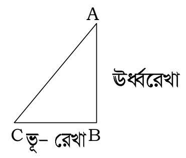
দশম অধ্যায়

দূরত্ব ও উচ্চতা

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

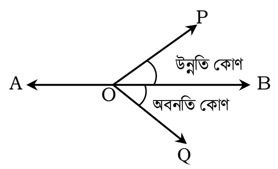
■ **ভূ-রেখা, ঊর্ধ্বরেখা এবং উল্লম্বতল :**

ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। ঊর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা। একে উল্লম্ব রেখাও বলে। ভূমি তলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।



চিত্রে : CB রেখা হচ্ছে ভূ-রেখা, BA রেখা হচ্ছে ঊর্ধ্বরেখা এবং ABC তলটি ভূমির উপর লম্ব যা উল্লম্ব তল।

■ **উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ :**



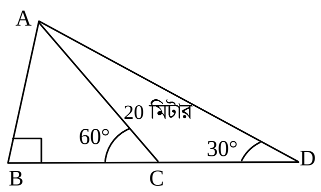
ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POB$। ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOA$।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ক. $\angle CAD$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

খ. AB ও BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. A ও D এর দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

ক. চিত্র হতে পাই, $\angle ACB = 60°$

$\angle BCD$ = সরলকোণ $= 180°$

$\therefore \angle ACD = 180° - \angle ACB = 180° - 60° = 120°$

ΔACD হতে পাই, $\angle ACD + \angle ADC + \angle CAD = 180°$

বা, $120° + 30° + \angle CAD = 180°$

বা, $\angle CAD = 180° - 150°$

$\therefore \angle CAD = 30°$

খ. ΔABC এ, $\sin 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{20}$

বা, $2AB = 20\sqrt{3}$

বা, $AB = \frac{20\sqrt{3}}{2}$

$\therefore AB = 10\sqrt{3}$ মিটার $= 17{\cdot}320$ মিটার (প্রায়)

আবার, $\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{BC} = \frac{10\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\sqrt{3}BC = 10\sqrt{3}$

বা, $BC = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore BC = 10$ মিটার

নির্ণেয় AB 17·320 মিটার (প্রায়) এবং BC 10 মিটার।

গ. মনে করি, A ও D এর দূরত্ব x মিটার অর্থাৎ, AD = x মিটার

চিত্র হতে পাই,

ΔABD এ, $\sin 30° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{AB}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{x}$

$\therefore x = 20\sqrt{3} = 34{\cdot}64$ (প্রায়)

$\therefore$ A ও D এর দূরত্ব 34·64 মিটার (প্রায়)।

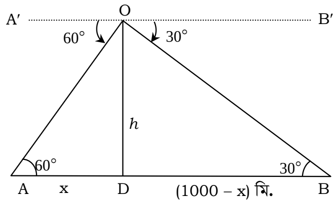
প্রশ্ন ॥ ২ ॥ দুইটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°।

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর।

খ. হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে কত উঁচুতে অবস্থিত?

গ. A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : ক.



মনে করি, O হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A′ ও B′ এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুইটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°

অতএব, $\angle A'OA = 60°$ ও $\angle B'OB = 30°$. আবার, A′B′ ও AB সমান্তরাল বলে

$\angle A'OA = \angle OAB = 60°$ ও $\angle B'OB = \angle OBA = 30°$

এখানে, AB = 1000 মিটার

এখন, O থেকে AB এর উপর OD লম্ব টানি। সুতরাং OD হেলিকপ্টারের উচ্চতা।

খ. ধরি, AD = x মিটার, OP = h মিটার, অতএব, BD = (1000 – x) মিটার

এখন, ΔOAD থেকে পাই,

$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan 60° = \frac{OD}{AD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, $\tan\angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}h$

সুতরাং $1000 - x = \sqrt{3}.\sqrt{3}x$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $1000 - x = 3x$

বা, $4x = 1000$

বা, $x = \frac{1000}{4}$

$\therefore x = 250$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250 = 433{\cdot}013$ মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় উচ্চতা 433·013 মিটার (প্রায়)

গ. এখন, ΔAOD থেকে পাই,

$\sin\angle OAD = \frac{OD}{OA}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{OA}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{OA}$

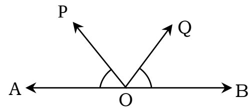
বা, $OA = \frac{h}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

বা, $OA = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times 250}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ [খ থেকে, $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250$, $\because x = 250$]

$\therefore$ OA = 500 মিটার।

$\therefore$ A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব 500 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ নিচের চিত্রে O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ কোনটি?



ক. ∠QOB ● ∠POA

গ. ∠QOA ঘ. ∠POB

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ i ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা।

ii উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা।

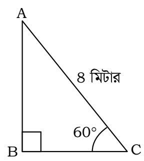
iii ভূমিতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii

গ. ii ও iii ● i, ii ও iii

পাশের চিত্র অনুযায়ী ৫ – ৬ পশ্ন দুইটির উত্তর দাও :



প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ BC এর দৈর্ঘ্য হবে –

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার ● 4 মিটার

গ. $4\sqrt{2}$ মিটার ঘ. $4\sqrt{3}$ মিটার

ব্যাখ্যা : ΔABC–এ $\cos 60° = \frac{BC}{AC}$

বা, $BC = AC \,.\, \cos 60° = 8 \,.\, \frac{1}{2} = 4$

$\therefore$ BC = 4 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ AB এর দৈর্ঘ্য হবে–

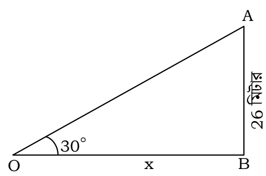
ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার খ. 4 মিটার

গ. $4\sqrt{2}$ মিটার ● $4\sqrt{3}$ মিটার

ব্যাখ্যা : ΔABC–এ $\sin 60° = \frac{AB}{AC}$

$\therefore AB = AC \sin 60° = 8 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলে, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A। মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব BO = x মিটার

$\therefore$ $\angle AOB = 30^\circ$ এবং $BA = 26$ মিটার।

এখন, ΔAOB থেকে পাই,

$$\tan\angle AOB = \frac{AB}{BO}$$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{26}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$

বা, $x = 26\sqrt{3}$

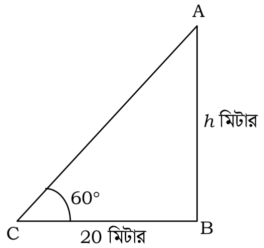
বা, $x = 26 \times 1{\cdot}73205$

$\therefore$ $x = 45{\cdot}033$ মিটার (প্রায়)।

$\therefore$ মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব $45{\cdot}033$ মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং গাছটির পাদদেশ থেকে C বিন্দুর দূরত্ব $BC = 20$ মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

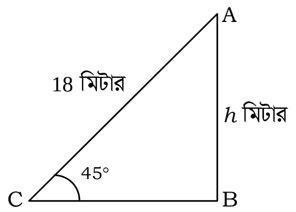
বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$ $\quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$

বা, $h = 20\sqrt{3} = 20 \times 1{\cdot}7320508 = 34{\cdot}641016 = 34{\cdot}641$

নির্ণেয় গাছটির উচ্চতা $34{\cdot}641$ মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ছাদের স্পর্শ বিন্দু A এবং দেওয়ালের উচ্চতা $AB = h$ মিটার। মই-এর দৈর্ঘ্য $AC = 18$ মিটার এবং ভূমির সাথে উৎপন্ন $\angle ACB = 45^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$ $\quad [\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$

বা, $\sqrt{2}h = 18$

বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$

বা, $h = 9\sqrt{2}$

বা, $h = 9 \times 1{\cdot}4142135$

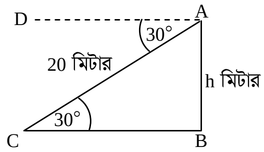
বা, $h = 12{\cdot}727922$

$\therefore$ $h = 12{\cdot}728$ মিটার (প্রায়)।

নির্ণেয় দেওয়ালটির উচ্চতা $12{\cdot}728$ মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ঘরটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার।

ঘরটির ছাদস্থ A বিন্দু থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব $AC = 20$ মিটার এবং অবনতি $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore$ $\angle DAC = \angle ACB = 30^\circ$ [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{20}$ $\quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$

বা, $2h = 20$

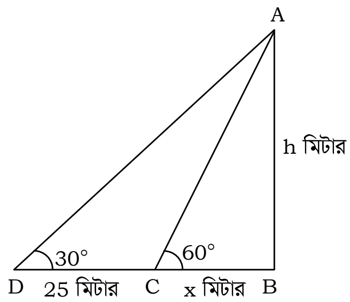
বা, $h = \frac{20}{2}$

$\therefore$ $h = 10$

নির্ণেয় ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60°। ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$। C স্থান থেকে $CD = 25$ মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ হয়।

ধরি, $BC = x$ মিটার

$\therefore$ $BD = BC + CD = (x + 25)$ মিটার

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $\quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$

বা, $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$

বা, $\sqrt{3}h = x + 25$

বা, $\sqrt{3}.\sqrt{3}x = x + 25$ [(i) নং ব্যবহার করে]

বা, $3x = x + 25$

বা, $3x - x = 25$

বা, $2x = 25$

$\therefore$ $x = \frac{25}{2} = 12{\cdot}5$

x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$h = \sqrt{3} \times 12{\cdot}5$

বা, $h = 1{\cdot}73205 \times 12{\cdot}5$

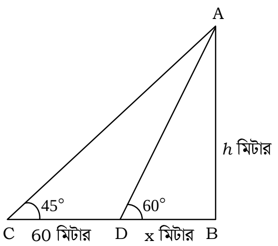
বা, $h = 21{\cdot}650625$

$\therefore$ $h = 21{\cdot}651$ (প্রায়)

নির্ণেয় স্তম্ভটির উচ্চতা 21·651 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, মিনারের উচ্চতা AB = h মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষ A এর উন্নতি $\angle ACB = 45°$ এবং C থেকে মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে D-তে উন্নতি $\angle ADB = 60°$। তাহলে CD = 60 মিটার।

ধরি, DB = x মিটার

এখন, ΔABD থেকে পাই,

$\tan 60° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore$ $h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, ΔABC থেকে পাই,

$\tan 45° = \frac{AB}{BC}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 60}$ $[\because \tan 45° = 1]$

বা, $h = x + 60$

বা, $\sqrt{3}x = x + 60$ $[\because \sqrt{3}x = h]$

বা, $(\sqrt{3} - 1)x = 60$

বা, $x = \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$

x এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

বা, $h = \sqrt{3}.\frac{60}{\sqrt{3} - 1}$

বা, $h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

বা, $h = \frac{60(3 + \sqrt{3})}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{60\,(3 + 1{\cdot}7320508)}{3 - 1}$

বা, $h = \frac{60 \times 4{\cdot}7320508}{2}$

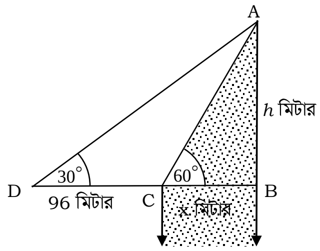
$= 30 \times 4{\cdot}7320508$

$= 141{\cdot}96152 = 141{\cdot}962$

নির্ণেয় মিনারটির উচ্চতা 141·962 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, সোজাসুজি ঠিক অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 96 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা AB = h মিটার এবং নদীর বিস্তার BC = x মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60°$ এবং D বিন্দুতে উন্নতি $\angle ADB = 30°$ যখন, CD = 96 মিটার।

$\therefore$ BD = (BC + CD) = (x + 96) মিটার

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore$ $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... . (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x + 96}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 96}$ $[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}]$

বা, $\sqrt{3}h = x + 96$

বা, $\sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 96$ $[\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}]$

বা, $\sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 96$

বা, $\frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 96$

বা, $2h = 96\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{96\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$

বা, $h = 48 \times \sqrt{3}$

$\therefore$ $h = 83{\cdot}138$ মিটার (প্রায়)

এখন, h এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

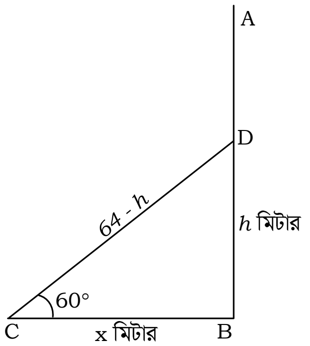
$$x = \frac{48 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 48$$

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 48 মিটার।

নির্ণেয় টাওয়ারের উচ্চতা 83·138 মিটার (প্রায়) এবং নদীর বিস্তার 48 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য, AB = 64 মিটার।

খুঁটিটি D বিন্দুতে ভেঙে বিচ্ছিন্ন না হয়ে C বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BCD = 60°$ কোণ উৎপন্ন করেছে। ধরি, BD = h মিটার এবং CB = x মিটার।

তাহলে, CD = (64 – h) মিটার

এখন, ΔBCD এ

$$\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{64 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{64 - h}$ $\quad [\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}]$

বা, $2h = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}h$

বা, $2h + \sqrt{3}h = 64\sqrt{3}$

বা, $h(2 + \sqrt{3}) = 64\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{64\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$

বা, $h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{64(2\sqrt{3} - 3)}{4 - 3}$

$= 64(2\sqrt{3} - 3)$

$\therefore$ $h = 29{\cdot}702$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ CD = (64 – h) মিটার

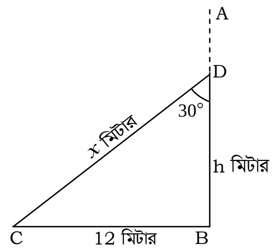
= (64 – 29·702) মিটার

= 34·298 মিটার।

নির্ণেয় খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 34·298 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছটি AB যা ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমি B থেকে 12 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে এবং $\angle BDC = 30°$

ধরি, BD = h মিটার এবং AD = CD = x মিটার।

তাহলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য, AB = BD + DA

= BD + DC

= (h + x) মিটার

এখন, ΔBDC এ $\tan 30° = \frac{BC}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{h}$ $\quad [\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}]$

বা, $h = 12\sqrt{3}$

$= 12 \times 1{\cdot}7320508$

= 20·785 মিটার

আবার, ΔBDC-এ

$$\sin 30° = \frac{BC}{CD}$$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{12}{x}$ $[\because \sin 30° = \frac{1}{2}]$

বা, x = 24 মিটার।

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, AB = AD + BD

= (x + h) মিটার

= (24 + 20·785) মিটার

= 44·785 মিটার (প্রায়)

সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 44·785 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

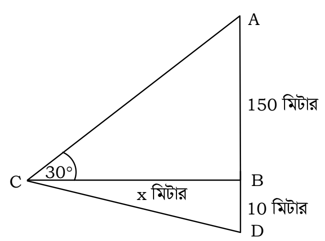
ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে অবতরণের স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. উপরিউক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো :



খ. মনে করি, নদীর বিস্তার BC = x মিটার। নদীর এক তীরের বিন্দু B তে একটি গাছ AB = 150 মিটার এবং অপর তীরের C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ $\angle BCA = 30°$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ BCA থেকে পাই,

$\tan\angle BCA = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{150}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x}$ [$\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

বা, $x = 150\sqrt{3}$

বা, $x = 150 \times 1{\cdot}732050808$

বা, $x = 259{\cdot}8076$

$\therefore$ $x = 259{\cdot}808$ মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 259·808 মিটার (প্রায়)।

গ. মনে করি, লোকটি C বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে গাছ থেকে 10 মিটার দূরে D বিন্দুতে পোঁছল।

তাহলে, যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব CD মিটার এবং BD = 10 মিটার

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$CD^2 = BD^2 + BC^2$

বা, $CD^2 = (10)^2 + (150\sqrt{3})^2$ [$\because$ BC = $150\sqrt{3}$ মি.]

বা, $CD^2 = 100 + 67500$

বা, $CD^2 = 67600$

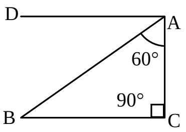
বা, $CD = \sqrt{67600}$

$\therefore$ CD = 260 মিটার

$\therefore$ লোকটির অবতরণের স্থানের দূরত্ব 260 মিটার।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

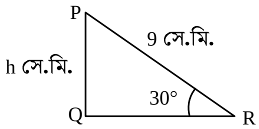
১.



A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণের পরিমাণ কত?

ⓚ 90° ⓚ 60° ⓖ 45° ● 30°

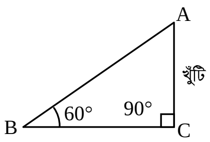
২.



উপরের চিত্রে h এর মান নিচের কোনটি?

● 4·5 সে.মি. ⓚ 6·3 সে.মি. ⓖ 7·8 সে.মি. ⓘ 9.5 সে.মি.

৩.



উপরের চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

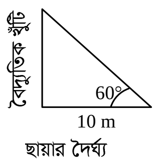
ⓚ 5 ⓚ $\frac{10}{\sqrt{3}}$ ⓖ $5\sqrt{3}$ ● $10\sqrt{3}$

৪. **18 মিটার লম্বা একটি মই একটি দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে ভূমির সঙ্গে 45° কোণ উৎপন্ন করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।**

ⓚ 11·528 মিটার (প্রায়) ⓚ 12·627 মিটার (প্রায়)

● 12·728 মিটার (প্রায়) ⓘ 13·728 মিটার (প্রায়)

৫.

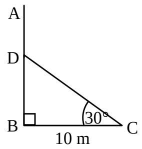


বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা কত? [কু. বো. ন. প্র. '১৫]

● 17·321 মি. (প্রায়) ⓚ 17·320 মি. (প্রায়)

ⓖ 5·774 মি. (প্রায়) ⓘ 5·773 মি. (প্রায়)

৬. **চিত্রে BD = 5 মিটার এবং AD = CD হলে AB এর মান কত মিটার?**



ⓚ 5 ⓚ 7·5 ⓖ $5\sqrt{5}$ ● 15

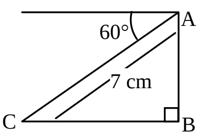
৭. **একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 15 মিটার দূরে ভতলের কোন বিন্দুতে মিনারের চূড়ায় উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের উচ্চতা কত?**

● $15\sqrt{3}$ ⓚ $20\sqrt{3}$ ⓖ $30\sqrt{3}$ ⓘ $50\sqrt{3}$

৮. **3 মি. ও 11 মি. উঁচু দুইটি খুঁটির শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব 10 মি. হলে খুঁটিদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত মিটার?**

ⓚ 3 ● 6 ⓖ 8 ⓘ 10

নিচের তথ্যের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৯. **কোনটি সঠিক?**

ⓚ A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণ 60°

ⓚ C বিন্দুতে A বিন্দুর উন্নতি কোণ 30°

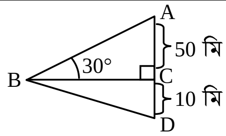
● A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ 60°

ⓘ A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ 30°

১০. **BC এর দৈর্ঘ্য–**

ⓚ 14 cm ⓚ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm ⓖ $\frac{14}{\sqrt{3}}$ ● $\frac{7}{2}$ cm

নিচের চিত্র থেকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু. বো. '১৫]



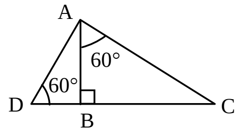
১১. AB = কত মিটার?

ক 25 খ $25\sqrt{3}$ ● 100 ঘ $100\sqrt{3}$

১২. BD = কত মিটার?

ক 76·60 (প্রায়) ● 86·02 (প্রায়)
গ 87·18 (প্রায়) ঘ 186·60 (প্রায়)

নিচের চিত্র থেকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে : BD = 10 মিটার ∠ADB = 60° এবং ∠BAC = 60° ।

১৩. AB খুঁটিটির উচ্চতা কত মিটার?

ক 5 খ $5\sqrt{3}$ গ 10 ● $10\sqrt{3}$

১৪. খুঁটিটির পাদদেশ হতে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব কত মিটার?

ক $5\sqrt{3}$ খ 10 গ $10\sqrt{3}$ ● 30

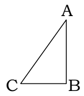
ভূ-রেখা, উর্ধ্বরেখা এবং উল্লম্বতল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫. ত্রিকোণমিতিক পরিমাপ নির্ণয়ে কোনটি প্রয়োজন? (সহজ)

ক সূক্ষ্মকোণ ● সমকোণ গ স্থূলকোণ ঘ পূরককোণ

১৬. পাশের চিত্রে উর্ধ্বরেখা কোনটি? (সহজ)



ক AC ● AB
গ BC ঘ ABC

১৭. ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখাকে কী বলে? (সহজ)

● ভূ–রেখা খ উর্ধ্বরেখা গ উল্লম্বরেখা ঘ লম্বরেখা

১৮. ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো রেখাকে কী বলে? (মধ্যম)

ক ভূ–রেখা ● উর্ধ্বরেখা গ সরলরেখা ঘ বক্ররেখা

১৯. উল্লম্ব রেখার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক বক্র রেখা খ ভূ–রেখা ● উর্ধ্বরেখা ঘ উল্লতল

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. উর্ধ্বরেখার অপর নাম কী? (সহজ)

ক ভূরেখা ● উল্লম্বরেখা গ লম্বরেখা ঘ ভূসমান্তরাল

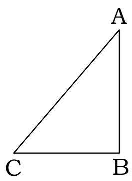
২১. উল্লম্ব তল হচ্ছে–

i. পরস্পরচ্ছেদী ভূ–রেখা ও উর্ধ্বরেখার মধ্যস্থিত তল
ii. ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখার তল
iii. যে কোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যস্থিত তল

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২২. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



i. চিত্রে AB উর্ধ্বরেখা
ii. BC ভূ–রেখা
iii. ABC উল্লম্ব লম্ব

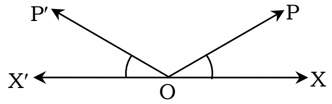
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

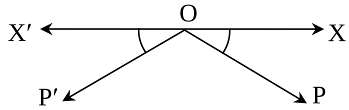
২৩.



চিত্রে কোনটি O বিন্দুতে P′ বিন্দুর উন্নতি কোণ? (সহজ)

● ∠P′OX′ খ ∠P′OX
গ ∠P′OP ঘ ∠POX

২৪.



চিত্রে কোনটি O বিন্দুতে P বিন্দুর অবনতি কোণ? (সহজ)

ক ∠P′OX′ খ ∠P′OX গ ∠P′OP ● ∠POX

২৫. একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণের মান ক্রমশ কমতে থাকলে ছায়ার দৈর্ঘ্য কীরূপ হবে? (সহজ)

ক একই থাকবে খ কমে যাবে
● বেড়ে যাবে ঘ ছায়া থাকবে না

২৬. ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কী বলে? (সহজ)

● উন্নতি কোণ খ অবনতি কোণ
গ সমকোণ ঘ সূক্ষ্মকোণ

২৭. ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ–রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কী কোণ বলে? (সহজ)

ক উন্নতি কোণ ● অবনতি কোণ
গ সমকোণ ঘ সূক্ষ্মকোণ

২৮. একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য 40 মিটার, শীর্ষবিন্দুর উন্নতিকোণ 60° হলে খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক $40\sqrt{3}$ ● $\frac{40}{\sqrt{3}}$ মিটার গ $80\sqrt{3}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{40}$ মিটার

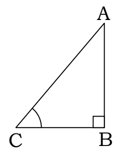
২৯. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 15 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে মিনারের চূড়ায় উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের উচ্চতা কত হবে? (মধ্যম)

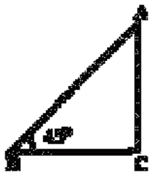
● $15\sqrt{3}$ খ $20\sqrt{3}$ গ $30\sqrt{3}$ ঘ $5\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা : ধরি, মিনারের উচ্চতা = AB

$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $AB = BC \tan 60° = 15\sqrt{3}$



৩০. 

চিত্রে AB = 8 মিটার হলে AC = ? (মধ্যম)

ⓚ $8\sqrt{2}$ ● $4\sqrt{2}$ ⓖ $3\sqrt{2}$ ⓘ $2\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : $\sin45° = \frac{AC}{AB}$

বা, $AC = AB \sin45° = 8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

৩১. $30°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে কোন শর্তটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ ভূমি = লম্ব ● ভূমি > লম্ব ⓖ ভূমি < লম্ব ⓘ ভূমি ≤ লম্ব

৩২. $60°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে কোন শর্তটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ ভূমি = লম্ব ⓙ ভূমি > লম্ব

ⓖ ভূমি ≥ লম্ব ● ভূমি < লম্ব

৩৩. 10 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট নদীর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উচ্চতা $10\sqrt{3}$ মিটার হলে অপর তীরে টাওয়ারের অবনতি কোণ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

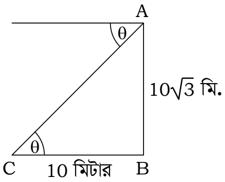
ⓚ 90 ● 60 ⓖ 45 ⓘ 30

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{10}$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$

$\therefore \theta = 60°$



৩৪. একটি মিনারের উচ্চতা $20\sqrt{3}$ মিটার এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে এর অবনতি কোণ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ⓚ 30 ⓙ 45 ● 60 ⓘ 90

৩৫. একটি টাওয়ারের পাদদেশে থেকে 75 মিটার দূরে ভূতলস্থ কোন বিন্দুতে টাওয়ারের উন্নতিকোণ 45° হলে টাওয়ারের উচ্চতা কত? (কঠিন)

ⓚ $75\sqrt{2}$ মি. ● 75 মি. ⓖ $75\sqrt{3}$ মি. ⓘ $25\sqrt{3}$ মি.

৩৬. অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে? (সহজ)

ⓚ 90° ● 45° ⓖ 60° ⓘ 30°

৩৭. হেলিকপ্টার থেকে 15 কি.মি. দূরবর্তী কোনো স্থানের অবনতি কোণ 30° হলে হেলিকপ্টারটি কত কি.মি. উচ্চতায় অবস্থিত? (মধ্যম)

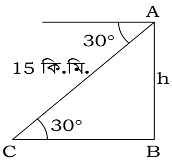
ⓚ 5.5 ● 7·5 ⓖ 8·5 ⓘ 10

ব্যাখ্যা : $\sin30° = \frac{h}{15}$

বা, $h = 15 \times \sin30°$

$= 15 \times \frac{1}{2}$

$= 7{\cdot}5$ কি.মি.



৩৮. একটি পতাকার খুঁটি ভেঙে, ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে, দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (কঠিন)

● 8 ⓙ $8\sqrt{3}$ ⓖ 16 ⓘ $16\sqrt{3}$

৩৯. একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণের নাম ক্রমশ কমতে থাকলে ছায়ার দৈর্ঘ্য কীরূপ হবে? (সহজ)

ⓚ একই থাকবে ⓙ কমে যাবে

● বেড়ে যাবে ⓘ ছায়া থাকবে না

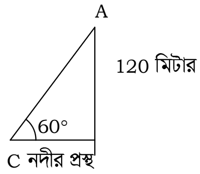
৪০. নদীর তীরে কোনো স্থানের অপর প্রান্তের 120 মিটার গাছের উন্নতি কোণ 60° হলে নদীর প্রস্থ কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ $120\sqrt{3}$ ⓙ $60\sqrt{3}$ ● $\frac{120}{\sqrt{3}}$ ⓘ $\frac{60}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $Be = \frac{\text{গাছের উচ্চতা}}{\tan 60°}$

$= \frac{120}{\sqrt{3}}$



৪১. একটি গাছে দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য $1 : \sqrt{3}$ হলে সূর্যের অবনতি কোণ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

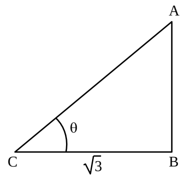
● 30 ⓙ 45 ⓖ 60 ⓘ 90

ব্যাখ্যা : ΔABC–এ $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, বা, $\tan\theta$

$= \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$



৪২. একটি মিনারে সূর্যের আলো পড়লে মিনারের পাদদেশ হতে 2 মিটার দূরত্বে 45° উন্নতি কোণ তৈরি করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত? (মধ্যম)

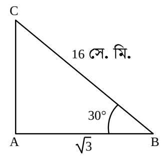
● 2 ⓙ 3 ⓖ 4 ⓘ 5

৪৩. একটি মিনার ভেঙে, ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। মিনারের ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে, দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (কঠিন)

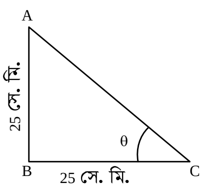
● 8 ⓙ $8\sqrt{3}$ ⓖ 12 ⓘ 16

ব্যাখ্যা : এখানে, দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য = AC

আমরা পাই, $\sin30° = 16 \times \frac{1}{2}$ মি. = 8 মি.



৪৪. চিত্রে BC = 25 সে.মি. ও AB = 25 সে.মি. হলে θ এর মান কত? (সহজ)



● 30° ⓙ 45° ⓖ 60° ⓘ 90°

৪৫. চিত্রের BC = 1 সে.মি. এবং AC = 2 সে.মি. হলে Q এর মান কত? (সহজ)

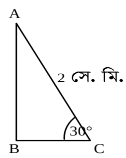
ⓚ 30° ⓙ 45° ● 60° ⓘ 90°

ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos\angle ACB = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos60°$

$\therefore \theta = 60°$



বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. ভূতলের উপর কোনো বিন্দুর ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা উন্নতি কোণ

ii. ভূতলের উপর উৎপন্ন কোণ অবনতি কোণ

iii. $30°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৭. কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে–

i. $30°$ হলে ভূমি < লম্ব হবে

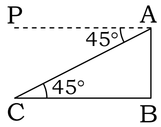
ii. $45°$ হলে ভূমি = লম্ব হবে

iii. $60°$ হলে ভূমি < লম্ব হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৮. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



i. A এর উন্নতি কোণ $\angle C = 45°$

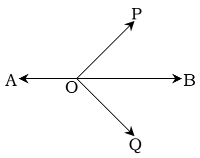
ii. $\angle PAC$ হলো অবনতি কোণ

iii. BC = 8 সে.মি. হলে AB = 4 সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৯.



চিত্রানুসারে–

i. P বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle POB$

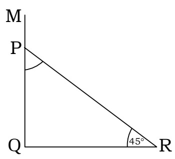
ii. O বিন্দুতে Q বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle QOA$

iii. POQ হলো ভূ–রেখা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫০. একটি খুঁটি P বিন্দুতে ভেঙে মাটি থেকে 45° উন্নতি কোণ উৎপন্ন করে।



i. PR = PQ ii. PQ = QR

iii. MP = PR

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

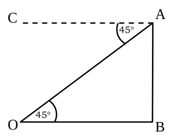
ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫১. পাশের চিত্রে–

i. $\angle BOA$ হলো উন্নতি কোণ

ii. $\angle OAC$ হলো অবনতি কোণ

iii. $\angle OB$ উল্লম্ব কোণ



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

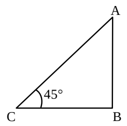
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫২. চিত্রানুসারে–

i. AB > BC

ii. AB = BC

iii. AC > BC



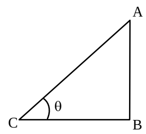
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৩. এখানে AB একটি টাওয়ার এবং θ উন্নতি কোণ হলে–

i. θ ক্রমশ কমতে থাকলে BC এর দৈর্ঘ্য বাড়তে থাকবে

ii. BC ক্রমশ কমতে থাকলে θ এর মান বাড়তে থাকবে



iii. $\theta = 45°$ হলে BC = AB হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

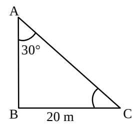
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৪. চিত্রে–

i. $AC = 20\sqrt{3}$ মিটার

ii. $AB = 20\sqrt{3}$ মিটার

iii. AC = 40 মিটার

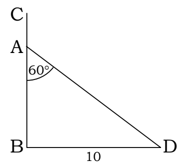


নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৫ – ৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫৫. AC এর দৈর্ঘ্য কোনটি? (মধ্যম)

ক $20\sqrt{3}$ ● $\frac{20}{\sqrt{3}}$ গ $10\sqrt{3}$ ঘ $\frac{10}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : চিত্র থেকে পাই, AC = AD, $\angle ADB = 30°$

$\therefore \cos 30° = \frac{BD}{AD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{AC}$

বা, $\sqrt{3}\,AC = 20$

$\therefore AC = \frac{20}{\sqrt{3}}$

৫৬. AB এর দৈর্ঘ্য কোনটি? (মধ্যম)

ক 20 খ $20\sqrt{3}$ গ $10\sqrt{3}$ ● $\frac{10}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{10}$ $\therefore AB = \frac{10}{\sqrt{3}}$

৫৭. 36 মিটার লম্বা গাছের x দূরত্বে উন্নতি কোণ 30°, x–এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ক 36 মি. ● $36\sqrt{3}$ মি. গ $36\sqrt{2}$ মি. ঘ $\frac{36}{\sqrt{3}}$ মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৮ – ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি নদীর তীরে এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি 30 মিটার বিস্তার বিশিষ্ট নদীর অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60°।

৫৮. স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য নিচের কোন সূত্রটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ⓦ $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

● $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ⓖ $\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$

৫৯. স্তম্ভটির উচ্চতা কত? (মধ্যম)

● $30\sqrt{3}$ মিটার ⓦ $25\sqrt{5}$ মিটার

ⓖ $36\sqrt{7}$ মিটার ⓖ $48\sqrt{2}$ মিটার

৬০. ভূমির সমতলে আরও 21 মিটার দূরে অবস্থিত এক ব্যক্তি স্তম্ভের সাথে 30° কোণ তৈরি করলে ব্যক্তি ও স্তম্ভের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব কত মিটার? (কঠিন)

ⓚ $27\sqrt{2}$ ● $34\sqrt{3}$

ⓖ $41\sqrt{5}$ ⓖ 57

নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি খুঁটি ভূমিতে 12 মিটার দীর্ঘ ছায়া তৈরি করে এবং ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

৬১. খুঁটিটির উচ্চতা কত? (মধ্যম)

ⓚ $5\sqrt{7}$ মিটার ⓦ 18 মিটার

● $12\sqrt{3}$ মিটার ⓖ $15\sqrt{2}$ মিটার

৬২. খুঁটিটি ভূমিতে কত দূরত্বে কোণ উৎপন্ন করে? (মধ্যম)

ⓚ 7 মিটার ● 12 মিটার

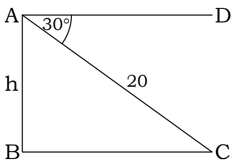
ⓖ 13 মিটার ⓖ $14\sqrt{2}$ মিটার

৬৩. যদি খুঁটিটি আরও 8 মিটার দূরে 45° কোণ করে ছায়া উৎপন্ন করে তবে খুঁটির শীর্ষবিন্দু ও ছায়ার দূরত্ব কত হবে? (কঠিন)

ⓚ 18 মিটার ● $20\sqrt{2}$ মিটার

ⓖ $22\sqrt{3}$ মিটার ⓖ $24\sqrt{3}$ মিটার

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ – ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ঘরের উচ্চতা AB = h মিটার হয় তবে ঘরের শীর্ষবিন্দু A থেকে 20 মিটার দূরে C বিন্দুর অবনতি ∠DAC = 30°

৬৪. ∠ACB = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 25 ● 30 ⓖ 45 ⓖ 60

৬৫. ঘরটির উচ্চতা কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ $10\sqrt{3}$ ● 10 ⓖ $5\sqrt{2}$ ⓖ $5\sqrt{3}$

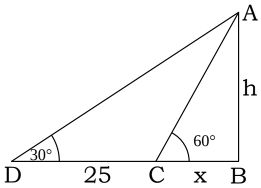
ব্যাখ্যা : $\sin 30^\circ = \frac{h}{20}$ বা, $20 \times \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10$

৬৬. BC এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 17 ● 17·32 ⓖ 18 ⓖ 18·32

ব্যাখ্যা : $\frac{BC}{20} = \cos 30^\circ$ বা, $BC = 20.\frac{\sqrt{3}}{2} = 17.32$

নিচের চিত্রের আলোকে ৬৭ – ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬৭. BD এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ⓚ 25 – x ● 25 + x ⓖ 25x ⓖ $\frac{25}{x}$

৬৮. ΔACB সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে x কে h এর মাধ্যমে প্রকাশ কর? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{h}$ ⓦ $\sqrt{3}h$

ⓖ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{h}}$ ● $\frac{h}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : $\tan\angle ACB = \frac{h}{x}$ বা, $\tan 60^\circ$

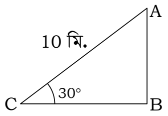
$= \frac{h}{x}$ বা, $x = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$

৬৯. AB = 21·651 মিটার হলে x এর দূরত্ব কত মিটার? (সহজ)

ⓚ 10·50 ⓦ 12

● 12·50 ⓖ 13·75

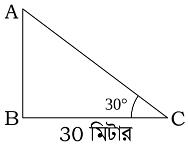
৭০.



চিত্রে AB এর মান কত মিটার?

● 5 ⓦ 2 ⓖ 4 ⓖ 8

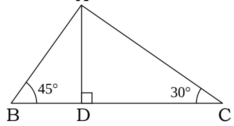
৭১.



চিত্র অনুযায়ী AC এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

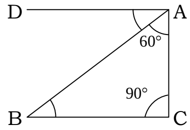
ⓚ 60 ⓦ 45 ⓖ 30 ● 34·64

৭২. চিত্রে AD = 2 সে.মি. হলে BD এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?



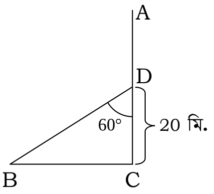
● 2 ⓦ 4 ⓖ 5 ⓖ 6

৭৩.



A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণের পরিমাপ কত?

ⓚ 90° ⓦ 60° ⓖ 45° ● 30°



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭৪. গাছের উচ্চতা AC এর মান নিচের কোনটি?

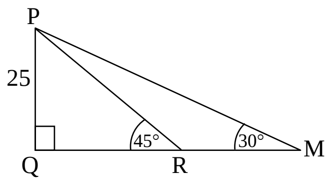
ⓚ 10 ⓦ 30 ⓖ 40 ● 60

৭৫. **BC এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?**

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{20}$ ⓦ $\frac{20}{\sqrt{3}}$ ⓖ $3\sqrt{20}$ ● $20\sqrt{3}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭৬.



i. QR = 25 মিটার

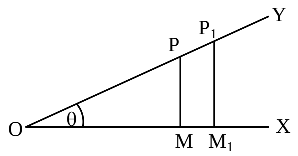
ii. QM = 43.30 মিটার (প্রায়)

iii. QM – QR = 18.30 মিটার (প্রায়)

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓦ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

৭৭.



প্রদত্ত চিত্রানুযায়ী –

i. $\frac{OP}{OM_1}$

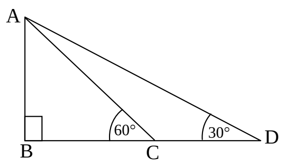
ii. $\frac{OP_1}{OM}$

iii. $\frac{P_1M_1}{OM_1}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ⓦ ii ● iii ⓖ i, ii ও iii

৭৮.



i. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ii. $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}$

iii. $BC = \sqrt{AB^2 - BD^2}$

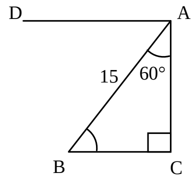
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓦ ii ও iii

ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ৭৯ – ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৭৯. **AC এর দৈর্ঘ্য কোনটি?** (মধ্যম)

ⓚ $20\sqrt{3}$ ⓦ $10\sqrt{3}$ ● $\frac{20}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{10}{\sqrt{3}}$

৮০. **AB এর দৈর্ঘ্য কোনটি?** (মধ্যম)

● $\frac{10}{\sqrt{3}}$ ⓦ $10\sqrt{3}$ ⓖ 20 ⓖ $20\sqrt{3}$

৮১. **AC ও AB এর অনুপাত কোনটি?** (মধ্যম)

ⓚ 1 : 2 ● 2 : 1 ⓖ 1 : 1 ⓖ 1 : 3

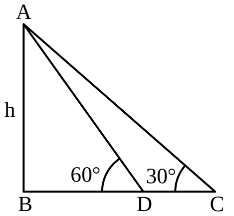
গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ একটি টাওয়ারের পাদবিন্দু থেকে কিছু দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুতে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। ঐ বিন্দু থেকে টাওয়ারের দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° হয়।

ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত তথ্যানুযায়ী নিচে চিত্রটি আঁকা হলো :



চিত্রে AB একটি টাওয়ার যার উচ্চতা h, টাওয়ারের পাদদেশ B বিন্দু থেকে কিছুটা দূরে C বিন্দুতে টাওয়ারের উন্নতি কোণ 30°। C বিন্দু থেকে টাওয়া দিকে 20 মিটার সামনে D বিন্দুতে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°।

খ. 'ক' এ উল্লিখিত চিত্রানুসারে,

AB = h মি.

মনে করি, BD = x মি.

$BC = BD + CD$

$= (x + 20)$ মি.

এখন, ΔABD-এ $\tan 60° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$

আবার, ΔABC-এ $\tan 30° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 20}$

বা, $x + 20 = \sqrt{3}h$

বা, $x + 20 = (\sqrt{3}x)$

বা, $x + 20 = 3x$

বা, $2x = 20$

বা, $x = 10$

$\therefore h = \sqrt{3} \times 10 = 10\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

গ. টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু A এবং ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটি হলো C

এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব হলো AC

'ক' এর চিত্রে, পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

এখানে, $AB = h = 10\sqrt{3}$ মিটার

$BC = BD + CD = x(10 + 20) = 30$ মিটার

$\therefore AC^2 = (10\sqrt{3})^2 + (30)^2$

$= 300 + 900 = 1200$

$AC = 34.64$ মিটার

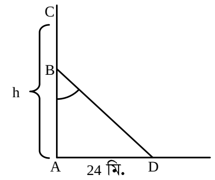
টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব 34.64 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন–২ ▸ একটি বৈদ্যুতিক খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে খুঁটির গোড়া থেকে 24 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর। ২
খ. খুঁটিটি কত উচ্চতায় ভেঙেছিল তা বের কর। ৪
গ. সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁকা হলো :



চিত্রে AC হলো বৈদ্যুতিক খুঁটি যার উচ্চতা h. AC এর B বিন্দুতে খুঁটিটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ ∠ABD = 60°। উদ্দীপকের তথ্যানুসারে, BC = BD এবং AD = 24 মিটার।

খ. 'ক' এর চিত্রানুসারে, ΔABD-এ

$\tan 60° = \frac{AD}{AB}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{24}{AB}$

বা, $AB = \frac{24}{\sqrt{3}}$

$\therefore AB = 13.856$ মিটার

অর্থাৎ, খুঁটিটি ভূমি থেকে 13.856 মিটার উচ্চতায় ভেঙেছিল। (Ans.)

গ. 'ক' এর চিত্রানুসারে, সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য AC = AB + BC

আবার, BC = BD

অর্থাৎ AC = AB + BD

এখন, ΔABD-এ $\sin 60° = \frac{AD}{BD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{BD}$

বা, $BD = \frac{24 \times 2}{\sqrt{3}}$

বা, $BD = 27.712$

আবার, $h = AC = AB + BD = 13.856 + 27.712 = 41.568$

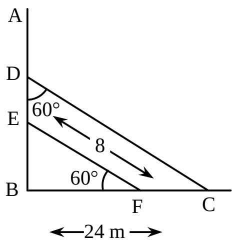
$\therefore$ সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য 41.568। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩ ▸ একটি সুপারি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 24 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। 8 মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ করে গাছের দণ্ডায়মান অংশের সাথে ঠেস দেওয়া হলো।

ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. মই সুপারি গাছের দণ্ডায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেওয়া আছে তার উপরের দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপরের চিত্রটি আঁকা হলো।

এখানে, AB হলো সম্পূর্ণ সুপারি গাছের দৈর্ঘ্য। গাছটি ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে ভূমির C বিন্দুতে স্পর্শ করে। উদ্দীপক অনুসারে BC = 24 মিটার এবং $\angle BDE = 60°$।

আবার, BD অংশের সাথে 8 মিটার লম্বা একটি মই এমনভাবে ঠেস দেওয়া হলো যেন তা ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। উদ্দীপক অনুসারে EF = 8 মিটার এবং $\angle BFE = 60°$।

খ. 'ক' এর চিত্র অনুসারে, AB = BD + AD. --------(i)

আবার, AD = DC

(i) নং এ AD এর মান বসিয়ে,

$\therefore$ AB = BD + DE --------(ii)

এখন, ΔBDC–এ

$\tan 60° = \frac{BC}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{BC}{BD}$

বা. BD $= \frac{24}{\sqrt{3}} = 13{\cdot}856$

আবার, ΔBDC–এ $\sin 60° = \frac{BC}{DC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{DC}$

বা, $DC = \frac{2\,BC}{\sqrt{3}}$

$= \frac{48}{\sqrt{3}} = 27{\cdot}71$

এখানে, (ii) নং সমীকরণে BD ও DC এর মান বসিয়ে পাই,

AB = (13·856 + 27·71) মিটার = 41·566 মিটার

$\therefore$ সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 41·566 মিটার। **(Ans.)**

গ. 'ক' এর চিত্র অনুসারে, BD = BE + ED ----------(iii)

এখন, Δ BEF –এ $\sin 60° = \frac{BE}{EF}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BE}{EF}$

বা, $BE = \frac{\sqrt{3} \times EF}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 8}{2} = 4\sqrt{3}$

আবার, 'খ' থেকে পাই, BD = 13·865

BE ও BD এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$13{\cdot}856 = 4\sqrt{3} + ED$

বা, $ED = 13{\cdot}856 - 4\sqrt{3} = 6{\cdot}93$ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন–৪ ▸ একটি গাছ ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে মাটি স্পর্শ করেছে এবং 15 মিটার উচ্চতায় ভেঙেছে।

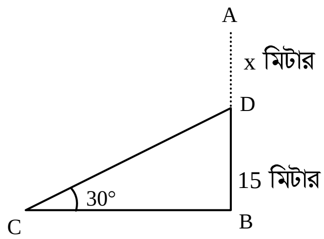
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙা অংশ যদি দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করত সেক্ষেত্রে ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB। ইহা 15 মিটার উচ্চতায় ভেঙে ভূমির সাথে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করেছে।

খ. 'ক' এর চিত্রানুযায়ী BD = 15 মিটার

মনে করি, AD = x মিটার = CD এবং $\angle BCD = 30°$

এখন, $\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{15}{x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15}{x}$

$\therefore x = 30$

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য = (x + BD) মিটার

= (30 + 15) মিটার

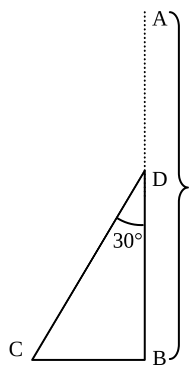
= 45 মিটার

গ. যদি 45 মিটার লম্বা গাছটির ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করত।

সেক্ষেত্রে, AB = 45 মিটার, $\angle BDC = 30°$

ধরি, BD = h মিটার

$\therefore$ AD = (45 – h) মিটার = CD



এখন, $\cos\angle BDC = \frac{BD}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{h}{45 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{45 - h}$

বা, $2h = 45\sqrt{3} - \sqrt{3}h$

বা, $2h + \sqrt{3}h = 45\sqrt{3}$

বা, $h, (2 + \sqrt{3}) = 45\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{45\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{45\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}\,(2 - \sqrt{3}))}$

$= \frac{90\sqrt{3} - 135}{4 - 3}$

$= 90\sqrt{3} - 135 = 155.885 - 135$

$\therefore h = 20.885$

$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য হবে (45 – 20.885) মিটার

= 24.12 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন–৫ ▸ রশিদ সাহেবের বাড়ির ছাদে একটি টাওয়ার অবস্থিত যার উচ্চতা ভূমি হতে 60 মিটার এবং বাড়ির সামনে একটি দেবদারু গাছ আছে। টাওয়ারের শীর্ষ হতে দেবদারু গাছের শীর্ষ ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°। টাওয়ারের শীর্ষ রশি দিয়ে আটকিয়ে দেবদারু গাছের পাদদেশ পর্যন্ত টানা দিতে মোট 60 মিটার রশি লাগে এবং রশি দিয়ে দেবদারু গাছটি প্যাঁচালে 10টি প্যাঁচ হয়।

ক. টাওয়ার ও দেবদারু গাছের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. দেবদারু গাছের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেবদারু গাছের প্রতিটি প্যাঁচ সমান হলে প্রতি প্যাঁচের আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

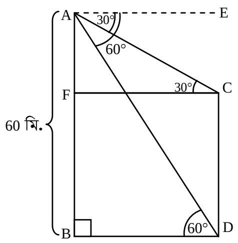
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\tan 60° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{60}{BD}$

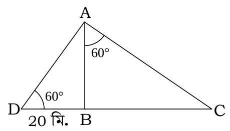
বা, $\frac{60}{BD} = \frac{60\sqrt{3}}{3}$

$\therefore BD = 20\sqrt{3}$



খ. এখন, ΔACF–এ $\tan \angle ACF = \frac{AF}{CF}$

প্রশ্ন–৬ ▸



উপরের চিত্রে AB একটি গাছ।

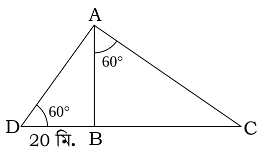
ক. চিত্রটির বর্ণনা দাও। ২

খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির পাদদেশ থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

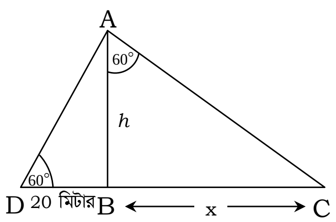
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



AB গাছটির গোড়া থেকে BD = 20 মিটার দূরে D বিন্দুতে গাছটির শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60°$। D বিন্দুর বিপরীত পাশে C বিন্দু এবং $\angle BAC = 60°$। গাছের গোড়া থেকে C বিন্দুর দূরত্ব BC, D, B, C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

খ.



বা, $\tan 30° = \frac{AF}{CF}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AF}{20\sqrt{3}}$ [$\because$ CF = BD]

$\therefore$ AF = 2

$\therefore$ BF = CD = (60 – 20) মিটার = 40 মিটার

গ. 10টি প্যাঁচের দৈর্ঘ্য 60 মিটার

$\therefore$ প্রতিটি প্যাঁচের দৈর্ঘ্য $\frac{60}{10} = 6$ মিটার

মনে করি, প্রতিটি প্যাঁচের ব্যাসার্ধ r মিটার

$\therefore$ প্রতিটি প্যাঁচের পরিধি $2\pi r$ মিটার

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 6$

বা, $r = \frac{6}{2\pi}$

$\therefore$ r = 0.955 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ প্রতিটি প্যাঁচের আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গমিটার

= $3.1416 \times (0.955)^2$ বর্গমিটার

= 2.865 বর্গমিটার (প্রায়)

মনে করি, গাছটির উচ্চতা AB = h মিটার। গাছটির পাদদেশ থেকে BD = 20 মিটার দূরে ভূতলস্থ D বিন্দুতে গাছটির শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি $\angle ADB = 60°$।

সমকোণী ΔADB থেকে পাই, $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{20}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$

$\therefore$ h = 34.64 মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় গাছটির উচ্চতা 34.64 মিটার (প্রায়)।

গ. মনে করি, গাছের গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুটির দূরত্ব BC = x মিটার, গাছের উচ্চতা AB = 34.64 মিটার।

সমকোণী ΔABC এ $\angle B = 90°$, $\angle A = 60°$

$\therefore \angle C = 180° - (\angle A + \angle B)$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$= 180° - (60° + 90°) = 180° - 150°$

$\therefore \angle C = 30°$

$\therefore$ C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 30°$

ΔABC থেকে পাই,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{34{\cdot}64}{x}$

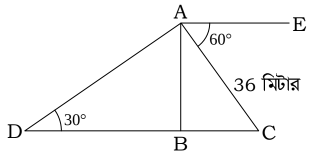
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{34{\cdot}64}{x}$

বা, $x = 34{\cdot}64 \times \sqrt{3} = 60$ মিটার (প্রায়)।

$\therefore$ গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুটির দূরত্ব 60 মিটার (প্রায়)।

(Ans.)

প্রশ্ন–৭ ▸



চিত্রটি লক্ষ কর :

ক. চিত্রটির বর্ণনা দাও। ২

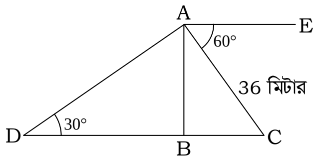
খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, CD এর দৈর্ঘ্য 72 মিটার। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. চিত্রে A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি $\angle CAE = 60°$ এবং D বিন্দুতে A বিন্দুর উন্নতি $\angle ADB = 30°$, AC = 36 মিটার এবং D, B, C একই সরল রেখায় অবস্থিত।

খ.



দেওয়া আছে, $\angle CAE = 60°$, $\angle ADB = 30°$ এবং AC = 36 মিটার

$\therefore \angle CAE = \angle ACB = 60°$ [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{AB}{36}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{36}$

বা, $2AB = 36\sqrt{3}$ বা, $AB = \frac{36\sqrt{3}}{2}$

$\therefore AB = 31{\cdot}177$ (প্রায়)

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য 31·177 মিটার (প্রায়)।

গ. ΔABC থেকে পাই, $\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{BC}{36}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{36}$ $[\because \cos 60° = \frac{1}{2}]$

বা, $2BC = 36$ বা, $BC = \frac{36}{2}$

$\therefore BC = 18$

এবং ΔABD থেকে পাই, $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{36\sqrt{3}}{2BD}$ $[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $AB = \frac{36\sqrt{3}}{2}]$

বা, $2BD = 36\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

বা, $2BD = 108$

$\therefore BD = 54$

$\therefore CD = BC + BD = 18 + 54 = 72$ মিটার। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৮ ▸ দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের স্থানে ঐ মাইল পোস্টে দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°।

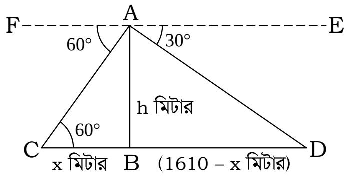
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. বেলুনটির উচ্চতা মিটারে নির্ণয় কর। ৪

গ. যে মাইল পোস্টে বেলুনটি থেকে অবনতি কোণ 60°, ঐ মাইল পোস্ট থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, বেলুনের উচ্চতা AB = h মিটার এবং A বিন্দুতে মাইল পোস্ট C এবং মাইল পোস্ট D এর অবনতি যথাক্রমে $\angle CAF = 60°$ এবং $\angle DAE = 30°$।

খ. মাইল পোস্টদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব CD = 1 মাইল

= 1·61 কি.মি. (প্রায়)

= 1610·00 মিটার

ধরি, BC = x মিটার।

অতএব, BD = CD – BC = (1610 – x) মিটার।

এখানে, $\angle CAF = \angle ACB = 60°$ [একান্তর কোণ বলে]

এবং $\angle DAE = \angle ADB = 30°$ [একান্তর কোণ বলে]

ΔABC থেকে পাই, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই, $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1610 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1610 - x}$ $\left[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\sqrt{3}h = 1610 - x$

বা, $\sqrt{3}h = 1610 - \frac{h}{\sqrt{3}}$ [(i) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $\frac{3h + h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $\frac{4h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $4h = 1610\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{1610\sqrt{3}}{4}$

$\therefore h = 697.15$ (প্রায়)

$\therefore$ বেলুনের উচ্চতা 697.15 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ. যে মাইল পোস্টে বেলুনটি থেকে অবনতি কোণ 60° ঐ মাইল পোস্ট থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = AC মিটার।

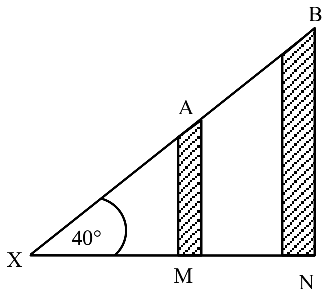
'খ' থেকে পাই বেলুনটির উচ্চতা, AB = 697·15 মিটার (প্রায়)

তাহলে, ABC থেকে $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60^\circ = \frac{697.15}{AC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{697.15}{AC}$

প্রশ্ন–৯ ▸ সমভূমিতে দুইটি খুঁটি অবস্থিত। খুঁটি দুইটির চূড়া হতে ভূমির উন্নতি কোণ 40°, ছোট খুঁটি হতে x বিন্দুর দূরত্ব 8 মিটার এবং খুঁটি দুটির চূড়ার দূরত্ব 20 মিটার। ($\tan 40^\circ = 0.83$ এবং $\sin 40^\circ = 0.64$)



ক. ছোট খুঁটিটির উচ্চতা কত? (দুই দশমিক ঘর পর্যন্ত) ২

খ. বড় খুঁটিটির উচ্চতা কত? (দুই দশমিক ঘর পর্যন্ত) ৪

গ. খুঁটি দুইটির আনুভূমিক দূরত্ব এবং উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় কর (দুই দশমিক ঘর পর্যন্ত)। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, ছোট খুঁটিটির উচ্চতা = P মিটার (AM = P)

দেওয়া আছে, খুঁটিটি ভূমির সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করেছে।

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan 40^\circ = \frac{AM}{XM}$

বা, $0.83 = \frac{P}{8}$ [যেহেতু ছোট খুঁটি হতে X বিন্দুর দূরত্ব 8 মিটার]

বা, $P = 8 \times 0.83$

$\therefore P = 6.71$

∴ ছোট খুঁটির উচ্চতা হলো 6.71 মিটার (দুই দশমিক ঘর পর্যন্ত)।

খ. মনে করি, বড় খুঁটির উচ্চতা = P_1 মিটার ($BN = P_1$)

এখানেও খুঁটিটি ভূমির সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করেছে।

আমরা জানি, $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\sin 40^\circ = \frac{BN}{BX}$

বা, $0.64 = \frac{P_1}{(20 + AX)}$ ....(i)

আবার, $AX^2 = AM^2 + MX^2$

বা, $AX^2 = (6.71)^2 + (8)^2$

বা, $AX^2 = 109.02$

$\therefore AX = 10.44$

এখন AX এর মান সমীকরণ (i) এ বসালে পাই,

বা, $0.64 = \frac{P_1}{20 + 10.44}$

বা, $P_1 = 0.64 \times 30.44$

$\therefore P_1 = 19.48$

$\therefore AC = \frac{1394.3}{\sqrt{3}} = 804.99 = 805$ (প্রায়)

∴ 60° অবনতি কোণের মাইল পোস্ট হতে বেলুনটি 805 মিটার (প্রায়) দূরত্বে অবস্থিত।

∴ বড় খুঁটিটির উচ্চতা 19.48 মিটার।

গ. আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan 40^\circ = \frac{BN}{XN} = \frac{P_1}{XN}$

বা, $0.83 = \frac{19.48}{(XM + MN)}$

বা, $0.83 = \frac{19.48}{8 + Q}$ [মনে করি, MN = Q]

বা $(8 + Q) \times 0.83 = 19.48$

$\therefore Q = 15.21$

∴ খুঁটি দুটির আনুভূমিক দূরত্ব হলো 15.21 মিটার।

তাহলে খুঁটি দুটির দূরত্বের অনুপাত = ছোট খুঁটির উচ্চতা : বড় খুঁটির উচ্চতা = 6.71 : 19.48 = 1 : 3

∴ বড় খুঁটির দৈর্ঘ্য ছোট খুঁটির দৈর্ঘ্যের চেয়ে প্রায় 3 গুণ বেশি।

প্রশ্ন–১০ ▸ একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°।

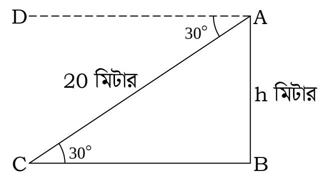
ক. উপরের তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. ভূতলস্থ যে বিন্দুতে অবনতি কোণ 30°, ঐ বিন্দুটি ঘরটি থেকে কত দূরে? ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, ঘরের উচ্চতা AB = h মিটার, ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি $\angle CAD = 30^\circ$ এবং AC = 20 মিটার।

∴ একান্তর $\angle CAD$ = একান্তর $\angle ACB = 30^\circ$

[∴ DA ∥ BC এবং AC ছেদক]

খ. ΔABC থেকে পাই, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30^\circ = \frac{h}{20}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{20}$ [∵ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$]

বা, $2h = 20$

বা, $h = \frac{20}{2}$

$\therefore h = 10$

∴ ঘরের উচ্চতা 10 মিটার।

গ. ভূতলস্থ যে বিন্দুতে অবনতি কোণ 30° ঐ বিন্দু (C) থেকে ঘর AB পর্যন্ত দূরত্ব = BC মিটার। 'খ' থেকে পাই ঘরের উচ্চতা, AB = 10 মিটার।

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{10}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BC}$

$\therefore$ BC = 17·321

$\therefore$ ভূতলস্থ যে বিন্দুর অবনতি কোণ 30°, ঐ বিন্দু থেকে ঘরটি 17·32 মি. দূরে।

প্রশ্ন–১১ ▸ ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের কোনো বিন্দুর উন্নতি কোণ 45°। ঐ স্থান থেকে দালানের দিকে 60 মিটার এগিয়ে গেলে ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ 60° হয়।

ক. দালানের উচ্চতা AB মিটার হলে দালানের পাদবিন্দু হতে 60° কোণে সৃষ্ট বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

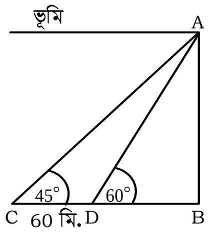
খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দালানের সম উচ্চতার একটি দেয়াল ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে, দেয়ালটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, A বিন্দু দালানের ছাদের অবস্থান এবং AB দালানের উচ্চতা, C বিন্দুর উন্নতি কোণ 45°। C বিন্দু থেকে দালানের দিকে D বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। এখানে CD = 60 মিটার

চিত্র হতে, ΔABD এ,



$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{BD}$

$\therefore BD = \frac{AB}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ দালানের পাদবিন্দু হতে 60° কোণে সৃষ্ট বিন্দুর দূরত্ব $\frac{AB}{\sqrt{3}}$।

খ. ক' এর চিত্র হতে, ΔABC এ,

$\tan 45° = \frac{AB}{BC}$

বা, $1 = \frac{AB}{BD + CD}$ [যেহেতু BC = BD + CD]

বা, $1 = \frac{AB}{\frac{AB}{\sqrt{3}} + 60}$ [যেহেতু $BD = \frac{AB}{\sqrt{3}}$ এবং CD = 60 মিটার]

বা, $\frac{AB}{\sqrt{3}} + 60 = AB$

বা, $AB - \frac{AB}{\sqrt{3}} = 60$

বা, $AB\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 60$

বা, $AB\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right) = 60$

বা, $AB = \frac{60 \times \sqrt{3}}{(\sqrt{3}-1)} = \frac{60 \times \sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

[লব ও হরকে $(\sqrt{3}+1)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{60(3+\sqrt{3})}{3-1} = \frac{60(3+\sqrt{3})}{2}$

$= 30(3+\sqrt{3}) = 90 + 30\sqrt{3} = 90 + 30 \times 1·732$

$\therefore$ AB = 141·96 মিটার

নির্ণেয় দালানটির উচ্চতা 141·96 মিটার।

গ. 'খ' থেকে দালানের উচ্চতা AB = 141·96 মিটার

দালানের সম উচ্চতার একটি দেয়াল F বিন্দুতে ভেঙে বিচ্ছিন্ন না হয়ে E বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে।

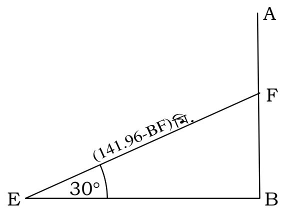
সুতরাং BF উচ্চতায় দেয়ালটি ভেঙেছিল

এখানে, EF = AF = AB – BF

= (141·96 – BF) মিটার

এখন, ΔBEF–এ

$\sin 30° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BF}{EF}$



বা, $\frac{1}{2} = \frac{BF}{141·96 - BF}$

বা, 2BF = 141·96 – BF

বা, 2BF + BF = 141·96

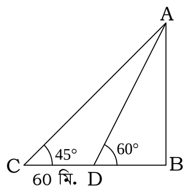
বা, 3BF = 141·96

বা, $BF = \frac{141·96}{3}$

$\therefore$ BF = 47·32 মিটার

$\therefore$ দেয়ালটি 47·32 মিটার উঁচুতে ভেঙেছিল।

প্রশ্ন–১২ ▸



চিত্রে C বিন্দু হতে D বিন্দুর দিকে এগিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়।

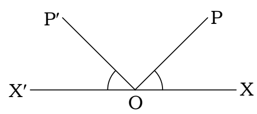
ক. উন্নতি কোণ কাকে বলে? ২

খ. AB এর উচ্চতা কত? ৪

গ. C বিন্দু থেকে কত মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হবে? ৪

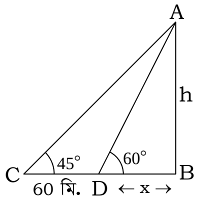
১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ভূতলের উপরের কোনো বিন্দুর ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়।



মনে করি, ভূ–রেখার সমান্তরাল রেখা XOX′ চিত্রে O, P, X বিন্দুগুলো একই উল্লম্ব তলে অবস্থিত এবং P বিন্দু XOX′ রেখার উপরের দিকে অবস্থিত। তাহলে O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POX$ অনুরূপভাবে P′ বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle P'OX'$।

খ.



মনে করি, AB এর উচ্চতা = h মিটার, চিত্র হতে শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 45°$, CD = 60 মিটার।

$\angle ADB = 60°$ এবং BD = x

$\therefore$ BC = BD + CD

= (x + 60) মিটার

ΔABD থেকে পাই,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ [$\because \tan 60° = \sqrt{3}$]

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, ΔABC থেকে পাই,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x + 60}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 60}$ [$\because \tan 45° = 1$]

বা, h = x + 60

বা, $h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 60$ [(i) নং সমীকরণ হতে]

বা, $h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 60$

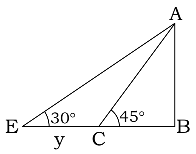
বা, $\frac{\sqrt{3}h - h}{\sqrt{3}} = 60$

বা, $h\left(\sqrt{3} - 1\right) = 60\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{60 \times 1{\cdot}732}{(1{\cdot}732 - 1)} = \frac{103{\cdot}92}{0{\cdot}732} = 141{\cdot}967$

$\therefore$ উচ্চতা 141·967 মি.।

গ. BC কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি। A, E যোগ করি। ধরি, $\angle AEC = 30°$ এবং EC = y মিটার। BE = BC + EC.



যা 'খ' হতে প্রাপ্ত h = BC = 141·967 মি.

এখন ΔAEB থেকে পাই,

$\tan \angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{AB}{BC + EC}$

বা, $\tan 30° = \frac{141{\cdot}967}{141{\cdot}967 + y}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{141{\cdot}967}{141{\cdot}967 + y}$ $\left[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $141{\cdot}967 + y = 141{\cdot}967 \times \sqrt{3}$

বা, y = 245·894 – 141·967

$\therefore$ y = 103·927

সুতরাং 103·927 মিটার পেছনে।

প্রশ্ন–১৩ ▸ একটি লম্বা গাছ মধ্যাহ্নে তার পাদদেশ থেকে 30 মিটার দূরে ছায়া সৃষ্টি করে 60° উন্নতি কোণ উৎপন্ন করে। এবং বিকালে ছায়া বেড়ে গিয়ে উন্নতি কোণ 45° হয়। গাছটি ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. গাছটির উচ্চতা কত? ২

খ. 45° কোণ সৃষ্টিকালে গাছটির ছায়া কতটুকু বৃদ্ধি পায়? এক্ষেত্রে ছায়ার দৈর্ঘ্য কত? ৪

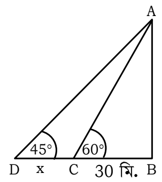
গ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, গাছটির উচ্চতা = AB

গাছের পাদদেশ B হতে BC = 30 মিটার

C বিন্দুতে শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি কোণ = 60°



এখন, ΔABC এ

$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{30}$

বা, $AB = 30 \times \sqrt{3}$

$\therefore$ AB = 51·96 মিটার

খ. গাছটির উচ্চতা AB = 51·96 মিটার

মনে করি, 45° কোণ সৃষ্টিকালে গাছটির ছায়া x মিটার বৃদ্ধি পায়।

তাহলে মোট ছায়া BD = BC + CD = (30 + x) মিটার

সুতরাং ΔABD এ,

$\tan 45° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$

বা, $1 = \frac{51{\cdot}96}{30 + x}$

বা, 30 + x = 51·96

বা, x = (51·96 – 30) মিটার

$\therefore$ x = 21·96 মিটার

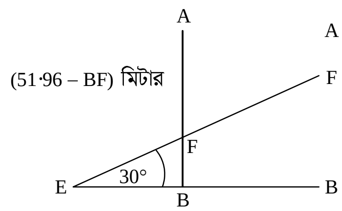
$\therefore$ চিত্র হতে, ছায়ার দৈর্ঘ্য = BD মিটার

= (BC + CD) মিটার

= (30 + 21·96) মিটার

= 51·96 মিটার

$\therefore$ গাছটির ছায়া 21·96 মিটার বৃদ্ধি পায় এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য 51·96 মিটার।



গ. 'ক' অংশ থেকে পাই গাছটির দৈর্ঘ্য AB = 51·96 মিটার

গাছটি ঝড়ে F বিন্দুতে ভেঙে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ E বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে।

সুতরাং গাছটি BF উচ্চতায় ভেঙেছিল।

এখানে, EF = AF = AB – BF = (51·96 – BF) মিটার।

এখন, ΔBEFএ,

$\sin 30^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BF}{EF}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BF}{51{\cdot}96 - BF}$ [যেহেতু $EF = 51.96 - BF$]

বা, $2BF = 51{\cdot}96 - BF$

বা, $2BF + BF = 51{\cdot}96$

বা, $3BF = 51{\cdot}96$

$\therefore BF = \frac{51{\cdot}96}{3} = 17{\cdot}32$ মিটার

$\therefore$ গাছটি 17·32 মিটার উচুঁতে ভেঙেছিল।

প্রশ্ন–১৪ ▸ একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষে উন্নতি কোণ 30° এবং মিটারটির উচ্চতা 26 মিটার।

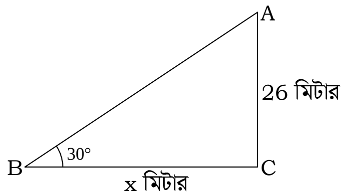
ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২

খ. মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. মিনারটির শীর্ষ হতে ঐ স্থান পর্যন্ত দূরত্ব কত? ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, AC মিনারের পাদদেশ C থেকে স্থানটির দূরত্ব BC = x মিটার,

মিনারের উচ্চতা AC = 26 মিটার এবং B বিন্দুতে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি $\angle ABC = 30^\circ$।

খ. ΔABC থেকে পাই, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{26}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$ [$\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

বা, $x = 26 \times \sqrt{3}$ $\therefore x = 45{\cdot}033$ (প্রায়)

$\therefore$ মিনারের পাদদেশ থেকে স্থানটির দূরত্ব 45·033 মিটার (প্রায়)।

গ. 'খ' থেকে পাই, মিনারের পাদদেশ থেকে ঐ স্থানের দূরত্ব, BC = 45.033 মি. (প্রায়) বা $26\sqrt{3}$ মি. ও মিনারের শীর্ষ হতে ঐ স্থান পর্যন্ত দূরত্ব = AB মিটার।

তাহলে, ΔABC হতে পাই, $\cos \angle ABC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\cos 30^\circ = \frac{26\sqrt{3}}{AB}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{26\sqrt{3}}{AB}$ [$\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$]

বা, $AB = \frac{26\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$ $\therefore AB = 52$

$\therefore$ মিনারটির শীর্ষ হতে ঐ স্থান পর্যন্ত দূরত্ব 52 মিটার।

প্রশ্ন–১৫ ▸ 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে।

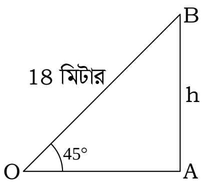
ক. চিত্রসহ উপরের তথ্যের সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. দেওয়ালটির উচ্চতা কত? ৪

গ. মইটি দেওয়াল থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করে? ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, ছাদের স্পর্শবিন্দু B এবং দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার।

সুতরাং মইয়ের দৈর্ঘ্য, OB = 18 মিটার এবং $\angle AOB = 45^\circ$।

খ. ΔAOB থেকে পাই, $\sin \angle AOB = \frac{AB}{OB}$

বা, $\sin 45^\circ = \frac{AB}{OB}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$ [$\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$]

$\therefore h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 12{\cdot}728$

$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা 12·728 মিটার (প্রায়)

গ. 'খ' থেকে পাই, দেওয়ালটির উচ্চতা, AB = 12·728 মি. (প্রায়)

$= 9\sqrt{2}$ মি.

দেওয়ালটি থেকে মইটির ভূমির স্পর্শ বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব = AO মিটার।

তাহলে, ΔABO হতে পাই, $\tan \angle AOB = \frac{AB}{AO}$

বা, $\tan 45^\circ = \frac{9\sqrt{2}}{AO}$ বা, $1 = \frac{9\sqrt{2}}{AO}$ [$\because \tan 45^\circ = 1$]

$\therefore AO = 9\sqrt{2} = 12{\cdot}728$

$\therefore$ মইটি দেওয়াল থেকে 12·728 মি. (প্রায়) দূরত্বে ভূমি স্পর্শ করে।

প্রশ্ন–১৬ ▸ ক্রিকেট মাঠে নাসির, মাশরাফি ও রুবেল এমন অবস্থান থেকে ফিল্ডিং করছে যেখানে নাসির মাশরাফি থেকে সোজা 96 মি. উত্তরে এবং রুবেল মাশরাফি থেকে সোজা 40 মি. পূর্বে। মাঠে নাসির, মাশরাফি এবং রুবেল এর অবস্থানকে যথাক্রমে N, M, R দ্বারা প্রকাশ করা হলো।

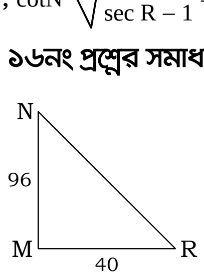
ক. আনুপাতিক চিত্র এঁকে নাসির ও রুবেলের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos R(\tan N + \sec R)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\cot N \sqrt{\frac{\sec R + 1}{\sec R - 1}} = \frac{18}{5}$ ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



চিত্রে নাসিরের অবস্থান N, মাশরাফির অবস্থান M, এবং রুবেলের অবস্থান R

MN = 96 মিটার

এবং MR = 40 মিটার

$NR^2 = MN^2 + MR^2$

$= 96^2 + 40^2 = 10816$

$\therefore NR = 104$

নাসির ও রুবেলের সরাসরি দূরত্ব 104 মিটার।

খ. 'ক' এর চিত্র হতে,

$\tan N = \frac{MR}{MN} = \frac{40}{96} = \frac{5}{12}$

$\cos R = \frac{MR}{RN} = \frac{40}{104} = \frac{5}{13}$

$\sec R = \frac{RN}{MR} = \frac{104}{40} = \frac{13}{5}$

$\therefore \cos R (\tan N + \sec R) = \frac{5}{13}\left(\frac{5}{12} + \frac{13}{5}\right) = \frac{5}{13}\left(\frac{25 + 156}{60}\right)$

$= \frac{5}{13} \times \frac{181}{60} = \frac{181}{156}$ **(Ans.)**

গ. ‘ক’–এর চিত্র হতে প্রাপ্ত,

$\sec R = \frac{13}{5}$

$\cot N = \frac{MN}{MR} = \frac{96}{40} = \frac{12}{5}$

বামপক্ষ $= \cot N \sqrt{\frac{\sec R + 1}{\sec R - 1}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{\frac{13}{5} + 1}{\frac{13}{5} - 1}}$

$= \frac{12}{5} \times \sqrt{\frac{\frac{13 + 5}{5}}{\frac{13 - 5}{5}}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{18}{5} \times \frac{5}{8}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{9}{4}}$

$= \frac{12}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{18}{5}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \cot N \sqrt{\frac{\sec R + 1}{\sec R - 1}} = \frac{18}{5}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–১৭ ▸ একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 15 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45°।

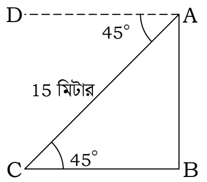
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন করে অবনতি কোণ চিহ্নিত কর। ২

খ. মিনারটির উচ্চতা কত? ৪

গ. অবনতি কোণ 60° হলে, মিনারটির উচ্চতা কত হবে? ৪

▸◂ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, মিনারের শীর্ষবিন্দু A। A থেকে 15 মিটার দূরে ভূতলস্থ বিন্দু C। C বিন্দুতে অবনতি কোণ 45° এবং AC = 15 মিটার।

$\therefore \angle CAD = \angle ACB = 45°$

খ. ধরি, AB মিনারের উচ্চতা = h

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 45° = \frac{h}{15}$

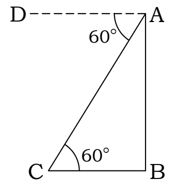
বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{15}$

বা, $h = \frac{15}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ $h = 10{\cdot}607$

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা 10·607 মিটার।

গ. এখানে, অবনতি কোণ, 60°



$\therefore \angle CAD = \angle ACB = 60°$

এবং AC = 15 [‘ক’ হতে]

ধরি, মিনারের উচ্চতা, AB = h

বা, $\sin 60° = \frac{h}{15}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{15}$

বা, $2h = 15\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{15\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $h = 12{\cdot}99$

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা 12·99 মিটার হবে।

প্রশ্ন–১৮ ▸ সাহেদ মামার বাড়ি যাওয়ার পথে লক্ষ করল রাস্তার ধারে খাড়াভাবে পোতা একটি বৈদ্যুতিক খুঁটির শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু হতে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°।

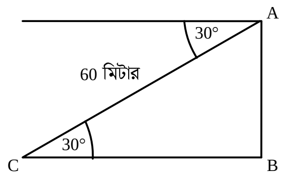
ক. উদ্দীপকের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. মামার বাড়ি হতে ফেরার পথে সাহেদ আবার লক্ষ করল খুঁটিটি ঝড়ে ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ রাস্তার কোনো স্থানে 30° কোণ করে স্পর্শ করেছে। স্পর্শবিন্দু থেকে খুঁটির দূরত্ব কত তা নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, খুঁটির উচ্চতা, AB = h মিটার। খুটিটির শীর্ষবিন্দু A হতে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ 30°।



$\therefore$ AC = 60 মিটার

$\angle ACB = 30°$

খ. ΔABC থেকে, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{60}$ [‘ক’ থেকে]

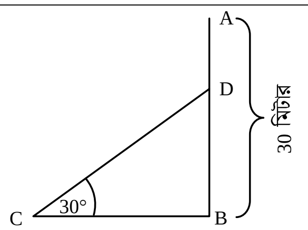
বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{60}$

$\therefore$ h = 30 মিটার

$\therefore$ খুঁটির উচ্চতা 30 মিটার।

গ. মনে করি, AB খুঁটিটি ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ রাস্তার কোনো স্থানে C বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে। স্পর্শবিন্দু C থেকে খুটির দূরত্ব BC।

‘খ’ থেকে প্রাপ্ত, AB = 30 মিটার



ধরি, BD = x মিটার

$\therefore$ AD = CD = 30 – x মিটার

$\therefore \angle BCD = 30°$

$\therefore$ ΔBCD থেকে, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{x}{30 - x}$

বা, 2x = 30 – x

বা, 3x = 30

$\therefore$ x = 10 মিটার

BD = 10 মিটার

AD = CD = (30 – 10) মিটার = 20 মিটার

ΔBCD–এ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$BC^2 + BD^2 = CD^2$

বা, $BD^2 = CD^2 - BD^2$

$\therefore BD = \sqrt{CD^2 - BD^2}$

$= \sqrt{20^2 - 10^2}$

$= \sqrt{300}$

= 17·321 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ স্পর্শবিন্দু থেকে খুঁটির দূরত্ব 17·321 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন–১৯ ▸ ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানোর ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 42 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ 45° হয়।

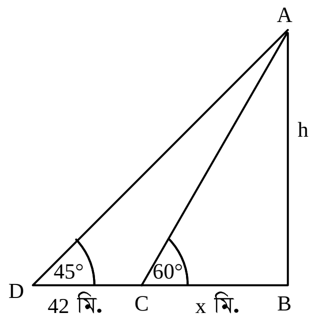
ক. সম্পূর্ণ তথ্যগুলো একটি চিত্রের সাহায্যে দেখাও। ২

খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যে বিন্দুতে উন্নতি কোণ 45° দালান থেকে সে বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



খ. অনুশীলনী–১০ এর ৫ নং উদাহরণ দেখ।

গ. ΔABC থেকে, $\tan 60° \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $x = \frac{99.373}{\sqrt{3}}$ ['খ' থেকে প্রাপ্ত h = 99·373 মি.]

$\therefore$ x = 57·373 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ BD = x + 42 = 57·373 + 42 = 99·373 মিটার (প্রায়)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২০ ▸ একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 105 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি 60°। লোকটি ভেলায় করে গাছটিকে লক্ষ করে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু স্রোতের কারণে গাছ থেকে ৪০ মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

ক. অবনতি কোণ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর। ৪

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. 60·62 মিটার (প্রায়); **গ.** 72·63 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন–২১ ▸ দুইজন লোক একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে দাঁড়িয়ে একটি টাওয়ারকে লক্ষ করল। লোকদ্বয় পরস্পর এর বিপরীত দিকে নির্দিষ্ট অবস্থান হতে 30 মিটার সরে যেয়ে A ও B বিন্দুতে অবস্থান করে দেখল যে টাওয়ার শীর্ষ বিন্দুতে উন্নতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 60°।

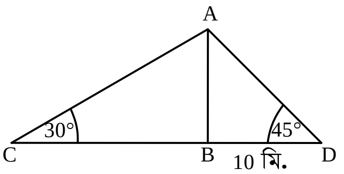
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উপরের তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. শীর্ষ বিন্দু হতে লোকদ্বয় কত দূরত্বে অবস্থান করেছিল? ৪

উত্তর : **খ.** 70·98 মিটার (প্রায়); **গ.** 100·38 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন–২২ ▸



উপরের চিত্রে, AB একটি দালান।

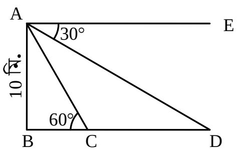
ক. চিত্রটির বর্ণনা দাও। ২

খ. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. AC বাহুর দৈর্ঘ্য কত? ৪

উত্তর : খ. 10 মি.; গ. 20 মি.।

প্রশ্ন–২৩ ▸



ক. উপরের চিত্র হতে, ∠ADC এর মান নির্ণয় কর এবং BD এর মান বের কর। ২

খ. AD এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

ΔABC–এ $\tan A + \text{cost } C = \frac{2}{\sqrt{3}}$ এবং $AC = \frac{20}{\sqrt{3}}$. ৪

উত্তর : ক. 30°; 17·321 মিটার; খ. 20 মি.

প্রশ্ন–২৪ ▸ দাউদ পাবলিক স্কুলের দশম শ্রেণির ছাত্র তারিক স্কুল বিল্ডিংয়ের সামনে দাঁড়িয়েছিল। ঐ অবস্থা থেকে বিল্ডিংয়ের ছাদের A বিন্দুর উন্নতি কোণ 30°। সে বিল্ডিংয়ের দিকে 50 মিটার এগিয়ে গিয়ে দেখল বিন্দুর উন্নতি কোণ 45°।

ক. তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. স্কুলের ছাদের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. তারিখ আর একটু সামনে গিয়ে দেখতে পেল অবস্থান থেকে উন্নতি কোণ 60°। সে আগে অবস্থান থেকে কতদূর এগিয়েছিল তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. 68·30 মিটার; গ. 24·86 মিটার।

প্রশ্ন–২৫ ▸ একটি 48 মিটার গাছ ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করল।

ক. উপরের তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র এঁকে বিবরণ দাও। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙে গিয়েছিল তা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি গাছটির ভাঙা অংশের সঙ্গে 30° কোন উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে x মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে তাহলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : খ. 16 মিটার; গ. 12·86 মিটার।

প্রশ্ন–২৬ ▸ একটি মিনারের শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 15 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45°।

ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি এঁকে বিবরণ দাও। ২

খ. মিনারটির উচ্চতা কত? ৪

গ. অবনতি কোণ 60° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? ৪

উত্তর : খ. 10·607 মিটার; গ. 13 মিটার।

প্রশ্ন–২৭ ▸ 24 মিটার লম্বা একটি মই মাটির সঙ্গে 60° কোণ করে মিনারের শীর্ষবিন্দু স্পর্শ করেছে।

ক. উপরোক্ত তথ্যটির চিত্রসহ বর্ণনা কর। ২

খ. মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মইয়ের দৈর্ঘ্য 4 মিটার কম হয় তবে মইটি মিনারটির শীর্ষ থেকে কত মিটার নিচে স্পর্শ করবে? ৪

উত্তর : খ. 20·78 মিটার; গ. 4·78 মিটার।

প্রশ্ন–২৮ ▸ 12 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$.

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত? ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে ছায়ার দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$। মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

উত্তর : খ. θ = 60°; গ. 30°

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২৯ ▸ একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

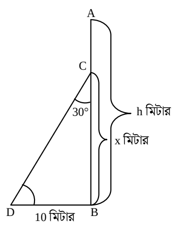
ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. খুঁটিটি কত উচ্চতায় ভেঙেছিল এবং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত তথ্য থেকে প্রাপ্ত কোণকে C বিবেচনা করে প্রমাণ কর যে, $\sin 2C = \frac{2\tan C}{1 + \tan^2 C}$ এবং $3\cot^2 2C + \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2 C + 5\sin^2 C - 4\cos^2 C$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার এবং BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে ∠BCD = 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটিটির গোড়া থেকে BD = 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



খ. এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার

ΔBCD হতে পাই, $\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{10}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x}$

$\therefore x = 10\sqrt{3} = 17.32$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটিটি 17.32 মিটার (প্রায়) উচ্চতায় ভেঙেছিল। **(Ans.)**

আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{10}{h - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{10}{h - x}$

বা, $h - x = 20$ [আড়গুণন করে]

বা, $h = 20 + x$

বা, $h = 20 + 10\sqrt{3}$ [x এর মান বসিয়ে]

$\therefore h = 37.32$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 37.72 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ. প্রদত্ত তথ্য হতে পাই, $C = 30°$

বামপক্ষ $= \sin 2C$

$= \sin(2 + 30°)$ [C এর মান বসিয়ে]

$= \sin 60°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan C}{1 + \tan^2 C} = \frac{2\tan 30°}{1 + \tan^2 30°}$ [C এর মান বসিয়ে]

$= \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \left[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin 2C = \frac{2\tan C}{1 + \tan^2 C}$ **(প্রমাণিত)**

এখন, $3\cot^2 2C + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 C + 5\sin^2 C - 4\cos^2 C$

$= 3\cot^2(2 \times 30°) + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 30° + 5\sin^2 30° - 4\cos^2 30°$

$[\because C = 30°]$

$= 3\cot^2 60° + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 30° + 5\sin^2 30° - 4\cos^2 30°$

$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4}(2)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 3.\frac{1}{3} + \frac{1}{4}.4 + 5.\frac{1}{4} + 4.\frac{3}{4}$

$= 2 + \frac{5}{4} - 3 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩০ ▸ একজন বিদ্যুৎকর্মী বিদ্যুতের তার সংযোগ দেয়ার জন্য 10 মিটার উচ্চতার খুঁটিতে 11.54 মিটার মই ব্যবহার করে যা খুঁটির সাথে α কোণ ও ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। তাতে করে বিপদজনক অবস্থার সৃষ্টি হয় পরে সে পূর্বের চেয়ে লম্বা মই ব্যবহার করায় পূর্বের অবস্থান থেকে পিছিয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ তৈরি হয়।

?

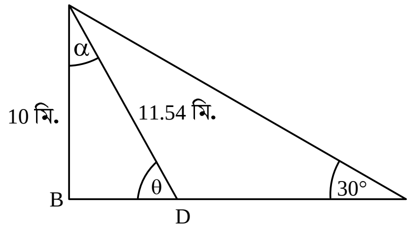
ক. θ কোণের মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ ৪

গ. মইটি ভূমিতে প্রথম অবস্থান থেকে কত দূর সরাতে হয়েছে? ৪

▸◂ ৩০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



আমরা জানি, $\sin\theta = \frac{AB}{AD}$

বা, $\sin\theta = \frac{10}{11.54}$

বা, $\sin\theta = 0.867$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে পাই, $\angle BAD = 90° - 60° = 30°$

$[\therefore \angle BAD + \angle ADB = 90°]$

প্রদত্ত রাশি, $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

বা, $\cos(3 \times 30°) = 4\cos^3 30° - 3\cos 30°$

বামপক্ষ $= \cos(3 \times 30°) = \cos 90° = 0$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3 30° - \cos 330°$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4.3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

$\therefore \cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ **(প্রমাণিত)**

গ. আমরা জানি, ΔABD এ $\tan\theta = \frac{AB}{BD}$

বা, $BD = \frac{AB}{\tan\theta}$

বা, $BD = \frac{10}{\tan 60°}$

বা, $BD = \frac{10}{\sqrt{3}}$

$\therefore BD = 5.77$ মিটার

আবার, ΔABC এ $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

বা, $BC = \frac{AB}{\tan\theta}$

বা, $BC = \frac{AB}{\tan 30°}$

বা, $BC = \frac{10}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 10 \times \sqrt{3}$

$\therefore BC = 17.32$ মিটার

$\therefore$ মইটি $(17.22 - 5.77)$ মিটার $= 11.55$ মিটার সরাতে হয়েছিল। **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩১ ▸ রমিজ সাহেবের বাগানের একটি মেহগনি গাছ AB ঝড়ে D বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন হয়ে গোড়া থেকে $5\sqrt{3}$ মিটার দূরে C

বিন্দুতে ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। [θ = 30°]

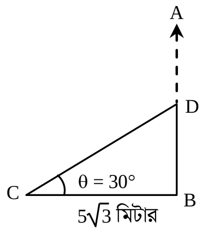
ক. তথ্যানুসারে আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ ৪

গ. রমিজ সাহেব দণ্ডায়মান অংশ দ্বারা ঘরে খুঁটি এবং ভাঙা অংশ দ্বারা তক্তা করতে চাইলেন। খুঁটি ও তক্তার দৈর্ঘ্য কত হবে তা নির্ণয় কর। ৪

৩১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, AB একটি মেহগনি গাছ যার শীর্ষবিন্দু A ও পাদবিন্দু B. গাছটি ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া হতে $5\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে θ = 30° কোণ উৎপন্ন করে।



খ. 'ক' হতে পাই, চিত্রে, ΔBCD এর ∠BCD = θ

$\frac{BD}{BC} = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \tan\theta$ এবং $\frac{CD}{BC} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \sec\theta$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2$

$= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2 \left[\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \text{ এবং } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}\right]$

$= \left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$

$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = \frac{(1 - \sin\theta)^2}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}$

$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'ক' হতে পাই, চিত্রে, ΔBCD–এর ∠BCD = θ = 30°

দণ্ডায়মান অংশ = BD এবং ভাঙা অংশ = AD = CD

ΔBCD হতে পাই, $\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan30° = \frac{BD}{5\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{5\sqrt{3}}$

বা, $BD = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore BD = 5$

∴ খুঁটির দৈর্ঘ্য 5 মিটার **(Ans.)**

আবার, ΔBCD হতে পাই, $\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos30° = \frac{5\sqrt{3}}{CD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{CD}$

বা, $CD = \frac{5\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore CD = 10$

∴ তক্তার দৈর্ঘ্য 10 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন–৩২ ▸ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 60° কোণ এবং ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে θ কোণ তৈরি করে গোড়া থেকে 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে প্রমাণ কর যে, $\cos2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$. ৪

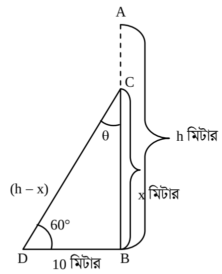
৩২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, AB একটি গাছ C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে ভূমির সাথে D বিন্দুতে ∠CDB = 60° উৎপন্ন করে।

∴ BD = 10 মিটার

মনে করি, দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য

BC = x মিটার



$\therefore \tan 60° = \frac{BC}{BD} = \frac{x}{10}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{x}{10}$

বা, $x = 10\sqrt{3}$ মিটার

$\therefore x = 17{\cdot}32$ মিটার (প্রায়)

খ. মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার

সমকোণী ΔBCD হতে পাই,

$\therefore \sin 60° = \frac{BC}{CD} = \frac{x}{h - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h - x}$

বা, $\sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 2x$

বা, $\sqrt{3}h = (\sqrt{3} + 2)x$

বা, $\sqrt{3}h = 10\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)$ ['ক' হতে]

বা, $h = 10(\sqrt{3} + 2)$

$\therefore h = 37{\cdot}32$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ. উদ্দীপক অনুসারে, ∠BDC = 60°

$\therefore \theta = 90° - 60° = 30°$

বামপক্ষ $= \cos2\theta = \cos(2 \times 30°)$ [∴ θ = 30°]

$= \cos 60° = \frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{1 - (\tan30°)^2}{1 + (\tan30°)^2}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$

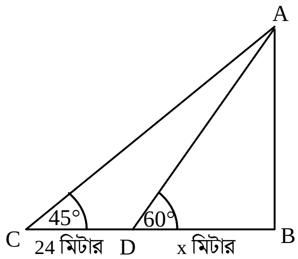
$\therefore \cos2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৩৩ ▸ AB একটি টাওয়ার। টাওয়ারটির ছায়া BD। D বিন্দুতে A এর সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। ছায়ার দৈর্ঘ্য 24 মিটার বেশি হলে, C বিন্দুতে উন্নতি কোণ 45° হয়।

ক. চিত্রটি এঁকে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা লেখ। ২
খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. যদি $2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$, যেখানে A ও B সূক্ষ্মকোণ। A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, AB একটি টাওয়ার। D ও C বিন্দুতে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60°$ ও $\angle ACB = 45°$, CD = 24 মিটার।



খ. মনে করি,
টাওয়ারের উচ্চতা, AB = h মিটার।
এবং BD = x মিটার।
$\therefore BC = BD + DC = (x + 24)$ মিটার।

ΔABD–এ $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$

ΔABC–এ, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x+24}$

বা, $1 = \frac{h}{x+24}$

বা, $h = x + 24$

বা, $h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 24$ $[\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}]$

বা, $h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 24$

বা, $h\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 24$

বা, $h\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right) = 24$

বা, $h = \frac{24\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

$\therefore h = 56{\cdot}585$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ. অনুশীলনী ৯.২ এর ১৬নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–৩৪ ▸ $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$; যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. ত্রিকোণমিতি কী? ২
খ. θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের উন্নতি কোণ θ হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৩৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. গণিতের যে শাখায় ত্রিভুজ সংক্রান্ত বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে বিশেষ আলোচনা করা হয়, তাকে ত্রিকোণমিতি বলা হয়। তবে সাম্প্রতিককালে ত্রিকোণমিতি শুধু ত্রিভুজের বিভিন্ন পরিমাপের মধ্যে সীমাবদ্ধ নয়।

খ. এখানে, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$

বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$ $[\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$

বা, $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5\cos\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা, $(\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = -3$

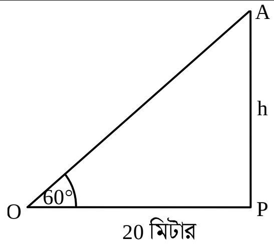
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ কিন্তু এটা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ।]

বা, $\cos\theta = \cos 60°$ $[\because \cos 60° = \frac{1}{2}]$

$\therefore \theta = 60°$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 60°$

গ. 'ক' থেকে পাই, $\theta = 60°$



মনে করি, গাছের উন্নতি কোণ $\angle POA = \theta = 60°$ গাছের পাদদেশ থেকে ভূতলের O বিন্দুর দূরত্ব PO = 20 মিটার এবং গাছের উচ্চতা AP = h মিটার

এখন, POA সমকোণী ত্রিভুজ থেকে,

$\tan \angle POA = \frac{AP}{OP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{20}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

বা, $h = 20\sqrt{3}$

$\therefore h = 34{\cdot}64$

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 34·64 মিটার (প্রায়)।