নবম অধ্যায়
পিথাগোরাসের উপপাদ্য

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা–
- পিথাগোরাসের উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি সমকোণী কি না যাচাই করতে পারবে।
- পিথাগোরাসের সূত্র ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিকল্প উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ==টি সৃজনশীল প্রশ্ন ==টি

রি–কল অর্থাৎ স্মরণ করা। শিক্ষার্থী শ্রেণিকক্ষে টেক্সট বইয়ের এই অধ্যায়ের ওপর আলোচনায় গুরুত্বপূর্ণ যেসকল সূত্র, সারণি, চিত্র, সংজ্ঞা শিখেছে, তা পাওয়া যাবে রি–কল অংশে। যা প্রতিনিয়ত অনুশীলনের মাধ্যমে এই অধ্যায়ের মূলে প্রবেশ করে শিক্ষার্থী প্রতিটি সমস্যাকে সমাধানের উৎসাহ খুঁজে পাবে।

Aa¨v‡qi MyiæZ¡c~Y© kãmg~n

এই অধ্যায়ে ব্যবহৃত নতুন ও গুরুত্বপূর্ণ শব্দসমূহ, যেগুলোর সাথে পরিচিত হলে অধ্যায় সম্পর্কে জানতে ও বুঝতে সহজ হবে।

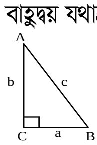
- সমকোণী ত্রিভুজ
- ট্রাপিজিয়াম
- স্থূলকোণী ত্রিভুজ
- বহুভুজ
- চতুর্ভুজ
- বর্গক্ষেত্র
- সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
- সর্বসম

GK bR‡i Aa¨v‡qi welqmg~n

এই অধ্যায়ের ওপর যে পয়েন্টগুলো দেওয়া হয়েছে সেগুলো অনুধাবন করে শিক্ষার্থীরা বিশেষভাবে জ্ঞান অর্জন করবে।

খ্রিস্টপূর্ব ষষ্ঠ শতাব্দীর গ্রিক দার্শনিক পিথাগোরাস সমকোণী ত্রিভুজের একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য নিরূপণ করেন। সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্য পিথাগোরাসের বৈশিষ্ট্য বলে পরিচিত। বলা হয় পিথাগোরাসের জন্মের আগে মিসরীয় ও ব্যবিলনীয় যুগেও সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্যের ব্যবহার ছিল। সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো বিশেষ নামে পরিচিত। সমকোণের বিপরীত বাহু অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ভূমি ও উন্নতি।

সমকোণী ত্রিভুজ :



চিত্রে, ABC সমকোণী ত্রিভুজ। এর $\angle ACB$ কোণটি সমকোণ।

সুতরাং AB = c = ত্রিভুজটির অতিভুজ, BC = a = ভূমি এবং AC = b = লম্ব।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে $c^2 = a^2 + b^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য : একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ অতিভুজ^২ = লম্ব^২ + ভূমি^{২}

পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য : যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়। তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

m~Îvewj

এই অধ্যায়ে ব্যবহৃত সূত্রাবলি, যাদের সাথে পরিচিত হলে অধ্যায় সম্পর্কে জানতে ও বুঝতে সহজ হবে।

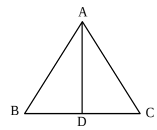
- পিথাগোরাসের উপপাদ্য : (অতিভুজ)^২ = (ভূমি)^২ + (লম্ব)^২।
- ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল) × (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব)।
- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (যেকোনো এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^২।
- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ।
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ভূমি × উচ্চতা।

এই অংশটি সাজানো হয়েছে পাঠ্য পুস্তকের আলোচ্য বিষয়বস্তুকে ৩৬০ ডিগ্রি টেস্ট অ্যানালাইসিস করার মাধ্যমে। অর্থাৎ এই অধ্যায় থেকে স্কুল পরীক্ষা, মডেল পরীক্ষাসহ সকলক্ষেত্রে আসা প্রশ্নকে টেস্ট অ্যানালাইসিস প্রক্রিয়ায় নিয়ে বিষয়ক্রম অনুসারে উপস্থাপন করা হয়েছে। যার উপকরণগুলো হলো *বোর্ড বইয়ের অনুশীলনীর সকল প্রশ্নের উত্তর, *সকল বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর বিশ্লেষণ, *মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃকবোর্ড বই ও সেরা স্কুলসমূহের প্রশ্ন বিশ্লেষণে প্রণীত অতিরিক্ত প্রশ্নোত্তর, *বোর্ড বইয়ের অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান, *অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন, *অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য প্রশ্নব্যাংক (উত্তর সংকেতসহ), *বোর্ড বইয়ের অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান।

†evW© eB‡qi Abykxjbxi cÖkœ I mgvavb

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC-এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : ΔABC–এ $AB = BC = CA$ এবং $AD \perp BC$

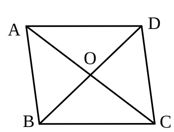
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $AD \perp BC$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle ADB = \angle ADC$	[প্রত্যেকে সমকোণ]
২. ΔADB এবং ΔADC এর মধ্যে	
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC	[দেওয়া আছে]
এবং $AD = AD$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$	[অতিভুজ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore BD = CD$	
$\therefore BC = BD + DC$	
$= BD + BD = 2BD$	
৩. ΔABD এ $\angle ADB$ = এক সমকোণ	
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $4AB^2 = 4(AD^2 + BD^2)$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + 4BD^2$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + (2BD)^2$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + BC^2$	[(২) হতে]
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + AB^2$	[$\because AB = BC = CA$]
বা, $4AB^2 - AB^2 = 4AD^2$	
বা, $3AB^2 = 4AD^2$	
বা, $AB^2 + AB^2 + AB^2 = 4AD^2$	
$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$ **(প্রমাণিত)**	[$\because AB = BC = CA$]

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে। ফলে $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD$ = 1 সমকোণ।

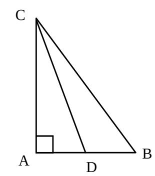
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD লম্বভাবে ছেদ করে। ফলে ABCD একটি রম্বস	[রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে
$\therefore AO = CO$ এবং $BO = DO$	সমদ্বিখণ্ডিত করে]
২. AOB সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ	
$\therefore AB^2 = AO^2 + BO^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. COD সমকোণী ত্রিভুজে CD অতিভুজ	
$\therefore CD^2 = CO^2 + DO^2$	
৪. $AB^2 + CD^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$	[(১) ও (২) হতে]
$= AO^2 + BO^2 + AO^2 + BO^2$	[$\because AO = CO, BO = DO$]
$= 2\,AO^2 + 2\,BO^2$	
$= 2 \times \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$	[(১) হতে]
$= 2 \times \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BD^2$	
$= \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$	
৫. অনুরূপভাবে, ΔBOC–এ $BC^2 = BO^2 + CO^2$	
ΔAOD-এ	
$AD^2 = AO^2 + DO^2$	
$\therefore BC^2 + AD^2 = BO^2 + CO^2 + AO^2 + DO^2$	
$= BO^2 + AO^2 + AO^2 + BO^2$	[$\because AO = CO$, $BO = DO$]
$= 2BO^2 + 2AO^2$	
$= 2 \times \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}AC\right)^2$	
$= 2 \times \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BD^2 = \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$	
$\therefore AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$ **(প্রমাণিত)**	[ধাপ ৪]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ এবং CD একটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ সমকোণ এবং CD, ΔABC এর একটি মধ্যমা।

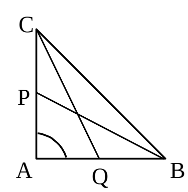
প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔADC এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore CD^2 = AD^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. ΔABC এ $\angle A$ সমকোণ	
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= (AD + BD)^2 + AC^2$	
$= AD^2 + 2AD.BD + BD^2 + AC^2$	
$= AD^2 + AC^2 + 2AD.BD + BD^2$	
$= CD^2 + 2AD.BD + BD^2$	[(১) হতে]
$= CD^2 + 2.AD.AD + AD^2$	[$\because$ CD মধ্যমা, $\therefore AD = BD$]
$= CD^2 + 2AD^2 + AD^2$	
$\therefore BC^2 = CD^2 + 3AD^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ BP ও CQ দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $5\,BC^2 = 4\,(BP^2 + CQ^2)$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। BP ও CQ ত্রিভুজের মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $5\,BC^2 = 4\,(BP^2 + CQ^2)$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔABP এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore BP^2 = AB^2 + AP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. আবার, ΔACQ এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore CQ^2 = AC^2 + AQ^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. ΔABC এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore BC^2 = AC^2 + AB^2$	
৪. $BP^2 + CQ^2 = AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2$	[(১) ও (২) হতে]
বা, $4\,(BP^2 + CQ^2) = 4\,(AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2)$	
$= 4\,(AB^2 + AC^2) + 4\,AP^2 + 4\,AQ^2$	
$= 4\,BC^2 + (2AP)^2 + (2AQ)^2$	
$= 4\,BC^2 + AC^2 + AB^2$	[BP ও CQ মধ্যমা হওয়ায়]
$= 4\,BC^2 + BC^2$	

$= 5 BC^2$ [(৩) হতে]

$\therefore 5 BC^2 = 4 (BP^2 + CQ^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

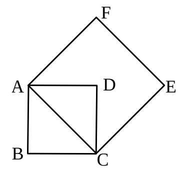
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র, এর কর্ণ AC।

AC কে বর্গের বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ACEF।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = 2AB^2$ ।

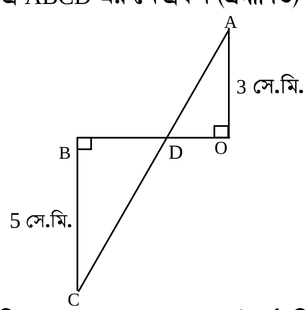
অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল = $2 \times$ বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ABCD বর্গক্ষেত্র হওয়ায় $AB = BC$	[বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি বাহু সমান]
২. ΔABC-এ $\angle ABC = 1$ সমকোণ $\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= AB^2 + AB^2 = 2AB^2$	[(১) হতে]
৩. বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল AB^2 এবং বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল AC^2	
৪. $AC^2 = 2AB^2$ অর্থাৎ, বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times$ বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল **(প্রমাণিত)**	[(২) হতে]

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥



চিত্রে OB = 4 সে.মি. হলে BD এবং AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, BD = x সে.মি.

$\therefore$ DO = (4 – x) সে.মি. [$\because$ OB = 4 সে.মি.]

দেওয়া আছে, BC = 5 সে.মি., AO = 3 সে.মি.

ΔAOD ও ΔBDC সদৃশ

সুতরাং $\frac{BC}{AO} = \frac{BD}{DO}$ [অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

বা, $\frac{5}{3} = \frac{x}{4 - x}$ বা, $3x = 20 - 5x$

বা, $3x + 5x = 20$ বা, $8x = 20$

$\therefore x = 2.5$

অর্থাৎ BD = 2.5 সে.মি.

$\therefore$ DO = (4 – 2.5) সে.মি. = 1.5 সে.মি.

এখন, ΔAOD এ

$AD^2 = AO^2 + DO^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= 3^2 + (1.5)^2$

$= 9 + 2.25 = 11.25$

$\therefore$ AD = 3.35 সে.মি. (প্রায়)

আবার, Δ CBD এ

$CD^2 = BC^2 + BD^2 = 5^2 + (2.5)^2 = 25 + 6.25 = 31.25$

$\therefore$ CD = 5.59 সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ AC = AD + CD = (3.35 + 5.59) সে.মি. (প্রায়)

= 8.94 সে.মি. (প্রায়)

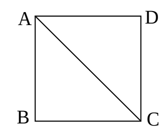
$\therefore$ BD = 2.5 সে.মি. এবং AC = 8.94 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র এর কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার একটি কর্ণ AC।

প্রমাণ করতে হবে যে, বর্গক্ষেত্র ABCD = $\frac{1}{2}$ (AC কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র)।



প্রমাণ :

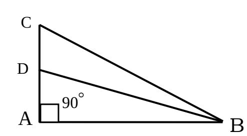
ধাপ	যথার্থতা
১. $\angle ABC = 90°$; তাহলে, সমকোণী ΔABC এ AC অতিভুজ।	[বর্গের প্রতিটি কোণ 90°]
২. পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ বা, $AC^2 = 2AB^2$ $\therefore AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$	[বর্গের প্রতিটি বাহু সমান অর্থাৎ BC = AB]
৩. আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (এক বাহুর দৈর্ঘ্য)² $\therefore$ বর্গক্ষেত্র ABCD $= AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$	[(২) থেকে]
$\therefore$ বর্গক্ষেত্র ABCD = $\frac{1}{2}$(AC কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র) **(প্রমাণিত)**	

প্রশ ॥ ৮ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.



অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔABC এ $\angle A$ = এক সমকোণ সুতরাং BC অতিভুজ $\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD. $\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$ অর্থাৎ $AB^2 = BD^2 - AD^2$	
৩. $BC^2 = BD^2 - AD^2 + AC^2$ $\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ **(প্রমাণিত)**	[(১) ও (২) হতে]

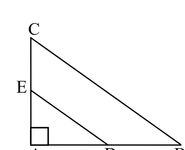
প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$.

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ = এক সমকোণ।

D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$.



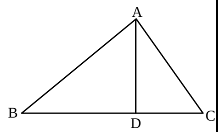
অঙ্কন : E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. AC এর মধ্যবিন্দু E. $\therefore AE = CE$	[দেওয়া আছে]
২. আবার, AB এর মধ্যবিন্দু D $\therefore AD = BD$	
৩. ADE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A =$ এক সমকোণ $\therefore DE^2 = AE^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $DE^2 = CE^2 + BD^2$	[(১) ও (২) হতে]
$\therefore DE^2 = CE^2 + BD^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC. প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC.

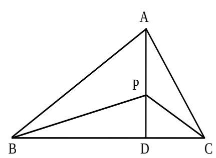
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $AD \perp BC$ $\therefore \Delta ABD$ ও ΔACD ত্রিভুজদ্বয় সমকোণী।	[দেওয়া আছে]
২. সমকোণী ΔABD হতে পাই, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ------- (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এবং সমকোণী ΔACD হতে পাই, $AC^2 = AD^2 + CD^2$-------- (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. $AB^2 - AC^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - CD^2$ $\therefore AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ **(প্রমাণিত)**	[(১) ও (২) থেকে]

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC. প্রমাণ কর যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC.

প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$

অঙ্কন : B, P ও C, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. যেহেতু AD, BC-এর উপর লম্ব $\therefore \angle ADB = \angle ADC =$ এক সমকোণ।	[দেওয়া আছে]
২. এখন, সমকোণী ΔPBD এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$....... (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এবং সমকোণী ΔPCD এ $PC^2 = CD^2 + PD^2$...... (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. $PB^2 - PC^2 = BD^2 + PD^2 - CD^2 - PD^2$ বা, $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$.........(iii)	[(১) ও (২) থেকে]
৪. আবার, সমকোণী ΔABD এ $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $BD^2 = AB^2 - AD^2$	[পক্ষান্তর করে]
এবং সমকোণী ΔACD এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $CD^2 = AC^2 - AD^2$	[পক্ষান্তর করে]
৫. এখন $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ $= AB^2 - AD^2 - AC^2 + AD^2$ $= AB^2 - AC^2$	[(৪) থেকে]

$\therefore PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে এর বৃহত্তম কোণটির মান কত?

ক) 80° খ) 90° গ) 100° ঘ) 120° **খ**

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$

বা, 2 = 2

$\therefore$ এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, বৃহত্তম কোণটির মান 90°।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 5° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?

ক) 40° খ) 42.5° গ) 47.5° ঘ) 50° **খ**

ব্যাখ্যা : ধরি, ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটি = x

$\therefore$ অপর সূক্ষ্মকোণটি = 90° – x

এখন, প্রশ্নমতে, (90° – x) – x = 5°

বা, 90° – 2x = 5° বা, 2x = 85° $\therefore$ x = 42.5°

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ x একক এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি y একক হলে ৩য় বাহুটির দৈর্ঘ্য কত একক?

ক) $x^2 + y^2$ খ) $\sqrt{x^2 + y^2}$ গ) $\sqrt{x^2 - y^2}$ ঘ) $x^2 - y^2$ **গ**

ব্যাখ্যা : ধরি, তৃতীয় বাহুটি = a

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী, $x^2 = y^2 + a^2$

বা, $a^2 = x^2 - y^2$ $\therefore a = \sqrt{x^2 - y^2}$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ পরিমাপটির কোন পরিমাপের জন্য একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?

ক) 4, 4, 5 খ) 5, 12, 13 গ) 8, 10, 12 ঘ) 2, 3, 4 **খ**

ব্যাখ্যা : $13^2 = 5^2 + 12^2$ বা, 169 = 25 + 144 বা, 169 = 169

$\therefore$ 5, 12, 13 পরিমাপটির জন্য সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

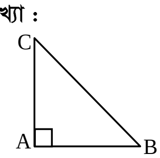
প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ ΔABC এ $\angle A =$ ১ সমকোণ হলে এর

i. অতিভুজ BC ii. ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB.AC$ iii. $BC^2 = AB^2 + AC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা :



i. সমকোণের বিপরীত বাহু অর্থাৎ BC বাহু অতিভুজ (সঠিক)

ii. $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AB \times AC$ (সঠিক)

iii. পিথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (সঠিক)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের–

i. বৃহত্তম বাহুটি অতিভুজ

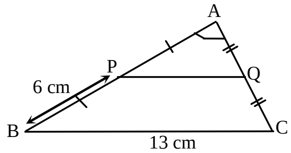
ii. ক্ষুদ্রতর বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর বর্গের সমান

iii. সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পরের পূরক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

নিচের চিত্রের আলোকে ১৮, ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $\angle A = 90°$

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ PQ এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক) 6 খ) 6.5 গ) 7 ঘ) 9.5 (খ)

ব্যাখ্যা : $PQ = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ সে.মি.।

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ ΔABC = কত বর্গ সে.মি.?

ক) 39 খ) 32.5 গ) 30 ঘ) 15 (গ)

ব্যাখ্যা : $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) cm^2$

$= 30\ cm^2$

$AB = AP + BP$
$= 6 + 6$
$= 12$ cm

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$
$= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ cm

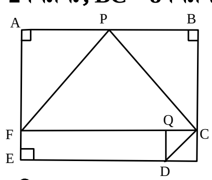
প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ ΔAPQ এর পরিসীমা কত সে.মি.?

ক) 15 খ) 12.5 গ) 10 ঘ) 7.5 (ক)

ব্যাখ্যা : $AQ = AC \div 2 = 5 \div 2 = 2.5$

$\therefore \Delta APQ$ এর পরিসীমা $= AP + AQ + PQ = 6 + 2.5 + 6.5 = 15$ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ ABCDE বহুভুজে AE ‖ BC, CF ⊥ AE এবং DQ ⊥ CF. ED = 10 মি.মি., EF = 2 মি.মি., BC = 8 মি.মি., AB = 12 মি.মি.



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের (১–৪) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

(১) ABCF চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.মি.?

ক. 64 খ. 96 গ. 100 ঘ. 144 (খ)

ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্র ABCF এর ক্ষেত্রফল

$= AB \times BC = (12 \times 8)$ বর্গ মি.মি. = 96 বর্গ মি.মি.

(২) নিচের কোনটি FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে?

ক. 32 বর্গ মি.মি. খ. 48 বর্গ মি.মি.

গ. 72 বর্গ মি.মি. ঘ. 60 বর্গ মি.মি. (খ)

ব্যাখ্যা : ΔFPC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times (FC \times BC)$

$= \frac{1}{2} (AB \times BC) = \frac{1}{2} (12 \times 8) = 48$ বর্গ মি.মি.

(৩) CD-এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটিতে প্রকাশ পায়?

ক. $2\sqrt{2}$ মি.মি. খ. 4 মি.মি. গ. $4\sqrt{2}$ মি.মি. ঘ. 8 মি.মি. (ক)

ব্যাখ্যা : CQD সমকোণী ত্রিভুজে,

$CD^2 = CQ^2 + DQ^2$
$= 2^2 + 2^2 = 4 + 4$
$= 8$

$\therefore CD = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$

DQ = EF = 2 মি.মি.
DE = 10 = QF
CQ = CF – QF
= AB – DE
= 12 – 10 = 2 মি.মি.

(৪) নিচের কোনটিতে ΔFPC ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর নির্দেশ করে?

ক. 46 বর্গ মি.মি. খ. 48 বর্গ মি.মি.

গ. 50 বর্গ মি.মি. ঘ. 52 বর্গ মি.মি. (ক)

ব্যাখ্যা : ΔFPC এর ক্ষেত্রফল = 48 বর্গ মি.মি. [(২) হতে]

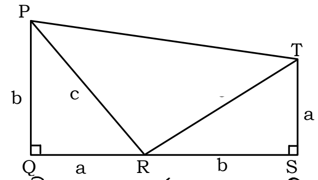
$\Delta DQC = \frac{1}{2} (CQ \times DQ) = \frac{1}{2} (2 \times 2)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{1}{2} \times 4\right)$ বর্গ একক = 2 বর্গ একক

$\therefore \Delta FPC$ ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর = (48 – 2) বর্গ একক

= 46 বর্গ একক।

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥



ক. PQST কী ধরনের চতুর্ভুজ? স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

খ. দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী।

গ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

সমাধান :

ক. PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

সপক্ষে যুক্তি : আমরা জানি, যে চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত বাহু সমান্তরাল এবং অপর বাহু দুইটি অসমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।

চিত্রে PQST চতুর্ভুজের PQ এবং ST সমান্তরাল অর্থাৎ PQ ‖ ST

কিন্তু PT এবং QS সমান্তরাল নয়।

সুতরাং PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

খ. দেখাতে হবে যে, ΔPRT সমকোণী।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. ΔPQR ও ΔTRS এ	
$QR = TS = a$	[দেওয়া আছে]
$PQ = SR = b$	[প্রত্যেকে সমকোণ]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PQR$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle TSR$	[ত্রিভুজের বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং $\Delta PQR \cong \Delta TRS$	
$\therefore PR = RT$ এবং $\angle QPR = \angle TRS$	
২. ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ	
$\therefore \angle QPR + \angle PRQ = 1$ সমকোণ	
৩. আবার, $\angle QPR + \angle PRQ$	
$= \angle TRS + \angle PRQ = 1$ সমকোণ	[(১) হতে]
৪. $\angle PRT = 180° - (TRS + PRQ)$	
$= 180° - 90° = 90°$	
$\therefore \angle PRT = 1$ সমকোণ।	[(৩) হতে]
$\therefore \Delta PRT$ সমকোণী। **(দেখানো হলো)**	

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

প্রমাণ :

'ক' হতে PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

এখন PQST ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \Delta$ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র TRS + Δ ক্ষেত্র PRT

বা, $\frac{1}{2} (PQ + TS) \times QS = \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} c^2$

বা, $\frac{1}{2} (b + a) \times (b + a) = \frac{1}{2} 2ab + \frac{1}{2} c^2$

বা, $\frac{1}{2} (a + b)^2 = \frac{1}{2} (2ab + c^2)$ বা, $(a + b)^2 = (2ab + c^2)$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ বা, $a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = c^2$

বা, $c^2 = b^2 + a^2$

$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

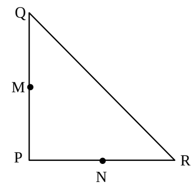
ক) ত্রিভুজটি আঁক।

খ) চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + PQ^2 = QR^2$।

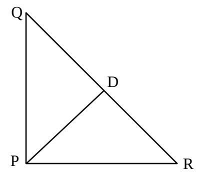
গ) প্রমাণ কর $5RQ^2 = 4(RN^2 + QM^2)$

সমাধান :

ক) চিত্রে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N.



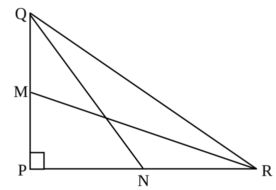
খ) দেওয়া আছে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 + PQ^2 = QR^2$।
অঙ্কন : $PD \perp QR$ আঁকি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR ও ΔPQD এ	
$\angle QPR = \angle PDQ$	[উভয়ই 90°]
এবং $\angle PQR = \angle DQP$	[$\angle Q$ সাধারণ]
$\therefore \Delta PQR$ ও ΔPQD সদৃশ।	
$\therefore \frac{QR}{PQ} = \frac{PQ}{QD}$	
$\therefore PQ^2 = QR.QD$ .... (i)	
(২) অনুরূপভাবে ΔPQR ও ΔPDR সদৃশ।	[উভয় ত্রিভুজ সমকোণী এবং $\angle R$ সাধারণ]
$\therefore \frac{QR}{PR} = \frac{PR}{DR}$	
$\therefore PR^2 = QR.DR$ .... (ii)	
(৩) $PR^2 + PQ^2 = QR.QD + QR.DR$ $= QR(QD + DR)$ $= QR.QR$ $= QR^2$ **(প্রমাণিত)**	[(১) ও (২) হতে]

গ) দেওয়া আছে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। R, M ও Q,N যোগ করা হলো।
প্রমাণ করতে হবে যে,
$5RQ^2 = 4(RM^2 + QN^2)$



ধাপ **যথার্থতা**

প্রমাণ :

১. ΔPQR-এ $\angle P = 90°$ এবং QR অতিভুজ।
$\therefore QR^2 = PQ^2 + PR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

২. ΔPQN এ $\angle P = 90°$ এবং QN অতিভুজ।
$\therefore QN^2 = PQ^2 + PN^2$
$= PQ^2 + \left(\frac{PR}{2}\right)^2$ [$\because$ PR এর মধ্যবিন্দু N]
$= PQ^2 + \frac{PR^2}{4} = \frac{4PQ^2 + PR^2}{4}$
$\therefore 4QN^2 = 4PQ^2 + PR^2$

৩. আবার, ΔPMR এ $\angle P = 90°$ এবং RM অতিভুজ।
$\therefore RM^2 = PR^2 + PM^2$
$= PR^2 + \left(\frac{PQ}{2}\right)^2$ [$\because$ PQ এর মধ্যবিন্দু M]
$= PR^2 + \frac{PQ^2}{4} = \frac{4PR^2 + PQ^2}{4}$
$\therefore 4RM^2 = 4PR^2 + PQ^2$

৪. $4QN^2 + 4RM^2 = 5PR^2 + 5PQ^2$ [(২) ও (৩) হতে]
বা, $4(RM^2 + QN^2) = 5(PQ^2 + PR^2)$
বা, $4(RM^2 + QN^2) = 5RQ^2$ [(১) হতে]
$\therefore 5RQ^2 = 4(RM^2 + QN^2)$ **(প্রমাণিত)**

[Note : প্রশ্নের ডানপক্ষে $4(RN^2 + QM^2)$ এর স্থলে $4(RM^2 + QN^2)$ হবে]

eûwbe©vPwb Ask

gv÷vi †Uªbvi c¨vbj KZ©…K †evW© Bqvi †mi v ¯‹zj¸‡jvi cÖkœ‡K¨Ø `ãKb KªZ Av`k© enybe©vPwb cÖkœ

তোমাদের জন্য এই বইটি প্রণয়নে আমাদের সাথে সম্পৃক্ত থেকে কাজ করেছেন মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল। তাদের তত্ত্বাবধানে শিখনফলকে উদ্দেশ্য করে এ অধ্যায় পরিপূর্ণ বিশ্লেষণের মাধ্যমে মৌলিক সাধারণ, বহুপদী ও অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর সৃষ্টি করা হয়েছে। একই সাথেসেরা স্কুলসমূহের বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। যা তোমাদের বিষয় সংশ্লিষ্ট বিশুদ্ধ জ্ঞানকে সুদৃঢ় করতে সাহায্য করবে।

⮕ ৯.১ : সমকোণী ত্রিভুজ ➡ বোর্ড বই, পৃষ্ঠা ১৪১

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 45° হলে, অপর কোণ দুটি কত ডিগ্রি? [রংপুর জিলা স্কুল]
ⓚ 90°, 45° ⓚ 90°, 60° ⓖ 80°, 60° ⓖ 60°, 60° **ক**

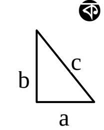
২. পিথাগোরাস খ্রিস্টপূর্ব কত শতাব্দীর দার্শনিক?
ⓚ ৪র্থ ⓚ ৫ম ⓖ ৬ষ্ঠ ⓖ ৭ম **গ**

৩. পিথাগোরাস কোন দেশের অধিবাসী ছিলেন? (সহজ)
K গ্রিস L মিশর M ফ্রান্স N ইতালি **ক**

৪. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে কী হবে? (সহজ)
ⓚ ভূমি ও অতিভুজ ⓚ ভূমি ও উন্নতি
ⓖ উন্নতি ও অতিভুজ ⓖ লম্ব ও উন্নতি **খ**

৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c এর ক্ষেত্রে $a < b < c$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
K $c^2 = a^2 + b^2$ L $b^2 = a^2 + c^2$
M $c^2 = a^2 - b^2$ ⓖ $a^2 = b^2 + c^2$ **ক**

ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ বৃহত্তম বাহু। অপর বাহুদ্বয় ভূমি ও উন্নতি। যেহেতু c বৃহত্তম বাহু সেহেতু c বাহু ত্রিভুজটির অতিভুজ। পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, অতিভুজ² = ভূমি² + উন্নতি²



৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য a এবং লম্বের দৈর্ঘ্য b হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজ হবে– (সহজ)
ⓚ $a + b$ ⓚ $(a + b)^2$ ⓖ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ N $\sqrt{a^2 + b^2}$ **ঘ**

৭. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে কী বলে? (সহজ)
ⓚ লম্ব ⓚ ভূমি ⓖ অতিভুজ ⓖ মধ্যমা **গ**

ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুটি তার অতিভুজ।

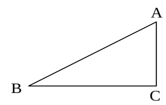
৮. ΔABC এর $\angle A$ এক সমকোণ হলে, ত্রিভুজটির জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
K সূক্ষ্মকোণী L সমকোণী M স্থূলকোণী N সরলকোণী **খ**

৯. ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ এক সমকোণ হলে, এর অতিভুজ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ AB　ⓛ BC　ⓜ AC　ⓝ CB　ⓜ

১০. একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুত্রয় a, b, c এবং a > b > c হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ $a^2 + b^2 = c^2$　L $b^2 + c^2 = a^2$
M $a^2 + c^2 = b^2$　N $a^2 + b^2 + c^2 = 0$　ⓛ
ব্যাখ্যা : $a > b > c \therefore b^2 + c^2 = a^2$; a বৃহত্তর বলে a অতিভুজ। [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

১১. (সহজ)



ΔABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হলে, $\angle C$ = ?
ⓚ সমকোণ　ⓛ সূক্ষ্মকোণ　ⓜ স্থূলকোণ　ⓝ সরল কোণ　ⓚ

১২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অপর দুইটি কোণের সমষ্টি কত? [বিন্দুবাসিনী সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]
ⓚ 180°　ⓛ 100°　ⓜ 90°　ⓝ 120°　ⓜ

১৩. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. ও 4 সে.মি.। অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [কিশোরগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]
K 10 সে.মি.　L 8 সে.মি.　M 9 সে.মি.　N 6 সে.মি.　ⓝ
ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে। $\therefore 3 + 4 = 7 > 6$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

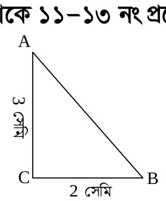
১৪. সমকোণী ত্রিভুজের– [যশোর জিলা স্কুল]
i. দুইটি সূক্ষ্মকোণ
ii. (লম্ব)^২ = (অতিভুজ)^২ – (ভূমি)^২
iii. একটি কোণ স্থূলকোণ
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓜ ii ও iii　ⓝ i, ii ও iii　ⓚ

১৫. সমকোণী ত্রিভুজের– [বরিশাল জিলা স্কুল]
i. একটি কোণ সমকোণ
ii. দুইটি কোণ সূক্ষ্মকোণ
iii. একটি কোণ স্থূলকোণ
নিচের কোনটি সঠিক?
K i ও ii　L i ও iii　M ii ও iii　N i, ii ও iii　ⓚ

১৬. সমকোণী ত্রিভুজের–
i. সমকোণের বিপরীত বাহুটি তার অতিভুজ
ii. সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে লম্ব ও ভূমি
iii. অতিভুজই বৃহত্তর বাহু
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓜ ii ও iii　ⓝ i, ii ও iii　ⓝ

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১১–১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ABC ত্রিভুজের AC⊥BC, AC = 3 সেমি, BC = 2 সেমি।

১৭. $\angle$ACB-এর পরিমাপ নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ 45°　ⓛ 60°　ⓜ 65°　ⓝ 90°　ⓝ
ব্যাখ্যা : AC⊥ BC বলে, $\angle ACB = 90°$ (এক সমকোণ)

১৮. AB = কত সেমি? (মধ্যম)
ⓚ $2\sqrt{5}$　ⓛ $3\sqrt{6}$　ⓜ $2\sqrt{13}$　ⓝ $\sqrt{13}$　ⓝ
ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

১৯. AB = 5 সেমি এবং AC = 4 সেমি হলে BC = কত সেমি? (মধ্যম)
ⓚ 3　ⓛ 4　M 5　N 6　ⓚ
ব্যাখ্যা : $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$, $BC = \sqrt{9} = 3$

৯.২ : পিথাগোরাসের উপপাদ্য ➠ বোর্ড বই, পৃষ্ঠা ১৪১ – ১৪৪

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
K 3　L $3\sqrt{3}$　ⓜ $4\sqrt{2}$　ⓝ 6　ⓝ

২১. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে 1 ও 1 হলে অতিভুজ কী হবে? [বরিশাল জিলা স্কুল]
ⓚ 1　ⓛ $\sqrt{2}$　ⓜ 2　ⓝ 3　ⓛ

২২. সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি., অতিভুজ 13 সে.মি. হলে এর লম্ব = ? [আল–আমিন একাডেমি স্কুল এন্ড কলেজ, চাঁদপুর]
K 6 সে.মি.　L 8 সে.মি.
M 10 সে.মি.　N 12 সে.মি.　ⓝ

২৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি. হলে, এর ভূমি কত সে.মি.? [কুমিল্লা জিলা স্কুল]
K 4　L 5　M 6　N 8　ⓛ

২৪. ΔABC এ $\angle A = 90°$, D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [অন্নদা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]
ⓚ $DE^2 = CE^2 + BD^2$　ⓛ $DE^2 = CE^2$
ⓜ $CE^2 = DE^2 + BD^2$　ⓝ $BD^2 = DE^2 + CE^2$　ⓚ

২৫. পিথাগোরাসের উপপাদ্য কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য? (সহজ)
K সমকোণী　L সূক্ষ্মকোণী
M স্থূলকোণী　N সমবাহু　ⓚ

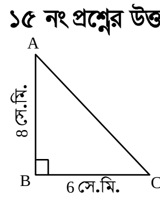
২৬. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাত 3 : 4 হলে অতিভুজ কত? (মধ্যম)
ⓚ 3　ⓛ 5　ⓜ 7　ⓝ 8　ⓛ
ব্যাখ্যা : অতিভুজ^2 = $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, অতিভুজ = $\sqrt{25} = 5$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৭. সমকোণী ত্রিভুজের– [রংপুর জিলা স্কুল]
i. একটি কোণ ৯০°
ii. অতিভুজ = লম্ব + ভূমি
iii. অতিভুজ^২ = লম্ব^২ + ভূমি^{২}
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i　ⓛ ii　ⓜ i ও ii　ⓝ i ও iii　ⓝ

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্র হতে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

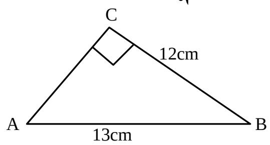


[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

২৮. AC বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
ⓚ 10　ⓛ 14　ⓜ 64　ⓝ 100　ⓚ

২৯. AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে DE এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [হাসান আলী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]
ⓚ 3　L 4　M 5　N 10　ⓜ

নিচের চিত্রটির আলোকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়]

৩০. পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ⓚ $AC^2 = AB^2 + BC^2$
ⓖ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ⓖ $AB^2 = AC^2 - AC^2$ (গ)

৩১. vAB = 13 cm, BC = 12 cm হলে, AC = ?

ⓚ 4 cm ⓚ 5 cm ⓖ 6 cm ⓖ 7 cm (খ)

➲ ৯.৩ : পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য

➠ বোর্ড বই, পৃষ্ঠা ১৪৪

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩২. যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমান হয়, তাহলে ত্রিভুজটি কেমন হবে? (সহজ)

K সূক্ষ্মকোণী L সমকোণী
M স্থূলকোণী N সমদ্বিবাহু সমকোণী (খ)

৩৩. ΔABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হলে ∠C এর পরিমাণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 45° ⓚ 60° ⓖ 90° ⓖ 180° (গ)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৪. ΔABC ও ΔDEF-এ–

i. ∠B = ∠E = 90° হলে ত্রিভুজ দুইটি সমকোণী
ii. AB = DE, AC = FD এবং ∠B = 90° ও ∠E = 90° হলে ত্রিভুজদ্বয় পিথাগোরাসের সূত্রকে সমর্থন করে
iii. AB = DE = 5 সেমি, DF = AC = 13 সেমি এবং BC = EF = 12 সেমি হলে এটি $BC^2 = DF^2 - AB^2$ সূত্রকে মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

K i ও ii L ii ও iii M i ও iii N i, ii ও iii (গ)

mKj †ewW©i xÿ¨v enywbe©vPbx cÖkœvËi weklY

এই অধ্যায়ের ওপর ৮টি শিক্ষাবোর্ডে বিভিন্ন সালের প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ করে বিষয়ক্রম অনুসারে দেওয়া হয়েছে। সৃজনশীল প্রশ্নের গঠন কাঠামোর নীতিমালা অনুসারে লিখিত এসকল প্রশ্ন অনুশীলন করার মাধ্যমে তোমরা চূড়ান্ত পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা নিতে পারবে।

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. ΔABC এ ∠B = এক সমকোণ। AC = 10 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? [ঢা. বো. '১৮]

ⓚ 24 ⓚ 100 ⓖ 200 ⓖ 480 (গ)

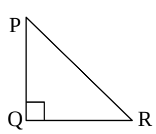
৩৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি 6 মিটার হলে, অপরটি কত মিটার? [ঢা. বো. '১৮]

ⓚ 136 ⓚ 64 ⓖ 60 ⓖ 8 (ঘ)

৩৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব 6 সে.মি. ও অতিভুজ 9 সে.মি. হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত? [রা. বো. '১৮]

ⓚ $3\sqrt{5}$ সে.মি. L $\sqrt{54}$ সে.মি.
ⓖ $4\sqrt{5}$ সে.মি. ⓖ $\sqrt{117}$ সে.মি. (ক)

৩৮.



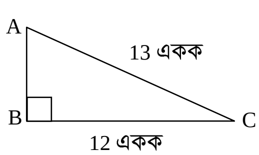
ΔPQR এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '১৮]

ⓚ $PQ^2 = PR^2 + QR^2$ ⓚ $QR^2 = PR^2 + PQ^2$
ⓖ $QR^2 = PR^2 - PQ^2$ ⓖ $PR^2 = RQ^2 - QR^2$ (গ)

৩৯. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। নিচের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [সি. বো. '১৮]

K 4 সে.মি., 7 সে.মি., 13 সে.মি.
L 3 সে.মি., 5 সে.মি., 8 সে.মি.
M 3 সে.মি., 6 সে.মি., 10 সে.মি.
N 6 সে.মি., 8 সে.মি., 10 সে.মি. (ঘ)

৪০.



ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [সি. বো. '১৮]

K 156 বর্গ একক L 78 বর্গ একক
M 60 বর্গ একক N 30 বর্গ একক (ঘ)

ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ একক

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

$= 30$ বর্গ একক

৪১. নিচের কোন বাহুগুলো দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [ঢা. বো. '১৭]

K 3, 4, 5 L 4, 4, 5 M 6, 7, 8 N 1, 6, 7 (ক)

ব্যাখ্যা : $3^2 + 4^2 = 5^2$

∴ 25 = 25 [পিথাগোরাসের সূত্রের সাহায্যে]

∴ এটি সমকোণ এবং 3, 4, 5 দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

৪২. একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমি ১.৫ মিটার, উচ্চতা ৮০ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? [য. বো. '১৭]

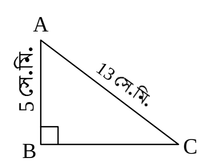
K ০.৬ L ১.২ M ৬০ N ১২০ (ক)

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ভূমি = ১.৫ মি.।

উচ্চতা = ৮০ সে.মি. = $\frac{৮০}{১০০}$ মি. = ০.৮ মি.

∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ১.৫ × ০.৮ বর্গ মিটার = ০.৬ বর্গ মিটার

৪৩.



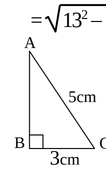
BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [ব. বো. '১৭]

ⓚ 8 ⓚ 12 ⓖ 18 ⓖ 144 (খ)

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ সে.মি.।

৪৪.



চিত্রে AB এর মান নিচের কোনটি? [রা. বো. '১৭]

ⓚ 2 সে.মি. ⓛ 3 সে.মি. ⓜ 4 সে.মি. ⓝ 8 সে.মি. (গ)

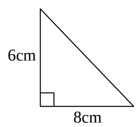
ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$\therefore AB = 4$ সে.মি.

৪৫.

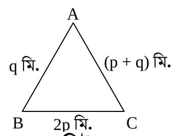


ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [রা. বো. '১৭]

ⓚ 12 ⓛ 24 ⓜ 36 ⓝ 48 (খ)

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ বর্গ সে. মি.

৪৬.



উপরের ত্রিভুজের পরিসীমা 12 মিটার হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৭]

K $p - q = 6$ L $3p + 2q = 12$ M $p - 2q = 6$ N $2p - q = 12$ (খ)

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের পরিসীমা 12 মিটার

$\therefore q + 2p + p + q = 12$ বা, $3p + 2q = 12$

৪৭. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 25° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত ডিগ্রি? [চ. বো. '১৭]

ⓚ 65 L 57.5 M 32.5 N 45 (গ)

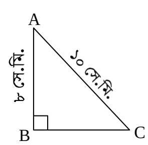
ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ + ক্ষুদ্রতম কোণ = 90°

বৃহত্তম কোণ – ক্ষুদ্রতম কোণ = 25°

$\therefore$ 2 × ক্ষুদ্রতম কোণ = 90° – 25° = 65°

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ = $\frac{65°}{2} = 32.5°$

৪৮.



উপরের চিত্রে BC = কত সে.মি.? [সি. বো. '১৭]

K ৬ সে.মি. L ১২ সে.মি. M ১৩ সে.মি. N ১৪ সে.মি. (ক)

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, (১০)² = (৮)² + BC^2 বা, ১০০ = ৬৪ + BC^2

বা, BC^2 = ১০০ – ৬৪ বা, BC^2 = ৩৬

$\therefore$ BC = ৬ সে.মি.

৪৯. কোন তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [সি. বো. '১৭]

K 3, 4, 6 L 3, 5, 8 M 3, 5, 9 N 4, 6, 10 (ক)

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

এক্ষেত্রে শুধুমাত্র (ক) অপশনেই যেকোনো দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ $3 + 4 > 6$

৫০. কোন অনুপাতটি দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে? [ঢা. বো. '১৬]

K ৩ : ৪ : ৫ L ৩ : ৫ : ৭ M ৪ : ৫ : ৭ N ৪ : ৯ : ১০ (ক)

ব্যাখ্যা : ৩² + ৪² = ৫² বা, ৯ + ১৬ = ২৫ বা, ২৫ = ২৫

$\therefore$ ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতটি দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

৫১. ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 1 : 1 : $\sqrt{2}$, ত্রিভুজটি কোন ধরনের? [য. বো. '১৬]

ⓚ সমকোণী ⓛ সমবাহু ⓜ স্থূলকোণী ⓝ বিষমবাহু (ক)

ব্যাখ্যা : মনে করি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত দ্বারা যথাক্রমে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি, লম্ব ও অতিভুজের অনুপাতকে বোঝানো হয়েছে।

$\therefore 1 : 1 : \sqrt{2}$ = ভূমি : লম্ব : অতিভুজ

এখানে, $(\sqrt{2})^2 = 2$ এবং $1^2 + 1^2 = 2$

$\therefore$ অতিভুজ² = ভূমি² + লম্ব²; যা পিথাগোরাসের উপপাদ্যকে সমর্থন করে।

$\therefore$ বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ গঠিত হবে।

জেনে রাখ : বাহুগুলো দ্বারা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজও গঠিত হবে কারণ এর দুটি বাহু পরস্পর সমান।

৫২. কোন বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যায়? [দি. বো. '১৬]

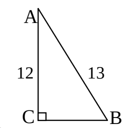
K 3, 4, 6 L 4, 5, 9 M 5, 12, 13 N 12, 13, 17 (গ)

ব্যাখ্যা : $5^2 + 12^2 = 13^2$ বা $25 + 144 = 169$ যা পিথাগোরাসের উপপাদ্যকে সমর্থন করে।

৫৩. ΔABC-এ ∠C = 90°, AB = 13 সে.মি., AC = 12 সে.মি. হলে BC এর মান কত সেন্টিমিটার? [চ. বো. '১৬]

K 1 L 5 M 17.69 N 25 (খ)

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,



$AB^2 = AC^2 + BC^2$

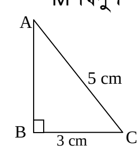
$13^2 = 12^2 + BC^2$

$BC^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 \therefore BC = 5$

৫৪. কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের কত গুণ? [চ. বো. '১৬]

K অর্ধেক L সমান M দ্বিগুণ N তিনগুণ (ক)

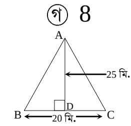
৫৫.



চিত্রে AB = কত সে.মি.? [সি. বো. '১৬]

ⓚ 2 ⓛ 4 ⓜ 8 ⓝ $\sqrt{34}$ (খ)

৫৬.



ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত? [সি. বো. '১৬]

ⓚ 22·5 বর্গ মি. L 45 বর্গ মি.

M 250 বর্গ মি. N 500 বর্গ মি. (গ)

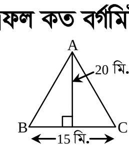
ব্যাখ্যা : $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AD \times BC = \frac{1}{2} \times 25 \times 20 = 250$ বর্গ মি.।

৫৭. পিথাগোরাসের উপপাদ্য কোন ত্রিভুজের জন্য প্রযোজ্য? [ঢা. বো. '১৫; য. বো. '১৪]

ⓚ সমবাহু ⓛ বিষমবাহু ⓜ সমকোণী ⓝ স্থূলকোণী (গ)

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের উপপাদ্য হলো : অতিভুজ² = লম্ব² + ভূমি²; যা সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

৫৮. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [ব. বো. '১৫]

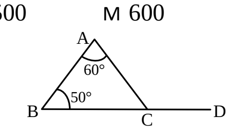


ⓚ 300 ⓛ 150 ⓜ 70 ⓝ 35 (খ)

৫৯. একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি 30 সে.মি. এবং উচ্চতা 40 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [রা. বো. '১৫]

K 400 L 500 M 600 N700 (গ)

৬০.



চিত্রে, ∠ACD = ? [রা. বো. '১৫]

(ক) 90° (খ) 100° (গ) 110° (ঘ) 120° (গ)

ব্যাখ্যা : $\angle ACB = 180° - (50° + 60°) = 180° - 110° = 70°$
এখন, $\angle ACB + \angle ACD = 180°$
$\angle ACD = 180° - \angle ACB = 180° - 70° = 110°$

৬১. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি. হলে, এর ভূমি কত সে.মি.? [রা. বো. '১৫]

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 8 (খ)

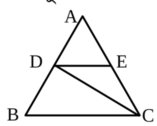
৬২. কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের কত গুণ? [দি. বো. '১৫]

(ক) অর্ধেক L সমান M দ্বিগুণ N তিনগুণ (ক)

৬৩. ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে, ΔCDE = ? [দি. বো. '১৫]

(ক) $\frac{1}{2}$ (Δক্ষেত্র ABC) (খ) $\frac{1}{3}$ (Δক্ষেত্র ABC)
(গ) $\frac{1}{4}$ (Δক্ষেত্র ABC) (ঘ) Δক্ষেত্র BDC (গ)

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুই অংশে বিভক্ত করে।

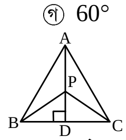


$\therefore \Delta ADC = \frac{1}{2}\Delta ABC$ এবং $\Delta CDE = \frac{1}{2}\Delta ADC = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\Delta ABC = \frac{1}{4}\Delta ABC$

৬৪. সমকোণী ত্রিভুজের একটি সূক্ষ্মকোণ 30° হলে, অপর সূক্ষ্মকোণটি কত? [চ. বো. '১৫]

(ক) 45° (খ) 90° (গ) 60° (ঘ) 30° (গ)

৬৫.



চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৫]

(ক) $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ (খ) $AP^2 + PD^2 = BD^2 + DC^2$
(গ) $PC^2 - PB^2 = AC^2 - AB^2$ (ঘ) $PB^2 - PC^2 = AC^2 - AB^2$ (ক)

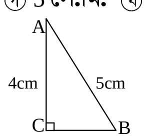
৬৬. ΔABC এর $\angle A = 90°$ হলে— [ঢা. বো. '১৪]

(ক) $BC^2 + AC^2 = AB^2$ L $AB^2 + BC^2 \leq AC^2$
(গ) $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (ঘ) $AB^2 + AC^2 \leq BC^2$ (গ)

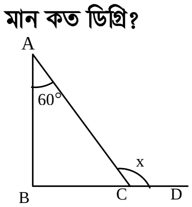
৬৭. ΔABC-এ $\angle C = 90°$, AB = 5 সে.মি., AC = 4 সে.মি. হলে, BC-এর মান কত? [ব. বো. '১৪]

(ক) 3 সে.মি. (খ) 4 সে.মি. (গ) 5 সে.মি. (ঘ) $\sqrt{41}$ সে.মি. (ক)

ব্যাখ্যা :
$BC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$
$\therefore BC = \sqrt{9} = 3$



৬৮. চিত্রে $\angle x$ এর মান কত ডিগ্রি? [ব. বো. '১৪]



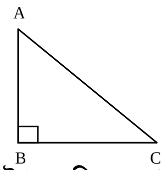
(ক) 90° (খ) 120° (গ) 150° (ঘ) 180° (গ)

ব্যাখ্যা : $\angle BCA = 180° - (90° + 60°) = 30°$
$\therefore \angle x = 180° - 30° = 150°$

৬৯. ΔABC-এ $\angle ACB = 90°$, AC = 4 সে.মি., BC = 3 সে.মি. AB = কত সে.মি.? [রা. বো. '১৪]

(ক) 5 (খ) 7 (গ) 12 (ঘ) 25 (ক)

৭০.



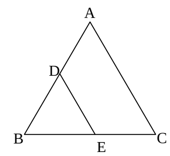
উপরের চিত্র অনুসারে– [য. বো. '১৮]

i. $\angle BAC$ এর পূরক $\angle ACB$ ii. AC বৃহত্তম বাহু
iii. $BC^2 = AB^2 + AC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii (ক)

৭১.



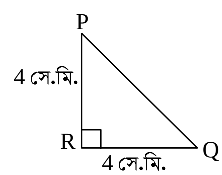
চিত্রে D, E যথাক্রমে AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে– [য. বো. '১৮]

i. DE ∥ AC ii. $DE = \frac{1}{2}AC$
iii. BD = BE

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii (ক)

৭২.



উপরের চিত্রে– [চ. বো. '১৮]

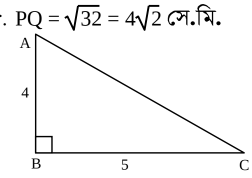
i. $\angle PQR = 45°$
ii. $PQ = 4\sqrt{2}$ সে.মি.
iii. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল 16 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii (ক)

ব্যাখ্যা : (i) এর ক্ষেত্রে, যেহেতু PR = QR = 4 সে.মি. এবং $\angle PRQ = 90°$
অতএব, $\angle PQR = \angle RPQ = 45°$
(iii) নং এর ক্ষেত্রে, ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PR \times QR$
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ বর্গ সে.মি.
(ii) নং এর ক্ষেত্রে, $PQ^2 = PR^2 + QR^2 = 4^2 + 4^2 = 32$
$\therefore PQ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ সে.মি.

৭৩.



ΔABC এর– [রা. বো. '১৮]

i. ক্ষেত্রফল = 10 বর্গ একক
ii. $AC = \sqrt{41}$ একক
iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii (ক)

৭৪. ABC ত্রিভুজের BC অতিভুজ হলে– [য. বো. '১৬]

i. $\angle A$ = সমকোণ ii. $\angle B$ ও $\angle C$ = সূক্ষ্মকোণ

iii. $\angle B + \angle C = 90°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **(ঘ)**

ব্যাখ্যা : অতিভুজের বিপরীত কোণ সমকোণ।

সুতরাং BC অতিভুজের বিপরীত কোণ $\angle A$ = এক সমকোণ।

ABC ত্রিভুজের $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ বা, $90° + \angle B + \angle C = 180°$

[$\because \angle A$ = সমকোণ] $\therefore \angle B + \angle C = 90°$

$\therefore \angle B$ ও $\angle C$ দুটি অবশ্যই সুক্ষ্মকোণ। $\angle B + \angle C$ স্থূলকোণ হলে তাদের সমষ্টি 90° অপেক্ষা বেশি হতো।

৭৫. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে– [ব. বো. '১৬]

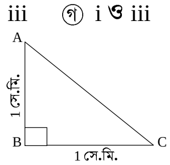
i. একটি কোণ সমকোণ ii. অতিভুজ২ = লম্ব২ + ভূমি২

iii. অতিভুজ > লম্ব + ভূমি

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii **(ক)**

৭৬.



উপরের চিত্রে– [রা. বো. '১৬]

i. $\angle A = 45°$ ii. $AC = \sqrt{2}$ সে.মি.

iii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii **(ক)**

ব্যাখ্যা : ΔABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সুতরাং সমবাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান হবে।

(i) $\angle A = \angle C = 90 \div 2 = 45°$ (সঠিক)

(ii) $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ (সঠিক)

(iii) $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি. (সঠিক নয়)

৭৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. হলে, এটি— [য. বো. '১৪]

i. সমকোণী ত্রিভুজ ii. বিষমবাহু ত্রিভুজ

iii. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii **(ক)**

৭৮. সমকোণী ত্রিভুজের— [দি. বো. '১৪]

i. একটি কোণ 90° ii. অতিভুজ < লম্ব + ভূমি

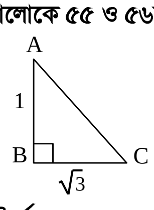
iii. অতিভুজ২ = লম্ব২ + ভূমি২

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **(ঘ)**

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে ৫৫ ও ৫৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[দি. বো. '১৭]

৭৯. AC এর দৈর্ঘ্য কত?

ⓚ 1 ⓖ 2 ⓖ 3 ⓘ 4 **(খ)**

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$

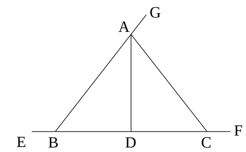
$\therefore AC = 2$

৮০. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(ঘ)**

ব্যাখ্যা : ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ΔABC- এ $AB = BC = AC = 6$ সে.মি. এবং $AD \perp BC$. [দি. বো. '১৬]

৮১. AD এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ⓚ 5.19 ⓖ 6.71 ⓖ 8.49 ⓘ 9.23 **(ক)**

ব্যাখ্যা : ΔABD হতে

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

$AD^2 = AB^2 - BD^2$ [$BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm]

$= 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$

$AD = \sqrt{27} = 5.19$

৮২. $\angle ABE + \angle ACF + \angle CAG$ = কত?

ⓚ 90° ⓖ 120° ⓖ 180° ⓘ 360° **(ঘ)**

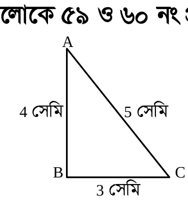
ব্যাখ্যা : সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলো পরস্পর সমান

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = (180° \div 3) = 60°$

এখন, $\angle ABE + \angle ACF + \angle CAG$

$= (180° - 60°) + (180° - 60°) + (180° - 60°) = 360°$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



[কু. বো. '১৬]

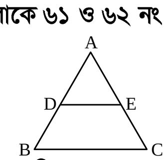
৮৩. $\angle ABC$ এর মান কত?

ⓚ 45° ⓖ 60° ⓖ 90° ⓘ 120° **(গ)**

৮৪. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি.?

K 6 L 7.5 M 12 N 15 **(ক)**

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ ও ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে AB ও AC বাহুর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং $BC \parallel DE$. [ঢা. বো. '১৫]

৮৫. BC = 6 সে.মি. হলে DE = কত?

ⓚ 3 সে.মি. ⓖ 6 সে.মি. ⓖ 9 সে.মি. ⓘ 36 সে.মি. **(ক)**

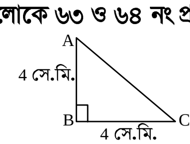
ব্যাখ্যা : $DE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ সে.মি.

৮৬. $\angle ABC = 50°$ হলে $\angle ADE$ = কত?

ⓚ 60° ⓖ 70° ⓖ 50° ⓘ 100° **(গ)**

ব্যাখ্যা : $\angle ABC = \angle ADE = 50°$ [অনুরূপ কোণ]

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ ও ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



[য. বো. '১৫]

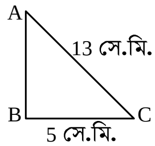
৮৭. $\angle A$ = কত?

ⓚ 30° ⓦ 45° ⓖ 60° ⓘ 90° **খ**

৮৮. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ⓚ 8 ⓦ 16 ⓖ 32 ⓘ 64 **ক**

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



[কু. বো. '১৫]

৮৯. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

K 8 L 12 M 18 N 144 **খ**

ব্যাখ্যা : $AB^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

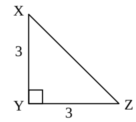
$AB = \sqrt{144} = 12$

৯০. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ⓚ 30 ⓦ 32.5 ⓖ 60 ⓘ 65 **ক**

ব্যাখ্যা : $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৬৬ – ৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৯১. ∠Z = কত? [দি. বো. '১৪]

ⓚ 30° ⓦ 45° ⓖ 60° ⓘ 75° **খ**

৯২. XZ = কত একক?

ⓚ $\sqrt{9}$ ⓦ $2\sqrt{3}$ ⓖ $3\sqrt{2}$ ⓘ $3\sqrt{3}$ **গ**

৯৩. সমকোণী ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি কত?

K 90° ⓦ 120° ⓖ 180° ⓘ 270° **গ**

m„Rbkxj Ask

gv÷vi †UBbvi c¨v‡bj-KZ©…K †eQvBKi‡Yi gva¨‡g ‰Zwi m„Rbkxj cÖ‡kœi mgvavb

তোমাদের জন্য এই বইটি প্রণয়নে আমাদের সাথে সম্পৃক্ত থেকে কাজ করেছেন মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল। তাদের তত্ত্বাবধানে শিখনফলকে উদ্দেশ্য করে এই অধ্যায়টি পরিপূর্ণ বিশ্লেষণের মাধ্যমে মৌলিক উদ্দীপক সৃষ্টি করা হয়েছে। শ্রেণিকক্ষে আলোচ্য বিষয়কে এ সকল উদ্দীপকের ব্যবহারে এনসিটিবি ফরমেট অনুসারে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান আকারে সংযোজন করা হয়েছে। একই সাথে সেরা স্কুলসমূহের সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে। যা তোমাদের বিষয় সংশ্লিষ্ট বিশুদ্ধ জ্ঞানকে সুদৃঢ় করতে সাহায্য করবে।

প্রশ্ন– ২৮ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

ΔPQR এর $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং PQ ও PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D।]

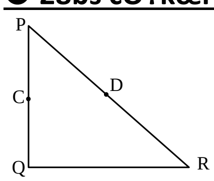
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠PQR = এক সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র PQR = 4 (Δ ক্ষেত্র PCD)। ৪

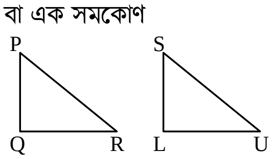
➲ 28bs cÖ‡kœi mgvavb ➲

ক



ΔPQR এর $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং PQ ও PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D.

খ দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PQR = 90° বা এক সমকোণ



অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ STU আঁকি, যেন ∠TL = 90°, TU = QR এবং ST = PQ হয়।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) $SU^2 = TU^2 = TU^2 + ST^2$ [কারণ ΔSTU এ ∠T = 90°]

$= QR^2 + PQ^2$

$= PR^2$

∴ SU = PR

এখন, ΔPQR ও ΔSTU এ

QR = TU

PQ = ST

PR = SU

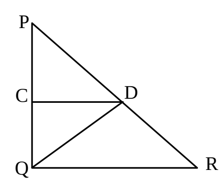
∴ ΔPQR ≅ ΔSTU [বাহু–বাহু–বাহু সর্বসমতা]

∴ ∠Q = ∠T

কিন্তু ∠T = 90°

∴ ∠PQR = 90° বা এক সমকোণ (প্রমাণিত)

গ



দেওয়া আছে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র PQR = 4 (Δ ক্ষেত্র PCD)

অঙ্কন : C, D ও Q, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

১. ΔPQR এর PR বাহুর মধ্যবিন্দু D।

ΔPQR এর মধ্যমা QD।

Δ ক্ষেত্র PQD = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র PQR) .... (i)

[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।]

২. আবার, ΔPQD এর PQ বাহুর মধ্যবিন্দু C।

∴ ΔPQD এর মধ্যমা CD।

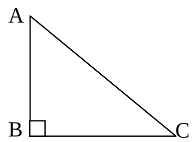
∴ Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র PQD)

বা, Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\Delta \text{ ক্ষেত্র } PQR\right)$ [(i) নং থেকে]

বা, Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র PQR)

∴ Δ ক্ষেত্র PQR = 4(Δ ক্ষেত্র PCD) (প্রমাণিত)

প্রশ্ন– ৪৫ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



ΔABC-এ $\angle$ABC = এক সমকোণ

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. BC = 12 সে.মি. এবং AC = 13 সে.মি. হলে AB এর দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. E ও F যথাক্রমে AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $4EF^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

➲ ৪৫নং প্রশ্নের সমাধান ➲

ক দেওয়া আছে, ΔABC এ $\angle$ABC = এক সমকোণ।

BC = 12 সে.মি. এবং AC = 13 সে.মি.

এখন পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (13)^2 - (12)^2$

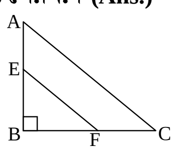
বা, $AB^2 = 169 - 144$

বা, $AB^2 = 25 = 5^2$

$\therefore AB = 5$

অতএব, AB এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.। **(Ans.)**

খ



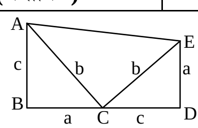
এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle$ABC = এক সমকোণ। E ও F যথাক্রমে AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4EF^2 = AB^2 + BC^2$.

পমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১) এখানে, $BE = \frac{1}{2}AB$ এবং $BF = \frac{1}{2}BC$	[$\because$ AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F]
২) BEF সমকোণী ত্রিভুজে, $EF^2 = BE^2 + BF^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
বা, $EF^2 = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$	[ধাপ (১) হতে]
বা, $EF^2 = \frac{1}{4}AB^2 + \frac{1}{4}BC^2$	
বা, $EF^2 = \frac{1}{4}(AB^2 + BC^2)$	
$\therefore 4EF^2 = AB^2 + BC^2$ **(প্রমাণিত)**	

গ



এখানে, ABC ত্রিভুজে $\angle$B = এক সমকোণ।

ধরি, অতিভুজ AC = b, BC = a এবং AB = c.

প্রমাণ করতে হবে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

অর্থাৎ, $b^2 = c^2 + a^2$.

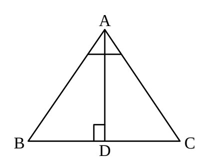
অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AB = CD = c হয়।

D বিন্দুতে বর্ধিত CD এর উপর DE লম্ব আঁকি, যেন DE = BC = a হয়। C, E ও A, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১) ΔABC ও ΔCED-এ AB = CD = c, DE = BC = a এবং অন্তর্ভুক্ত , $\angle$ABC অন্তর্ভুক্ত $\angle$CDE	[বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং $\Delta ABC \cong \Delta$ CDE.	
$\therefore$ AC = CE = b	
এবং $\angle$BAC = $\angle$DCE	
২) আবার, AB $\perp$ BD এবং DE $\perp$ BD বলে AB $\parallel$ DE.	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
সুতরাং ABDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	
৩) তদুপরি, $\angle$ACB + $\angle$BAC = $\angle$ACB + $\angle$DCE = এক সমকোণ।	
$\therefore$ $\angle$ACE = এক সমকোণ।	
ΔACE সমকোণী ত্রিভুজ।	
এখন ABDE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ABC+ Δ ক্ষেত্র ACE + Δ ক্ষেত্র CDE	[ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ $\times$ সমান্তরাল বাহুর যোগফল $\times$ লম্ব দূরত্ব]
বা, $\frac{1}{2} \times BD \times (AB + DE)$ $= \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ac$	
বা, $\frac{1}{2} \times (BC + CD)\ (AB + DE)$ $= \frac{1}{2}(2ac + b^2)$	
বা, $\frac{1}{2} \times (a + c)\ (c + a) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$	
বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$	
বা, $a^2 + c^2 = b^2$	
অর্থাৎ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন– ১৪ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



[সি. বো. '১৫]

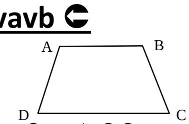
ক. চিত্রসহ ট্রাপিজিয়ামের সংজ্ঞা লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = BC^2$. ৪

গ. যদি AB > AC হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$. ৪

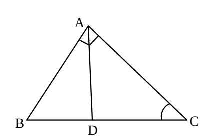
➲ 14bs cÖ‡kœi mgvavb ➲

ক **ট্রাপিজিয়াম :** যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র বলে।



চিত্র : ট্রাপিজিয়াম

খ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle$A = 90° এবং অতিভুজ BC, ভূমি AB এবং লম্ব AC। A থেকে BC এর উপর লম্ব AD।



প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = BC^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔCAD ও ΔABC এ $\angle$CDA = $\angle$BAC এবং	[প্রত্যেকেই সমকোণ]
$\angle$ACD = $\angle$ACB	[সাধারণ কোণ]

(২) $\therefore \Delta ACD$ ও ΔBCA সদৃশ

$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC}$ ....(i)

(৩) অনুরূপভাবে,

ΔBAD ও ΔBCA সদৃশ

$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{DC}{AB}$ ....(ii)

[(i) উভয় ত্রিভুজ সমকোণী (ii) $\angle B$ কোণ সাধারণ]

(৪) অনুপাত দুইটি থেকে পাই,

$AC^2 = CD \times BC$ এবং $AB^2 = BC \times BD$

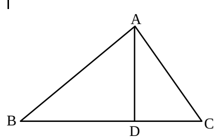
$\therefore AB^2 + AC^2$

$= BC \times BD + CD \times BC$

$= BC (BD + CD)$ [$BD + CD = BC$]

$= BC \times BC = BC^2$

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$ (প্রমাণিত)



গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং $AB > AC$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $AD \perp BC$ $\therefore \Delta ABD$ ও ΔACD ত্রিভুজদ্বয় সমকোণী।	[দেওয়া আছে]
২. সমকোণী ΔABD হতে পাই, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ------- (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এবং সমকোণী ΔACD হতে পাই, $AC^2 = AD^2 + CD^2$-------- (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. $AB^2 - AC^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - CD^2$ $\therefore AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ (প্রমাণিত)	[(১) ও (২) থেকে]

mKj †evW©i ÿ¨v mRbkxj cÖkœ mgvavb we‡kølY

এই অধ্যায়ের ওপর ৮টি শিক্ষাবোর্ডে বিভিন্ন সালের প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ করে বিষয়ক্রম অনুসারে দেওয়া হয়েছে। সৃজনশীল প্রশ্নের গঠন কাঠামোর নীতিমালা অনুসারে লিখিত এসকল প্রশ্ন অনুশীলন করার মাধ্যমে তোমরা চূড়ান্ত পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা নিতে পারবে।

প্রশ্ন–৪ পাঠ ৯.১। সমকোণী ত্রিভুজ

ΔDEF এর $\angle D = 1$ সমকোণ; P ও R যথাক্রমে DE ও EF বাহুর মধ্যবিন্দু। [য. বো. '১৭]

ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 5 সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $EF^2 = DE^2 + DF^2$. ৪

গ. দেখাও যে, $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2} DF$. ৪

4bs cÖ‡kœi mgvavb

ক দেওয়া আছে, ত্রিভুজের ভূমি = 4 সে.মি.

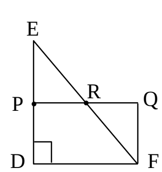
উচ্চতা = 5 সে.মি.

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right)$ বর্গ সে.মি. = 10 বর্গ সে.মি. (Ans.)

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিকল্প প্রমাণ দেখ। (পৃষ্ঠা–১৪৩)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** ΔDEF এ P ও R যথাক্রমে DE ও EF এর মধ্যবিন্দু। P, R যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PR \| DF$ এবং $PR = \frac{1}{2} DF$

অঙ্কন : PR কে Q পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন PR = RQ হয়। Q, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
ΔEPR ও ΔFRQ এ $PR = QR$	[অঙ্কন অনুসারে]
$ER = RF$	[R, EF এর মধ্যবিন্দু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ERP$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle FRQ$	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
$\therefore \Delta PER \cong \Delta FRQ$	[ত্রিভুজের বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $EP = QF$ বা, $PD = QF$ এবং $\angle PER = \angle RFQ$

অর্থাৎ $\angle PER = \angle QFE$ [কিন্তু এরা একান্তর কোণ]

$\therefore PE \parallel QF$ অর্থাৎ $PD \| QF$

$\therefore$ PDFQ একটি আয়তক্ষেত্র।

সুতরাং $PQ \parallel DF$

অর্থাৎ $PR \parallel DF$

এবং $PQ = DF$

বা, $PR + RQ = DF$ বা, $PR + PR = DF$ [$\because RQ = PR$]

বা, $2PR = DF$ বা, $PR = \frac{1}{2} DF$

অতএব, $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2} DF$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন–৯ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

ΔABC এ $\angle A = 90°$, BP এবং CQ দুইটি মধ্যমা। [ঢা. বো. '১৮]

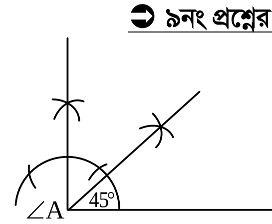
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক

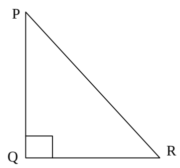


$\angle A = 90°$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করা হলো।

খ **অনুশীলনী ৯ এর ৩ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৪ নং সমাধান দেখ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–৭ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



[কু. বো. '১৮]

ক. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6 সে.মি., 5 সে.মি. এবং 4 সে.মি.। ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি QR বাহুর মধ্যবিন্দু S হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PS^2 + 3SR^2$. ৪

➲ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ☪

ক দেওয়া আছে,

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 6 সে.মি.

প্রস্থ, b = 5 সে.মি.

এবং উচ্চতা, c = 4 সে.মি.

আমরা জানি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক

= $2\{(6 \times 5) + (5 \times 4) + (4 \times 6)\}$ বর্গ সে.মি.

= 2(30 + 20 + 24) বর্গ সে.মি.

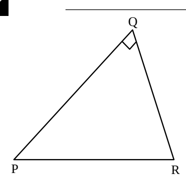
= 2×74 বর্গ সে.মি.

= 148 বর্গ সে.মি. **(Ans)**

খ ৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্যের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–১৪১)

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৩ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–৯ ▶▶ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



[চ. বো. '১৮]

ক. 12 মিটার ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. উদ্দীপকের চিত্রে N, QR এর উপরস্থ একটি বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + QN^2 = PN^2 + QR^2$. ৪

➲ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ☪

ক দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বাগানের ব্যাস 12 মিটার।

মনে করি, বাগানটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{12}{2}$ মিটার।

= 6 মিটার।

∴ বৃত্তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গমিটার

= $3.14 \times (6)^2$ বর্গমিটার

= 113.04 বর্গমিটার।

খ ৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্যের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–১৪১)

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৮ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–৮ ▶▶ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যেখানে ∠PQR = ৯০°। [য. বো. '১৮]

ক. ৬ সে.মি., ৮ সে.মি. ও ১০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী কি না যাচাই কর। ২

খ. উদ্দীপক অনুযায়ী পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রমাণ কর। ৪

গ. PE এবং RF ত্রিভুজটির দুইটি মধ্যমা হলে প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RF^2)$. ৪

➲ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ☪

ক আমরা জানি, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান।

এখানে, $(১০)^২ = ৬^২ + ৮^২$

বা ১০০ = ৩৬ + ৬৪

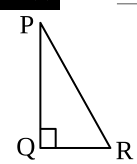
যদি অতিভুজ = ১০ সে. মি. এবং অপর দুই বাহু ৬ সে. মি. ও ৮ সে. মি. হয় তবে প্রদত্ত বাহুবিশিষ্ট ত্রিভূজটি সমকোণী হবে।

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুরূপ। (পৃষ্ঠা ১৪১)**

[চিত্রে, A, B, C, D, E এর স্থলে যথাক্রমে P, Q, R, M, N ধরে প্রমাণ করতে হবে।]

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৪ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–৯ ▶▶ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



চিত্রে, PQ = 12 সে.মি., PR = 13 সে.মি. [রা. বো. '১৮]

ক. QR এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. M, QR এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$. ৪

গ. $QS \perp PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$. ৪

➲ 9bs cÖ‡kœei mgvavb ☪

ক দেওয়া আছে, PQ = 12 সে.মি., PR = 13 সে.মি.

ΔPQR এ ∠Q = 90° এবং PR অতিভুজ

পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2$

বা, $QR^2 = (13)^2 - (12)^2$

বা, $QR^2 = 169 - 144$

বা, $QR^2 = 25$

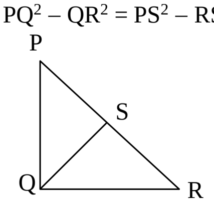
∴ QR = 5

∴ QR এর মান 5 **(Ans.)**

খ **অনুশীলনী ৯ এর ৩ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔPQR এ $QS \perp PR$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$



ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $QS \perp PR$ ∴ PQS ও QRS ত্রিভুজদ্বয় সমকোণী।	
(২) সমকোণী ΔPQS হতে পাই, $PQ^2 = PS^2 + QS^2$ .... (i)	[পিথাগোরাসের

(৩) সমকোণী ΔQRS হতে পাই, উপপাদ্য অনুসারে]

$QR^2 = QS^2 + RS^2$ .... (ii)

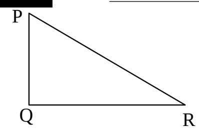
(৪) এখন, (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$PQ^2 - QR^2 = PS^2 + QS^2 - QS^2 - RS^2$

$= PS^2 - RS^2$

$\therefore PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৯ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



চিত্রে ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. [সি. বো. '১৮]

ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. ও 6 সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle PQR = 90°$. ৪

গ. ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং D ও E যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $5 PR^2 = 4(PE^2 + RD^2)$. ৪

➲ 9bs cÖ‡kœi mgvavb ➲

ক সমকোণী ত্রিভুজের সংলগ্ন বাহু দুইটির একটি হলো ভূমি এবং অপরটি হলো উচ্চতা

$\therefore$ ভূমি = 5 এবং উচ্চতা = 6 সে.মি.

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

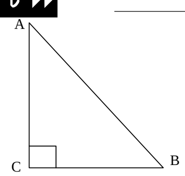
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6$ বর্গ সে.মি.

= 15 বর্গ সে.মি. **(Ans)**

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.৩ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–১৪৪)**

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৪ নং সমাধানের অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–৮ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



চিত্রে ΔABC–এ $\angle C = 90°$. [ব. বো. '১৮]

ক. সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বৈশিষ্ট্য লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$. ৪

গ. AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}BC$. ৪

➲ 8 bs cÖ‡kœi mgvavb ➲

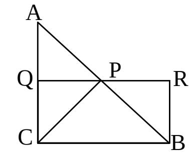
ক সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ :

(i) ত্রিভুজের একটি কোণ এক সমকোণের সমান বা 90°

(ii) ত্রিভুজটির সমকোণের বিপরীত বাহু বা অতিভুজ হলো এর বৃহত্তম বাহু।

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিকল্প প্রমাণ দেখ। (পৃষ্ঠা–১৪৩)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** ΔABC এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q. P, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ 7 BC এবং $PQ = \frac{1}{2}BC$.

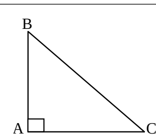


অঙ্কন : QP কে R পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন QP = PR হয়। R, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
ΔAPQ ও ΔPRB এ	
AP = PB	[P, AB এর মধ্যবিন্দু]
QP = PR	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle APQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BPR$	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
$\therefore \Delta APQ \cong \Delta PRB$	[বাহু কোণ বাহু উপাপাদ্য]
$\therefore$ AQ = BR এবং $\angle QAP = \angle PBR$	
বা, QC = BR	
কিন্তু $\angle QAP$ ও $\angle PBR$ কোণদ্বয় একান্তর কোণ।	
$\therefore$ AQ 7 RB অর্থাৎ QC 7 RB	
$\therefore$ QC BR একটি আয়ত।	
সুতরাং QR 7 BC অর্থাৎ PQ 7 BC	
এবং QR = BC	
বা, PQ + PR = BC	
বা, PQ + PQ = BC	
বা, 2PQ = BC	
$\therefore PQ = \frac{1}{2}BC$	
অতএব PQ 7 BC এবং $PQ = \frac{1}{2}BC$ (প্রমাণিত)	

প্রশ্ন– ৮ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য ও এর প্রয়োগ



ΔABC-এ $\angle BAC$ = এক সমকোণ। [দি. বো. '১৬]

ক. BC = 5 সে.মি. এবং AC = 4 সে.মি. হলে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. E এবং F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর, $4EF^2 = AB^2 + AC^2$ ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ৪

➲ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ➲

ক সমকোণী ΔABC এ $\angle BAC = 90°$ এবং BC অতিভুজ।

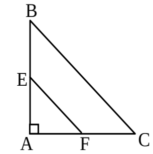
$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\therefore AB^2 = BC^2 - AC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$\therefore AB = \sqrt{9}$ সে.মি. = 3 সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, ΔABC এ $\angle BAC = 90°$ এবং E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে, $4EF^2 = AB^2 + AC^2$.

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা তৃতীয় বাহুর অর্ধেক]

$\therefore EF = \frac{1}{2} BC$

অর্থাৎ $BC = 2EF$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

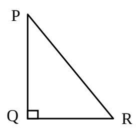
(২) সমকোণী ΔABC এ [ধাপ–(১) অনুযায়ী]

$AB^2 + AC^2 = BC^2 = (2EF)^2$

$= 4EF^2$ **(প্রমাণিত)**

গ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্য দেখ (পৃষ্ঠা–১৪১)।**
[চিত্রে, A, B এর স্থলে যথাক্রমে B, A ধরে প্রমাণ করতে হবে।]

প্রশ্ন– ৯ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগ

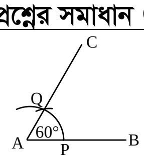


[কু. বো. '১৬]

ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে একটি 60° কোণ আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪
গ. M, QR এর মধ্যবিন্দু হলে দেখাও যে, $PR^2 + QM^2 = PM^2 + 4MR^2$ ৪

➲ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ☾

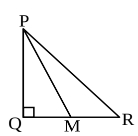
ক



চিত্রে $\angle BAC = 60°$

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্য দেখ (পৃষ্ঠা– ১৪১)।**
[চিত্রে, A, B, C, D, E এর স্থলে যথাক্রমে P, Q, R, M, N ধরে প্রমাণ করতে হবে।]

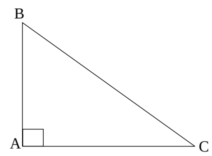
গ দেওয়া আছে, সমকোণী ΔPQR এ
$\angle Q = 90°$ এবং M, QR এর মধ্যবিন্দু।
দেখাতে হবে যে, $PR^2 + QM^2 = PM^2 + 4MR^2$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. সমকোণী ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= PQ^2 + (2MR)^2$	[M, QR এর মধ্যবিন্দু]
$= PQ^2 + 4MR^2$	
২. আবার, সমকোণী ΔPQM এ $PM^2 = PQ^2 + QM^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$\therefore QM^2 = PM^2 - PQ^2$	
৩. সুতরাং, $PR^2 + QM^2 = PQ^2 + 4MR^2 + PM^2 - PQ^2$	[(১) ও (২) হতে]
$= PM^2 + 4MR^2$ **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন–১০ ▸▸ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য ও এর প্রয়োগ

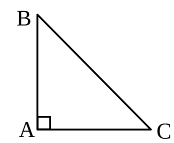


[সি. বো. '১৬]

ক. AB = AC হলে, ∠B এর পরিমাণ নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ৪
গ. D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$. ৪

➲ 10bs cÖ‡kœi mgvavb ☾

ক চিত্রে $\angle BAC = 90°$
দেওয়া আছে, AB = AC
$\therefore \angle ACB = \angle ABC$
এখন, ΔABC এ



$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$
[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle ABC + \angle ACB = 180° - \angle BAC$ [$\angle BAC = 90°$]
বা, $\angle ABC + \angle ABC = 90°$ [$\angle ABC = \angle ACB$]
বা, $2\angle ABC = 90°$
$\therefore \angle ABC = 45°$ **(Ans.)**

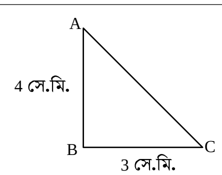
খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুরূপ (পৃষ্ঠা– ১৪১)।**
[চিত্রে, A, B এর স্থলে যথাক্রমে B, A ধরে প্রমাণ করতে হবে।]

গ **অনুশীলনী ৯ এর ৯নং সমাধান দেখ।**

Aa¨vq mgš^Z m„Rbkxj cÖkœ mgvavbi bgybvmsthvRb

পূর্ণাঙ্গ প্রশ্নের ধারা রপ্ত করার জন্য একাধিক অধ্যায় ঘনিষ্ঠ প্রশ্ন ও উত্তর সংযোজন করা হয়েছে। যা তোমাদেরকে চূড়ান্ত পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন বুঝতে সাহায্য করবে।

প্রশ্ন– ১৫ ▸▸ পাঠ ৮.৬, ৯.২। বর্গ অঙ্কন, পিথাগোরাসের উপপাদ্য

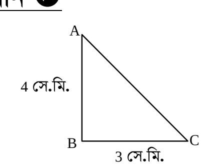


[ঢা. বো. '১৫; অনুশীলনী ৮.২ ও ৯]

ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? ২
খ. AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র CDE = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC). ৪
গ. AC বাহুর দৈর্ঘ্যকে কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ধরে বর্গটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

➲ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ☾

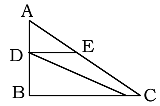
ক উদ্দীপকের চিত্রটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ নির্দেশ করে।
এখানে, লম্ব, AB = 4 সে.মি.
ভূমি, BC = 3 সে.মি.
অতিভুজ AC = ?



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,
অতিভুজ² = লম্ব² + ভূমি²
বা, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $AC^2 = 4^2 + 3^2$

বা, $AC^2 = 16 + 9$ বা, $AC^2 = 25$ $\therefore AC = 5$ সে.মি.

খ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E; D, E যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র CDE $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

অঙ্কন : C, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔACD এ DE, AC এর উপর মধ্যমা।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র CDE $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ACD) [DE মধ্যমা, ΔACD কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

অর্থাৎ Δ ক্ষেত্র ACD = 2Δক্ষেত্র CDE

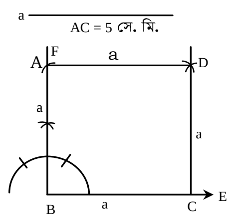
(২) ΔABC এ CD, AB এর উপর মধ্যমা।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ACD $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

(৩) 2Δ ক্ষেত্র CDE $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) [(১) ও (২) হতে]

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র CDE $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) **(প্রমাণিত)**

গ একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য উদ্দীপকের AC = 5 সে. মি. সমান ধরে বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করতে হবে।



মনে করি, একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সে. মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে BF লম্ব আঁকি।

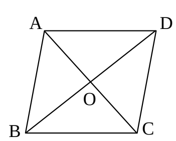
(২) BF থেকে a এর সমান করে AB অংশ কেটে নিই।

(৩) A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি।

সুতরাং ABCD–ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রশ্ন–১৯ পাঠ ৯.২। সমকোণী ত্রিভুজ



[অনু. ৮.১ ও ৯; চ. বো. '১৭]

ক. $\angle B = 75°$ হলে, $\angle C$ ও $\angle D$ এর ডিগ্রি পরিমাপ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, AC ও BD পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AOB ত্রিভুজে $AB^2 = OA^2 + OB^2$. ৪

19bs cÖ‡kœi mgvavb

ক দেওয়া আছে, ABCD রম্বসের $\angle B = 75°$

চিত্র হতে, $\angle B = \angle D = 75°$ [রম্বসের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান]

আবার, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

[$\because$ রম্বসের চার কোণের সমষ্টি 4 সমকোণ]

বা, $\angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360°$

বা, $\angle A + \angle C = 360° - (\angle B + \angle D)$

বা, $\angle A + \angle C = 360° - 150°$

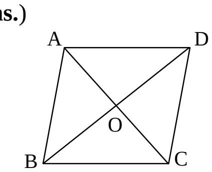
বা, $\angle C + \angle C = 210$ [$\because \angle A$ = বিপরীত $\angle C$]

বা, $2\angle C = 210°$

$\therefore \angle C = 105°$

$\therefore \angle C = 105°$ এবং $\angle D = 75°$ (**Ans.**)

খ **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

(i) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD$ = এক সমকোণ

(ii) AO = OC, BO = OD

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতরাং AO = CO, BO = DO	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔAOB ও ΔBOC এ AB = BC AO = CO এবং OB = OB অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta BOC$ সুতরাং $\angle AOB = \angle BOC$ কিন্তু $\angle AOB + \angle BOC$ = 1 সরলকোণ = 2 সমকোণ $\therefore \angle AOB = \angle BOC$ = 1 সমকোণ অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle COD = \angle DOA$ = 1 সমকোণ **(প্রমাণিত)**	[রম্বসের বাহুগুলো সমান] [(১) থেকে] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু–বাহু–বাহু উপপাদ্য]

গ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

প্রশ্ন–২০ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

ΔPQR এর $\angle Q = 90°$ এবং PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A এবং B.

[অনু. ৮.১ ও ৯; সি. বো. '১৭]

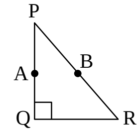
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$. ৪

গ. দেখাও যে, $AB = \frac{1}{2}QR$. ৪

20bs cÖ‡kœi mgvavb

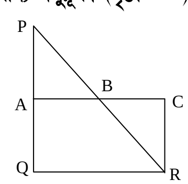
ক প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁকা হলো।



যেখানে ΔPQR এ $\angle Q = 90°$ এবং PQ এবং PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B।

খ **৯ম অধ্যায়ের ৯.২ অনুচ্ছেদের পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুরূপ। (পৃষ্ঠা–==)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ΔPQR এ $\angle Q = 90°$ এবং PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B। A ও B যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = \frac{1}{2}QR$.

অঙ্কন : AB কে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BC = AB হয়। C, R যোগ করি।

প্রমাণ :

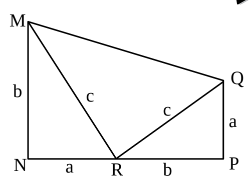
ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔABP ও ΔBCR এর	
AB = BC এবং BP = BR	[অঙ্কনানুসারে]
এবং $\angle ABP$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CBR$	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
$\therefore \Delta ABP \cong \Delta BCR$	[বাহু–কোণ–বাহুসর্বসমতা]
$\therefore$ AP = CR	[B, PR এর মধ্যবিন্দু]
(২) আবার, AP = AQ $\therefore$ CR = AQ	[A, PQ এর মধ্যবিন্দু]
যেহেতু $AQ \perp QR$ সেহেতু $CR \perp QR$ হবে	[$\because$ CR = AP]
এবং AQRC একটি আয়তক্ষেত্র হবে।	
অর্থাৎ AC = QR	
(৩) $\therefore AB = \frac{1}{2} QR$ (**প্রমাণিত**)	[১ নং থেকে]

AwZwi³ Abykxj‡bi Rb¨ m„Rbkxj cÖkœe¨vsK (DËi msþKZmn)

এই অংশটি সংযোজিত হয়েছে, যাতে করে তোমরা নিজেরাই সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তর লিখে তোমাদের প্রস্তুতিকে যাচাই করতে পার। প্রশ্নগুলোর উত্তর খাতায় লিখে তোমাদের বিষয় শিক্ষকের মতামত নিবে এবং কি করে আরো ভালো লিখতে পার, তার জন্য এই অধ্যায়ের প্রথম থেকে নিয়মিত রিভিশন অনুশীলন করবে।

প্রশ্ন– ৩ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

চিত্রে, MN = PR = b
NR = PQ = a
এবং MR = c



[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

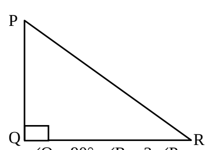
ক. উক্ত ক্ষেত্রটিতে যেকোনো তিনটি চতুর্ভুজক্ষেত্রের নাম লেখ। ২

খ. যদি ΔMNR এ $MR^2 = MN^2 + NR^2$ হয়, তবে দেখাও যে, $\angle MNR = 90°$ হবে। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle RPQ = 90°$ হলে, ΔMRQ সমকোণী হবে। ৪

প্রশ্ন– ৫ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য ও এর প্রয়োগ

নিচের চিত্র থেকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



$\angle Q = 90°, \angle R = 2\angle P$

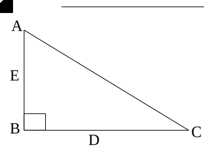
[ঢা. বো. '১৬]

ক. $\angle P$ এবং $\angle R$ কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪

গ. যদি D, PQ এর উপর একটি বিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + DQ^2 = DR^2 + PQ^2$ ৪

প্রশ্ন– ৭ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগ



[রা. বো. '১৬]

ক. AB = 1 সে.মি. BC = 2 সে.মি. হলে, AC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ৪

গ. AB ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও D. প্রমাণ করতে হবে যে, $5AC^2 = 4(CE^2 + AD^2)$ ৪

প্রশ্ন– ১১ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

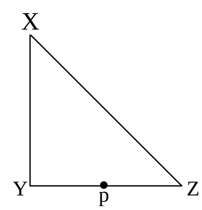
ΔABC এ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ এবং ΔDEF এর $\angle F$ = এক সমকোণ। [দি. বো. '১৫]

ক. সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর $\angle C$ = এক সমকোণ। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3CD^2$. ৪

প্রশ্ন– ১২ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



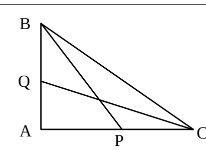
[XY = 4 cm, YZ = 3 cm এবং P, YZ এর মধ্যবিন্দু] [চ. বো. '১৫]

ক. উপরের চিত্র থেকে XZ এর মান বের কর। ২

খ. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে প্রমাণ কর যে, $PY^2 + XZ^2 = PX^2 + YZ^2$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$. ৪

প্রশ্ন– ১৩ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



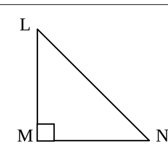
চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ, যার BP ও CQ দুটি মধ্যমা এবং $BC^2 = AB^2 + AC^2$ [কু. বো. '১৫]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. ৪

প্রশ্ন– ২৪ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



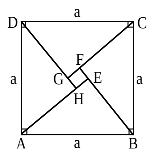
ΔLMN এ $\angle LMN$ = এক সমকোণ। C ও D যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু।

ক. দুইটি সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. ও 5 সে.মি. এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 4 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $LN^2 = LM^2 + MN^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $CD \parallel MN$ এবং $CD = \frac{1}{2} MN$. ৪

প্রশ্ন– ২৫ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



উপরের চিত্রে, $\angle BAD = 90°$

$AE = BF = CG = DH = b, BE = CF = DG = AH = c$

ক. দেখাও যে, $\Delta ABE \cong \Delta BCF$. ২

খ. দেখাও যে, EFGH একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^2 = b^2 + c^2$ ৪

প্রশ্ন– ২৬ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

ΔABC-এ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle C$ = এক সমকোণ। ৪

গ. ত্রিভুজের মধ্যমা AD হলে প্রমাণ কর যে,
$AB^2 = AD^2 + 2CD^2$। ৪

প্রশ্ন– ২৭ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য

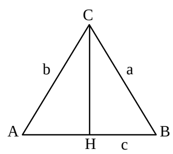
ΔABC-এ $\angle A = 90°$ এবং D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু।

ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি আঁক। ২

খ. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ ৪

প্রশ্ন– ২১ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



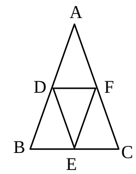
ΔABC এর $\angle C$= এক সমকোণ।

ক. ΔCBH ও ΔABC কী সদৃশ? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $c^2 = a^2 + b^2$ ৪

গ. $AC > BC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AC^2 - BC^2 = AH^2 - BH^2$ ৪

প্রশ্ন– ২২ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



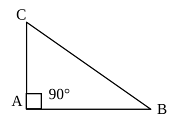
চিত্রে ABCএকটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E, F যথাক্রমে AB, BC, AC এর মধ্যবিন্দু।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে,
$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{2} BC$. ৪

প্রশ্ন– ২৩ পাঠ ৯.২। পিথাগোরাসের উপপাদ্য



ক. চিত্রে, $AC = 3$ এবং $BC = 5$ হলে AB = কত? ২

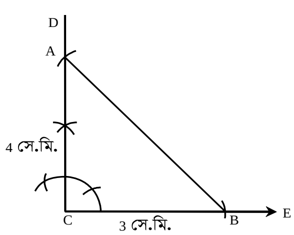
খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ৪

গ. AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু M ও N হলে প্রমাণ কর যে,
$MN^2 = BM^2 + CN^2$. ৪

†ewW©Bt|qi Abykxj bgj~K Kvh©Ri mgvavb

> **কাজ :** [পৃষ্ঠা–১৪১]
> **১. একটি সমকোণ আঁক এবং এর বাহু দুইটির উপর যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. দূরত্বে দুইটি বিন্দু চিহ্নিত কর। বিন্দু দুইটি যোগ করে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক। ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য পরিমাপ কর। দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. হয়েছে কি?**

সমাধান :



CE যেকোনো একটি রশ্মি আঁকি। CE এর C বিন্দুতে CD লম্ব আঁকি। তাহলে $\angle ACB$ একটি সমকোণ। যেখানে BC = 3 সে.মি. এবং AC = 4 সে.মি.। এর A, B যুক্ত করে ABC সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো। AB ত্রিভুজটির অতিভুজ। এখন অতিভুজ AB এর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করি। আমরা জানি, কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের পরিমাপের বর্গ এর অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাপের বর্গের যোগফলের সমান। (পিথাগোরাসের উপপাদ্য)

$\therefore \Delta ABC$ হতে পাই, $AB^2 = BC^2 + AC^2$

বা, $AB^2 = 3^2 + 4^2$

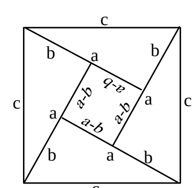
বা, $AB^2 = 9 + 16$ বা, $(AB)^2 = 25 \quad \therefore AB = 5$

নির্ণেয় অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।
হ্যাঁ, অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. হয়েছে।
অর্থাৎ ত্রিভুজটি পিথাগোরাসের উপপাদ্যকে সিদ্ধ করে।

> **কাজ :** [পৃষ্ঠা–১৪৪]
> **১। $(a - b)^2$ এর বিস্তৃতির সাহায্যে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর।**

সমাধান :

অঙ্কন : প্রদত্ত ত্রিভুজটির সমান করে চারটি ত্রিভুজ চিত্রে প্রদর্শিত উপায়ে আঁকি।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ c এবং a ও b যথাক্রমে অন্য দুই বাহু, প্রমাণ করতে হবে যে, $c^2 = a^2 + b^2$.
$(a - b)^2$ এর বিস্তৃতিতে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রমাণ করতে হবে।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

১. বড় বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য = c
বড় বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = c^2 বর্গ একক।

২. ছোট বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য = $a - b$

ছোট বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $(a-b)^2$ বর্গ একক

সমকোণী ত্রিভুজগুলোর লম্ব = a, ভূমি = b ও অতিভুজ = c

৩. যেকোনো একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা বর্গ একক $=\frac{1}{2}ab$ বর্গ একক [(২) হতে]

৪. অঙ্কনানুসারে, $4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2=c^2$ [বড় ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল চারটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও ছোট র্বক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।]

বা, $2ab+a^2-2ab+b^2=c^2$

$\therefore a^2+b^2=c^2$ **(প্রমাণিত)**

SUGGESTION

চূড়ান্ত পরীক্ষার আগে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলোকে এক নজরে দেখে নেওয়ার গুরুত্ব তোমাদের কাছে অপরিসীম। সেই উদ্দেশ্যে এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলোকে তিন স্টার, দুই স্টার ও এক স্টার দিয়ে গুরুত্ববহ বোঝানো হয়েছে। শিক্ষার্থীরা তোমাদের কলম দিয়ে প্রশ্নগুলো যেখানে উত্তরসহ আছে সেখানে স্টার চিহ্ন বসিয়ে নিলে রিভিশন দেওয়ার সময় বিশেষ সুবিধা হবে।

enywbe©vPwb mvRkÝ

✪✪✪	✪✪	✪

m"Rbkxj mvRkÝ

✪✪✪	✪✪	✪

ASSESSMENT

শিক্ষার্থী এ অধ্যায়টি অনুশীলনের মাধ্যমে পাঠসমূহ কতটুকু অর্জন করতে সক্ষম হয়েছে তা নিজে নিজে যাচাই করতে সমর্থ হবে।

cW gj-¨vqb

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো মডেল টেস্ট আকারে প্রণয়ন করা হয়েছে। শিক্ষার্থীদের পরীক্ষা ভীতি দূর হবে এবং নিজেরাই নিজেদের পরীক্ষা প্রস্তুতির অগ্রগতি যাচাই করতে পারবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

m„Rbkxj DËigvjv

enywbe©vPwb DËigvjv

১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০	