x = \frac{b}{2a}\left(\frac{c^2+1}{c}\right)$

$\therefore x = \frac{b}{2a}\left(c+\frac{1}{c}\right)$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{b}{2a}\left(c+\frac{1}{c}\right)$

(vi) $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $81 = \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4}$ $\left[\frac{(1-x)^3}{(1+x)^3}\right.$ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে$\left.\right]$

বা, $\left\{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2\right\}^2 = (9)^2$

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = \pm 9$ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 9$ অথবা, -9

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \pm\sqrt{9}$ অথবা, $\pm\sqrt{-9}$

কিন্তু, $\frac{1+x}{1-x} = \pm\sqrt{-9}$ সমীকরণটির কোনো বাস্তব সংখ্যায় সমাধান নেই।

$\therefore \frac{1+x}{1-x} = \pm 3$

$\therefore$ হয় $\frac{1+x}{1-x} = 3$ অথবা, $\frac{1+x}{1-x} = -3$

বা, $1 + x = 3 - 3x$ বা, $-3 + 3x = 1 + x$

বা, $x + 3x = 3 - 1$ বা, $3x - x = 1 + 3$

বা, $4x = 2$ বা, $2x = 4$

বা, $x = \frac{2}{4}$ বা, $x = \frac{4}{2}$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ $\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$ বা, $\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

(i) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2}$ (ii) $\frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore \frac{a}{b} = k$ বা, $a = bk$

এবং $\frac{c}{d} = k$ বা, $c = dk$

বামপক্ষ $= \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{(bk)^2+bk.b+b^2}{(bk)^2-bk.b+b^2}$ [$\because a = bk$]

$= \frac{b^2k^2+b^2k+b^2}{b^2k^2-b^2k+b^2} = \frac{b^2(k^2+k+1)}{b^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$

ডানপক্ষ $= \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2} = \frac{(dk)^2+dk.d+d^2}{(dk)^2-dk.d+d^2}$ [$\because c = dk$]

$= \frac{d^2k^2+d^2k+d^2}{d^2k^2-d^2k+d^2} = \frac{d^2(k^2+k+1)}{d^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2}$ **(দেখানো হলো)**

(ii) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore \frac{a}{b} = k$ এবং $\frac{c}{d} = k$

বা, $a = bk$ বা, $c = dk$

বামপক্ষ $= \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{bk.dk+bd}{bk.dk-bd}$ [$\because a = bk$ এবং $c = dk$]

$= \frac{bdk^2+bd}{bdk^2-bd} = \frac{bd(k^2+1)}{bd(k^2-1)}$

$= \frac{k^2+1}{k^2-1}$

ডানপক্ষ $= \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2} = \frac{(dk)^2+d^2}{(dk)^2-d^2}$ [$\because c = dk$]

$= \frac{d^2k^2+d^2}{d^2k^2-d^2} = \frac{d^2(k^2+1)}{d^2(k^2-1)}$

$= \frac{k^2+1}{k^2-1}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

(i) $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$ (ii) $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore c = dk,$

$b = ck = dk.k = dk^2$

এবং $a = bk = dk^2.k = dk^3$

বামপক্ষ $= \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{(dk^3)^3+(dk^2)^3}{(dk^2)^3+(dk)^3}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{d^3k^9+d^3k^6}{d^3k^6+d^3k^3} = \frac{d^3k^6(k^3+1)}{d^3k^3(k^3+1)} = k^3$

ডানপক্ষ $= \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3} = \frac{(dk^2)^3+(dk)^3}{(dk)^3+d^3}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{d^3k^6+d^3k^3}{d^3k^3+d^3} = \frac{d^3k^3(k^3+1)}{d^3(k^3+1)} = k^3$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$ **(দেখানো হলো)**

(ii) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore c = dk, b = ck = dk.\ k = dk^2$

এবং $a = bk = dk^2.\ k = dk^3$

বামপক্ষ $= (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$

$= \{(dk^3)^2+(dk^2)^2+(dk)^2\}\{(dk^2)^2+(dk)^2+d^2\}$

[a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$= (d^2k^6+d^2k^4+d^2k^2)(d^2k^4+d^2k^2+d^2)$

$= d^2k^2(k^4+k^2+1) \times d^2(k^4+k^2+1)$

$= d^4k^2(k^4+k^2+1)^2$

ডানপক্ষ $= (ab+bc+cd)^2$

$= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2$ [মান বসিয়ে]

$= (d^2k^5+d^2k^3+d^2k)^2 = \{d^2k(k^4+k^2+1)\}^2$

$= d^4k^2(k^4+k^2+1)^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b.$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

$\therefore \frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে 2a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$

আবার, $\frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$

বা, $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$

$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$= \frac{3b+a-3a-b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$

$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $x = \frac{\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1}-\sqrt[3]{m-1}}$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1}-\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}+\sqrt[3]{m+1}-\sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}-\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3-3x^2+3x-1} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1+x^3-3x^2+3x-1}{x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1} = \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^3+6x}{6x^2+2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{2(x^3+3x)}{2(3x^2+1)} = m$

বা, $\frac{x^3+3x}{3x^2+1} = m$

বা, $x^3+3x = 3mx^2+m$ [আড়গুণন করে]

$\therefore x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$ হলে,

দেখাও যে, $3bx^2 - 4ax + 3b = 0.$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}+\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}-\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1} = \frac{2a + 3b + 2a - 3b}{2a + 3b - 2a + 3b}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^2 + 2}{4x} = \frac{4a}{6b}$

বা, $\frac{2(x^2 + 1)}{2 \times 2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{x^2 + 1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $3bx^2 + 3b = 4ax$ [আড়গুণন করে]

$\therefore 3bx^2 - 4ax + 3b = 0$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

বা, $\frac{(b + c)^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{a^2 + b^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$

বা, $\frac{b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

[বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2bc}{b^2 + c^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2 + c^2} = \frac{a}{a^2 + b^2}$ [2b দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

বা, $ab^2 + ac^2 = a^2c + b^2c$ [আড়গুণন করে]

বা, $ab^2 - b^2c = a^2c - ac^2$

বা, $b^2(a - c) = ac(a - c)$

বা, $b^2 = ac$ [উভয়পক্ষকে $(a - c)$ দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

অর্থাৎ, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $\frac{x}{b + c} = \frac{y}{c + a} = \frac{z}{a + b}$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y + z - x} = \frac{b}{z + x - y} = \frac{c}{x + y - z}$

সমাধান : মনে করি,

$\frac{x}{b + c} = \frac{y}{c + a} = \frac{z}{a + b} = k$

$\therefore x = k(b + c), y = k(c + a)$ এবং $z = k(a + b)$

১ম পক্ষ $= \frac{a}{y + z - x}$

$= \frac{a}{k(c + a) + k(a + b) - k(b + c)}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{a}{k(c + a + a + b - b - c)} = \frac{a}{k.2a} = \frac{1}{2k}$

২য় পক্ষ $= \frac{b}{z + x - y}$

$= \frac{b}{k(a + b) + k(b + c) - k(c + a)}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{b}{k(a + b + b + c - c - a)} = \frac{b}{k.2b} = \frac{1}{2k}$

৩য় পক্ষ $= \frac{c}{x + y - z}$

$= \frac{c}{k(b + c) + k(c + a) - k(a + b)}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{c}{k(b + c + c + a - a - b)}$

$= \frac{c}{k.2c} = \frac{1}{2k}$

$\therefore$ ১ম পক্ষ = ২য় পক্ষ = ৩য় পক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{a}{y + z - x} = \frac{b}{z + x - y} = \frac{c}{x + y - z}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

সমাধান : মনে করি,

$\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} = k$

$\therefore \frac{bz - cy}{a} = k$

বা, $bz - cy = ak$ .... (i)

আবার, $\frac{cx - az}{b} = k$

বা, $cx - az = bk$ .... (ii)

এবং $\frac{ay - bx}{c} = k$

বা, $ay - bx = ck$ ....(iii)

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) কে যথাক্রমে x, y ও z দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$bxz - cxy + cxy - ayz + ayz - bxz$

$= akx + bky + ckz$

বা, $0 = k(ax + by + cz)$

$\therefore k = 0$

সমীকরণ (i)–এ $k = 0$ বসিয়ে পাই,

$bz - cy = a.0$

বা, $bz - cy = 0$

বা, $bz = cy$

$\therefore \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ .... (iv)

সমীকরণ (ii)–এ $k = 0$ বসিয়ে পাই,

$cx - az = b.0$

বা, $cx - az = 0$

বা, $cx = az$

$\therefore \frac{x}{a} = \frac{z}{c}$ .... (v)

সমীকরণ (iv) ও (v) থেকে পাই,

$\frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x}{a}$ অর্থাৎ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $\frac{a + b - c}{a + b} = \frac{b + c - a}{b + c} = \frac{c + a - b}{c + a}$ এবং $a + b + c \neq 0$ হলে,

প্রমাণ কর যে, a = b = c.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{a + b - c}{a + b} = \frac{b + c - a}{b + c} = \frac{c + a - b}{c + a}$

বা, $\frac{a + b - c - a - b}{a + b} = \frac{b + c - a - b - c}{b + c} = \frac{c + a - b - c - a}{c + a}$

[বিয়োজন করে]

বা, $\frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$

বা, $\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$ [প্রত্যেক পক্ষকে –1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ [$\because a+b+c \neq 0$]

[প্রত্যেক পক্ষকে a + b + c দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \frac{1}{c} = \frac{1}{a}$ হলে, a = c এবং $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ হলে, a = b

অর্থাৎ, a = b = c (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x+y+z \neq 0$ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত $= \frac{1}{a+b+c}$

সমাধান : মনে করি, প্রদত্ত প্রত্যেকটি অনুপাতের মান = k

$\therefore \frac{x}{xa+yb+zc} = k$

বা, k(xa + yb + zc) = x .... (i)

আবার, $\frac{y}{ya+zb+xc} = k$

বা, k(ya + zb + xc) = y .... (ii)

এবং $\frac{z}{za+xb+yc} = k$

বা, k(za + xb + yc) = z .... (iii)

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

k (xa + by + zc + ya + zb + xc + za + xb + yc) = x + y + z

বা, k (xa + ya + za + xb + yb + zb + xc + yc + zc) = x + y + z

বা, k {a (x + y + z) + b (x + y + z) + c (x + y + z)} = x + y + z

বা, k (x + y + z) (a + b + c) = x + y + z

বা, $k = \frac{(x+y+z)}{(x+y+z)(a+b+c)}$

$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{a+b+c}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ যদি (a + b + c) p = (b + c – a) q = (c + a – b) r = (a + b – c) s হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$.

সমাধান : মনে করি,

(a + b + c) p = (b + c – a) q = (c + a – b) r = (a + b – c) s = k

$\therefore$ (a + b + c) p = k

বা, $\frac{1}{p} = \frac{a+b+c}{k}$ ... ... (i)

আবার, q(b + c – a) = k

বা, $\frac{1}{q} = \frac{b+c-a}{k}$ ... ... (ii)

অনুরূপভাবে, (c + a – b) r = k

বা, $\frac{1}{r} = \frac{c+a-b}{k}$ ... ... (iii)

এবং s(a + b – c) = k

বা, $\frac{1}{s} = \frac{a+b-c}{k}$ ... ... (iv)

বামপক্ষ $= \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$

$= \frac{b+c-a}{k} + \frac{c+a-b}{k} + \frac{a+b-c}{k}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{b+c-a+c+a-b+a+b-c}{k}$

$= \frac{a+b+c}{k} = \frac{1}{p}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $lx = my = nz$

$\therefore lx = my$ $\therefore my = nz$ $\therefore lx = nz$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{m}{l}$ বা, $\frac{y}{z} = \frac{n}{m}$ বা, $\frac{x}{z} = \frac{n}{l}$

বা, $\frac{y}{x} = \frac{l}{m}$ বা, $\frac{z}{y} = \frac{m}{n}$ বা, $\frac{z}{x} = \frac{l}{n}$

বামপক্ষ $= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{z} + \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \cdot \frac{z}{y}$

$= \frac{m}{l} \cdot \frac{n}{l} + \frac{l}{m} \cdot \frac{n}{m} + \frac{l}{n} \cdot \frac{m}{n}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

এখানে, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

বা, $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{(\sqrt{a+q})^2}{(\sqrt{a-q})^2}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a+q}{a-q}$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$ [$\because \frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ দেওয়া আছে]

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-a+q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{2a}{2q} = \frac{a}{q}$

বা, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ [একান্তরকরণ করে]

$\therefore \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ (দেখানো হলো)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. ΔABC এর $\angle A : \angle B = 1 : 2$ এবং $\angle B : \angle C = 2 : 3$ হলে $\angle C$ এর পরিমাপ–

● 90° ⓦ 60° ⓖ 45° ⓖ 30°

২. p, q, r তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক রাশি হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $p^2 = qr$ ● $q^2 = pr$ ⓖ $pq = qr$ ⓖ $r^2 = pq$

৩. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে 40 বছর এবং 10 বছর। 5 বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

ⓚ 4 : 1 ● 3 : 1 ⓖ 1 : 4 ⓖ 1 : 3

৪. ক : খ = 3 : 4, খ : গ = 5 : 4 হলে, ক : খ : গ কত?

● 15 : 20 : 16 ⓦ 16 : 15 : 20
ⓖ 20 : 16 : 15 ⓖ 20 : 15 : 16

৫. যদি $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হয় তবে $\frac{6x+y}{3x+2y}$ এর মান কত?

ⓚ $\frac{4}{5}$ ⓦ $\frac{14}{15}$ ● $\frac{5}{4}$ ⓖ $\frac{20}{13}$

৬. একটি দ্রব্য 20% লাভে বিক্রয় করা হলো, বিক্রয় মূল্য এবং ক্রয় মূল্যের অনুপাত কোনটি?

ⓚ 5 : 4 ● 6 : 5 ⓖ 5 : 6 ⓖ 4 : 5

৭. x : y = 2 : 3, y : z = 2 : 3 হলে, x : z = কত?

ⓚ 1 : 1 ⓦ 2 : 3 ⓖ 3 : 2 ● 4 : 9

৮. ক্রিকেট খেলায় সুজন ও রফিকের রানের অনুপাত 2 : 3, রফিক ও সাকিবের রানের অনুপাত 5 : 6 হলে তাদের রানের ধারাবাহিক অনুপাত কত?

● 10 : 15 : 18 ⓦ 6 : 9 : 8
ⓖ 6 : 10 : 12 ⓖ 4 : 10 : 12

৯. কোনো ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 1 : 2 : 3 এবং ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. হলে বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ⓚ $10\sqrt{3}$ ● 20 ⓖ $10\sqrt{5}$ ⓖ 30

১০. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে–

i. a : b : : b : c ii. $a^2 = bc$ iii. $b^2 = ac$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

১১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে–

i. $b^2 = ac$ ii. $2b = a + c$ iii. $\frac{a+b}{b} = \frac{b+c}{c}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

১২. x, y, z ক্রমিক সমানুপাতী রাশি হলে–

i. $xy = yz$ ii. $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ iii. প্রতিটি অনুপাতের মান = $\frac{x+y}{y+z}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓦ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

১১·১ : অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩. A : B হলে B কে কী বলা হয়? (সহজ)

ⓚ মধ্যক ● উত্তর রাশি ⓖ প্রান্তীয় রাশি ⓖ পূর্ব রাশি

১৪. দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ p − q ● p : q ⓖ $p \div \frac{1}{q}$ ⓖ p × q

১৫. দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m মিটার এবং n মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ m : n ● $m^2 : n^2$ ⓖ $m^3 : n^3$ ⓖ $\sqrt{m} : \sqrt{n}$

১৬. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 3 হলে ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? (মধ্যম)

ⓚ 9 : 1 ⓦ 4 : 1 ⓖ 1 : 4 ● 1 : 9

১৭. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে, তার ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? (মধ্যম)

ⓚ 2 ● 4 ⓖ 8 ⓖ 16

১৮. এক রিয়াল যদি 22 টাকা হয় তবে রিয়াল ও টাকার অনুপাত কত? (সহজ)

● 1 : 22 ⓦ 22 : 1 ⓖ 11 : 1 ⓖ 1 : 11

১৯. বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির অনুপাত কত? (সহজ)

● 1 : π ⓦ 1 : 2π ⓖ $1 : \pi^2$ ⓖ $1 : \pi^3$

ব্যাখ্যা : r ব্যাসার্ধের বৃত্তের ব্যাস 2r ও পরিধি 2πr

$\therefore$ ব্যাস : পরিধি = $\frac{2r}{2\pi r} = 1 : \pi$

২০. বর্গক্ষেত্রের বাহু চারগুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে? (সহজ)

ⓚ 4 ⓦ 8 ● 16 ⓖ 32

২১. কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 25 গুণ বৃদ্ধি করলে এর ব্যাসার্ধ কত গুণ বৃদ্ধি পাবে? (মধ্যম)

● 5 ⓦ 10 ⓖ 50 ⓖ 625

২২. x এর 10% যদি y এর 20% এর সমান হয় তবে x : y = কত? (কঠিন)

ⓚ 1 : 2 ● 2 : 1 ⓖ 5 : 1 ⓖ 10 : 1

ব্যাখ্যা : x এর 10% = y এর 20%

বা, x এর $\frac{10}{100}$ = y এর $\frac{20}{100}$

বা, $\frac{10x}{100} = \frac{20y}{100}$

বা, x = 2y

বা, $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$

$\therefore x : y = 2 : 1$

২৩. কোনো বর্গের বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)

● $1 : \sqrt{2}$ ⓚ $\sqrt{2} : 1$ ⓖ 1 : 2 ⓘ 2 : 1

ব্যাখ্যা : বর্গের বাহু = a এবং বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2}a$

$\therefore$ বর্গের বাহু : কর্ণ = $a : \sqrt{2}a = 1 : \sqrt{2}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৪. i. অনুপাত একটি প্রকৃত বা অপকৃত ভগ্নাংশ

ii. অনুপাতের প্রথম রাশিকে পূর্ব রাশি বলে

iii. অনুপাতের দ্বিতীয় রাশিকে উত্তর রাশি বলে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. অনুপাত হলো দুইটি রাশির একটি অপরটির কত অংশ বা কতগুণ

ii. a ও b দুইটি রাশির অনুপাতকে $\frac{a}{b}$ লেখা হয়

iii. 3·6 : 2·5 অনুপাতটির উত্তর রাশি 2·5

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২৬. চতুর্ভুজের পরিসীমা ও দৈর্ঘ্যের অনুপাত 121 : 11 হলে–

i. এদেরকে 11 : 1 অনুপাতে প্রকাশ করা যায়

ii. দৈর্ঘ্যকে বর্গ করলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়

iii. এরা সমজাতীয় রাশি

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ২৭–২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি গাড়ির গতিবেগের অনুপাত 5·2 : 2·5

২৭. গতিবেগের সরল অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 25 : 52 ● 52 : 25 ⓖ 5 : 52 ⓘ 52 : 5

২৮. সরল অনুপাতটিকে দ্বিগুণ করলে তার পূর্ব রাশি কত? (মধ্যম)

ⓚ 25 ⓚ 50 ⓖ 102 ● 104

২৯. ১ম গাড়ির গতিবেগ ২য় গাড়ির গতিবেগের কতগুণ? (কঠিন)

ⓚ 2·04 ● 2·08 ⓖ 3·04 ⓘ 3·08

১১·২ : সমানুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩০. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 25 : 36 হলে, তাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)

ⓚ 1 : 2 ⓚ 2 : 3 ● 5 : 6 ⓘ 10 : 14

ব্যাখ্যা : $25 : 36 = 5^2 : 6^2$ $\therefore$ দৈর্ঘ্যের অনুপাত 5 : 6

৩১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ a : b = c : b ● a : b = b : c

ⓖ a : c = b : c ⓘ b : a = b : c

ব্যাখ্যা : a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে, যদি $b^2 = ac$ হয়

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ $\therefore a : b = b : c$

৩২. নিচের কোনটি সমানুপাত রাশি? (সহজ)

ⓚ 1 : 2 = 3 : 4 ● 2 : 5 = 6 : 15

ⓖ 4 : 6 = 9 : 4 ⓘ 10 : 5 = 5 : 10

৩৩. x : y = 5 : 6 হলে 6x : 5y = কত? (মধ্যম)

● 1 ⓚ $\frac{5}{6}$ ⓖ $\frac{3}{5}$ ⓘ $\frac{1}{6}$

৩৪. A ও B সমবেগে নির্দিষ্ট দূরত্ব যথাক্রমে 3 ও 4 মিনিটে অতিক্রম করলে তাদের গতিবেগের অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ 1 : 3 ⓚ 2 : 3 ⓖ 4 : 3 ● 3 : 4

৩৫. a : b = b : c হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $a^2 = bc$ ⓚ $c^2 = ab$ ● $b^2 = ac$ ⓘ ab = bc

৩৬. 3·2 : 2·4 কে a : 1 আকারে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ⓚ 1 : 1 ● 1·33 : 1 ⓖ 2·4 : 3·2 ⓘ 1·33 : 2

৩৭. $ac = b^2$ হলে $(a^2 + b^2) : (b^2 + c^2)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ c : b ⓚ b : c ● a : c ⓘ c : a

৩৮. নিচের কোনটি সমানুপাত রাশি? (মধ্যম)

ⓚ 1 : 2 = 3 : 4 ● 2 : 5 = 6 : 15

ⓖ 4 : 6 = 9 : 4 ⓘ 10 : 5 = 5 : 10

ব্যাখ্যা : $2 : 5 = \frac{2}{5} = 0.4$ এবং $6 : 15 = \frac{6}{15} = 0.4$

৩৯. x : y = 5 : 6 হলে 3x : 5y = কত? (মধ্যম)

ⓚ 15 : 35 ⓚ 35 : 15 ● 1 : 2 ⓘ 2 : 1

ব্যাখ্যা : 3x : 5y = 15 : 30 = 1 : 2

৪০. 5 : 8 = 15 : x হলে x এর মান কোনটি? (মধ্যম)

● 24 ⓚ 40 ⓖ 75 ⓘ 120

ব্যাখ্যা : 5 : 8 = 15 : x বা, $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$

বা, 5x = 120 [আড়গুণন করে]

বা, $x = \frac{120}{5}$ $\therefore x = 24$

৪১. 5·7 : 7·5 কে b : 1 আকারে প্রকাশ করলে, b এর মান কত? (সহজ)

● 0·76 ⓚ 1·32 ⓖ 1·5 ⓘ 3

৪২. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ ac ● $\frac{a}{c}$ ⓖ $\frac{c}{a}$ ⓘ a + c

ব্যাখ্যা : $\frac{a^2 + ac}{ac + c^2} = \frac{a(a + c)}{c(a + c)} = \frac{a}{c}$

৪৩. $b^2 = ac$ হলে $(a^2 + b^2) : (a + c)c$ = ? (মধ্যম

● a : c ⓚ b : c ⓖ a : b ⓘ b : a

৪৪. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে b কে কী বলা হয়? (সহজ)

ⓚ পূর্ব রাশি ⓚ উত্তর রাশি

ⓖ তৃতীয় সমানুপাতি ● মধ্যসমানুপাতী

৪৫. 5x ও 6x এর গ.সা.গু. কত? (সহজ)

● x ⓚ x^2 ⓖ 30x ⓘ $30x^2$

৪৬. অনুপাতের প্রথম রাশিকে কী বলে? (সহজ)

● পূর্ব রাশি ⓚ উত্তর রাশি

ⓖ পূর্ব ও উত্তর রাশি ⓘ দ্বিতীয় রাশি

৪৭. a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতী হলে c কে কী বলা হয়? (সহজ)

ⓚ প্রথম সমানুপাতী ● তৃতীয় সমানুপাতী

ⓖ উত্তর সমানুপাতী ⓘ প্রান্ত সমানুপাতী

৪৮. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। যদি a = 4, b = 6 হয় তবে c = কত? (মধ্যম)

ⓚ 4 ⓚ 6 ● 9 ⓘ 24

৪৯. দুইটি বৃত্তের পরিসীমার অনুপাত 3 : 5, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? (মধ্যম)

ⓚ 3 : 5 ⓚh 5 : 3 ● 9 : 25 ⓖh 18 : 30

৫০. দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং b হলে, তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত কত?

● a : b ⓚh $a^2 : b^2$ ⓖ $a^3 : b^3$ ⓖh $\sqrt{a} : \sqrt{b}$

৫১. দুইটি বর্গের বাহু a ও b একক হলে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ $ab : a^2$ ● $a^2 : b^2$ ⓖ $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ ⓖh $a^2 : ab^2$

৫২. কোনো বর্গের বাহুর ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)

● $1 : \sqrt{2}$ ⓚh $\sqrt{2} : 1$ ⓖ 1 : 2 ⓖh 2 : 1

৫৩. x : y এর ব্যস্তানুপাত কোনটি? (সহজ)

ⓚ x : y ● y : x ⓖ $\frac{1}{x} : \frac{1}{y}$ ⓖh $x^2 : y^2$

৫৪. কোনো অনুপাত ও ঐ অনুপাতের ব্যস্তানুপাতের গুণফল কত? (মধ্যম)

ⓚ শূন্য ⓚh অসীম ● 1 ⓖh ভগ্নাংশ

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে $ac = b^2$
ii. $a : b = b : c^2$ হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী
iii. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে a : b = b : c

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

৫৬. a : b = 6 : 2 হলে–

i. a = 3 ও b = 1 এর জন্য এরা সমানুপাতী
ii. a = 2 ও b = 1 এর জন্য এরা ক্রমিক সমানুপাতী
iii. একে $\frac{a}{b} = 3$ আকারে প্রকাশ করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : ii. সঠিক নয়; কারণ, 2 : 1 = 6 : 2 ক্রমিক সমানুপাতী নয়

৫৭. একই উচ্চতা বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও ভূমির অনুপাত যথাক্রমে 21 : 24 ও 7 : 8 হলে–

i. এদেরকে ক্রমিক সমানুপাতে প্রকাশ করা যায়
ii. এরা সমানুপাতী
iii. ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ● ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সঠিক নয়; কারণ, ক্রমিক সমানুপাতিক হওয়ার জন্য সবগুলো রাশি একজাতীয় হতে হবে।

৫৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় a : b = b : c
ii. a : b = c : d–এর ক্রমিক সমানুপাত b : a = d : c
iii. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $ac = b^2$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

৫৯. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে–

i. $ac = b^2$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$
iii. b : a = c : b

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

৬০. x : y = 2 : 5 হলে–

i. 2x : 3y = 4 : 15 ii. 4x : 6y = 8 : 30
iii. $\frac{3x}{2} : \frac{5y}{3} = 3 : 25$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

৬১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি–

i. $a^2 = bc$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
iii. $ac - b^2 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ● ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

৬২. i. a : b = c : d হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী
ii. a : b = b : c হলে b হলো মধ্য সমানুপাতী
iii. $ac = b^2$ হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ● ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ – ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

21 বর্গ মি. ও 35 বর্গ মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ যথাক্রমে 3 মি. ও 5 মি.

৬৩. ১ম ও ২য় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{35}{21}$ ● $\frac{3}{5}$ ⓖ $\frac{21}{3}$ ⓖh $\frac{5}{35}$

ব্যাখ্যা : $21 : 35 = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ [7 দ্বারা ভাগ করে]

৬৪. ১ম ও ২য় আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 21 : 35 ⓚh 5 : 3 ⓖ 35 : 3 ⓖh 21 : 5

ব্যাখ্যা : 3 : 5 = 21 : 35 [7 দ্বারা গুণ করে]

৬৫. নিচের কোনটির জন্য এরা সমানুপাতী? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{21}{35} = \frac{5}{3}$ ● $\frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ ⓖ $\frac{21}{5} = \frac{3}{35}$ ⓖh $\frac{35}{3} = \frac{21}{5}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬–৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 4 : 2 : 1.

৬৬. ঘনবস্তুর মাত্রাগুলোর অনুপাত কোন ধরনের অনুপাত? (সহজ)

ⓚ গুরু অনুপাত ⓚh লঘু অনুপাত
ⓖ বিচ্ছিন্ন অনুপাত ⓖh ক্রমিক অনুপাত

৬৭. মাত্রাগুলোর অনুপাতের মধ্য সমানুপাত কোনটি? (সহজ)

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 4 ⓖh 6

৬৮. মাত্রাগুলোর তৃতীয় সমানুপাত কোনটি? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚh 2 ● 4 ⓖh 6

১১·৩ : অনুপাতের রূপান্তর

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৯. a : b = c : d হলে অনুপাতের কোন ধর্ম অনুযায়ী b : a = d : c হবে? (সহজ)

● ব্যস্তকরণ (খ) একান্তরকরণ (গ) যোজন (ঘ) বিয়োজন

৭০. m : n = p : q হলে, নিচের কোনটি একান্তকরণ অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

(ক) n : m = q : p ● m : p = n : q
(গ) $\frac{m+n}{n} = \frac{p+q}{q}$ (ঘ) $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$

৭১. $\frac{a}{b} = 2$ হলে, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{3}{5}$ ● $\frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{7}{9}$

ব্যাখ্যা : $\frac{a}{b} = 2$ বা, $\frac{a^2}{b^2} = 4$ বা, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{4+1}{4-1} = \frac{5}{3}$

৭২. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$ হলে, $\frac{a+c+e}{b+d+f}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{3}{2}$ ● $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা : $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{2+2+2}{3+3+3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

৭৩. a : b = c : d হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ কে কী প্রক্রিয়া বলে? (সহজ)

● যোজন (খ) বিয়োজন
(গ) যোজন–বিয়োজন (ঘ) বিয়োজন–যোজন

৭৪. 11 : 5 = 44 : 20 এর যোজন–বিয়োজন ফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $\frac{16}{6} = \frac{24}{64}$ ● $\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$ (গ) $\frac{64}{6} = \frac{16}{24}$ (ঘ) $\frac{8}{3} = \frac{12}{32}$

ব্যাখ্যা : $\frac{11}{5} = \frac{44}{20}$; $\frac{11+5}{11-5} = \frac{44+20}{44-20}$ [যোজন–বিয়োজন]
বা, $\frac{16}{6} = \frac{64}{24}$ বা, $\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$

৭৫. a : b = b : c হলে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$ = কত? (কঠিন)

(ক) $\frac{a}{b}$ (খ) $\frac{b}{c}$ ● $\frac{a}{c}$ (ঘ) $\frac{c}{a}$

ব্যাখ্যা : a : b = b : c
বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$
বা, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{b^2}{c^2}$ বা, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2}{b^2}$
বা, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2}{ac}$ [$\because b^2 = ac$]
$\therefore \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$

৭৬. m : n = p : q হলে, নিচের কোনটি বিয়োজন অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

(ক) n : m = q : p (খ) m : p = n : q
(গ) $\frac{m+n}{n} = \frac{q+p}{q}$ ● $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$

৭৭. m : n = p : q হলে নিচের কোনটি যোজন বিয়োজন অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

(ক) $\frac{m+n}{n} = \frac{p+q}{q}$ (খ) $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$
● $\frac{m+n}{m-n} = \frac{p+q}{p+q}$ (ঘ) $\frac{n}{m} = \frac{q}{p}$

৭৮. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হলে $\frac{-x+y}{3x+2y}$ = কত? (কঠিন)

(ক) 5 (খ) 6 ● $\frac{5}{4}$ (ঘ) 3 : 4

ব্যাখ্যা : $\frac{6x+y}{3x+2y} = \frac{y\left(6\frac{x}{y}+1\right)}{y\left(3\frac{x}{y}+2\right)} = \frac{6\times\frac{2}{3}+1}{3\times\frac{2}{3}+2} = \frac{5}{4}$

৭৯. a : b = c : d এর ব্যস্তকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

● $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (খ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (গ) $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$ (ঘ) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$

৮০. 2 : 3 = 4 : 5 হলে নিচের কোন রূপান্তরটি সঠিক? (সহজ)

(ক) 2 : 3 = 5 : 4 (খ) 3 : 2 = 4 : 5
● 3 : 2 = 5 : 4 (ঘ) 2 : 5 = 3 : 4

ব্যাখ্যা : 2 : 3 = 4 : 5; $\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$; $\frac{3}{2} = \frac{5}{4}$ (ব্যস্তকরণ); 3 : 2 = 5 : 4

৮১. $\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c}$ হলে প্রতিটি অনুপাতের মান কত হবে? (কঠিন)

(ক) 4 (খ) 3 ● 2 (ঘ) 1

৮২. $k = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ হলে $\frac{x^3+y^3+z^3}{a^3+b^3+c^3}$ কত? (সহজ)

(ক) $\frac{xyz}{2abc}$ (খ) $\frac{xyz}{3abc}$ (গ) $\frac{xyz}{4abc}$ ● $\frac{xyz}{abc}$

৮৩. 3x : 5y = 1 : 2 হলে, x : y = কত? (মধ্যম)

● 5 : 6 (খ) 6 : 5 (গ) 3 : 5 (ঘ) 5 : 12

৮৪. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ কে বিয়োজন করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

● $\frac{1-a}{a} = \frac{1-b}{b}$ (খ) $\frac{1-a}{b} = \frac{1-b}{a}$
(গ) 1 – ab (ঘ) 1 – a = 1 – b

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. a : b = c : d হলে b : a = d : c
ii. a : b = c : d হলে (a + b) : (a – b) = (c + d) : (c – d)
iii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ হলে প্রত্যেকটি অনুপাত $\frac{a+c+e}{b+d+f}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮৬. a : b = c : d হলে–

i. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ii. $\frac{a}{b-a} = \frac{d}{d-c}$
iii. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮৭. a : b = c : d হলে–

i. b : a = d : c (ব্যস্তকরণ)
ii. a : c = b : d (একান্তরকরণ)
iii. ad = bc (আড়গুণন)

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৮৮. a = 2, b = 4 এবং c = 8 হলে–

i. a : b = b : c
ii. $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$
iii. $\left(\frac{a-b}{b-c}\right)^2 = \frac{a^2-2ab+b^2}{b^2-2bc+c^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৯–৯১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত 7 : 2 এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 8 : 3 হবে।

৮৯. পিতার বর্তমান বয়স x বছর এবং পুত্রের বয়স y বছর হলে ১ম শর্ত নিচের কোনটি? (সহজ)

● $\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$ ⓛ $\frac{x}{y}=\frac{2}{7}$ ⓜ $\frac{x+5}{y+5}=\frac{7}{2}$ ⓝ $\frac{x+5}{y+5}=\frac{8}{3}$

৯০. ২য় শর্ত নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{5x}{3y}=\frac{8}{3}$ ⓛ $\frac{x}{y}+5=\frac{7}{2}$

ⓜ $\frac{x+5}{y+5}=\frac{3}{8}$ ● $\frac{x+5}{y+5}=\frac{8}{3}$

৯১. পিতার বর্তমান বয়স 42 বছর হলে পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর? (মধ্যম)

ⓚ 10 ● 12 ⓜ 14 ⓝ 16

ব্যাখ্যা : $\frac{42}{y}=\frac{7}{2}$ বা, $y=\frac{42\times2}{7}$ বা, y = 12

নিচের তথ্যের আলোকে ৯২–৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$16\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3=\frac{(1+x)}{(1-x)}$

৯২. $(1+x)^4:(1-x)^4$ = কত? (মধ্যম)

● 16 : 1 ⓛ 12 : 1 ⓜ 8 : 1 ⓝ 4 : 1

৯৩. (1 – x) : (1 + x) = কত? (মধ্যম)

● 1 : 2 ⓛ 2 : 3 ⓜ 2 : 1 ⓝ 3 : 2

৯৪. x এর মান কত হবে? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{3}$ ⓝ $\frac{1}{4}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৫–৯৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ একটি সমানুপাত এবং c : d = 3 : 2

৯৫. $\frac{a+c}{b+d}$ এর মান কোনটি? (সহজ)

ⓚ 5 ⓛ $\frac{1}{5}$ ● $\frac{3}{2}$ ⓝ $\frac{2}{3}$

৯৬. $\frac{a+b}{a-b}$ এর মান কত? (মধ্যম)

● 5 ⓛ $\frac{1}{5}$ ⓜ $\frac{3}{2}$ ⓝ $\frac{2}{3}$

৯৭. ad : bc = কত? (মধ্যম)

ⓚ 2 : 3 ● 1 ⓜ $\frac{3}{2}$ ⓝ $\frac{9}{4}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৮–১০০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a=\frac{4xy}{x+y}$ হলে–

৯৮. $\frac{a+2x}{a-2y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\frac{x(x+3y)}{y(x-y)}$ ⓛ $\frac{x+2y}{x-2y}$ ⓜ $\frac{x-3y}{x+3y}$ ⓝ $\frac{x-3y}{x+2y}$

৯৯. $\frac{a+2y}{a-2y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{x+y}{x-y}$ ⓛ $\frac{3x+y}{x-y}$ ⓜ $\frac{x-2y}{x+3y}$ ● $\frac{3x-y}{x+y}$

১০০. $\frac{a}{2x}:\frac{a}{2y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● y : x ⓛ x : y ⓜ x + y : x –y ⓝ 1

১০১. a : b = 2 : 3 এবং a : c = 3 : 4 হলে b : c = ?

ⓚ 1 : 2 ⓛ 3 : 4 ⓜ 8 : 9 ● 9 : 8

১০২. a : b = b : c হলে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$ = ?

ⓚ $\frac{a}{b}$ ⓛ $\frac{b}{c}$ ● $\frac{a}{c}$ ⓝ $\frac{c}{a}$

১০৩. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ হলে $\frac{7x+y}{5x+2y}$ = কত?

ⓚ $\frac{11}{16}$ ⓛ $\frac{13}{16}$ ⓜ $\frac{15}{16}$ ● $\frac{17}{16}$

১০৪. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। যদি a = 4, b = 6 হয় তবে c = কত?

ⓚ 4 ⓛ 6 ● 9 ⓝ 24

১০৫. x : y = 2 : 3 হলে 3x : 4y এর মান নিচের কোনটি?

● 1 : 2 ⓛ 2 : 1 ⓜ 2 : 3 ⓝ 3 : 4

১০৬. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ a : b = a : c ● $b^2=ac$ ⓜ $a^2=bc$ ⓝ $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}$

১০৭. a : b = c : d এর একান্তরকরণ কোনটি?

ⓚ a : d = b : c ● a : c = b : d

ⓜ ac = bd ⓝ b : a = d : c

১০৮. দুইটি সম্পূরক কোণের পরিমাপের অনুপাত 3 : 7 হলে বৃহত্তম কোণ কত?

ⓚ 121° ⓛ 124° ● 126° ⓝ 139°

১০৯. x : y এর ব্যস্তানুপাতিক হবে–

ⓚ x : y ● y : x ⓜ $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}$ ⓝ $\sqrt{x}:\sqrt{y}$

১১০. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ এর একান্তরকরণ নিচের কোনটি?

ⓚ $\frac{a}{d}=\frac{d}{c}$ ⓛ $\frac{c}{d}=\frac{d}{a}$ ⓜ ac = bd ● $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

১১১. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত 7 : 2, 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 8 : 3 হবে। পিতার বর্তমান বয়স কত?

● 35 বছর ⓛ 28 বছর ⓜ 45 বছর ⓝ 30 বছর

১১২. x : y = 5 : 6 হলে, 3x : 5y = কত?

● 1 : 2 ⓛ 2 : 1 ⓜ 1 : 3 ⓝ 2 : 3

১১৩. কোনটি সমানুপাত?

ⓚ 1 : 2 = 3 : 4 ● 2 : 5 = 6 : 15

ⓜ 4 : 6 = 9 : 4 ⓝ 10 : 5 = 5 : 10

১১৪. 3 : 6 কে b : 1 অনুপাতের প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?

ⓚ 3 : 6 ⓛ 6 : 3 ⓜ 1 : 2 ● $\frac{1}{2}$: 1

১১৫. m ও n এর অনুপাত x ও y–এর অনুপাতের সমান হলে প্রত্যেকটি অনুপাত কোনটির সমান?

ⓚ $\frac{m^n}{n}$ ⓛ $\frac{mn}{xy}$ ⓜ $\frac{m+n}{x+y}$ ● $\frac{m+x}{n+y}$

১১৬. 3x : 5y = 1 : 2 হলে x : y = কত?

ⓚ 6 : 5 ⓛ 1 : 2 ● 5 : 6 ⓝ 3 : 5

১১৭. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতা হবে যদি–

i. $a^2 = bc$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

iii. $ac - b^2 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

১১৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমানুপাতের চারটি রাশিই এক জাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না

ii. একই উচ্চতা বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান

iii. $a : b = c : d$ এর ব্যস্তকরণ $a : c = b : d$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓜ i, ii ও iii

১১৯. নিচের কোনটি ক্রমিক সমানুপাতী?

i. $a : b = b : c$

ii. $a : c = b : a$

iii. $b^2 = ac$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ iii ⓖ ii ও iii ● i ও iii

প্রশ্ন–১ ▸ a : b এবং 3·5 : 5·6 দুইটি অনুপাত।

ক. সমানুপাত কী? ২

খ. ২য় অনুপাতটিকে $1 : x$ এবং $y : 1$ আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. ১ম অনুপাতটি $5 : 6$ হলে, $3a : 5b$ = কত? ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি $a : b = c : d$।

খ. দ্বিতীয় অনুপাত, $3·5 : 5·6 = \frac{3·5}{3·5} : \frac{5·6}{3·5} = 1 : 1·6$

$= 1 : x$ [যখন $x = 1·6$]

$\therefore$ $3·5 : 5·6$ কে $1 : x$ আকারে প্রকাশ করা হলো।

আবার, $3·5 : 5·6 = \frac{3·5}{5·6} : \frac{5·6}{5·6} = 0·625 : 1$

$= y : 1$ [যখন $y = 0·625$]

$\therefore$ $3·5 : 5·6$ কে $y : 1$ আকারে প্রকাশ করা হলো।

গ. ১ম অনুপাত = $a : b$

প্রশ্নমতে, $a : b = 5 : 6$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$

বা, $\frac{3a}{b} = \frac{15}{6}$

বা, $\frac{3a}{5b} = \frac{15}{30}$

বা, $\frac{3a}{5b} = \frac{1}{2}$

$\therefore 3a : 5b = 1 : 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে p মিটার দূরে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য s মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা h মিটার।

নিচের তথ্যের আলোকে ১২০–১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বর্গক্ষেত্রে একটি বৃত্ত অন্তর্লিখিত হয়েছে।

১২০. বর্গক্ষেত্রের এক বাহু ও বৃত্তটির ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?

ⓚ 1 : 2 ● 2 : 1 ⓖ 1 : 1 ⓜ 1 : 3

১২১. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও বৃত্তের পরিধির অনুপাত কত?

● $4 : \pi$ ⓛ $\pi : 4$ ⓖ $2 : \pi$ ⓜ $\pi : 2$

১২২. বর্গক্ষেত্রের কর্ণ ও বৃত্তের ব্যাসের অনুপাত কত?

ⓚ 1 : 2 ⓛ $1 : \sqrt{2}$ ⓖ 2 : 1 ● $\sqrt{2} : 1$

নিচের তথ্যের আলোকে ১২৩ ও ১২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত 7 : 2 এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 8 : 3 হবে।

১২৩. পিতার বর্তমান বয়স কত?

ⓚ ২৫ বছর ⓛ ৩০ বছর

● ৩৫ বছর ⓜ ৪০ বছর

১২৪. পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

ⓚ ৫ বছর ● ১০ বছর ⓖ ১৫ বছর ⓜ ২০ বছর

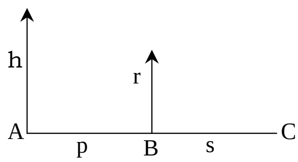
ক. তথ্যের আলোকে সম্ভাব্য চিত্র আঁক। ২

খ. ঐ ব্যক্তি ল্যাম্পপোস্ট থেকে কত মিটার দূরে দাঁড়ানো ছিল? ৪

গ. মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান এবং t বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ব্যক্তির উচ্চতা ও ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্বের অনুপাতের সমান। x বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



A বিন্দুতে অবস্থিত ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা h মিটার। A থেকে p মিটার দূরে B বিন্দুতে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য BC = s মিটার।

$\therefore$ ল্যাম্পপোস্ট থেকে ছায়ার প্রান্ত বিন্দুর দূরত্ব = AB + BC

= (p + s) মিটার

খ. যেহেতু ছায়া, উচ্চতার সমানুপাতিক

অতএব, $h : r = (p + s) : s$

বা, $\frac{h}{r} = \frac{p + s}{s}$

বা, $r(p + s) = hs$

বা, $p + s = \frac{hs}{r}$

বা, $p = \frac{hs}{r} - s$

$\therefore p = \left(\frac{h}{r} - 1\right)s$

$\therefore$ ল্যাম্পপোস্ট থেকে ঐ ব্যক্তি $\left(\frac{h}{r} - 1\right)$ মিটার দূরে দাঁড়ানো ছিল। **(Ans.)**

গ. মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স a বছর এবং কন্যার বর্তমান বয়স b বছর। তাহলে,

প্রশ্নানুসারে, $a + b = s$ .... (i)

$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$ .... (ii)

$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$ থেকে পাই,

$\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p} = \frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{s-2t}{r+p}$

$\therefore a - t = \frac{(s-2t)r}{r+p}$

বা, $a = \frac{(s-2t)r}{r+p} + t$ এবং $b - t = \frac{(s-2t)p}{r+p}$

বা, $b = \frac{(s-2t)p}{r+p} + t$

$\therefore$ x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত $= \frac{a+x}{b+x}$

$= \frac{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x}{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x}$

$\therefore$ x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত হবে

$\left\{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x\right\} : \left\{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x\right\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত 7 : 2 এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 8 : 3 হবে। তাদের মোট আয় 28080 টাকা।

ক. অনুপাতের সাধারণ রাশি x হলে 5 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়স কত হবে? ২

খ. বর্তমানে কার বয়স কত? ৪

গ. পিতা ও পুত্রের আয়ের অনুপাত তাদের বর্তমান বয়সের অনুপাতের সমান এবং পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত 5 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাতের সমান। প্রত্যেকের আয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, অনুপাতের সাধারণ রাশি = x

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স $= 7x$ বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স $= 2x$ বছর

সুতরাং 5 বছর পরে পিতার বয়স হবে $(7x + 5)$ বছর

এবং 5 বছর পরে পুত্রের বয়স হবে $(2x + 5)$ বছর **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই, পিতার বয়স $(7x + 5)$ বছর এবং পুত্রের বয়স $(2x + 5)$ বছর

প্রশ্নমতে, $(7x + 5) : (2x + 5) = 8 : 3$

বা, $\frac{7x+5}{2x+5} = \frac{8}{3}$

বা, $3(7x + 5) = 8(2x + 5)$ [আড়গুণন করে]

বা, $21x + 15 = 16x + 40$

বা, $21x - 16x = 40 - 15$

বা, $5x = 25$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স $= 7 \times 5 = 35$ বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স $= 2 \times 5 = 10$ বছর

পিতার বর্তমান বয়স 35 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 10 বছর। **(Ans.)**

গ. প্রশ্নমতে, পিতা ও পুত্রের আয়ের অনুপাত

$= 35 : 10$ ['খ' থেকে পাই]

$= 7 : 2$

$= (7 \times 4) : (2 \times 4)$

$= 28 : 8$

এবং পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত $= 8 : 3$

পিতা, পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত $= 28 : 8 : 3$

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল $= 28 + 8 + 3 = 39$

$\therefore$ পিতার আয়ের পরিমাণ $= \left(28080 \times \frac{28}{39}\right)$ টাকা

$= 720 \times 28$ টাকা $= 20160$ টাকা

$\therefore$ পুত্রের আয়ের পরিমাণ $= \left(28080 \times \frac{8}{39}\right)$ টাকা

$= (720 \times 8)$ টাকা $= 5760$ টাকা

এবং কন্যার আয়ের পরিমাণ = টাকা

$= 720 \times 3$ টাকা $= 2160$ টাকা

পিতার আয় 20160 টাকা, পুত্রের 5760 টাকা, কন্যার 2160 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 75 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত t বছর পূর্বে ছিল r : p.

ক. ক্রমিক সমানুপাতী কী? ২

খ. $s = 75, t = 5, r = 9, p = 4$ হলে, পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. x বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত হবে? ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের ক্ষেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে।

খ. দেওয়া আছে,

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 75 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত 5 বছর পূর্বে ছিল 9 : 4. [$\because t = 5, r : p = 9 : 4$]

মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

$\therefore$ পুত্রের " " $(75 - x)$ বছর

$\therefore$ পাঁচ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $(x - 5)$ বছর

পাঁচ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল $(75 - x - 5)$ বছর

$= (70 - x)$ বছর

প্রশ্নমতে, $\frac{x-5}{70-x} = \frac{9}{4}$

বা, $630 - 9x = 4x - 20$

বা, $13x = 650$

বা, $x = \frac{650}{13}$

$\therefore\ x = 50$

$\therefore$ পিতার বয়স 50 বছর

এবং পুত্রের বয়স (75 – 50) বছর = 25 বছর। **(Ans.)**

গ. মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স a বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স b বছর

প্রশ্নমতে, $a + b = s$ .... (i)

$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$ ....(ii)

(ii) হতে পাই, $\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p}$ ....(iii)

(iii) হতে পাই, $\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$

বা, $\frac{a-t+b-t}{b-t} = \frac{r+p}{p}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{a+b-2t}{b-t} = \frac{r+p}{p}$

বা, $\frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{s-2t}{r+p} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{b-t}{p} = \frac{s-2t}{r+p}$............. (iv)

বা, $b - t = \frac{p(s-2t)}{r+p}$

$\therefore b = \frac{p(s-2t)}{r+p} + t$

আবার, (iii) ও (iv) হতে পাই $\frac{a-t}{r} = \frac{s-2t}{r+p}$

বা, $a - t = \frac{r(s-2t)}{r+p}$

$\therefore a = \frac{r(s-2t)}{r+p} + t$

x বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত,

$$\frac{a+x}{b+x} = \left\{\frac{\frac{r(s-st)}{r+p} + t + x}{\frac{p(s-2t)}{r+p} + t + x}\right\}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৫ ▸ যদি a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতী হয় তবে–

ক. দেখাও যে, $b^2 = ac$ এবং 2, 4 ও 8 ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. প্রমাণ কর, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ ৪

গ. প্রমাণ কর, $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$ ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী

$\therefore a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা, $ac = b^2$

বা, $b^2 = ac$ .... (i)

ধরি, $a = 2, b = 4$ ও $c = 8$

(i) হতে পাই, $ac = 2 \times 8 = 16$

এবং $b^2 = 4^2 = 16$

$\therefore b^2 = ac$ বা, $4^2 = 2 \times 8$

বা, $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

$\therefore$ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতী। **(দেখানো হলো)**

খ. বামপক্ষ $= a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right)$

$= \frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$

$= \frac{b^2(ac)^2}{a^3} + \frac{b^2(ac)^2}{b^3} + \frac{b^2(ac)^2}{c^3}$

$= \frac{ac(ac)^2}{a^3} + \frac{b^2(b^2)^2}{b^3} + \frac{(ac)(ac)^2}{c^3}$ [$\therefore b^2 = ac$]

$= \frac{a^3c^3}{a^3} + \frac{b^6}{b^3} + \frac{a^3c^3}{c^3} = c^3 + b^3 + a^3$

$= a^3 + b^3 + c^3 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ **(প্রমাণিত)**

গ. বামপক্ষ $= \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$

$= \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3}$

$= \frac{bac(a+b+c)^3}{\{b(a+c+b)\}^3} = \frac{b.b^2(a+b+c)^3}{b^3(a+c+b)^3}$

$= \frac{b^3(a+b+c)^3}{b^3(a+b+c)^3}$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৬ ▸ $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$

ক. $p = 1$ হলে, x এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ ৪

গ. $p = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$ ....(i)

$p = 1$ হলে (i) থেকে পাই,

$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = 1$

বা, $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x} = \sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

বা, $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x} = 0$

বা, $2\sqrt{1-x} = 0$

বা, $\sqrt{1-x} = 0$

বা, $1 - x = 0$

$\therefore\ x = 1$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে,

$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{p^2+2p+1}{p^2-2p+1}$

বা, $\frac{1+x+1-x}{1+x-1+x} = \frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2x} = \frac{2(p^2+1)}{2.2p}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{p^2+1}{2p}$

বা, $\frac{2p}{x} = p^2+1$

$\therefore p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, $p = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

প্রদত্ত সমীকরণ,

$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} = \frac{2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}-2+\sqrt{2}}$

বা, $\frac{2\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} = \frac{2.2}{2.\sqrt{2}}$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{4}{2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $2+2x = 4-4x$ [আড়গুণ করে]

বা, $2x+4x = 4-2$

বা, $6x = 2$

বা, $x = \frac{2}{6}$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ $\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} = m$ হলে–

ক. $\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2+1 = \frac{2m}{a}$ ৪

গ. $a = \frac{2}{3}$ হলে, m এর মান নির্ণয় কর। 'খ' এর সত্যতা প্রমাণ কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} = m$

বা, $\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}+\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}-\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}} = \frac{m+1}{m-1}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{1+a}}{2\sqrt{1-a}} = \frac{m+1}{m-1}$

$\therefore \frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}} = \frac{m+1}{m-1}$ **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই,

$\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}\right)^2 = \frac{(m+1)^2}{(m-1)^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{1+a}{1-a} = \frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1}$

বা, $\frac{1+a+1-a}{1+a-1+a} = \frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1}$

[যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2a} = \frac{2(m^2+1)}{2.2m}$

বা, $\frac{1}{a} = \frac{m^2+1}{2m}$

$\therefore m^2+1 = \frac{2m}{a}$. **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে,

$\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} = m$

বা, $\frac{\sqrt{1+\frac{2}{3}}+\sqrt{1-\frac{2}{3}}}{\sqrt{1+\frac{2}{3}}-\sqrt{1-\frac{2}{3}}} = m$ $\left[a = \frac{2}{3} \text{ মান বসিয়ে}\right]$

বা, $\frac{\sqrt{\frac{5}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{5}{3}}-\sqrt{\frac{1}{3}}} = m$

বা, $\frac{\left(\sqrt{\frac{5}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)}{\left(\sqrt{\frac{5}{3}}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)} = m$

বা, $\frac{\left(\sqrt{\frac{5}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2} = m$

বা, $\frac{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}+2.\sqrt{\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{3}}}{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = m$

বা, $\dfrac{\dfrac{5+1+2\sqrt{5}}{3}}{\dfrac{5-1}{3}} = m$

বা, $\dfrac{6+2\sqrt{5}}{3} \times \dfrac{3}{4} = m$

বা, $\dfrac{2(3+\sqrt{5})}{2.2} = m$

বা, $m = \dfrac{(3+\sqrt{5})}{2}$ **(Ans.)**

'খ' থেকে পাই,

$m^2 + 1 = \dfrac{2m}{a}$

বামপক্ষ $= m^2 + 1$

$= \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1$

$= \dfrac{9+5+2.3.\sqrt{5}}{4} + 1$

$= \dfrac{14+6\sqrt{5}}{4} + 1$

$= \dfrac{14+6\sqrt{5}+4}{4}$

$= \dfrac{18+6\sqrt{5}}{4}$

$= \dfrac{6(3+\sqrt{5})}{4} = \dfrac{3(3+\sqrt{5})}{2}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{2m}{a}$

$= \dfrac{\dfrac{2.(3+\sqrt{5})}{2}}{\dfrac{2}{3}}$ [m ও a এর মান বসিয়ে]

$= \dfrac{3(3+\sqrt{5})}{2}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

∴ **'খ' এর সত্যতা প্রমাণিত হলো।**

প্রশ্ন–৮ ▸ নিচের গাণিতিক সমীকরণগুলো পর্যবেক্ষণ কর।

$\mathbf{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{x}}$ **এবং** $\mathbf{p^2x - 2p + x = 0}$ **।**

ক. যোজন ও বিয়োজন কী? ২

খ. প্রথম সমীকরণ থেকে $\dfrac{x+a}{x-a} + \dfrac{x+b}{x-b}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে দেখাও যে,

$p = \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$. ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যোজন : a : b = c : d হলে $\dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d}$

বিয়োজন : a : b = c : d হলে $\dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d}$

খ. দেওয়া আছে, $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{x}$

বা, $\dfrac{b+a}{ab} = \dfrac{2}{x}$

বা, $\dfrac{ab}{b+a} = \dfrac{x}{2}$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $\dfrac{x}{a} = \dfrac{2b}{a+b}$ ....(i)

বা, $\dfrac{x+a}{x-a} = \dfrac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+a}{x-a} = \dfrac{3b+a}{b-a}$ ....(ii)

আবার, (i) নং থেকে, $\dfrac{x}{a} = \dfrac{2b}{a+b}$

বা, $\dfrac{x}{b} = \dfrac{2a}{a+b}$

বা, $\dfrac{x+b}{x-b} = \dfrac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+b}{x-b} = \dfrac{3a+b}{a-b}$ ....(iii)

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$\dfrac{x+a}{x-a} + \dfrac{x+b}{x-b} = \dfrac{a+3b}{b-a} + \dfrac{3a+b}{a-b}$

$= \dfrac{a+3b}{b-a} - \dfrac{3a+b}{b-a} = \dfrac{a+3b-3a-b}{(b-a)}$

$= \dfrac{2b-2a}{b-a} = \dfrac{2(b-a)}{(b-a)} = 2$

∴ $\dfrac{x+a}{x-a} + \dfrac{x+b}{x-b} = 2$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $p^2x - 2p + x = 0$

বা, $p^2x + x = 2p$

বা, $x(p^2 + 1) = 2p$

বা, $p^2 + 1 = \dfrac{2p}{x}$

বা, $\dfrac{p^2+1}{2p} = \dfrac{1}{x}$

বা, $\dfrac{p^2+1+2p}{p^2+1-2p} = \dfrac{1+x}{1-x}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{(p+1)^2}{(p-1)^2} = \dfrac{1+x}{1-x}$

বা, $\dfrac{p+1}{p-1} = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\dfrac{p+1+p-1}{p+1-p+1} = \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

বা, $\dfrac{2p}{2} = \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

∴ $p = \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৯ ▸ $\mathbf{\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}}$ **হলে–**

ক. কোন শর্তের আলোকে, a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী হবে? ২

খ. দেখাও যে, $\dfrac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \dfrac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$ ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যদি a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হয়, তবে $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{c}$ .... (i)

আবার, b, c, d যদি ক্রমিক সমানুপাতী হয়, তবে $\dfrac{b}{c} = \dfrac{c}{d}$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$ যা, একটি ক্রমিক সমানুপাতী।

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$ নির্ণেয় শর্ত।

খ. 'ক' হতে পাই, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$ .... (i)

ধরি, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=k$

বা, $a = bk, b = ck, c = dk$ .... (ii)

বামপক্ষ $=\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3}=\frac{b^3k^3+b^3}{c^3k^3+c^3}$ [$\because a = bk$ এবং $b = ck$]

$=\frac{b^3(k^3+1)}{c^3(k^3+1)}=\frac{b^3}{c^3}$

ডানপক্ষ $=\frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}=\frac{b^3+\left(\frac{b}{k}\right)^3}{c^3+\left(\frac{c}{k}\right)^3}$ [$\because b = ck$ এবং $c = dk$]

$=\frac{b^3\left(1+\frac{1}{k^3}\right)}{c^3\left(1+\frac{1}{k^3}\right)}=\frac{b^3}{c^3}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3}=\frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'খ' হতে পাই, $a = bk, b = ck, c = dk$

বামপক্ষ $= (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

$= (b^2k^2 + c^2k^2 + d^2k^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

$= k^2(b^2 + c^2 + d^2)^2$

ডানপক্ষ $= (ab + bc + cd)^2$

$= (bk.b + ck.c + dk.d)^2$

$= (b^2k + c^2k + d^2k)^2$

$= k^2(b^2 + c^2 + d^2)^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন–১০ ▸ তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক রাশি a, b, c হলে–

ক. দেখাও যে, $b^2 = ac$ ২

খ. $\frac{a^3+b^3}{a-b+c}=a\,(a+b)$ হলে, প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক। ৪

গ. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক। ৪

▸◂ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. আমরা জানি,

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে, $a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ $\therefore b^2 = ac$ **(দেখানো হলো)**

খ. দেওয়া আছে,

$\frac{a^3+b^3}{a-b+c}=a\,(a+b)$

বা, $\frac{(a+b)\,(a^2-ab+b^2)}{a-b+c}=a\,(a+b)$

বা, $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b+c}=a$ [উভয়পক্ষকে $(a + b)$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 - ab + b^2 = a(a - b + c)$

বা, $a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$

বা, $a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$

বা, $b^2 = ac$

বা, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$

$\therefore$ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক। **(প্রমাণিত)**

গ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১৪ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–১১ ▸ দেওয়া আছে, $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3=\frac{1+x}{1-x}$

ক. $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপক ও 'ক' ব্যবহার করে x এর সম্ভাব্য মানগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর ক্ষুদ্রতম মানটি যদি পৃথকভাবে $\frac{a+b-c}{a+b}$, $\frac{b+c-a}{b+c}$ এবং $\frac{c+a-b}{c+a}$ এর সমান হয় তবে প্রমাণ কর যে, $a = b = c$. ৪

▸◂ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3=\frac{1+x}{1-x}$

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4=81$

বা, $\left\{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2\right\}^2=9^2$

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2=9$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2=9$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2=9$

বা, $\frac{1+x}{1-x}=\pm 3$ [বর্গমূল করে]

হয়, $\frac{1+x}{1-x}=3$

বা, $1 + x = 3 - 3x$

বা, $x + 3x = 3 - 1$

বা, $4x = 2$

বা, $x=\frac{2}{4}$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

অথবা, $\frac{1+x}{1-x}=-3$

বা, $-3 + 3x = 1 + x$

বা, $3x - x = 1 + 3$

বা, $2x = 4$

বা, $x=\frac{4}{2}$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ x এর মান $\frac{1}{2}$ অথবা, 2

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত x এর ক্ষুদ্রতর মানটি $\frac{1}{2}$

এখন $\frac{a+b-c}{a+b}$, $\frac{b+c-a}{b+c}$ এবং $\frac{c+a-b}{c+a}$ এর মান পৃথক পৃথকভাবে $\frac{1}{2}$ হলে,

$\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{1}{2}$

বা, $2a + 2b - 2c = a + b$

বা, $a + b = 2c$

$\therefore \frac{a+b}{c} = 2$ .... (i)

$\frac{b+c-a}{b+c} = \frac{1}{2}$

বা, $2b + 2c - 2a = b + c$

বা, $b + c = 2a$

$\therefore \frac{b+c}{a} = 2$ ...... (ii)

এবং $\frac{c+a-b}{c+a} = \frac{1}{2}$

বা, $2c + 2a - 2b = c + a$

বা, $c + a = 2b$

$\therefore \frac{c+a}{b} = 2$ .... (iii)

$\therefore$ (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$

বা, $\frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{a} = \frac{a+b+c}{b}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$

বা, $c = a = b$

$\therefore a = b = c$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–১২ ▸ যদি $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ হয় তবে,

ক. প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $a + b + c \neq 0$ হলে, $a = b = c$ ৪

গ. $(a + b + c) p = (b + c - a) q = (c + a - b) r = (a + b - c) s$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$ ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{\text{লবগুলোর সমষ্টি}}{\text{হরগুলোর সমষ্টি}}$

$= \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+b+c+c+a}$

$= \frac{(a+b+c)}{2(a+b+c)}$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১৭ নং সমাধান দেখ।

গ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১৯ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–১৩ ▸ d, e, f, g ক্রমিক সমানুপাতী হলে এবং $m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = p$.

ক. d, e, f কে 'g' এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2) = (de + ef + fg)^2$ ৪

গ. $p = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $m = \frac{\sqrt{1+n}+\sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n}-\sqrt{1-n}}$ ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রশ্নমতে, $d : e = e : f = f : g$

বা, $\frac{d}{e} = \frac{e}{f} = \frac{f}{g} = k$

এখন, $\frac{f}{g} = k$ বা, $f = gk$

আবার, $\frac{e}{f} = k$ বা, $e = fk = gk.k = gk^2$

এবং $\frac{d}{e} = k$ বা, $d = ek = gk^2.k = gk^3$

d, e, f কে g এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো।

খ. 'ক' থেকে পাই, $f = kg$, $e = gk^2$ এবং $d = gk^3$

বামপক্ষ $= (d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2)$

$= \{(gk^3)^2 + (gk^2)^2 + (gk)^2\}\{(gk^2)^2 + (gk)^2 + g^2\}$

$= (g^2k^6 + g^2k^4 + g^2k^2)\{g^2k^4 + g^2k^2 + g^2\}$

$= g^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \times g^2(k^4 + k^2 + 1)$

$= g^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ $= (de + ef + fg)^2$

$= (gk^3 . gk^2 + gk^2 . gk + gk.g)^2$

$= (g^2k^5 + g^2k^3 + g^2k)^2$

$= \{g^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$

$= g^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

$\therefore (d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2) = (de + ef + fg)^2$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে,

$m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = p$

বা, $m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = 0$ [p এর মান বসিয়ে]

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{n}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m} = \frac{1}{n}$

বা, $\frac{m^2+1+2m}{m^2+1-2m} = \frac{1+n}{1-n}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{1+n}{1-n}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+n}}{\sqrt{1-n}}$

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{1+n}+\sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n}-\sqrt{1-n}}$

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{1+n}+\sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n}-\sqrt{1-n}}$

$\therefore m = \frac{\sqrt{1+n}+\sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n}-\sqrt{1-n}}$ (পমাণিত)

প্রশ্ন–১৪ ▸ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি s বছর, n বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল p : q.

ক. অনুপাত বলতে কী বোঝ? ২

খ. $s = 75, n = 5, p = 9$ এবং $q = 4$ হলে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত? ৪

গ. 50 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত হবে? ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

খ. দেওয়া আছে,

পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি, $s = 75$ বছর

n বা 5 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল $= p : q = 9 : 4$

ধরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর এবং

পুত্রের বর্তমান বয়স $(75 - x)$ বছর

প্রশ্নমতে, $(x - 5) : (75 - x - 5) = 9 : 4$

বা, $\frac{x-5}{70-x} = \frac{9}{4}$

বা, $4x - 20 = 630 - 9x$

বা, $4x + 9x = 630 + 20$

বা, $13x = 650$

বা, $x = \frac{650}{13}$

$\therefore$ $x = 50$

$\therefore$ পিতার বয়স 50 বছর।

পুত্রের বয়স $(75 - 50)$ বছর = 25 বছর।

$\therefore$ পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = $50 : 25 = 2 : 1$ **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে পাই,

পিতার বয়স = 50 বছর এবং পুত্রের বয়স = 25 বছর

$\therefore$ 50 বছর পর পিতার বয়স হবে $(50 + 50)$ বছর

বা, 100 বছর

এবং 50 বছর পর পুত্রের বয়স হবে $(25 + 50)$ বছর

বা, 75 বছর

$\therefore$ 50 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = $100 : 75$

$= 4 : 3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৫ ▸ $M = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$, $N = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$, $P = \frac{a^3+b^3}{a-b+c}$, $Q = a(a+b)$।

ক. $P = Q$ হলে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. $M = N$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$. ৪

গ. 'খ' এর সাহায্যে দেখাও যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$ ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $P = \frac{a^3+b^3}{a-b+c}$, $Q = a(a+b)$

এখন, $P = Q$

বা, $\frac{a^3+b^3}{a-b+c} = a(a+b)$

বা, $\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a-b+c} = a(a+b)$

বা, $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b+c} = a$

বা, $a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$

বা, $a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$

বা, $b^2 = ac$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা, $a : b = b : c$

$\therefore$ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। **(দেখানো হলো)**

খ. দেওয়া আছে, $M = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$, $N = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

এখানে, $M = N$

বা, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+c^2+2bc-b^2-c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+b^2+2ab-a^2-b^2}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{2bc}{b^2+c^2} = \frac{2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2+c^2} = \frac{a}{a^2+b^2}$

বা, $a^2c + b^2c = ab^2 + ac^2$

বা, $a^2c - ac^2 = ab^2 - b^2c$

বা, $ac(a - c) = b^2(a - c)$

বা, $b^2 = ac$

$\therefore$ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ **(প্রমাণিত)**

গ. 'খ' থেকে পাই,

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা, $b^2 = ac$ ....(i)

বামপক্ষ = $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$

$= \frac{a^2+2ab+ac}{ac+2bc+c^2} = \frac{a(a+2b+c)}{c(a+2b+c)} = \frac{a}{c}$

ডানপক্ষ = $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+ac}{ac+c^2} = \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১৬ ▸ দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$ এবং x, y ও z পরস্পর অসমান।

ক. x, y ও z কে k এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' ব্যবহার করে প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x + y + z \neq 0$ হলে দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{a+b+c}$. ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$

$\frac{x}{y+z} = k$

$x = k(y + z)$.......... (i)

$\frac{y}{z+x} = k$

$y = k(z + x)$ .... (ii)

$\frac{z}{x+y} = k$

$z = k(x + y)$ .... (iii)

$\therefore x = k(y + z), y = k(z + x), z = k(x + y)$

খ. ‘ক’ হতে প্রাপ্ত (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x + y + z = k(y + z + z + x + x + y)$

বা, $(x + y + z) = k\{2(x + y + z)\}$

বা, $k = \frac{(x + y + z)}{2(x + y + z)}$

$\therefore k = \frac{1}{2}$

আবার, ‘ক’ হতে প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণ থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$x - y = k(y + z - z - x)$

বা, $x - y = -k(x - y)$

বা, $k = \frac{(x - y)}{-(x - y)}$

$\therefore k = -1$

একইভাবে (ii) হতে (iii) ও (iii) হতে (i) বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে পাই $k = -1$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা -1

গ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১৮ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–১৭ ▸ $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2} = p$

ক. $p = 1$ হলে, দেখাও যে, $a = c$ ২

খ. $\frac{abc(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2} = 1$ [$\because p = 1$]

$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = 1$

বা, $a^2 + b^2 = b^2 + c^2$

বা, $a^2 = b^2 + c^2 - b^2$

বা, $a^2 = c^2$

$\therefore a = c$ **(দেখানো হলো)**

খ. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

$\therefore b^2 = ac$ [‘খ’ হতে প্রাপ্ত]

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{abc(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3}$

$= \frac{ac.b(a + b + c)^3}{(ab + bc + b^2)^3}$ [$\because b^2 = ac$]

$= \frac{b^2.b(a + b + c)^3}{\{b(a + c + b)\}^3}$

$= \frac{b^3(a + b + c)^3}{b^3(a + b + c)^3} = 1$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

বা, $\frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2} = \frac{b^2 + c^2}{(b + c)^2}$

বা, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 + 2bc + c^2}$

বা, $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2}$

বা, $\frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

$= \frac{b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2}{b^2 + c^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2bc}{b^2 + c^2}$

বা, $\frac{a}{a^2 + b^2} = \frac{c}{b^2 + c^2}$ [2b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $ab^2 + ac^2 = a^2c + b^2c$

বা, $ab^2 + ac^2 - a^2c - b^2c = 0$

বা, $ab^2 - b^2c - a^2c + ac^2 = 0$

বা, $b^2(a - c) - ac(a - c) = 0$

বা, $(b^2 - ac)(a - c) = 0$

বা, $b^2 - ac = 0$

বা, $b^2 = ac$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore$ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১৮ ▸ $lx = my = nz$

ক. $\frac{x + y}{x - y}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x + y + z}{lx + my + nz} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$lx = my = nz$

$\therefore lx = my$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{m}{l}$

বা, $\frac{x + y}{x - y} = \frac{m + l}{m - l}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + y}{x - y} = \frac{m + l}{m - l}$ **(Ans.)**

খ. ধরি, $lx = my = nz = k$

$\therefore lx = k$

$\therefore x = \frac{k}{l}$

অনুরূপভাবে, $y = \frac{k}{m}$ এবং $z = \frac{k}{n}$

বামপক্ষ $= \frac{x + y + z}{lx + my + nz} = \frac{\frac{k}{l} + \frac{k}{m} + \frac{k}{n}}{k + k + k}$

$= \frac{k\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)}{3k} = \frac{\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)}{3}$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ. বামপক্ষ $= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$$= \frac{\left(\frac{k}{l}\right)^2}{\frac{k}{m}\cdot\frac{k}{n}} + \frac{\left(\frac{k}{m}\right)^2}{\frac{k}{n}\cdot\frac{k}{l}} + \frac{\left(\frac{k}{n}\right)^2}{\frac{k}{l}\cdot\frac{k}{m}}$$

$$= \frac{\frac{k^2}{l^2}}{\frac{k^2}{mn}} + \frac{\frac{k^2}{m^2}}{\frac{k^2}{nl}} + \frac{\frac{k^2}{n^2}}{\frac{k^2}{lm}}$$

$$= \frac{k^2}{l^2}\times\frac{mn}{k^2} + \frac{k^2}{m^2}\times\frac{nl}{k^2} + \frac{k^2}{n^2}\times\frac{lm}{k^2}$$

$= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–১৯ ▸ $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y+z}} = \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{z+x}} = \frac{\mathbf{z}}{\mathbf{x+y}}$

ক. x, y ও z কে সমীকরণের সাহায্যে লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, x = y = z. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা – 1. ৪

▸◂ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$ (ধরি)

$\therefore x = k(y+z)$ .... (i)

$y = k(z+x)$ .... (ii)

$z = k(x+y)$ .... (iii)

খ. দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y}$

বা, $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$

বা, $\frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1 = \frac{x+y}{z} + 1$

বা, $\frac{y+z+x}{x} = \frac{z+x+y}{y} = \frac{x+y+z}{z}$

বা, $\frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$

$\therefore x = y = z$ **(প্রমাণিত)**

গ. ‘ক’ থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$x + y + z = k(y+z) + k(z+x) + k(x+y)$

বা, $x + y + z = k(y + z + z + x + x + y)$

বা, $x + y + z = k(2x + 2y + 2z)$

বা, $x + y + z = 2k(x + y + z)$

বা, $1 = 2k$

$\therefore k = \frac{1}{2}$

সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x - y = k(y+z) - k(z+x)$

বা, $x - y = k(y + z - z - x)$

বা, $x - y = k(y - x)$

বা, $x - y = -k(x - y)$

$\therefore k = -1$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা – 1. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২০ ▸ **a : b = b : c** হয়।

ক. $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$. ৪

গ. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ৪

▸◂ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, a : b = b : c

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ $\therefore b^2 = ac$

প্রদত্ত রাশি $= \left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2$

$= \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$

$= \frac{a^2+2ab+ac}{ac+2bc+c^2}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{a(a+2b+c)}{c(a+2b+c)} = \frac{a}{c}$ **(Ans.)**

খ. অনুশীলনী ১১·১ এর ৭ (ii) নং সমাধান দেখ।

গ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১৪ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–২১ ▸ **একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$।**

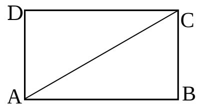
ক. কর্ণসহ জমিটি আঁক এবং প্রদত্ত অনুপাতটিকে a : b আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত বের কর। ৪

গ. যদি আয়তাকার জমিটির ক্ষেত্রফল 192 বর্গ মি. হয় এবং একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা যদি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হয়, তবে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি,

ABCD একটি আয়তাকার জমি যার কর্ণ AC।

দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত $= \frac{1}{5} : \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{5}\times 20 : \frac{1}{4}\times 20$ [20 দ্বারা গুণ করে]

$= 4 : 5$ **(Ans.)**

খ. ক থেকে, ধরি,

আয়তাকার জমিটির দৈর্ঘ্য, AB = 4x

কর্ণ, AC = 5x

এবং প্রস্থ = BC

Δ ABC থেকে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [$\therefore \angle B = 90°$]

বা, $(5x)^2 = (4x)^2 + BC^2$

বা, $25x^2 - 16x^2 = BC^2$

বা, $BC^2 = 9x^2$

$\therefore BC = 3x$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত = 4x : 3x : 5x

= 4 : 3 : 5 **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে,

ABCD আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল = $(4x \times 3x)$ বর্গ মি.

= $12x^2$ বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $12x^2 = 192$

বা, $x^2 = 16$ [12 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 4$

$\therefore$ আয়তাকার জমির পরিসীমা = $2(4x + 3x)$ মি.

= 14x মি.

= 14×4 মি.

= 56 মিটার

ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4a মি.

প্রশ্নমতে, 4a = 56

$\therefore a = 14$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 ব.মি.

= $(14)^2$ ব.মি.

= 196 বর্গ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–২২ ▸ দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

ক. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 = (a - d)^2$ ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

এখন, $\frac{a}{c} = \frac{a(a + c)}{c(a + c)}$ [লব ও হরকে (a + c) দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{a^2 + ac}{ac + c^2}$

$= \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ [$\because b^2 = ac$]

$\therefore \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ (প্রমাণিত)

খ. অনুশীলনী ১১·১ এর ১০ (ii) নং সমাধান দেখ।

গ. ধরি,

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore c = dk$

$b = ck = dk.k = dk^2$

$a = bk = dk^2.k = dk^3$

বামপক্ষ = $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2$

$= b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 + b^2 - 2bd + d^2$

$= a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2bc - 2ca - 2bd + d^2$

$= (dk^3)^2 + 2(dk^2)^2 + 2(dk)^2 - 2.dk^2.dk$

$- 2.dk.dk^3 - 2.dk^2.d + d^2$

$= d^2k^6 + 2d^2k^4 + 2d^2k^2 - 2d^2k^3 - 2d^2k^4 - 2d^2k^2 + d^2$

$= d^2k^6 - 2d^2k^3 + d^2$

$= d^2(k^6 - 2k^3 + 1)$

ডানপক্ষ = $(a - d)^2$

$= a^2 - 2ad + d^2$

$= (dk^3)^2 - 2.dk^3.d + d^2$

$= d^2k^6 - 2d^2k^3 + d^2$

$= d^2(k^6 - 2k^3 + 1)$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 = (a - d)^2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–২৩ ▸ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটির তিন বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য ও ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5x, 12x, 13x.

দেওয়া আছে, পরিসীমা = 30 সে.মি.।

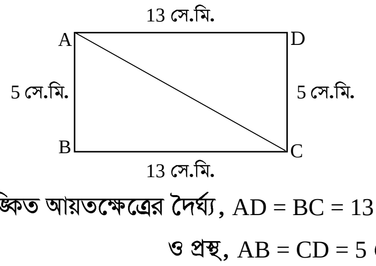
প্রশ্নমতে, 5x + 12x + 13x = 30

বা, 30x = 30

$\therefore x = 1$

বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., 12 সে.মি., 13 সে.মি. **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত বাহুগুলোর মধ্যে বৃহত্তর বাহু = 13 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর বাহু = 5 সে.মি.।



উপরিউক্ত অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, AD = BC = 13 সে.মি.

ও প্রস্থ, AB = CD = 5 সে.মি.

আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, AC = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{(13)^2 + (5)^2} = \sqrt{169 + 25}$

$\therefore AC = \sqrt{194}$

AC কে একটি বর্গক্ষেত্রের একটি বাহু ধরলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AC^2 বর্গ সে.মি. = 194 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য =13 সে.মি. ও প্রস্থ = 5 সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল= (13×5) বর্গ সে.মি. = 65 বর্গ সে.মি.

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় = 13 এর 10% = $\left(13 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

$= \frac{13}{10}$ সে.মি.

এবং প্রস্থ বৃদ্ধি পায় = 5 এর 20% = $\left(5 \text{ এর } \frac{20}{100}\right)$ সে.মি.

= 1 সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির নতুন দৈর্ঘ্য = $\left(13 + \frac{13}{10}\right)$ সে.মি.

$= \left(\frac{130+13}{10}\right)$ সে.মি. $= \frac{143}{10}$ সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির নতুন প্রস্থ $(5 + 1)$ সে.মি. = 6 সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির নতুন ক্ষেত্রফল $\left(\frac{143}{10} \times 6\right)$ বর্গ সে.মি.

= 85·8 বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $(85{\cdot}8 - 65)$ বর্গ সে.মি.

= 20·8 বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় $\left(\frac{20{\cdot}8}{65} \times 100\right)$ বর্গ সে.মি.

= 32 বর্গ সে.মি.

ক্ষেত্রফল শতকরা 32 বর্গ সে.মি. বৃদ্ধি পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন–২৪ ▸ $\mathbf{x = \frac{6ab}{a+b}}$ **হলে,**

ক. $\frac{x+6a}{x-6a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{x+6a}{x-6a} - \frac{x+6b}{x-6b}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2.$ ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{6a} = \frac{6ab}{6a(a+b)}$

বা, $\frac{x}{6a} = \frac{b}{a+b}$

বা, $\frac{x+6a}{x-6a} = \frac{b+a+b}{b-a-b}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+6a}{x-6a} = \frac{a+2b}{-a}$

∴ $\frac{x+6a}{x-6a} = \frac{-a-2b}{a}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{6b} = \frac{6ab}{6b(a+b)}$

বা, $\frac{x}{6b} = \frac{a}{a+b}$

বা, $\frac{x+6b}{x-6b} = \frac{a+a+b}{a-a-b}$

বা, $\frac{x+6b}{x-6b} = \frac{2a+b}{-b}$

বা, $\frac{x+6b}{x-6b} = \frac{-2a-b}{b}$

‘ক’ হতে প্রাপ্ত, $\frac{x+6a}{x-6a} = \frac{-a-2b}{a}$

পদত্ত রাশি $= \frac{x+6a}{x-6a} - \frac{x+6b}{x-6b}$

$= \frac{-a-2b}{a} - \frac{-2a-b}{b}$

$= \frac{-ab-2b^2+2a^2+ab}{ab}$

$= \frac{2a^2-2b^2}{ab} = \frac{2(a^2-b^2)}{ab}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে,

$x = \frac{6ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{3a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+3a}{x-3a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+3a}{x-3a} = \frac{a+3b}{b-a}$

আবার, $\frac{x}{3b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+3b}{x-3b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন–বিয়োজন করে]

∴ $\frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3a+b}{a-b}$

এখন, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$

$= \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$

∴ $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$ **(দেখানো হলো)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২৫ ▸ p, q, r ও s ক্রমিক সমানুপাতি।

ক. ধ্রুবক k ব্যবহার করে p, q, r কে s এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ‘ক’ এর সাহায্যে দেখাও যে, $\frac{p^2+q^2}{p^2-q^2} = \frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}$ ৪

গ. ‘ক’ দ্বারা প্রমাণ কর যে, $\frac{p^3+q^3}{q^3+r^3} = \frac{q^3+r^3}{r^3+s^3}$ ৪

উত্তর : ক. $r = sk, s = sk^2, p = sk^3$

প্রশ্ন–২৬ ▸ $\mathbf{\frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}}$

ক. উদ্দীপকের অনুপাতটির x, y ও z কে যথাক্রমে ধ্রুবক a, b এবং c দ্বারা প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z} = \frac{b}{z+x} = \frac{c}{x+y}$ ৪

গ. 'খ' তে $x = a, y = b$ ও $z = c$ বসিয়ে প্রমাণ কর $a = b = c$ ৪

উত্তর : ক. $x = k(b + c - a), y = k(c + a - b), z = k(a + b - c)$

প্রশ্ন–২৭ ▸ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ **হলে**

ক. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{3}{2}$ হলে $\frac{x+y+z}{a+b+c}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^3 + 3xy^2}{3x^2y + y^3} = \frac{a^3 + 3ab^2}{3a^2b + b^3}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{x^3}{a^2} + \frac{y^3}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^3}$ ৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{2}$

প্রশ্ন–২৮ ▸ $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ **হলে–**

ক. প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{3}\left(\frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca}\right)$ ৪

উত্তর : ক. 0

প্রশ্ন–২৯ ▸ প্রথম রাশি $= \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

দ্বিতীয় রাশি $= \frac{a^3 + b^3}{a - b + c}$

তৃতীয় রাশি $= a(a + b)$

ক. ১ম রাশি $= \frac{6}{x}$ হলে x এর মান কত হবে? ২

খ. ২য় রাশি = ৩য় রাশি হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ৪

গ. ১ম রাশি $= \frac{4}{x}$ হলে দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b.$ ৪

উত্তর : ক. $x = \frac{6ab}{a+b}$

প্রশ্ন–৩০ ▸ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী।

ক. সমানুপাত বলতে কী বুঝ? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(a - d)^2 = (b - c)^2 + (a - c)^2 + (b - d)^2$ ৪

প্রশ্ন–৩১ ▸ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. মাতার বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. 15 বছর পরে মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির কত গুণ হবে? ৪

উত্তর : ক. $x = 4y, x - 2y = 15$; **খ.** 30 বছর; **গ.** $\frac{6}{5}$ গুণ;

অনুশীলনী ১১.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **ধারাবাহিক অনুপাত :**
  দুইটি অনুপাত যদি ক : খ এবং খ : গ আকারের হয়, তাহলে তাদেরকে সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা যায়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলা হয়। যেকোনো দুইটি বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা যায়। এখানে লক্ষণীয় যে, দুইটি অনুপাতকে ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি, দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হবে। যেমন : 2 : 3 এবং 4 : 3 অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশিটিকে দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান করতে হবে। অর্থাৎ ঐ দুইটি রাশিকে তাদের ল.সা.গু. এর সমান করতে হবে।
  অতএব, 2 : 3 এবং 4 : 3 অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে হবে 8 : 12 : 9.
- **সমানুপাতিক ভাগ :**
  কোনো রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ বলা হয়। S কে a : b : c : d অনুসারে ভাগ করতে হলে, S কে মোট (a + b + c + d) ভাগ করে যথাক্রমে a, b, c ও d ভাগ নিতে হয়।
  অতএব

  ১ম অংশ = S এর $\frac{a}{a+b+c+d} = \frac{Sa}{a+b+c+d}$

  ২য় অংশ = S এর $\frac{b}{a+b+c+d} = \frac{Sb}{a+b+c+d}$

  ৩য় অংশ = S এর $\frac{c}{a+b+c+d} = \frac{Sc}{a+b+c+d}$

  ৪র্থ অংশ = S এর $\frac{d}{a+b+c+d} = \frac{Sd}{a+b+c+d}$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $a^2 = bc$ ● $b^2 = ac$ গ. $ab = bc$ গ. $a = b = c$

২. আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত 5 : 3; আরিফের বয়স 20 বছর হলে, কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে?

ক. 5 বছর খ. 6 বছর ● 8 বছর ঘ. 10 বছর

ব্যাখ্যা : ধরি, আরিফের বয়স 5x এবং আকিবের বয়স 3x

প্রশ্নমতে, 5x = 20

∴ x = 4

∴ আকিবের বয়স = (3 × 4) বছর = 12 বছর

আবার, ধরি, y বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে

∴ $\frac{20+y}{12+y} = \frac{7}{5}$

বা, 100 + 5y = 84 + 7y

বা, 7y – 5y = 100 – 84

বা, $2y = 16$

$\therefore y = 8$

$\therefore$ 8 বছর পর বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে।

৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না।

ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

iii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, এদের প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

উপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii ● i ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : ii সঠিক নয়; কারণ, দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান হবে। যদি তাদের উচ্চতা সমান হয়। কিন্তু এখানে উচ্চতার কথা বলা হয় নি।

∆ABC এর কোণগুলোর অনুপাত 2 : 3 : 5 এবং ABCD চতুর্ভুজের কোণ চারটির অনুপাত 3 : 4 : 5 : 6; তথ্যের ভিত্তিতে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৪. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে তার ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

ক. ২ গুণ ● ৪ গুণ গ. ৮ গুণ ঘ. ৬ গুণ

ব্যাখ্যা : ধরি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ একক

দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে বাহুর দৈর্ঘ্য = 2x

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = $(2x)^2$ বর্গ একক = $4x^2$ বর্গ একক

৫. x : y = 7 : 5, y : z = 5 : 7 হলে, x : z = কত?

ক. 35 : 49 ● 35 : 35

গ. 25 : 49 ঘ. 49 : 25

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ একটি কাঠের পুল তৈরির প্রাক্কলিত ব্যয় 90,000 টাকা। কিন্তু খরচ বেশি হয়েছে 21,600 টাকা। খরচ শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, প্রাক্কলিত ব্যয় = 90,000 টাকা

খরচ বৃদ্ধি = 21600 টাকা

$\therefore$ শতকরা খরচ বৃদ্ধি = $\left(\frac{\text{প্রাক্কলিত ব্যয়}}{\text{খরচ বৃদ্ধি}} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{90000}{21600} \times 100\right)\% = 24\%$

$\therefore$ খরচ 24% বৃদ্ধি পেয়েছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ ধানে চাল ও তুষের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, চাল : তুষ = 7 : 3

মনে করি, ধানে চালের পরিমাণ = 7x

এবং তুষের পরিমাণ = 3x

তাহলে, ধানের ওজন হবে (7x + 3x) বা 10x

ধানে চালের শতকরা পরিমাণ = $\left(\frac{\text{চালের পরিমাণ}}{\text{ধানের পরিমাণ}} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{7x}{10x} \times 100\right)\% = 70\%$

$\therefore$ ধানে 70% চাল আছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান :

1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন = 7 ডেসিগ্রাম

1 ঘন সে.মি. পানির ওজন = 1 গ্রাম = 10 ডেসিগ্রাম

এখন, $\frac{\text{১ ঘন সে.মি. কাঠের ওজন}}{\text{১ ঘন সে.মি. পনির ওজন}} = \frac{7}{10}$

$\therefore$ কাঠের ওজন এবং সমআয়তনের পানির ওজনের শতকরা

$= \left(\frac{7}{10} \times 100\right)\% = 70\%$

$\therefore$ কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের 70% **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3, খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 হয়।

সমাধান : এখানে,

ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3

খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 = (1 × 3) : (2 × 3) = 3 : 6

গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 = (3 × 2) : (2 × 2) = 6 : 4

$\therefore$ ক এর অংশ : খ এর অংশ : গ এর অংশ : ঘ এর অংশ

= 2 : 3 : 6 : 4

$\therefore$ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 2 + 3 + 6 + 4 = 15

$\therefore$ ক এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{2}{15}\right)$ টাকা = 40 টাকা

খ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{3}{15}\right)$ টাকা = 60 টাকা

গ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{6}{15}\right)$ টাকা = 120 টাকা

এবং ঘ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{4}{15}\right)$ টাকা = 80 টাকা

$\therefore$ ক 40 টাকা, খ 60 টাকা, গ 120 টাকা এবং ঘ 80 টাকা পায়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ তিনজন জেলে 690 টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট মাছের সংখ্যা = 690 টি

তিনজনের অংশের অনুপাত = $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$

$= \left(\frac{2}{3} \times 30\right) : \left(\frac{4}{5} \times 30\right) : \left(\frac{5}{6} \times 30\right)$

[3, 5 ও 6 এর ল. সা. গু. 30 দিয়ে গুণ করে]

= 20 : 24 : 25

$\therefore$ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 20 + 24 + 25 = 69

$\therefore$ ১ম জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{20}{69}\right)$ টি = 200 টি

২য় জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{24}{69}\right)$ টি = 240 টি

এবং ৩য় জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{25}{69}\right)$ টি = 250 টি

$\therefore$ তিনজন জেলে যথাক্রমে 200 টি, 240 টি এবং 250 টি মাছ পেল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 45 সে. মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 5 : 7 হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 45 সে. মি.

এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 3 : 5 : 7

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = $3+5+7=15$

∴ ত্রিভুজের প্রথম বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{3}{15}\right)$ সে. মি.

= 9 সে. মি.

ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{5}{15}\right)$ সে. মি.

= 15 সে. মি.

এবং ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{7}{15}\right)$ সে. মি.

= 21 সে. মি.

নির্ণেয় ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাণ 9 সে. মি., 15 সে. মি. ও 21 সে. মি.।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ 1011 টাকাকে $\frac{3}{4}:\frac{4}{5}:\frac{6}{7}$ অনুপাতে বিভক্ত কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট টাকার পরিমাণ 1011

এবং বণ্টনের অনুপাত $=\frac{3}{4}:\frac{4}{5}:\frac{6}{7}$

$=\left(\frac{3}{4}\times140\right):\left(\frac{4}{5}\times140\right):\left(\frac{6}{7}\times140\right)$

[হর 4, 5 ও 7 এর ল.সা.গু. 140 দ্বারা গুণ করে]

= 105 : 112 : 120

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর সমষ্টি = 105 + 112 + 120 = 337

∴ প্রথম অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{105}{337}\right)$ টাকা = 315 টাকা

দ্বিতীয় অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{112}{337}\right)$ টাকা = 336 টাকা

তৃতীয় অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{120}{337}\right)$ টাকা = 360 টাকা

∴ বিভক্তকৃত টাকার পরিমাণ 315 টাকা, 336 টাকা, 360 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং তাদের গ. সা. গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, সংখ্যা দুইটির অনুপাত 5 : 7

মনে করি, সংখ্যা দুইটি 5x ও 7x, যেখানে, x অনুপাতের সাধারণ গুণিতক।

5x ও 7x এর গ. সা. গু. x

প্রশ্নানুসারে, x = 4

5x ও 7x এর ল. সা. গু. = 35x = 35 × 4 [∵ x = 4]

= 140

অতএব, সংখ্যা দুইটির ল. সা. গু. 140 **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী 171 রান করলো। সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রানের অনুপাত 3 : 2 হলে কে কত রান করেছে?

সমাধান : সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান = 3 : 2

$=(3\times3):(2\times3)$

= 9 : 6

মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 3 : 2

$=(3\times2):(2\times2)$

= 6 : 4

∴ সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 9 : 6 : 4

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 4 = 19

∴ সাকিবের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right)=\left(171\times\frac{9}{19}\right)$ রান = 81 রান

মুশফিকুরের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right)=\left(171\times\frac{6}{19}\right)$ রান = 54 রান

মাশরাফীর রান $\left(171 \text{ এর } \frac{4}{19}\right)=\left(171\times\frac{4}{19}\right)$ রান = 36 রান

∴ সাকিব 81 রান, মুশফিকুর 54 রান, মাশরাফী 36 রান করেছে।**(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন করণিক এবং 3 জন পিওন আছে। একজন পিওন 1 টাকা পেলে একজন করণিক পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 150,000 টাকা হলে, কে কত বেতন পায়?

সমাধান : মনে করি, একজন পিওন পায় x টাকা (সমানুপাতিক x ধরে)

তাহলে, একজন করণিক পায় 2x টাকা

এবং একজন কর্মকর্তা পায় 4x টাকা।

প্রশ্নমতে, $(4x\times2)+(2x\times7)+(x\times3)=150000$

বা, $8x+14x+3x=150000$

বা, $25x=150000$

বা, $x=\frac{150000}{25}$

∴ x = 6000

∴ একজন পিওনের বেতন = 6000 টাকা

একজন করণিকের বেতন = (6000 × 2) টাকা = 12000 টাকা

এবং একজন কর্মকর্তার বেতন = (6000 × 4) টাকা = 24000 টাকা

∴ প্রত্যেক কর্মকর্তা 24000 টাকা, করণিক 12000 টাকা এবং পিওন 6000 টাকা বেতন পায়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি সমিতির নেতা নির্বাচনে দুইজন প্রতিদ্বন্দ্বীর মধ্যে ডোনাল্ড সাহেব 4 : 3 ভোটে জয়লাভ করলেন। যদি মোট সদস্য সংখ্যা 581 হয় এবং 91 জন সদস্য ভোট না দিয়ে থাকেন, তবে ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দ্বী কত ভোটের ব্যবধানে পরাজিত হয়েছেন?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট সদস্য = 581 জন

91 জন সদস্য ভোট না দেওয়ায় ভোট দেওয়া সদস্য

(581 – 91) জন = 490 জন

ডোনাল্ড সাহেবের প্রাপ্ত ভোট : প্রতিদ্বন্দ্বীর প্রাপ্ত ভোট = 4 : 3

অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল = 4 + 3 = 7

∴ ডোনাল্ড সাহেব পেলেন $\left(490 \text{ এর } \frac{4}{7}\right)$ ভোট = 280 ভোট

এবং প্রতিদ্বন্দ্বী পেলেন $\left(490 \text{ এর } \frac{3}{7}\right)$ ভোট = 210 ভোট

∴ ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দ্বী পরাজিত হলেন (280 – 210) বা, 70 ভোটের ব্যবধানে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান : মনেকরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x^2 বর্গ একক.

20% বৃদ্ধিতে বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(x+x \text{ এর } \frac{20}{100}\right)$ একক

$=\left(x+\frac{x}{5}\right)$ একক

$=\frac{6x}{5}$ একক

$\therefore$ 20% বৃদ্ধিতে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\left(\frac{6x}{5}\right)^2$ বর্গ একক

$= \frac{36x^2}{25}$ বর্গ একক

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{36x^2}{25} - x^2\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{36x^2 - 25x^2}{25}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{11x^2}{25}$ বর্গ একক

$\therefore$ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{\text{মোট বৃদ্ধি}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{\frac{11x^2}{25}}{x^2} \times 100\right)\%$

$= 44\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় 44% **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\left(x + x \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \left(x + \frac{x}{10}\right)$ একক

$= \frac{11x}{10}$ একক

এবং 10% হ্রাসে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $\left(y - y \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \left(y - \frac{y}{10}\right)$ একক

$= \frac{9y}{10}$ একক

$\therefore$ 10% হ্রাস-বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}$ বর্গ একক

$= \frac{99\,xy}{100}$ বর্গ একক

সুতরাং ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{100\,xy - 99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{xy}{100}$ বর্গ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\left(\frac{\text{মোট হ্রাস}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{\frac{xy}{100}}{xy} \times 100\right)$ বর্গ একক

$= \frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100$ বর্গ একক

$= 1$ বর্গ একক

অতএব, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4 : 7. ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে?

সমাধান : মনেকরি, সেচ পাওয়ার পরে ফলনের পরিমাণ x কুইন্টাল

সেচ আসার আগের ফলন : সেচ আসার পরের ফলন = 4 : 7

প্রশ্নানুসারে, 304 : x = 4 : 7

বা, $\frac{304}{x} = \frac{4}{7}$

বা, $4x = 7 \times 304$

বা, $x = \frac{7 \times 304}{4}$

$\therefore x = 532$

$\therefore$ সেচ পাওয়ার পরে ফলন হবে 532 কুইন্টাল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

সমাধান : মনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমাণ x কইন্টাল

এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y কুইন্টাল

প্রশ্নানুসারে, ধান : চাল = 3 : 2

বা, 1 : x = 3 : 2

বা, $\frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore x = \frac{2}{3}$

$\therefore$ চালের পরিমাণ $\frac{2}{3}$ কুইন্টাল

আবার, গম : সুজি = 4 : 3

বা, 1 : y = 4 : 3

বা, $\frac{1}{y} = \frac{4}{3}$

$\therefore y = \frac{3}{4}$

$\therefore$ সুজির পরিমাণ $\frac{3}{4}$ কুইন্টাল।

উৎপন্ন চাল : উৎপন্ন সুজি = $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$= \left(\frac{2}{3} \times 12\right) : \left(\frac{3}{4} \times 12\right)$

[3, 4 এর ল.সা.গু. 12]

= 8 : 9

$\therefore$ উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত 8 : 9। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ একটি জমির ক্ষেত্রফল 432 বর্গমিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 4 এবং 2 : 5 হলে, অপর জমির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

১ম জমির দৈর্ঘ্য : ২য় জমির দৈর্ঘ্য = 3 : 4

এবং ১ম জমির প্রস্থ : ২য় জমির প্রস্থ = 2 : 5

ধরি, ১ম জমির দৈর্ঘ্য = 3x মিটার

২য় জমির দৈর্ঘ্য = 4x মিটার

এবং ১ম জমির প্রস্থ = 2y মিটার

২য় জমির প্রস্থ = 5y মিটার

১ম জমির ক্ষেত্রফল = $(3x \times 2y)$ বর্গমিটার

= 6xy বর্গমিটার

২য় জমির ক্ষেত্রফল = $(4x \times 5y)$ বর্গমিটার

= $20xy$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $6xy = 432$

বা, $xy = \frac{432}{6}$

$\therefore xy = 72$

$\therefore$ ২য় জমির ক্ষেত্রফল = $20xy$ বর্গমিটার

= (20×72) ব.মি. $[\because xy = 72]$

= 1440 বর্গমিটার

$\therefore$ অপর জমির ক্ষেত্রফল 1440 বর্গমিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ জেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% হার সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি 2 বছর পর মুনাফা–আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর সিমি মুনাফা–আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ব্যাংক থেকে জেমি ঋণ করে x টাকা এবং সিমি ঋণ করে y টাকা

এখন, 10% মুনাফায় x টাকার 2 বছরের মুনাফা

$= \left(x \times 2 \times \frac{10}{100}\right)$ টাকা $= \frac{x}{5}$ টাকা

$\therefore$ 2 বছর পরে জেমি মুনাফা–আসলে পরিশোধ করে $= \left(x + \frac{x}{5}\right)$ টাকা

$= \frac{5x + x}{5}$ টাকা

$= \frac{6x}{5}$ টাকা

আবার, 10% মুনাফায় y টাকার 3 বছরের মুনাফা

$= \left(y \times 3 \times \frac{10}{100}\right)$ টাকা

$= \frac{3y}{10}$ টাকা

$\therefore$ 3 বছর পরে সিমি মুনাফা-আসলে পরিশোধ করে $= \left(y + \frac{3y}{10}\right)$ টাকা

$= \frac{10y + 3y}{10}$ টাকা

$= \frac{13y}{10}$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $\frac{6x}{5} = \frac{13y}{10}$

বা, $60x = 65y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{65}{60}$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{13}{12}$

$\therefore x : y = 13 : 12$

নির্ণেয় ঋণের অনুপাত 13 : 12

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5:12:13 এবং পরিসীমা 30 সে. মি.

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা লিখ।

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীম 30 সে.মি.।

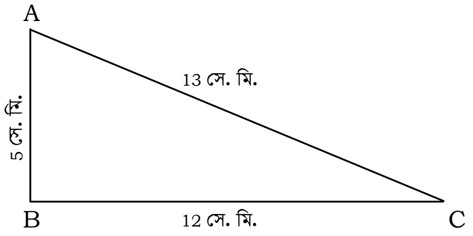
ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলো $5x$, $12x$ ও $13x$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $5x + 12x + 13x = 30$

বা, $30x = 30$

$\therefore x = 1$

অতএব, ত্রিভুজের বাহুগুলো হলো 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.।

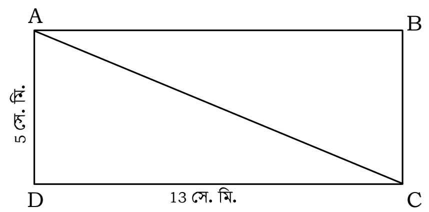


চিত্র হতে, $AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2$

$= 25 + 144 = 169 = (13)^2 = (AC)^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ত্রিভুজটি সমকোণী। অতএব, ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ABC = 90°$

খ. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. কে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. কে প্রস্থ ধরে নিচে আয়তক্ষেত্রটি আঁকা হলো :



ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ AC কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহু হলে ঐ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে AC^2 বর্গ সে. মি.

এখন, ΔADC এ $\angle D = 90°$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$= (5)^2 + (13)^2$

$= 25 + 169$

$= 194$

অর্থাৎ, ঐ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 194 বর্গ সে. মি. **(Ans.)**

গ. 10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য

$= \left(13 + 13 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে. মি.

$= \left(13 + \frac{13}{10}\right)$ সে. মি.

$= \frac{143}{10}$ সে. মি.

$= 14{\cdot}3$ সে. মি.

এবং 20% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ

$= \left(5 + 5 \text{ এর } \frac{20}{100}\right)$ সে. মি.

$= (5 + 1)$ সে. মি.

$= 6$ সে. মি.

∴ দৈর্ঘ্য–প্রস্থ বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

$= (14·3 \times 6)$ বর্গ সে. মি.

$= 85·8$ বগ সে. মি.

দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. এবং প্রস্থ 5 সে. মি. বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (13×5) বর্গ সে. মি. = 65 বর্গ সে. মি.

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $(85·5 - 65)$ বর্গ সে.মি.

$= 20·8$ বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে $\left(\frac{\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি}}{\text{আদি ক্ষেত্রফল}} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{20·8}{65} \times 100\right)\%$

$= 32\%$

অতএব, ক্ষেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত 1 : 4।

ক. অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।

খ. 10 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হতো 1 : 9। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

গ. মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 20 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা x

এবং উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা $4x$ [এখানে, x ধনাত্মক আনুপাতিক ধ্রুবক]

মোট ছাত্র সংখ্যা = $x + 4x = 5x$

∴ অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্রসংখ্যার $\frac{x}{5x}$ ভাগ

অর্থাৎ, $\frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\%$

$= \frac{x}{5x} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$

∴ অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%

খ. 10 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে,

উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা হয় $(4x + 10)$ জন

অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা $(x - 10)$ জন

প্রশ্নানুসারে, $(x - 10) : (4x + 10) = 1 : 9$

বা, $\frac{x - 10}{4x + 10} = \frac{1}{9}$

বা, $9x - 90 = 4x + 10$

বা, $9x - 4x = 90 + 10$

বা, $5x = 100$

বা, $x = \frac{100}{5}$

∴ $x = 20$

∴ মোট শিক্ষার্থী $5x = (5 \times 20)$ জন = 100 জন **(Ans.)**

গ. ধরি, ছাত্রী সংখ্যা = y জন

এবং ছাত্র সংখ্যা = $(2y - 20)$ জন

প্রশ্নানুসারে, $y + 2y - 20 = 100$

বা, $3y = 100 + 20$

বা, $3y = 120$

বা, $y = \frac{120}{3}$

∴ $y = 40$

∴ ছাত্রী সংখ্যা 40 জন।

∴ ছাত্র সংখ্যা = $2y - 20 = (2 \times 40 - 20)$ জন = 60 জন

∴ ছাত্র : ছাত্রী = 60 : 40 [20 দ্বারা ভাগ করে]

= 3 : 2

নির্ণেয় অনুপাত 3 : 2

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 2 এবং এদের গ.সা.গু. 4 হলে সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?**

ক 6 খ 8 গ 12 ● 24

২. **দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল.সা.গু. 180; সংখ্যা দুইটি কত?**

ক 30,45 ● 45, 60 গ 45, 75 ঘ 45, 70

৩. **কোনো মিশ্রণে পানি ও সিরাপের অনুপাত 2 : 3 হলে, এতে শতকরা কত ভাগ পানি আছে?**

ক 20 খ 30 ● 40 ঘ 50

৪. **যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি পায় তবে ক্ষেত্রফল শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে?**

ক 36 ● 44 গ 72 ঘ 80

৫. **261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে ১ম ভাই কতটি আম পাবে?**

ক 45 খ 81
গ 90 ● 135

৬. **সাকিব ও তামিমের রানের অনুপাত 9 : 7। তাদের মোট রান 2000 হলে, সাকিবের রান কত?**

ক 250 খ 875
● 1125 ঘ 1600

৭. **কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করলে উহার ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?**

ক 3 গুণ খ 4 গুণু গ 8 গুণ ● 9 গুণ

১১·৪ : ধারাবাহিক অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮. **x : y = 3 : 4, y : z = 2 : 5 হলে x : y : z এর মান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

ক 3 : 4 : 7 খ 5 : 7 : 9 ● 3 : 4 : 10 ঘ 15 : 19 : 27

ব্যাখ্যা : $x : y = 3 : 4 = (3 \times 1) : (4 \times 1) = 3 : 4$

$y : z = 2 : 5 = (2 \times 2) : (5 : 2) = 4 : 10$

∴ $x : y : z = 3 : 4 : 10$

৯. **2 : 3 এবং 9 : 10 এর ধারাবাহিক অনুপাত কোনটি?** (মধ্যম)

ক 2 : 3 : 9   খ 2 : 3 : 10   গ 3 : 9 : 10   ● 6 : 9 : 10

ব্যাখ্যা : $2 : 3 = (2 \times 3) : (3 \times 3) = 6 : 9$ এবং $9 : 10$

$\therefore$ ধারাবাহিক অনুপাত $= 6 : 9 : 10$

১০. দুটি সরল অনুপাত 2 : 4 এবং 5 : 7 এর ধারাবাহিক অনুপাত কত? (মধ্যম)

ক 2 : 4 : 5 : 7   খ 4 : 5 : 2

● 5 : 10 : 14   ঘ 8 : 5 : 7

ব্যাখ্যা : $2 : 4 = \frac{2}{4} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20} = \frac{5}{10}$

$5 : 7 = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$

$\therefore$ ধারাবাহিক অনুপাত $= 5 : 10 : 14$

১১. যদি ক : খ = 2 : 3 এবং খ : গ = 4 : 5 হয়, তবে গ : ক = কত? (মধ্যম)

ক 8 : 5   খ 8 : 15   গ 12 : 10   ● 15 : 8

ব্যাখ্যা : ক : খ = 2 : 3 = 8 : 12

খ : গ = 4 : 5 = 12 : 15

$\therefore$ গ : ক = 15 : 8

১২. দুটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের গ.সা.গু. 5 হলে সংখ্যা দুটি কত? (মধ্যম)

● 15, 20   খ 30, 40   গ 45, 60   ঘ 60, 80

ব্যাখ্যা : $3 \times 5 = 15$ এবং $4 \times 5 = 20$

১৩. দুটি সংখ্যার অনুপাত 2 : 3 এবং সমষ্টি 85 হলে, বৃহত্তর সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)

ক 37   খ 47   ● 51   ঘ 65

১৪. দুটি রাশির বিয়োগফল 44 এবং রাশি দুইটির অনুপাত 1 : 3 হলে ক্ষুদ্রতর সংখ্যাটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 19   ● 22   গ 31   ঘ 43

১৫. আফসার সাহেব ও তার পুত্রের বয়সের অনুপাত 9 : 2। পুত্রের বয়স 12 বছর হলে আফসার সাহেবের বয়স কত বছর? (মধ্যম)

ক 48   খ 50   গ 52   ● 54

১৬. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত 4 : 1 ও পুত্র ও কন্যার বয়সের অনুপাত 1 : 2 হলে, পিতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত কত? (মধ্যম)

● 2 : 1   খ 1 : 2   গ 2 : 3   ঘ 3 : 2

ব্যাখ্যা : পিতার বয়স : পুত্রের বয়স = 4 : 1

পুত্রের বয়স : কন্যার বয়স = 1 : 2

$\therefore$ পিতার বয়স : কন্যার বয়স = 4 : 2 = 2 : 1

১৭. উষা ও মাহির টাকার অনুপাত 2 : 3 এবং মাহি ও সামির টাকার অনুপাত 2 : 5 হলে, তাদের টাকার অনুপাত কত? (মধ্যম)

ক 2 : 3 : 5   ● 4 : 6 : 15   গ 2 : 5 : 12   ঘ 4 : 7 : 15

১৮. পুলক, পান্নু ও মিথিলার টাকার অনুপাত 2 : 3 : 9 হলে, পান্নু ও মিথিলার টাকার অনুপাত কত? (মধ্যম)

● 1 : 3   খ 1 : 2   গ 2 : 3   ঘ 3 : 2

১৯. $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ এর ধারাবাহিক অনুপাত কত? (সহজ)

ক 1 : 2 : 3   খ 2 : 3 : 4   ● 4 : 2 : 3   ঘ 2 : 4 : 3

ব্যাখ্যা : $\frac{2}{3} : \frac{1}{3} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

বা, 6 : 3 = 2 : 3

বা, 2 : 1 = 2 : 3

বা, 4 : 2 = 2 : 3

$\therefore$ ধারাবাহিক অনুপাত 4 : 2 : 3

২০. ক : খ = 2 : 3, খ : গ = 1 : 2 হলে A : C = কত? (সহজ)

ক 1 : 2   খ 2 : 3   ● 1 : 3   ঘ 3 : 2

২১. A : B = 3 : 4, B : C = 1 : 2 এবং C : D = 2 : 3 হলে A : D = কত? (মধ্যম)

● 1 : 4   খ 1 : 2   গ 2 : 3   ঘ 3 : 2

২২. ক : খ = 2 : 3, খ : গ = 4 : 3, হলে ক : খ : গ = কত? (সহজ)

ক 2 : 3 : 4   খ 4 : 6 : 8   গ 4 : 12 : 9   ● 8 : 12 : 9

২৩. 3, 7, 9 এর চতুর্থ সমানুপাতী নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 10   খ 12   গ 18   ● 21

ব্যাখ্যা : মনে করি, চতুর্থ সমানুপাতী ক

$\therefore$ 3 : 7 = 9 : ক

বা, $\frac{3}{7} = \frac{9}{ক}$

বা, ক $= \frac{7 \times 9}{3}$

$\therefore$ ক = 21

২৪. 3, 5, 12 এর চতুর্থ সমানুপাতী নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 16   খ 18   ● 20   ঘ 24

২৫. x : y = 4 : 5, y : z = 7 : 11 হলে, x : y : z এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 4 : 5 : 7   খ 4 : 5 : 11   গ 5 : 7 : 11   ● 28 : 35 : 55

২৬. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 4 : 5 হলে, এতে শতকরা কত টাকা লাভ হবে? (মধ্যম)

ক 30   ● 25   গ 20   ঘ 10

ব্যাখ্যা : ক্রয়মূল্য 4 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য 5 টাকা

$\therefore$ লাভ = (5 – 4) টাকা = 1 টাকা

$\therefore$ লাভের হার $\left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$

২৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5 বড় কোণটি কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক 30°   খ 45°   ● 75°   ঘ 90°

ব্যাখ্যা : মনে করি, ত্রিভুজের কোণ তিনটি যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x

প্রশ্নমতে, $3x + 4x + 5x = 180°$

বা, $12x = 180°$ $\therefore x = 15°$

$\therefore$ বড় কোণটি $5x = 5 \times 15° = 75°$

২৮. ধানে চাল ও তুষের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে? (মধ্যম)

ক 65%   ● 70%   গ 75%   ঘ 82%

ব্যাখ্যা : ধানে চাল 7x কেজি থাকলে তুষ থাকে 3x কেজি

$\therefore$ সর্বমোট = (7x + 3x) কেজি = 10x কেজি

ধানে চালের শতকরা পরিমাণ $= \frac{\text{ধান চালের পরিমাণ}}{\text{ধানের পরিমাণ}} \times 100$

$= \frac{7x \times 100}{10x}\% = 70\%$

২৯. 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 60 সেন্টিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ? (মধ্যম)

ক 50%   ● 60%   গ 70%   ঘ 80%

৩০. কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য = 2 : 3, পূর্বের তুলনায় মূল্য শতকরা কত টাকা বৃদ্ধি পেয়েছে? (মধ্যম)

ক 35   খ 40   গ 45   ● 50

ব্যাখ্যা : পূর্বমূল্য 2 টাকা হলে বর্তমান মূল্য 3 টাকা

মূল্যবৃদ্ধি = (3 – 2) টাকা = 1 টাকা।

$\therefore$ শতকরা মূল্যবৃদ্ধি = $\left(\frac{1}{2} \times 100\right)$ টাকা = 50 টাকা।

৩১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 3 এবং গ.সা.গু. 8 হলে, ল.সা.গু. কত? (মধ্যম)

ক 40   খ 80   ● 120   ঘ 160

৩২. রিপন কিছু আম 30% লাভে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 3 : 2 ● 13 : 10 ⓖ 4 : 3 ⓘ 7 : 4

৩৩. দুইটি রাশির অনুপাত 2 : 5 এবং তাদের সমষ্টি 42 হলে সংখ্যা দুটির অন্তরফল নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ 6 ● 18 ⓖ 24 ⓘ 32

ব্যাখ্যা : $7x = 42 \therefore x = 6$

$5x - 2x = 3x = 3 \times 6 = 18$

৩৪. একটি স্কুলে মোট ছাত্রছাত্রী সংখ্যার $\frac{2}{5}$ অংশ হলো ছাত্রী। স্কুলটিতে ছাত্রের সংখ্যা শতকরা কত ভাগ?

ⓚ 20% ⓛ 40% ● 60% ⓘ 80%

৩৫. যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 15% বৃদ্ধি পায় তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? (কঠিন)

ⓚ 12·25 ⓛ 22·25 ⓖ 32·25 ⓘ 42·25

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৬. ক : খ = 2 : 3; খ : গ = 4 : 3 হলে–

i. এটি ধারাবাহিক অনুপাত

ii. ক : খ : গ = 2 : 3 : 4

iii. ক : খ : গ = 8 : 12 : 9

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩৭. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অন্পাত 2 : 3

i. তাদের পরিধির অনুপাত 2 : 3

ii. তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $\sqrt{2} : \sqrt{3}$

iii. তাদের ব্যাসের অনুপাত 4 : 6

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩৮. i. ধারাবাহিক অনুপাতে তিনটি রাশিই এক জাতীয় হতে হবে

ii. a : b : c = 6 : 8 : 3 হলে a : c = 2 : 1

iii. 2 টি অনুপাত a : b ও b : c হলে ধারাবাহিক অনুপাত a : b : c

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৯. i. 3 : 4 ও 12 : 7 এর ধারাবাহিক অনুপাত 9 : 12 : 7

ii. ধারাবাহিক অনুপাতে প্রথম অনুপাতের উত্তর রাশি ২য় অনুপাতের পূর্ব রাশির সমান হতে হবে

iii. ধান ও চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে চাল ও সুজির অনুপাত 2 : 1

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪০. i. তিনটি রাশির ধারাবাহিক অনুপাত থাকলে প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল মধ্যরাশির বর্গের সমান

ii. a : b : c = 6 : 8 : 3 হলে a : c = 2 : 1

iii. 10, 40, 50 এর চতুর্থ সমানুপাতী 200

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 3 এবং ল.সা.গু. 60 হলে গ.সা.গু. 4

ii. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায় তবে এর ক্ষেত্রফল শতকরা 21% বৃদ্ধি পায়

iii. একটি জমির ক্ষেত্রফল 108 বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 হলে জমির প্রস্থ 9 মিটার

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 2 : 3 : 4 হলে বৃহত্তর কোণটি 80°

ii. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 3 হলে ক্ষেত্রফলের অনুপাত 3 : 9

iii. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 6 এবং তাদের গ.সা.গু. 8 হলে ল.সা.গু. 240

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩–৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ক এর আয় 1000 টাকা, খ এর আয় 1500 টাকা এবং গ এর আয় 2500 টাকা।

৪৩. ক ও খ এর আয়ের অনুপাত কত? (সহজ)

● 2 : 3 ⓛ 3 : 2 ⓖ 3 : 4 ⓘ 4 : 3

ব্যাখ্যা : ক এর আয় : খ এর আয় = 1000 : 1500 = 2 : 3 [500 দ্বারা ভাগ করে]

৪৪. খ এর আয় : গ এর আয় = কত? (সহজ)

ⓚ 3 : 4 ⓛ 4 : 3 ● 3 : 5 ⓘ 5 : 3

ব্যাখ্যা : খ এর আয় : গ এর আয় = 1500 : 2500 = 3 : 5 [500 আয় ভাগ করে]

৪৫. ক, খ ও গ এর আয়ের অনুপাত কত? (সহজ)

● 2 : 3 : 5 ⓛ 2 : 3 : 9 ⓖ 8 : 4 : 3 ⓘ 8 : 12 : 9

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬–৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30।

৪৬. x অনুপাতত্রয়ের সাধারণ রাশি হলে নিচের কোন সম্পর্ক সঠিক? (সহজ)

● $5x + 12x + 13x = 30$ ⓛ $15x = 30$

ⓖ $25x = 30$ ⓘ $35x = 30$

৪৭. ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

● 5 ⓛ 6 ⓖ 12 ⓘ 13

ব্যাখ্যা : $30x = 30 \therefore x = 1$

∴ ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য $5x = 5x \times 1 = 5$ সে.মি.

৪৮. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 6 ⓛ 7 ⓖ 12 ● 13

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৯–৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো এক মিশ্রণে দস্তা, সিসা ও টিন রয়েছে। দস্তার পরিমাণ টিনের $\frac{3}{4}$ এবং টিনের পরিমাণ দস্তার $\frac{4}{5}$ অংশ।

৪৯. দস্তা ও সিসার অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ 3 : 4 ⓛ 4 : 5 ● 3 : 5 ⓘ 5 : 4

৫০. দস্তা, টিন ও সিসার অনুপাত কত? (মধ্যম)

ⓚ 4 : 3 : 5 ● 3 : 4 : 5 ⓖ 3 : 5 : 4 ⓘ 5 : 4 : 3

৫১. ১২ কেজি মিশ্রণে টিনের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ● 4

নিচের তথ্যের আলোকে ৫২–৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5;

৫২. নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? (মধ্যম)

● $3x + 4x + 5x = 180°$ ⓚ $3x + 4x + 5x = 130°$

ⓖ $3x + 4x + 5x = 120°$ ⓘ $3x + 45 + 5x = 100°$

ব্যাখ্যা : মনে করি, কোণ তিনটি প্রদত্ত অনুপাত অনুসারে যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x

শর্তমতে, $3x + 4x + 5x = 180°$

৫৩. প্রথম কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম)

ⓚ $30°$ ● $45°$ ⓖ $60°$ ⓘ $90°$

৫৪. বৃহত্তর কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম)

ⓚ $45°$ ⓚ $60°$ ● $75°$ ⓘ $90°$

১১·৫ : সমানুপাতিক ভাগ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৫. সোহেল, মিঠু ও সাকিবের মধ্যে 6800 টাকা $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে বণ্টন করা হলো। মিঠুর প্রাপ্ত টাকা কত? (কঠিন)

ⓚ 3600 টাকা ⓚ 2800 টাকা

● 2400 টাকা ⓘ 800 টাকা

ব্যাখ্যা : $\left(\frac{1}{2} \times 18\right) : \left(\frac{1}{3} \times 18\right) : \left(\frac{1}{9} \times 18\right) = 9 : 6 : 2$

অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 2 = 17

∴ মিঠুর প্রাপ্ত টাকা = $\left(6800 \text{ এর } \frac{6}{17}\right)$ টাকা = 2400 টাকা

৫৬. 400 টাকা বাশার, রুমি ও খুকুর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করা হলো যেন বাশার রুমির দ্বিগুণ এবং রুমি খুকুর তিনগুণ পায়। রুমির টাকার পরিমাণ কত? (মধ্যম)

ⓚ 180 টাকা ⓚ 210 টাকা ⓖ 160 টাকা ● 120 টাকা

ব্যাখ্যা : ধরি, খুকুর টাকা x, ∴ রুমির টাকা = 3x,

বাশারের টাকা = 2 × 3x = 6x

প্রশ্নমতে, x + 3x + x = 400

বা, 10x = 400

∴ x = 40

∴ রুমির টাকা = 3x = 3 × 40 টাকা = 120 টাকা

৫৭. 160 টাকা ক ও খ এর মধ্যে 5 : 3 অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। ক কত টাকা পেল? (মধ্যম)

● 100 ⓚ 120 ⓖ 140 ⓘ 160

ব্যাখ্যা : অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = 5 + 3 = 8

∴ ক' পেল = $\left(160 \times \frac{5}{8}\right)$ টাকা = 100 টাকা

৫৮. সুজন, শিপন ও রিপন একত্রে ব্যবসা করে 1200 টাকা লাভ করে। যদি সুজন, শিপন ও রিপনের মূলধনের অনুপাত 2 : 3 : 5 হয়, তবে সুজন কত টাকা লভ্যাংশ পাবে? (মধ্যম)

ⓚ 180 ● 240 ⓖ 360 ⓘ 480

ব্যাখ্যা : অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = 2 + 3 + 5 = 10

∴ সুজনের লভ্যাংশ = 1200 টাকা × $\frac{2}{10}$ = 240 টাকা

৫৯. দুইটি রাশির অনুপাত 1 : 5 এবং তাদের সমষ্টি 18 হলে সংখ্যা দুটির গুণফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 36 ⓚ 39 ● 45 ⓘ 52

৬০. দুইটি রাশির অনুপাত 2 : 5 এবং তাদের সমষ্টি 70 হলে সংখ্যা দুইটির অন্তরফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 20 ● 30 ⓖ 40 ⓘ 50

৬১. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে বৃহত্তর কোণটির পরিমাণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 45° ⓚ 60° ● 75° ⓘ 85°

৬২. একটি রং পেন্সিলের প্যাকেট লাল ও সবুজ রঙের পেন্সিলের সংখ্যার অনুপাত 2 : 1। প্যাকেটটিতে 8টি লাল পেন্সিল থাকলে সবুজ পেন্সিলের সংখ্যা কত? (কঠিন)

ⓚ 2টি ● 4টি ⓖ 6টি ⓘ 8টি

৬৩. কোনো স্কুলের ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত 7 : 8 এবং মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 855 হলে ছাত্র সংখ্যা কত? (মধ্যম)

ⓚ 350 ⓚ 379 ● 339 ⓘ 423

৬৪. 300 টাকা ক ও খ অংশের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো ক : খ = 2 : 3। ক কত টাকা পেল? (মধ্যম)

ⓚ 100 ● 120 ⓖ 160 ⓘ 200

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৫. ক্রিকেট খেলায় সাকিব, তামিম ও মুশফিক মোট 171 রান করলে এবং তাদের রানের অনুপাত 9 : 6 : 4 হলে–

i. তামিমের রান = 45 ii. সাকিবের রান = 81

iii. মুশফিকের রান = 36

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সঠিক নয়; কারণ, অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 4 = 19

তামিমের রান = 171 এর $\frac{6}{19}$ = 54

(ii) ও (iii) নং সঠিক।

৬৬. তিনটি অনুপাত $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{12}$ হলে–

i. তাদের সরল অনুপাত 12 : 4 : 1

ii. অনুপাত তিনটির যোগফল 21

iii. ৩য় অনুপাতের 12 গুণ সমান ১ম অনুপাত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৬৭. 456 টাকা রহিম, করিম ও আবুর মধ্যে 3 : 4 : 5 অনুপাতে ভাগ করে দিলে–

i. রহিম পাবে 114 টাকা

ii. করিম পাবে 152 টাকা

iii. রহিম ও আবুর মিলিত টাকার পরিমাণ 304 টাকা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৮. কোনো ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে–

i. ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ 45°

ii. বৃহত্তম কোণের পরিমাণ 75°

iii. মধ্যম কোণের পরিমাণ 65°

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৯–৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

8000 টাকা দোলা, দীনা ও রাফির মধ্যে 7 : 5 : 4 অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো।

৬৯. দোলা কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

(ক) 3000 (খ) 3200 ● 3500 (ঘ) 3800

ব্যাখ্যা : অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = 7 + 5 + 4 = 16

$\therefore$ দোলা পায় = $\left(8000 \text{ এর } \frac{7}{16}\right)$ টাকা = 3500 টাকা

৭০. দীনা কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

(ক) 2000 ● 2500 (গ) 2300 (ঘ) 1800

ব্যাখ্যা : দীনা পায় = $\left(8000 \text{ এর } \frac{5}{16}\right)$ টাকা = 2500 টাকা

৭১. রাফি কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

● 2000 (খ) 2100 (গ) 2300 (ঘ) 2800

ব্যাখ্যা : রাফি পায় = $\left(8000 \text{ এর } \frac{4}{16}\right)$ টাকা = 2000 টাকা

নিচের তথ্যের আলোকে ৭২–৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

39 কেজি পায়েসে দুধ, চাল এবং চিনির পরিমাণ $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : \frac{3}{16}$

৭২. উদ্দীপকের অনুপাতগুলোর সরল অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) 2 : 3 : 8 ● 8 : 2 : 3 (গ) 3 : 2 : 8 (ঘ) 16 : 2 : 3

ব্যাখ্যা : $\left(\frac{1}{2} \times 16\right) : \left(\frac{1}{8} \times 16\right) : \left(\frac{3}{16} \times 16\right) = 8 : 2 : 3$

৭৩. দুধের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

(ক) 3 (খ) 6 (গ) 9 ● 24

ব্যাখ্যা : $8x + 2x + 3x = 39$ বা, $x = 3$

$\therefore$ দুধের পরিমাণ = (8×3) কেজি = 24 কেজি

৭৪. 78 কেজি পায়েসে চিনির পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

(ক) 9 (খ) 16 ● 18 (ঘ) 21

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৫–৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আফসার সাহেব 16300 টাকা তাঁর স্ত্রী, কন্যা ও পুত্রকে 1 : 4 : 8 অনুপাতে ভাগ করে দেন।

৭৫. তাঁর স্ত্রী কত টাকা পাবে? (মধ্যম)

● 1300 (খ) 5200 (গ) 6900 (ঘ) 13000

৭৬. তাঁর কন্যা কত টাকা পাবে? (মধ্যম)

(ক) 1300 ● 5200 (গ) 6900 (ঘ) 10400

৭৭. তাঁর পুত্র কন্যা অপেক্ষা কত টাকা বেশি পেল? (মধ্যম)

● 5200 (খ) 6900 (গ) 7200 (ঘ) 10400

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৮–৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A, B, C এর মধ্যে 330 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হলো যেন–

A এর অংশ : B এর অংশ = 2 : 3

B এর অংশ : C এর অংশ = 1 : 2

৭৮. A : B : C = কত? (মধ্যম)

(ক) 1 : 2 : 3 (খ) 2 : 3 : 1 ● 2 : 3 : 6 (ঘ) 2 : 3 : 2

৭৯. A কত টাকা পেল? (সহজ)

(ক) 40 (খ) 50 ● 60 (ঘ) 30

৮০. B কত টাকা পেল? (সহজ)

(ক) 40 (খ) 60 (গ) 70 ● 90

৮১. C কত টাকা পেল? (সহজ)

(ক) 120 (খ) 140 ● 180 (ঘ) 190

নিচের তথ্যের আলোকে ৮২–৮৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

78 কেজি পায়েসে দুধ, চাল ও চিনির পরিমাণ 8 : 2 : 3.

৮২. দুধের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

(ক) 42 ● 48 (গ) 56 (ঘ) 60

৮৩. চালের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

● 12 (খ) 16 (গ) 42 (ঘ) 48

৮৪. 39 কেজি পায়েসে চিনির পরিমাণ কত কেজি? (কঠিন)

● 9 (খ) 12 (গ) 18 (ঘ) 42

৮৫. রীনা ও মীনার বয়সের অনুপাত 5 : 3। রীনার বয়স 15 বছর হলে কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে?

(ক) 5 বছর ● 6 বছর (গ) 7 বছর (ঘ) 8 বছর

৮৬. কোনো স্কুলে ছাত্র ও ছাত্রীর অনুপাত 1 : 2 ঐ স্কুলে মোট শিক্ষার্থী 900 হলে ছাত্রী সংখ্যা নিচের কোনটি?

(ক) 100 (খ) 200 (গ) 300 ● 600

৮৭. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং গ.সা.গু. 5 হলে, সংখ্যা দুইটি কত?

● 15, 20 (খ) 30, 40 (গ) 45, 60 (ঘ) 60, 80

৮৮. কোনো বর্গের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

(ক) 10% ● 10.25% (গ) 12.5% (ঘ) 12.25%

৮৯. একটি দ্রব্য 20% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে, বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

● 4 : 5 (খ) 5 : 4 (গ) 1 : 5 (ঘ) 5 : 1

৯০. ক : খ = 3 : 4, খ : গ = 6 : 7 হলে, ক : খ : গ = কত?

(ক) 3 : 4 : 6 (খ) 14 : 12 : 9

● 9 : 12 : 14 (ঘ) 3 : 6 : 7

৯১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল.সা.গু. 180 হলে নিচের কোনটি সংখ্যাদ্বয়ের মান?

(ক) (15, 20) ● (45, 60) (গ) (9, 12) (ঘ) (36,48)

৯২. a : b = x : y এবং c : d = x : y হলে, কোনটি সঠিক?

(ক) a : x = b : y (খ) a : y = b : x

(গ) c : x = b : y ● a : b = c : d

৯৩. খিঁচুড়িতে চাল ও ডালের অনুপাত 7 : 3 হলে চালের পরিমাণ কত?

(ক) 30% (খ) 50% ● 70% (ঘ) 90%

৯৪. ক : খ = 3 : 4 এবং খ : গ = 8 : 9 হলে ক : গ = কত?

(ক) 3 : 2 (খ) 1 : 2 ● 2 : 3 (ঘ) 4 : 5

৯৫. মিঠু ও গিয়াস একটি কাজ 160 টাকায় সম্পন্ন করার চুক্তি নিল এবং মিঠু 60 টাকা পেল। তাদের মজুরির অনুপাত কত?

● 3 : 5 (খ) 2 : 3 (গ) 5 : 3 (ঘ) 6 : 10

৯৬. যদি ক : খ = 2 : 3 এবং খ : গ= 4 : 5 হয়, তবে গ : ক = কত?

● 15 : 8 (খ) 12 : 10 (গ) 8 : 5 (ঘ) 8 : 15

৯৭. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 4 : 5 হলে এতে শতকরা কত লাভ হবে?

(ক) 16% ● 25% (গ) 20% (ঘ) 1%

৯৮. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর কর্ণের দৈর্ঘ্য 25 মি. হলে ক্ষেত্রফল কত?

● 300 ব. মি (খ) 130 ব. মি (গ) 135 ব. মি (ঘ) 175 ব. মি

৯৯. কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন কেমন হবে?

(ক) 1% বৃদ্ধি ● 1% হ্রাস (গ) 5% বৃদ্ধি (ঘ) 10% হ্রাস

১০০. 5 : 9 অনুপাতটি প্রতিটি সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে অনুপাত 3 : 4 হবে?

ক 1 ● 7 গ 9 ঘ 12

১০১. একটি দ্রব্য 20% লাভে বিক্রয় করলে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

ক 6 : 5 ● 5 : 6 গ 4 : 5 ঘ 10 : 12

১০২. 5 : 8 = 15 : x হলে x এর মান কোনটি?

● 24 খ 40 গ 75 ঘ 120

১০৩. দুইটি সংখ্যার যোগফল 20 যদি সংখ্যাগুলো 3 : 2 অনুপাতে থাকে; তবে সংখ্যাগুলোর গুণফল কত?

ক 90 খ 92 ● 96 ঘ 100

১০৪. তিনজন জেলে 690টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$ হলে–

i. ১ম জেলে পায় 200টি
ii. ২য় জেলে পায় 240টি
iii. ৩য় জেলে পায় 300টি

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১০৫. ইরা ও ইমুর বয়সের অনুপাত $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{3}$ হলে–

i. তাদের বয়সের সরল অনুপাত 7 : 10
ii. তাদের বয়সের সরল অনুপাতের যোগফল 17
iii. ইমুর বয়স 20 বছর হলে ইরার বয়স 14 বছর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১০৬ ও ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

তোমাদের ক্লাসের মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা 100 জন। কোনো একদিন উপস্থিত ও অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত 4 : 1।

১০৬. উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যার পরিমাণ কত?

● 80 জন খ 90 জন গ 70 জন ঘ 60 জন

১০৭. কত জন শিক্ষার্থী অনুপস্থিত ছিল?

ক 30 জন খ 40 জন গ 10 জন ● 20 জন

নিচের তথ্যের আলোকে ১০৮ ও ১০৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 30 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:5:7।

১০৮. বড় বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ক 6 সে.মি. খ 7 সে.মি. গ 10 সে.মি. ● 14 সে.মি.

১০৯. ছোট বাহুর পরিমাণ কত?

● 6 সে.মি. খ 15 সে.মি. গ 21 সে.মি. ঘ 35 সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ১১০ ও ১১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য 2 : 3।

১১০. 10% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য কত?

ক 110 খ 120 ● 90 ঘ কোনোটিই নয়

১১১. কাগজের বিক্রয়মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

ক 40% খ 70% গ 20% ● 50%

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১২. i. লঘু অনুপাতের মান 1 অপেক্ষা ছোট
ii. $\frac{a}{2} = \frac{b}{2}$ হলে প্রতিটি অনুপাত $= \frac{a+b}{4}$
iii. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও এক বাহুর অনুপাত 4 : 1

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১১৩. i. গুরু অনুপাতের মান 1 অপেক্ষা বড়
ii. a : b = d : c হলে $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{c}$
iii. $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+d} = 0$ হলে (b + c) : (a + d) = 1

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১৪. i. দ্বিভাজিত অনুপাতের ক্ষেত্রে অনুপাতের রাশিগুলো অবশ্যই ধনাত্মক হতে হবে
ii. a : b এর দ্বিগানুপাত $\frac{2a}{b}$
iii. প্রকৃত ও অপ্রকৃত অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১৫. i. 2টি সংখ্যার অনুপাত 1 : x ও দ্বিতীয়টি a হলে ১মটি $\frac{a}{x}$
ii. শতকরা একটি অনুপাত যার পূর্ব রাশি হলো শতকরায় বর্ণিত সংখ্যাটি
iii. অনুপাত একটি ভগ্নাংশ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১১৬. i. 49 : 35 এর লঘিষ্ঠ প্রকাশ 7 : 5
ii. পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশি পরস্পর সমান হয় একানুপাতে
iii. অনুপাত প্রকৃত ভগ্নাংশ হতে পারে না

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১৭. i. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{c}{f}$ হলে প্রত্যেকটি অনুপাত $\frac{a+c+e}{b+d+f}$
ii. A : B অনুপাতে A কে উত্তর রাশি বলা হয়
iii. ক্রমিক সমানুপাতের ক্ষেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হলেই হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ১১৮ – ১২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x এর মান $\frac{4ab}{a+b}$

১১৮. (x + 2a) : a এর মান কত? (মধ্যম)

ক (a + b) : (2a + 6b) ● (2a + 6b) : (a + b)
গ (a + b) : (3b + a) ঘ (a + 3b) : (a + b)

১১৯. (x + 2a) : 2b এর মান কত? (মধ্যম)

ক (a + b) : (5a + b) খ (a + b) : (a –b)
গ (5a + b) : (a + b) ● (5a + b) : 2(a + b)

১২০. $(x - 2a) : 2a$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $(a - b) : (a + b)$ ⓛ $(a + b) : (a - b)$

● $(b - a) : (a + b)$ ⓝ $(a + b) : (b - a)$

নিচের তথ্যের আলোকে ১২১ ও ১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা 180 সে. মি., এবং বাহুগুলোর অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{4}{15} : \frac{1}{3}$

১২১. অনুপাতের সাধারণ রাশি x হলে বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 3x ⓛ 4x ● 5x ⓝ 6x

১২২. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 55 ● 75 ⓜ 82 ⓝ 90

প্রশ্ন–১ ▸ প্রথম জমির দৈর্ঘ্য 3x ও প্রস্থ 2y মিটার। দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য 4x ও প্রস্থ 3y মিটার।

ক. প্রথম ও দ্বিতীয় জমির মোট ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? ২

খ. প্রথম জমিটি আয়তাকার যার ক্ষেত্রফল 576 বর্গমিটার ও পরিসীমা 104 মিটার হলে, প্রথম জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার? ৪

গ. দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও ক্ষেত্রফল কত? জমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার অনুপাত কত? ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রথম জমির ক্ষেত্রফল = $(3x. 2y)$ বর্গমিটার = $6xy$ বর্গমিটার।

দ্বিতীয় জমির ক্ষেত্রফল = $(4x.3y)$ বর্গমিটার = $12xy$ বর্গমিটার।

মোট ক্ষেত্রফল = $(12xy + 6xy)$ বর্গমিটার

= $18xy$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, প্রথম জমির দৈর্ঘ্য 3x মিটার এবং

প্রস্থ 2y মিটার

শর্তমতে,

$6xy = 576$ ....(i)

$2(3x + 2y) = 104$ ......(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$6xy = 576$

বা, $xy = \frac{576}{6}$

বা, $xy = 96$

$\therefore y = \frac{96}{x}$

(ii) নং থেকে পাই,

$2(3x + 2y) = 104$

বা, $3x + 2y = 52$

বা, $3x + 2.\frac{96}{x} = 52$

বা, $3x^2 + 192 = 52x$

বা, $3x^2 - 52x + 192 = 0$

বা, $3x^2 - 36x - 16x + 192 = 0$

বা, $3x(x - 12) - 16(x - 12) = 0$

বা, $(x - 12)(3x - 16) = 0$

হয়, $x - 12 = 0$ $\therefore y = \frac{96}{x} = \frac{96}{12} = 8$

বা, $x = 12$

অথবা, $3x - 16 = 0$ $\therefore y = \frac{96}{x} = \frac{96}{16} \times 3$

বা, $3x = 16$ $= 18$

বা, $x = \frac{16}{3}$

যখন $x = 12$ এবং $y = 8$ তখন দৈর্ঘ্য = 3x মি. এবং প্রস্থ = 2y মি.

= 3.12 মিটার = 2.8 মি.

= 36 মিটার =16 মিটার

আবার যখন $x = \frac{16}{3}$ এবং $y = 18$ তখন

দৈর্ঘ্য = 3.x মিটার এবং প্রস্থ = 2y মিটার

= $3.\frac{16}{3}$ মিটার = 2.18 মিটার

= 16 মিটার = 36 মিটার

$\therefore$ প্রথম জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 36 মিটার ও 16 মিটার **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে পাই,

$x = 12$ এবং $y = 8$

$\therefore$ দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য = 4.x মিটার

= 4.12 মিটার = 48 মিটার। **(Ans.)**

দ্বিতীয় জমির প্রস্থ = 3y মিটার = 3.8 মিটার = 24 মিটার।**(Ans.)**

$\therefore$ দ্বিতীয় জমির ক্ষেত্রফল = (48.24) বর্গমিটার

= 1152 বর্গমিটার **(Ans.)**

" " " পরিসীমা = 2(48 + 24) মিটার

= 144 মিটার

'খ' থেকে পাই,

প্রথম জমির ক্ষেত্রফল = 576 বর্গমিটার

" পরিসীমা = 104 বর্গমিটার

$\therefore$ প্রথম জমির ক্ষেত্রফল : দ্বিতীয় জমির ক্ষেত্রফল

= 576 : 1152 = 1 : 2 **(Ans.)**

প্রথম জমির পরিসীমা : দ্বিতীয় জমির পরিসীমা

= 104 : 144 = 13 : 18 **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং ক্ষেত্রফল 588 বর্গমিটার।

ক. $3x : 4y = 5 : 9$ হলে $x : y$ নির্ণয় কর। ২

খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 10% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{3x}{4y} = \frac{5}{9}$

বা, $27x = 20y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{20}{27}$

$\therefore x : y = 20 : 27$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3

মনে করি, দৈর্ঘ্য 4x মিটার এবং প্রস্থ 3x মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = $(4x \cdot 3x)$ বর্গমিটার

= $12x^2$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে, $12x^2 = 588$

বা, $x^2 = \frac{588}{12}$

বা, $x^2 = 49$

বা, $x = 7$

$\therefore$ বাগানটির দৈর্ঘ্য = 4x মিটার = 4.7 মিটার = 28 মিটার

বাগানটির প্রস্থ = 3.7 মিটার = 21 মিটার

$\therefore$ বাগানের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(28)^2 + (21)^2}$ মিটার

$= \sqrt{784 + 441}$ মিটার

$= \sqrt{1225}$ মিটার

= 35 মিটার

$\therefore$ বাগানের দৈর্ঘ্য : প্রস্থ : কর্ণ = 28 : 21 : 35 = 4 : 3 : 5 **(Ans.)**

গ. 10% বৃদ্ধিতে বাগানের বর্তমান দৈর্ঘ্য = (28 + 28 এর 10%) মিটার

$= \left(28 + 28 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার

$= (28 + 2{\cdot}8)$ মিটার

$= 30{\cdot}8$ মিটার

10% বৃদ্ধিতে বাগানের বর্তমান প্রস্থ = (21 + 21 এর 10%) মিটার

$= \left(21 + \frac{21 \times 10}{100}\right)$ মিটার

$= (21 + 2{\cdot}1)$ মিটার

$= 23{\cdot}1$ মিটার

বাগানের বর্তমান ক্ষেত্রফল $= (30{\cdot}8 \times 23{\cdot}1)$ বর্গমিটার

$= 711{\cdot}48$ বর্গমিটার।

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= (711{\cdot}48 - 588)$ বর্গমিটার $= 123{\cdot}48$ বর্গমিটার

শতকরা বৃদ্ধি $= \left(\frac{123{\cdot}48}{588} \times 100\right)\%$

$= 21\%$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 18 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5।

ক. অনুপাতের সাধারণ রাশিকে x ধরে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল এবং প্রদত্ত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর । ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x.

প্রশ্নানুসারে, $3x + 4x + 5x = 18$

বা, $12x = 18$

বা, $x = \frac{18}{12}$

$\therefore x = 1{\cdot}5$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $x = 1{\cdot}5$

$\therefore$ বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য, $(3 \times 1{\cdot}5)$ সে.মি. $= 4{\cdot}5$ সে.মি.

$(4 \times 1{\cdot}5)$ সে.মি. $= 6$ সে.মি.

$(5 \times 1{\cdot}5)$ সে.মি. $= 7{\cdot}5$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা, $S = \frac{4.5 + 6 + 7{\cdot}5}{2}$ সে.মি.

$= \frac{18}{2}$ সে.মি. $= 9$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{9\,(9 - 4{\cdot}5)\,(9 - 6)\,(9 - 7{\cdot}5)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{9 \times 4{\cdot}5 \times 3 \times 1{\cdot}5}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{182{\cdot}25}$ বর্গ সে.মি.

$= 13{\cdot}5$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ. ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. বাড়ানো হলে, এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে

$(4{\cdot}5 + 2)$ সে.মি $= 6{\cdot}5$ সে.মি.

$(6 + 2)$ সে.মি $= 8$ সে.মি.

$(7{\cdot}5 + 2)$ সে.মি $= 9{\cdot}5$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধ–পরিসীমা $= \frac{6{\cdot}5 + 8 + 9{\cdot}5}{2}$ সে.মি.

$= \frac{24}{2}$ সে.মি.

= 12 সে.মি.।

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{12\,(12 - 6{\cdot}5)\,(12 - 8)\,(12 - 9{\cdot}5)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{12 \times 5{\cdot}5 \times 4 \times 2{\cdot}5}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{660}$ বর্গ সে.মি.

$= 25{\cdot}690$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 13{\cdot}5 : 25{\cdot}690$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ তিনজন জেলে 690 টি মাছ $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$ অনুপাতে ভাগ করলো।

ক. অনুপাতগুলোকে পূর্ণসংখ্যা আকারে পকাশ কর। ২

খ. প্রত্যেকে কতটি করে মাছ পেল? ৪

গ. প্রতিটি মাছের দাম 50 টাকা হলে দেখাও যে, জেলেদের মাছের সংখ্যার অনুপাত ও দামের অনুপাত সমান। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, তিনজন জেলের ভাগ করে নেওয়া মাছের অনুপাত $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$

এখানে অনুপাতের হরগুলোর ল.সা.গু. 30

$\therefore \frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6} = \left(\frac{2}{3} \times 30\right) : \left(\frac{4}{5} \times 30\right) : \left(\frac{5}{6} \times 30\right)$

$= 20 : 24 : 25$ **(Ans.)**

খ. 'ক' অংশ হতে পাই,

তিনজন জেলের 690টি মাছ ভাগ করে নেওয়ার অনুপাত 20 : 24 : 25

মনে করি, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলে পায় যথাক্রমে 20x, 24x ও 25xটি মাছ।

প্রশ্নানুসারে, $20x + 24x + 25x = 690$

বা, $69x = 690$

বা, $x = \frac{690}{69}$

$\therefore x = 10$

∴ প্রথম জেলে পায় = (20×10) বা, 200টি মাছ
দ্বিতীয় জেলে পায় = (24×10) বা, 240টি মাছ
তৃতীয় জেলে পায় = (25×10) বা, 250টি মাছ **(Ans.)**

গ. 'খ' অংশ হতে পাই,
প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের সংখ্যা যথাক্রমে 200টি, 240টি ও 250টি।
এখন, প্রতিটি মাছের দাম 50 টাকা হলে,
প্রথম জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম = (200×50) টাকা
= 10000 টাকা
দ্বিতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম = (240×50) টাকা
= 12000 টাকা
এবং তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম = (250×50) টাকা
= 12500 টাকা
∴ প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের দামের অনুপাত
= 10000 : 12000 : 12500
= 100 : 120 : 125
= 20 : 24 : 25
যা 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত জেলেদের মাছের অনুপাতের সমান।
∴ জেলেদের মাছের সংখ্যার অনুপাত ও দামের অনুপাত সমান।
(দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৫ ▸ একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন করণিক এবং 3 জন পিওন আছে। একজন পিওন 1 টাকা পেলে একজন করণিক পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 1,50,000 টাকা।

ক. সকলের বেতনের অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. কে কত টাকা পাবে নির্ণয় কর। ৪
গ. কর্মকর্তার প্রাপ্য বেতন 1 : 4 অনুপাতে বিভক্ত করে ১ম অংশ নিজের জন্য রেখে বাকি অংশ মা, ভাই ও বোনের মধ্যে 3 : 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে দিলে কে কত পাবে? ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. একজন কর্মকর্তার বেতন : একজন করণিকের বেতন : একজন পিওনের বেতন = 4 : 2 : 1
∴ 2 জন কর্মকর্তার বেতন : 7 জন করণিকের বেতন : 3 জন পিওনের বেতন = $(4 \times 2) : (2 \times 7) : (1 \times 3)$
= 8 : 14 : 3 **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অনুপাত = 8 : 14 : 3
অনুপাতসমূহের যোগফল = 8 + 14 + 3 = 25
সমানুপাতিক ভাগ = $\frac{150000}{25}$ = 6000
কর্মকর্তার বেতন = (4×6000) টাকা = 24000 টাকা
করণিকের বেতন = (2×6000) টাকা = 12000 টাকা
এবং পিওনের বেতন = (1×6000) টাকা = 6000 টাকা
∴ কর্মকর্তা পাবে 24000 টাকা, করণিক পাবে 12000 টাকা এবং পিওন পাবে 6000 টাকা। **(Ans.)**

গ. এখানে, কর্মকর্তার বেতন = 24000 টাকা ['খ' থেকে]
∴ দেওয়া আছে, কর্মকর্তার প্রাপ্য বেতন 1 : 4 অনুপাতে বিভক্ত করা হয়।
∴ অনুপাতের যোগফল = 1 + 4 = 5
∴ নিজের অংশ $\left(24000 \text{ এর } \frac{1}{5}\right)$ টাকা = 4800 টাকা
∴ বাকি অংশ $\left(24000 \text{ এর } \frac{4}{5}\right)$ টাকা = 19200 টাকা
আবার বাকি অংশ মা, ভাই ও বোনের মধ্যে 3 : 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে দেয়।
∴ অনুপাতগুলোর যোগফল = 3 + 2 + 1 = 6
∴ মা পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{3}{6}\right)$ টাকা = 9600 টাকা
ভাই পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{2}{6}\right)$ টাকা = 6400 টাকা
এবং বোন পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{1}{6}\right)$ টাকা = 3200 টাকা
মা পাবে 9600 টাকা, ভাই পাবে 6400 টাকা এবং বোন পাবে 3200 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৬ ▸ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, তামিম ও মুশফিক একত্রে 276 রান করল। সাকিব, তামিম এবং তামিম, মুশফিকের রানের অনুপাত যথাক্রমে 5 : 6 এবং 24 : 25। বাংলাদেশ ক্রিকেট বোর্ড থেকে তারা একত্রে 2924000 টাকা পুরস্কার পেল।

ক. অনুপাত দুইটিকে ধারাবাহিক অনুপাতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রত্যেকের রানের সংখ্যা কত? ৪
গ. পুরস্কারের টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন সাকিব 5 টাকা পেলে তামিম পায় 4 টাকা। আবার তামিম 3 টাকা পেলে মুশফিক পায় 4 টাকা। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সাকিবের রান : তামিমের রান = 5 : 6 = 20 : 24
তামিমের রান : মুশফিকের রান = 24 : 25
সাকিবের রান : তামিমের রান : মুশফিকের রান = 20 : 24 : 25
নির্ণেয় অনুপাত : 20 : 24 : 25

খ. 'ক' থেকে তিনজনের রানের অনুপাত 20 : 24 : 25
অনুপাতসমূহের যোগফল = 20 + 24 + 25 = 69
সাকিবের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{20}{69}\right)$ = 80 রান
তামিমের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{24}{69}\right)$ = 96 রান
মুশফিকের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{25}{69}\right)$ = 100 রান
∴ সাকিবের রানসংখ্যা 80, তামিমের 96 ও মুশফিকের 100। **(Ans.)**

গ. সাকিব ও তামিমের টাকার অনুপাত = 5 : 4 = 15 : 12
তামিম ও মুশফিকের টাকার অনুপাত = 3 : 4 = 12 : 16
সাকিব, তামিম ও মুশফিকের টাকার অনুপাত = 15 : 12 : 16
অনুপাতসমূহের যোগফল = 15 + 12 + 16 = 43
এখন, তিনজনের একত্রে প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ = 2924000 টাকা
∴ সাকিবের প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{15}{43}\right)$
= 10,20,000 টাকা

তামিমের টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{12}{43}\right)$

$= 8,16,000$ টাকা

মুশফিকের টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{16}{43}\right)$

$= 10,88,000$ টাকা

সাকিবের প্রাপ্ত টাকা 10,20,000, তামিমের টাকা 8,16,000 এবং মুশফিকের 10,88,000 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে–

ক. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ও প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ কত? ২

খ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? ৪

৭প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মি. ও প্রস্থ y.

∴ ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

এখন, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায়।

∴ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ (x এর 10%) মি.

$= \left(x \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ মি.

$= \frac{10x}{100}$ মি.

$= \frac{x}{10}$ মি.

আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ 10% হ্রাস পায়।

∴ প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ (y এর 10%)

$= \left(y \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ মি.

$= \frac{10y}{100}$ মি.

$= \frac{y}{10}$ মি.

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ $\frac{x}{10}$ মিটার এবং প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ $\frac{y}{10}$ মিটার। **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পেলে,

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ $\frac{x}{10}$ মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের বর্ধিত দৈর্ঘ্য $= \left(x + \frac{x}{10}\right)$ মিটার

$= \left(\frac{10x + x}{10}\right)$ মিটার

$= \frac{11x}{10}$ মিটার

প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে, প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ $\frac{y}{10}$ মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের হ্রাসকৃত প্রস্থ $= \left(y - \frac{y}{10}\right)$ মিটার

$= \left(\frac{10y - y}{10}\right)$ মিটার

$= \frac{9y}{10}$ মিটার

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $\frac{11x}{10}$ মিটার ও প্রস্থ $\frac{9y}{10}$ মিটার **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত,

আয়তক্ষেত্রের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য $\frac{11x}{10}$ মিটার, প্রস্থ $\frac{9y}{10}$ মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\left(\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}\right)$ বর্গমিটার

$= \frac{99xy}{100}$ বর্গমিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গমিটার

$= \frac{xy}{100}$ বর্গমিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল xy বর্গমিটারে হ্রাস পায় $\frac{xy}{100}$ বর্গমি.

∴ ” ” 100 ” ” $\frac{xy \times 100}{100 \times xy}$ ” ”

$= 1$ বর্গমিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায়।

ক. বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে a একক ধরে বৃদ্ধিপ্রাপ্ত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? ২

খ. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

গ. যদি উহার বাহুর পরিমাণ 10% হ্রাস পায় তবে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে? ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যেহেতু বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক

10% বৃদ্ধিতে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য

= (a + a এর 10%) একক

$= \left(a + a \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \left(a + \frac{a}{10}\right)$ একক $= \frac{11a}{10}$ একক

∴ পরিবর্তিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{11a}{10}\right)^2$ বর্গ একক

$= \frac{121a^2}{100}$ বর্গ একক **(Ans.)**

খ. যেহেতু বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \left(\frac{121a^2}{100} - a^2\right)$ বর্গ একক [ক নং ব্যবহার করে]

$= \frac{121\ a^2 - 100a^2}{100} = \frac{21a^2}{100}$ বর্গ একক

∴ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \frac{\text{মোট বৃদ্ধি} \times 100}{\text{মূল ক্ষেত্রফল}}$ %

$= \frac{\frac{21a^2}{100} \times 100}{a^2}$ % $= \frac{21\ a^2}{a^2}$ %

= 21%. **(Ans.)**

গ. যেহেতু, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক

10% হ্রাসে বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = (a – a এর 10%)

$= \left(a - a \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \left(a - \frac{a}{10}\right)$ একক

$= \frac{9a}{10}$ একক

$\therefore$ পরিবর্তিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{9a}{10}\right)^2$

$= \frac{81a^2}{100}$ বর্গ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $\left(a^2 - \frac{81a^2}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{100a^2 - 81a^2}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{19a^2}{100}$ বর্গ একক

$\therefore$ শতকরা ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে = $\frac{\text{মোট হ্রাসকৃত ক্ষেত্রফল} \times 100}{\text{মূল ক্ষেত্রফল}}$ %

$= \frac{\frac{19a^2}{100} \times 100}{a^2}$ %

$= \frac{19a^2}{a^2}$ % = 19% **(Ans.)**

প্রশ্ন–৯ ▸ একটি জমির ক্ষেত্রফল 588 বর্গ মি. ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 4 এবং 2 : 3.

ক. দুইটি আনুপাতিক ধ্রুবক x ও y বিবেচনা করে জমি দুইটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় পূর্বক আনুমানিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ১ম জমির ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে একটি সমীকরণ তৈরি কর। ৪

গ. অপর জমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং কোন জমির ক্ষেত্রফল বেশি? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

১ম জমির ক্ষেত্রফল = 588 বর্গ মি.

১ম জমির দৈর্ঘ্য : ২য় জমির দৈর্ঘ্য = 3 : 4

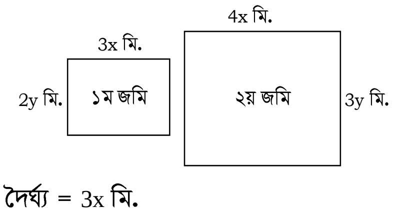
১ম জমির প্রস্থ : ২য় জমির প্রস্থ = 2 : 3

মনে করি, ১ম জমির দৈর্ঘ্য = 3x মি.

২য় জমির দৈর্ঘ্য = 4x মি.

১ম জমির প্রস্থ = 2y মি.

২য় জমির প্রস্থ = 3 y মি.



খ. ১ম জমির দৈর্ঘ্য = 3x মি.

১ম জমির প্রস্থ = 2y মি.

$\therefore$ ১ম জমির ক্ষেত্রফল = $(3x \times 2y)$ বর্গমি. = 6 xy বর্গমি.

প্রশ্নমতে, 6xy = 588 ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

গ. ২য় জমির দৈর্ঘ্য = 4x মি.

২য় জমির প্রস্থ = 3y মি.

$\therefore$ ২য় জমির ক্ষেত্রফল = $(4x \times 3y)$ বর্গমি.

= 12xy বর্গমি.

= 2.6xy বর্গমি.

= 2 × 588 বর্গমি. ['খ' অংশ হতে]

= 1176 বর্গমি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বেশি = (1176 – 588) বর্গমি.

= 588 বর্গমি.

নির্ণেয় অপর জমির ক্ষেত্রফল 1176 বর্গ মি. এবং 588 বর্গমি. বেশি।

প্রশ্ন–১০ ▸ রায়হানা বেগম মৃত্যুকালে 24075 টাকা রেখে মারা গেলেন। দাফন কার্যে 675 টাকা ব্যয় হলো। অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং কন্যাদ্বয়ের মধ্যে $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ অনুপাতে বিভক্ত হলো–

ক. প্রদত্ত অনুপাতটিকে সরল অনুপাতে প্রকাশ কর। ২

খ. কন্যাদ্বয়ের অংশ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রত্যেকের অংশ নির্ণয় কর এবং স্বামী ও মায়ের অংশের ব্যবধান কত? ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত অনুপাত = $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$

$= \left(\frac{1}{4} \times 12\right) : \left(\frac{1}{6} \times 12\right) : \left(\frac{2}{3} \times 12\right)$

[12 দ্বারা গুণ করে]

= 3 : 2 : 8

নির্ণেয় সরল অনুপাত = 3 : 2 : 8

খ. এখানে, মোট অর্থ = 24075 টাকা

দাফন কার্যে ব্যয় = 675 টাকা

$\therefore$ অবশিষ্ট অর্থ = (24075 – 675) টাকা = 23400 টাকা

'ক' থেকে প্রাপ্ত অনুপাত = 3 : 2 : 8

$\therefore$ অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = 3 + 2 + 8 = 13

$\therefore$ কন্যাদ্বয়ের অংশ = 23400 টাকার $\frac{8}{13}$

= 1800 × 8 টাকা

= 14400 টাকা। **(Ans.)**

গ. স্বামীর অংশ = 23400 টাকার $\frac{3}{13}$

= 1800 × 3 টাকা

= 5400 টাকা

মায়ের অংশ = 23400 টাকার $\frac{2}{13}$

= 1800 × 2 টাকা

= 3600 টাকা

এবং প্রত্যেক কন্যার অংশ = $\frac{14400}{2}$ টাকা = 7200 টাকা

$\therefore$ স্বামী এবং মায়ের অংশের ব্যবধান

= (5400 – 3600) টাকা = 1800 টাকা

∴ স্বামীর 5400 টাকা, মার 3600 টাকা, প্রত্যেক কন্যার 7200 টাকা এবং ব্যবধান 1800 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন-১১ ▸ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5.

ক. ত্রিভুজের পরিসীমার সাথে বাহুর সম্পর্ক নির্ণয় কর এবং পরিসীমার সাথে ক্ষেত্রফলের সম্পর্ক থাকলে দেখাও। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিসীমা 36 সে.মি. হলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং ক্ষেত্রফল কত দেখাও। ৪

গ. বাহুসমূহের অনুপাত কোণত্রয়ের অনুপাতের সমান হলে কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা বৃত্তের ব্যাসার্ধ হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত বের কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা = s এবং বাহুত্রয় যথাক্রমে a, b ও c

∴ পরিসীমা, $2s = a + b + c$

বা, $s = \frac{a + b + c}{2}$

আবার, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

ইহাই ত্রিভুজের পরিসীমার সাথে ক্ষেত্রফলের সম্পর্ক।

খ. 'ক' অংশ থেকে পাই, $2s = a + b + c$

ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে 3x, 4x ও 5x

∴ $2s = 3x + 4x + 5x$

বা, $2s = 12x$

বা, $36 = 12x$ [∵ পরিসীমা, 2s = 36 সে.মি.]

বা, $x = \frac{36}{12}$

∴ $x = 3$

∴ ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে 9 সে.মি., 12 সে.মি. এবং 15 সে.মি.

আবার, অর্ধপরিসীমা s = (36 ÷ 2) সে.মি. = 18 সে.মি.

'ক' অংশ থেকে পাই,

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= $\sqrt{18(18 - 9)(18 - 12)(18 - 15)}$ বর্গ সে.মি.

= $\sqrt{18.9.6.3}$ বর্গ সে.মি.

= $\sqrt{2916}$ বর্গ সে.মি. = 54 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ. প্রশ্নমতে, কোণত্রয়ের অনুপাত = 3 : 4 : 5

ধরি, কোণত্রয় যথাক্রমে 3x, 4x ও 5x

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

∴ প্রশ্নমতে, $3x + 4x + 5x = 180^\circ$

বা, $12x = 180^\circ$

∴ $x = 15^\circ$

∴ ত্রিভুজের কোণত্রয় যথাক্রমে, $3x = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$

$4x = 4 \times 15^\circ = 60^\circ$

$5x = 5 \times 15^\circ = 75^\circ$

প্রশ্নমতে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা

= 18 সে.মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

= $\pi.18^2$ বর্গ সে.মি.

= 324π বর্গ সে.মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $324\pi : 54$

= $6\pi : 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-১২ ▸ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী 171 রান করল। সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যার অনুপাত 3 : 2.

ক. সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যার ধারাবাহিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যা কত নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি ত্রিদেশীয় ক্রিকেট সিরিজে স্যামুয়েলস, গেইল, পুয়েল 183 রান করে। স্যামুয়েলস ও গেইল এবং গেইল ও পুয়েলের রানের অনুপাত 5 : 4। গেইল ও পুয়েলের মোট রান সংখ্যা এবং সাকিব ও ম্‌শফিকুরের মোট রান সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান = 3 : 2 = 9 : 6

মুশফিক : মাশরাফীর রান = 3 : 2 = 6 : 4

সাকিব : মুশফিক : মাশরাফীর রান = 9 : 6 : 4 **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই,

সাকিব : মুশফিক : মাশরাফীর রান = 9 : 6 : 4

অনুপাতগুলোর যোগফল = (9 + 6 + 4) = 19

সাকিবের রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right)$ = 81 রান

মুশফিকুরের রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right)$ = 54 রান

মাশরাফীর রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{4}{19}\right)$ = 36 রান

গ. স্যামুয়েলস : গেইলের রান = 5 : 4 = 25 : 20

গেইলের রান : পুয়েলের রান = 5 : 4 = 20 : 16

∴ স্যামুয়েলাস : গেইল : পুয়েলের রান = 25 : 20 : 16

তিনজনের রানের অনুপাতের যোগফল = 25 + 20 + 16 = 61

গেইলের রান সংখ্যা = $\left(183 \text{ এর } \frac{20}{61}\right)$ = 60 রান

পুয়েলের রান সংখ্যা = $\left(183 \text{ এর } \frac{16}{61}\right)$ = 48 রান

গেইল ও পুয়েলের মোট রান সংখ্যা = 60 + 48 = 108

সাকিব ও মুশফিকুরের মোট রান সংখ্যা = 81 + 54 = 135

∴ গেইল ও পুয়েলের মোট রান : সাকিব ও মুশফিকুরের মোট রান

= 108 : 135 = 4 : 5 **(Ans.)**

প্রশ্ন-১৩ ▸ একটি কারখানার দৈনিক মজুরি, প্রতি দক্ষ শ্রমিকের 180 টাকা ও অদক্ষ শ্রমিকের 150 টাকা। মোট শ্রমিক সংখ্যা 250 এবং দৈনিক মোট মজুরি 39600 টাকা।

ক. ওপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. দক্ষ ও অদক্ষ শ্রমিকের দৈনিক মোট মজুরির অনুপাত

নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রত্যেক অদক্ষ শ্রমিক তার বার্ষিক মজুরির 5% প্রভিডেন্ট ফান্ডে জমা দেন এবং কারখানার মালিক সমপরিমাণ অর্থ উক্ত ফান্ডে জমা দিলে, 20 বছর পর প্রত্যেক অদক্ষ শ্রমিকের ফান্ডে কত টাকা জমা হবে? ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, দক্ষ শ্রমিক সংখ্যা = x

অদক্ষ শ্রমিক সংখ্যা = y

∴ প্রতিজনের 180 টাকা হিসেবে দক্ষ শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি
= $180x$ টাকা

এবং " 150 " " অর্থাৎ " " " " = $150y$ টাকা

প্রশ্নমতে, $x + y = 250$ "

এবং $180x + 150y = 39600$ **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে, $x + y = 250$ ....(i)

$180x + 150y = 39600$ ....(ii)

(i) নং কে 150 দ্বারা গুণ করে (ii) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{rcl} 180x + 150y &=& 39600 \\ 150x + 150y &=& 37500 \\ (-)\quad (-) && (-) \\ \hline 30x &=& 2100 \end{array}$$

বা, $x = \frac{2100}{30}$

∴ $x = 70$ জন

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $70 + y = 250$

বা, $y = 250 - 70$

∴ $y = 180$

দক্ষ শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি = (70×180) টাকা
= 12600 টাকা

অদক্ষ শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি = (180×150) টাকা
= 27000 টাকা

∴ দক্ষ ও অদক্ষ শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরির অনুপাত
= 12600 : 27000
= 126 : 270
= 7 : 15 **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে,

প্রতি অদক্ষ শ্রমিকের দৈনিক মজুরি = 150 টাকা

∴ প্রতি অদক্ষ শ্রমিকের বার্ষিক মজুরি = (150×365) টাকা
[∴ 1 বছর = 365 দিন]
= 54750 টাকা

প্রভিডেন্ট ফান্ডে জমা দেয় = 54750 টাকা এর 5%

$= \left(54750 \times \frac{5}{100}\right)$ টাকা

= 2737.5 টাকা।

সুতরাং কারখানার মালিক জমা দিল = 2737.5 টাকা

প্রত্যেক অদক্ষ শ্রমিকের প্রভিডেন্ট ফান্ডে

1 বছরে মোট জমা হলো = $(2737.5 + 2737.5)$ টাকা
= 5475 টাকা

∴ 20 বছর পর প্রত্যেক অদক্ষ শ্রমিকের ফান্ডে

জমা হবে = 20×5475 টাকা
= 1,09,500 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৪ ▸ মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y।

ক. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসামা নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২

খ. যদি $x = y$ হয় এবং বাহুর দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি করা হয়। তবে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করা হয় এবং প্রস্থ 10% হ্রাস করা হয় তবে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

খ. $x = y$ হলে আয়তক্ষেত্রটি বর্গক্ষেত্র হবে।

ধরি, বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক।

∴ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক।

20% বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হয়

= ($a + a$ এর 20%) একক

$= \left(a + \frac{20a}{100}\right)$ একক $= \left(a + \frac{a}{5}\right)$ একক

$= \frac{5a + a}{5}$ একক $= \frac{6a}{5}$ একক

এক্ষেত্রে, বৃদ্ধিকৃত বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $\left(\frac{6a}{5}\right)^2$ বর্গ একক

$= \frac{36a^2}{25}$ বর্গ একক

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\left(\frac{36a^2}{25} - a^2\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{36a^2 - 25a^2}{25}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{11a^2}{25}$ বর্গ একক

∴ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\frac{\text{মোট বৃদ্ধি}}{\text{মূল ক্ষেত্রফল}} \times 100$

$= \frac{\frac{11a^2}{25}}{a^2} \times 100$

$= \frac{11a^2}{25} \times \frac{1}{a^2} \times 100$

$= 44$

শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে 44% **(Ans.)**

গ. ধরি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = x একক এবং প্রস্থ = y একক

সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় x এর 10% = $\left(x \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \frac{x}{10}$ একক

প্রস্থ হ্রাস পায় y এর 10% = $\left(y \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$= \frac{y}{10}$ একক

$\therefore$ নতুন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\left(x + \frac{x}{10}\right)$ একক

$= \frac{11x}{10}$ একক

এবং নতুন আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $\left(y - \frac{y}{10}\right)$ একক

$= \frac{9y}{10}$ একক

$\therefore$ নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{99xy}{100}$ বর্গ একক

ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{100xy - 99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{xy}{100}$ বর্গ একক

$\therefore$ শতকরা ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $\frac{\text{হ্রাস}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100$

$= \frac{\frac{xy}{100}}{xy}$

$= \frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100$

$= 1$

শতকরা ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় 1% **(Ans.)**

প্রশ্ন–১৫ ▸ একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$।

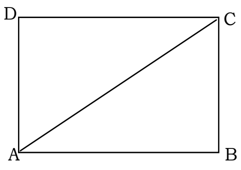
ক. কর্ণসহ জমিটি আঁক এবং প্রদত্ত অনুপাতটিকে a : b আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত বের কর। ৪

গ. যদি আয়তাকার জমিটির ক্ষেত্রফল 192 বর্গমি. হয় এবং একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা যদি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হয়, তবে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি,

ABCD একটি আয়তাকার জমি যার কর্ণ AC।

দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত = $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{5} \times 20 : \frac{1}{4} \times 20$ [20 দ্বারা গুণ করে]

$= 4 : 5$ **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে ধরি,

আয়তাকার জমিটির দৈর্ঘ্য, AB = 4x

কর্ণ, AC = 5x

এবং প্রস্থ = BC

ΔABC থেকে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [$\because \angle B = 90°$]

বা, $(5x)^2 = (4x)^2 + BC^2$

বা, $25x^2 - 16x^2 = BC^2$

বা, $BC^2 = 9x^2$

$\therefore BC = 3x$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য, পস্থ ও কর্ণের অনুপাত = 4x : 3x : 5x

$= 4 : 3 : 5$ **(Ans.)**

গ. 'খ' থেকে,

ABCD আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল = $(4x \times 3x)$ বর্গমি.

$= 12x^2$ বর্গমি.

প্রশ্নমতে, $12x^2 = 192$

বা, $x^2 = 16$ [12 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 4$

$\therefore$ আয়তাকার জমির পরিসীমা = $2(4x + 3x)$ মি.

= 14x মি.

= 14×4 মি.

= 56 মি.

ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4a মি.

প্রশ্নমতে, 4a = 56

$\therefore$ a = 14

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গমিটার = $(14)^2$ বর্গমিটার

= 196 বর্গমিটার **(Ans.)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১৬ ▸ একটি বাগানের ক্ষেত্রফল 11 এয়র 76 বর্গমিটার। ঐ বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সাথে অপর একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং 3 : 2।

ক. বাগানের ক্ষেত্রফলকে বর্গমিটারে প্রকাশ কর। ২

খ. দ্বিতীয় বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে দেখাও যে, দ্বিতীয় বাগানের ক্ষেত্রফল প্রথম বাগানের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক। ৪

গ. প্রথম বাগানের দৈর্ঘ্য 15% হ্রাস করলে বাগানের ক্ষেত্রফল কত হ্রাস বা বৃদ্ধি হবে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 1176 বর্গমিটার; **গ.** 176.4 বর্গমিটার হ্রাস হবে।

প্রশ্ন–১৭ ▸ একটি ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা 24 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5।

ক. অনুপাতের সাধারণ রাশিকে x ধরে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল এবং প্রদত্ত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 9; **খ.** 96 বর্গ সে.মি.; **গ.** 1 : 1·778.

প্রশ্ন–১৮ ▸ মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি 60 বছর। 5 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 3।

ক. বর্তমানে তাদের বয়সের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. 10 বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত যদি $\frac{a^2}{b^2}$ এর সমান হয়, প্রমাণ কর $\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{(a+b)^2-(a-b)^2}=\frac{4}{\sqrt{15}}$ ৪

উত্তর : ক. 7x + 5, 3x + 5; **খ.** মাতার বর্তমান বয়স 40 বছর, কন্যার 20 বছর।

প্রশ্ন–১৯ ▸ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত $\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ এবং ক্ষেত্রফল 588 বর্গ মিটার।

ক. 3x : 5y = 15 : 30 হলে x : y নির্ণয় কর। ২

খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. বাগানটি দৈর্ঘ্যে ও প্রস্থে 10% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

উত্তর : ক. 5 : 6; **খ.** 4 : 3 : 5; **গ.** 21%

প্রশ্ন–২০ ▸ সুমন ও ইসলাম একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% হার সরল সুদে আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ধার করে। সুমন 2 বছর পর মুনাফা–আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর ইসলাম সুদ–আসলে তত টাকা শোধ করে।

ক. সুমন ও ইসলামের ঋণের পরিমাণ যথাক্রমে x ও y টাকা হলে, তাদের ঋণের সুদ কত টাকা? ২

খ. তাদের ঋণের অনুপাত কত টাকা? ৪

গ. মোট ঋণ 1000 টাকা হলে, ব্যাংক থেকে কে কত টাকা ঋণ নিয়েছিল? ৪

উত্তর : ক. $\frac{x}{5}$ টাকা ও $\frac{3y}{10}$ টাকা **খ.** 13 : 12 **গ.** 5200 টাকা ও 4800 টাকা

প্রশ্ন–২১ ▸ দুইটি সংখ্যার অনুপাত $\frac{5}{6}$: 1 আকারে প্রকাশ করা হলো।

ক. অনুপাতকে পূর্ণ সংখ্যার অনুপাতে প্রকাশ কর। অনুপাত রাশিদ্বয়ের সমষ্টি কত? ২

খ. সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত? সংখ্যা দুইটি কত? ৪

গ. সংখ্যা দুইটির সাথে কত যোগ করলে সংখ্যা দুইটির অনুপাত 7 : 8 হবে? ঐ সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত? ৪

উত্তর : ক. 5 : 6, 11; **খ.** 120, 20, 24; **গ.** 8, 224

প্রশ্ন–২২ ▸ আশিক ও আরিফের আয়ের অনুপাত 5 : 3 এবং তাদের ব্যয়ের অনুপাত 8 : 3 এবং তাদের সঞ্চয়ের অনুপাত 3 : 2 তাদের মোট সঞ্চয় 360।

ক. তাদের প্রত্যেকের সঞ্চয়ের পরিমাণ কত? ২

খ. তাদের প্রত্যেকের আয়ের পরিমাণ কত? ৪

গ. তাদের প্রত্যেকের ব্যয়ের পরিমাণ কত? আরিফের ব্যয় আশিকের ব্যয়ের শতকরা কত অংশ? ৪

উত্তর : ক. 216 টাকা, 144 টাকা; খ. 280 টাকা, 168 টাকা; গ. 64 টাকা, 24 টাকা ও 37.5%

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২৩ ▸ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস পায়। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y।

ক. আয়তক্ষেত্রটির বৃদ্ধিপ্রাপ্ত দৈর্ঘ্য x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত হ্রাস পায়? ৪

গ. হ্রাসকৃত ক্ষেত্রফলটি শতকরায় প্রকাশ কর। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 10% হ্রাস না পেয়ে বৃদ্ধি পেত তবে ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পেত? ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় x এর 10% = $\left(x\times\frac{10}{100}\right)$ একক = $\frac{x}{10}$ একক

∴ নতুন দৈর্ঘ্যের পরিমাণ $\left(x+\frac{x}{10}\right)$ একক = $\frac{11x}{10}$ একক

খ. 'ক' অংশ হতে পাই, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক ও প্রস্থ y একক

∴ ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক

এবং বৃদ্ধি প্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের পরিমাণ = $\frac{11x}{10}$ একক

আবার, প্রস্থ হ্রাস পায় y এর 10% = $\left(y\times\frac{10}{100}\right)$ একক = $\frac{y}{10}$ একক

∴ হ্রাস প্রাপ্ত প্রস্থের পরিমাণ $\left(y-\frac{y}{10}\right)$ একক = $\frac{9y}{10}$ একক

∴ নতুন ক্ষেত্রফলের পরিমাণ $\left(\frac{11x}{10}\times\frac{9y}{10}\right)$ বর্গ একক

= $\frac{99xy}{100}$ বর্গ একক

∴ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy-\frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

= $\left(\frac{100xy-99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

= $\frac{xy}{100}$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ. 'খ' অংশ হতে পাই, ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\frac{xy}{100}$ বর্গ একক এবং পূর্বের ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক।

∴ হ্রাসকৃত ক্ষেত্রফলের শতকরা পরিমাণ

$= \left(\frac{\text{হ্রাস পাওয়া ক্ষেত্রফল}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\right)\% = \left(\frac{\frac{xy}{100}}{xy} \times 100\right)\% = 1\%$

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ যদি 10% বৃদ্ধি পেত তাহলে,

প্রস্থ বৃদ্ধি হত y এর 10% $= \left(y \times \frac{10}{100}\right)$ একক $= \frac{y}{10}$ একক

$\therefore$ নতুন প্রস্থ হতো $= \left(y + \frac{y}{10}\right)$ একক $= \frac{11y}{10}$ একক

আবার, 'ক' অংশ হতে পাই,

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের পরিমাণ হয় $\frac{11x}{10}$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হতো $= \left(\frac{11x}{10} \times \frac{11y}{10}\right)$ বর্গ একক $= \frac{121xy}{100}$ বর্গ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেত $= \left(\frac{121xy}{100} - xy\right)$ বর্গ একক

$= \frac{121xy - 100xy}{100}$ বর্গ একক

$= \frac{21xy}{100}$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন–২৪ ▸ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 45 সে.মি.। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 5 : 7.

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণ ভেদে ত্রিভুজটি কোন ধরনের তা লেখ। ২

খ. ত্রিভুজটির বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. খ থেকে প্রাপ্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ে 10% বৃদ্ধি পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

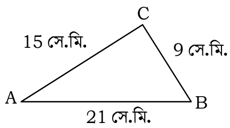
ক. মনে করি, ত্রিভুজের বাহুগুলো 3x, 5x ও 7x।

প্রশ্নমতে, $3x + 5x + 7x = 45$

বা, $15x = 45$

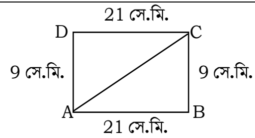
$\therefore x = 3$

$\therefore$ বাহুগুলো 9 সে.মি. 15 সে.মি. ও 21 সে.মি.।



কোণভেদে ত্রিভুজটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ কারণ $\angle ACB$ স্থূলকোণ।

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত বাহুগুলোর মধ্যে বৃহত্তর বাহু = 21 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর বাহু = 9 সে.মি.



উপরিউক্ত অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, AB = CD = 21 সে.মি.

ও প্রস্থ, AD = BC = 9 সে.মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{21^2 + 9^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{441 + 81}$ সে.মি.

$= \sqrt{522}$ সে.মি.

AC কে একটি বর্গক্ষেত্রের বাহু ধরলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= AC^2$ বর্গ একক

$= (\sqrt{522})^2$ বর্গ একক

= 522 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত,

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 21 সে.মি.

" প্রস্থ = 9 সে.মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (21 \times 9)$ বর্গ সে.মি.

= 189 বর্গ সে.মি.

দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পেলে আয়তক্ষেত্রটির নতুন দৈর্ঘ্য হবে

= (21 + 21 এর 10%) সে.মি.

$= \left(21 + 21 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

= 23.1 সে.মি.

প্রস্থ 10% বৃদ্ধি পেলে আয়তক্ষেত্রটির নতুন প্রস্থ হবে

= (9 + 9 এর 10%) সে.মি.

$= \left(9 + 9 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

= 9.9 সে.মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের নতুন ক্ষেত্রফল হবে $= (23{\cdot}1 \times 9{\cdot}9)$ বর্গ সে. মি.

= 288·69 বর্গ সে. মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে = (228·69 – 189) বর্গ সে. মি. = 39·69 বর্গ সে. মি.

$\therefore$ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \frac{\text{বৃদ্ধিকৃত ক্ষেত্রফল}}{\text{মূল ক্ষেত্রফল}} \times 100\%$

$= \frac{39{\cdot}69}{189} \times 100\%$

= 21% **(Ans.)**