

রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶  $F(x, y, z) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{8y^3} + \frac{1}{64z^3}$  এবং  $g(x) = (x+1)(x^2+2)$ .

ক.  $P(x) = \frac{1}{\sqrt{1-7x}}$  ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ.  $F(x, y, z) = \frac{3}{8xyz}$  হলে দেখাও যে,  
 $4yz + 2zx + xy = 0$  অথবা  $x = 2y = 4z$ . ৪

গ.  $\frac{x^3}{g(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২ ▶  $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{(3x+1)^2} + \frac{1}{(3x+1)^3} + \dots$

ক.  $x = 1$  হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = \frac{1}{3}$  হলে, ধারাটির সপ্তম পদ এবং প্রথম দশ পদের  
সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক  
সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶  $P = \left(x + \frac{3}{x}\right)^5$  এবং  $Q = (1+ax)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $Q$  এর মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র ব্যবহার করে  $P$ -এর বিস্তৃতি  
নির্ণয় কর। ৪

গ.  $Q$ -এর বিস্তৃতিতে  $x^2$  এবং  $x^4$  এর সহগ সমান হলে,  $a$  এর  
মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶  $\Delta DEF$  এ  $DL$ ,  $EM$  এবং  $FN$  তিনটি মধ্যমা।

ক. কোনো ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. হলে নববিন্দু  
বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $DE^2 + DF^2 = 2(DL^2 + LF^2)$ . ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  
 $3(DE^2 + EF^2 + DF^2) = 4(DL^2 + EM^2 + FN^2)$ . ৪

৫ ▶  $P(8, 3)$ ,  $Q(3, 8)$ ,  $R(-2, 3)$  তিনটি বিন্দু এবং PQRS একটি  
সামান্তরিক।

ক. QR এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. PQR ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে,  
এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. PQRS সামান্তরিকের অপর শীর্ষবিন্দু S নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  
D, E ও F.

ক.  $\overrightarrow{AB}$  কে  $\overrightarrow{BE}$  ও  $\overrightarrow{CF}$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ . ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  
 $DE \parallel BA$  ও  $BA = 2DE$ . ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶  $F(\theta) = 15 \sin^2 \theta + 2 \cos \theta$

এবং  $A = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$ .

ক. প্রমাণ কর যে, রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ২

খ.  $F(\theta) = 7$  হলে,  $\cot \theta$  এর মান নির্ণয় কর।  
যখন  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ . ৪

গ.  $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  হলে,  $\theta$  এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।  
যখন  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . ৪

৮ ▶ i) তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো।

ii) ২২টি টিকেট ৩১ থেকে ৫২ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে।  
একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলো।

ক. একটি ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা অথবা ৩ দ্বারা  
বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এর আলোকে Probability tree অঙ্কন করে কমপক্ষে  
দুইটি টেল (T) আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি জোড় অথবা ৭ এর গুণিতক  
হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶  $A = xy^{p-1}$ ,  $B = xy^{q-1}$ ,  $C = xy^{r-1}$  এবং  $y = \frac{4+x}{4-x}$  একটি

ফাংশন।

ক. প্রমাণ কর যে,  $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$ . ২

খ. দেখাও যে,

$$(q-r) \log_k A + (r-p) \log_k B + (p-q) \log_k C = 0. \quad 8$$

গ.  $f(x) = \ln y$  হলে,  $f(x)$  ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২ ▶  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

এবং  $p(y) = y^3 + y^2 + 4$ .

ক. দেখাও যে,  $F(x, y, z)$  একটি চক্র ক্রমিক রাশি। ২

খ.  $P\left(-\frac{m}{2}\right) = P\left(-\frac{n}{2}\right)$  হলে দেখাও যে,

$$m^2 + mn + n^2 - 2m - 2n = 0 \text{ যেখানে } m \neq n. \quad 8$$

গ.  $F(x, y, z)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং  $F(x, y, z) = 0$  হলে দেখাও যে,  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ ; যেখানে  $x + y + z \neq 0$ . ৪

৩ ▶  $A = \left(a - \frac{1}{x}\right)^7$  এবং  $B = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

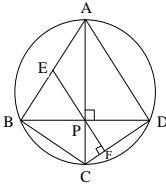
ক.  $(1 + 3x^2)^4$  কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ২

খ.  $A$  এর বিস্তৃতিতে  $x^{-2}$  এর সহগ  $x^{-4}$  এর সহগের 135 গুণ হলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $B$  কে বিস্তৃতি করে উহার সাহায্যে  $(2.995)^6$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



চিত্রে  $PD = 3$  সে.মি.,  $PF = 1$  সে.মি.।

ক.  $CD$  রেখাংশের উপর  $PD$  এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $AE = BE$ . ৪

গ.  $\triangle ABD$  এর  $AB = AD$  এবং ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $R$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $AB^2 = 2R \cdot AP$ . ৪

৫ ▶ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ  $r$ , উচ্চতা  $h$  এবং অর্ধশীর্ষ কোণ  $\theta$ । কোণকটি 216 ঘন সে.মি. আয়তনের একটি ঘনক আকৃতির বাস্তবে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

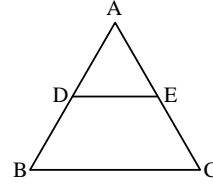
ক. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$S = \frac{\pi r^2}{\sin \theta} = \frac{\pi h^2 \tan \theta}{\cos \theta} \text{ বর্গ একক।} \quad 8$$

গ. বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶



$ABC$  এর  $AB$  ও  $AC$  বাহুর মধ্যবিন্দু  $D$  ও  $E$ .

ক. দেখাও যে,  $-(-a) = a$ . ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$BC \parallel DE \text{ এবং } DE = \frac{1}{2} BC. \quad 8$$

গ.  $BCED$  চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু  $M$  ও  $N$  হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$MN \parallel DE \parallel BC \text{ এবং } MN = \frac{1}{2} (BC - DE). \quad 8$$

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶  $x = \cos \theta$ ,  $y = \sin \theta$ .

ক.  $\frac{ax}{by} = 1$  হলে,  $\frac{a \sin \theta + b \cos \theta}{a \sin \theta - b \cos \theta}$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $ax - by = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a \sin \theta + b \cos \theta = c$ . ৪

গ.  $2xy + 1 = 2x + y$  এর সমাধান কর, যেখানে  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . ৪

৮ ▶ (i) একটি বুড়িতে 17টি লাল, 15টি সাদা ও 18টি কালো বল আছে।

(ii) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হল।

ক. দেখাও যে, কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে। ২

খ. প্রতিস্থাপন না করে পর পর 3টি বল তুলে নিলে সবগুলো বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে প্রতিক্ষেত্রে একই ঘটনা না পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

## বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

## উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶  $A = p^2 - 3^{\frac{2}{3}} - 3^{-\frac{2}{3}}$

এবং  $f(x) = \ln(1+x)$ ,  $x \geq 0$ .

ক.  $(25)^x = (125)^y$  হলে  $x : y$  এর মান কত? ২

খ.  $A = 2$  হলে, দেখাও যে,  $3p^3 + 9p - 8 = 0$ . ৪

গ.  $f(x)$  এর লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

২ ▶  $F(a, b, c) = (a + b + c)(ab + bc + ca)$  এবং একটি গুণোত্তর

ধারার  $n$  তম পদ  $U_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

ক.  $ax^2 + 7x - 1 = 0$  সমীকরণের নিশ্চায়কের মান 57 হলে,  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $F(a, b, c) = abc$  হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{1}{a+b+c}\right)^7 = \frac{1}{a^7} + \frac{1}{b^7} + \frac{1}{c^7}$$
 ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে, প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶  $p\sqrt[3]{a} + q\sqrt[3]{b} + r\sqrt[3]{c} = 0$  এবং  $M = \left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$  একটি

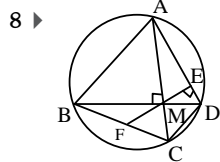
দ্বিপদী রাশি।

ক.  $x^{\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$  হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $p = q = 1$ ,  $r = -1$ ,  $a = 1 + x$ ,  $b = 1 - x$  এবং  $c = 2$  হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $M$  এর বিস্তৃতিতে  $x$  বর্জিত পদ আছে কি? যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর



ক. চিত্রে,  $MD = 5$  একক ও  $ME = 4$  একক হলে,  $AD$  এর উপর  $MD$  এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকে প্রদত্ত চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে,  $BF = CF$ . ৪

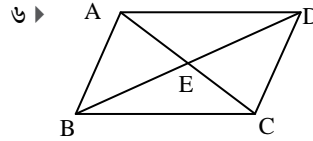
গ. যদি  $AB = AD$  এবং  $\Delta ABD$  এর পরিব্যাসার্ধ  $R$  হয়, তবে দেখাও যে,  $AD^2 = 2R \cdot AM$ . ৪

৫ ▶ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(-5, 5)$ ,  $B(-15, -5)$ ,  $C(5, -5)$  ও  $D(15, 5)$ .

ক.  $C$  বিন্দুগামী এবং  $-3$  ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. চতুর্ভুজটির কোন কোন বাহু  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল হবে, গাণিতিকভাবে তা ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটির যে অংশ চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

চিত্রে,  $ABCD$  একটি সামান্তরিক।  $AC$  ও  $BD$  এর দুইটি কর্ণ।

ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি ব্যাখ্যা কর। ২

খ. ভেক্টর সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $AE = EC$  এবং  $BE = ED$ । ৪

গ.  $AB = 26$  সে.মি.,  $BC = 30$  সে.মি. এবং  $AC = 28$  সে.মি. হলে,  $BD$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶  $A = \frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1}$  এবং  $B = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$

ক. প্রমাণ কর যে, রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $A = B$ . ৪

গ. যদি  $B = \sqrt{3}$  এবং  $0 < \theta < 2\pi$  হয় তবে  $\theta$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ ▶ একটি বাস্কে 12টি লাল, 7টি সবুজ এবং 8টি হলুদ বল আছে। অপর একটি বাস্কে 10টি লাল, 8টি সবুজ এবং 5টি হলুদ বল আছে। ১ম বাস্ক থেকে দৈবভাবে একটি বল নিয়ে দ্বিতীয় বাস্কে রাখা হলো। পরবর্তীতে দ্বিতীয় বাস্ক থেকে দৈবভাবে একটি বল নিয়ে প্রথম বাস্কে রাখা হলো।

ক. পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা কী তা ব্যাখ্যা কর। ২

খ. প্রথম বাস্ক থেকে নেওয়া বলটি লাল অথবা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা এবং সবুজ অথবা হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় বাস্ক থেকে নেওয়া বলটি সবুজ না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶  $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x - 6$  এবং  $Q(x) = x(x^2 + 1)$
- ক.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz$  রাশিটি প্রতিসম কিনা তা যাচাই কর। ২
- খ.  $P(x)$  বহুপদীকে  $(x + m)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ  $-12$  হলে,  $m$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶  $f: \nabla - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \nabla - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ ,  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$  একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন এবং  $S = \{(x, y) : y = x^2\}$  একটি অস্বয়।
- ক.  $F(t) = \sqrt{t-2}$  ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে,  $f^{-1} = f$ . ৪
- গ.  $S$  অস্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন করে দেখাও যে, অস্বয়টি একটি ফাংশন। ৪
- ৩ ▶  $A = (2 + x^2)^n$  এবং  $B = \left( \sqrt[3]{a^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \right)^n$ .
- ক.  $4^y = 8^z$  হলে,  $y : z$  নির্ণয় কর। ২
- খ.  $A$ -এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদের সহগ, ষষ্ঠ পদের সহগের অর্ধেক হলে,  $n$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. যেখানে  $n$  ধনাত্মক বিজোড় সংখ্যা এবং  $A = B$  হলে প্রমাণ কর যে,  $ax^3 + 3ax + 1 = a^2$ . ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶  $\Delta ABC$ -এর  $AB$ ,  $BC$  এবং  $AC$  বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $P$ ,  $Q$  ও  $R$ .
- ক. একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু  $D$  ও  $E$  দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র  $MN$  রেখার উপর অবস্থিত। ২
- খ. প্রমাণ কর যে,  $AB^2 + AC^2 = 2AQ^2 + 2BQ^2$ . ৪
- গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $PBCR$  চতুর্ভুজটি একটি ট্র্যাপিজিয়াম। ৪

- ৫ ▶  $PQRS$  চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $P(1, 1)$ ,  $Q(7, 1)$  ও  $R(x, y)$  এবং  $S(1, 7)$ ।
- ক. কোনো গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল  $36\pi$  বর্গ সে.মি. হলে, এর আয়তন নির্ণয় কর। ২
- খ.  $PQRS$  চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল  $\Delta PQS$ -এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে,  $x = y$ . ৪
- গ.  $\Delta PQS$ -কে  $PS$  বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- ৬ ▶  $ABCD$  চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(3, 2)$ ,  $(6, 3)$ ,  $(9, 6)$  ও  $(6, a)$  এবং  $AB \parallel CD$ .
- ক.  $2x - 3y = 6$  সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটির  $AC$  কর্ণটি মূলবিন্দুগামী। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে,  $ABCD$  চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $a = \sec \theta$ ,  $b = \tan \theta$ .
- ক.  $\operatorname{cosec} A = -\frac{5}{3}$  হলে,  $\cot A$ -এর মান নির্ণয় কর, যখন  $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$ . ২
- খ.  $ax + by = z$  হলে দেখাও যে,  $bx + ay = \sqrt{y^2 + z^2 - x^2}$ . ৪
- গ.  $a^2 + b^2 = 3$  হলে,  $\theta$ -এর মান নির্ণয় কর, যখন  $0 < \theta < 2\pi$ . ৪
- ৮ ▶ 1 থেকে 24 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো লিখে 24টি লটারি টিকিট তৈরি করা হলো এবং একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে গড়িয়ে দেওয়া হলো। সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হলো যে, কেবল জোড় সংখ্যায়ুক্ত লটারি টিকিট পুরস্কারপ্রাপ্ত হবে।
- ক. 180 জন শ্রমিকের মধ্যে 178 জন প্রশিক্ষিত হলে, যেকোনো একজন শ্রমিকের প্রশিক্ষণবিহীন হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
- খ. ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যাটি, লটারি টিকিটের সর্বোচ্চ সংখ্যাটির গুণনীয়ক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, নিরপেক্ষভাবে নির্বাচিত যেকোনো একটি টিকিটের পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা ও পুরস্কার না পাওয়ার সম্ভাবনা একটি সমসম্ভাব্য ঘটনা। ৪

কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা  
উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

বিষয় কোড : 1216

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৫০

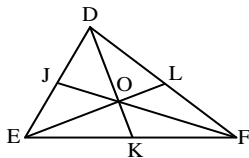
[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶  $P(x) = 18x^3 - 15x^2 - x + 2$   
 $Q(a, b, c) = (a + b + c)(ab + bc + ca)$   
 ক.  $2x^3 + x^2 + px - 9$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $x + 3$  হলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $Q(a, b, c) = abc$  হলে দেখাও যে,  
 $\frac{1}{(a+b+c)^5} = \frac{1}{a^5} + \frac{1}{b^5} + \frac{1}{c^5}$ . ৪  
 গ.  $\frac{3x-2}{p(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶  $A = (p + qx)^n$ ,  $B = (r + sx)^6$  এবং  $C = (s - rx)^2$ .  
 ক.  $r = 2$  এবং  $s = \frac{1}{3}$  হলে,  $B$  কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ২  
 খ.  $r = s = 1$  হলে  $BC$  এর বিস্তৃতিতে  $x^8$  এর সহগ নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $p = 2$ ,  $n = 7$  এবং  $q = -\frac{1}{4}$  হলে  $A$  কে মানের উর্ধ্বক্রমে  $x^4$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে  $(1.995)^7$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶  $f(x) = \ln \frac{5-x}{5+x}$ ,  $p = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{-\frac{2}{3}}$  হলে,  
 ক.  $x^{\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $p = a^2 - 2$  হলে দেখাও যে,  $2a^3 - 6a = 5$ . ৪  
 গ.  $f(x)$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

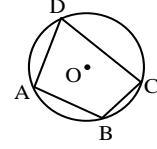
## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



- $\Delta DEF$ -এ  $DK$ ,  $EL$  এবং  $FJ$  মধ্যমাত্রয়  $O$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।  
 ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., ৬ সে.মি. ও ৪ সে.মি. হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $\Delta DEF$  হতে  $DE^2 + DF^2 = 2(DK^2 + EK^2)$  সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর। ৪  
 গ. দেখাও যে,  $\Delta DEF$  এর বাহু তিনটির বর্গের সমষ্টি  $O$  বিন্দু হতে শীর্ষবিন্দু তিনটির দূরত্বের বর্গের সমষ্টির তিন গুণ। ৪

৫ ▶



- ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধিটি লিখ। ২  
 খ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে  $B$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং এর বহিঃস্থ কোন বিন্দু  $E$  দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪  
 গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  এবং  $DA$  বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে যোগ করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়। ৪
- ৬ ▶  $A(3, -2)$ ,  $B(8, 3)$ ,  $C(3, 8)$  এবং  $D(-2, 3)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।  
 ক.  $A$  ও  $B$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $ABCD$  চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। ৪  
 গ.  $ABCD$  চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $\cos \theta + \sin \theta = x$ ,  $\cos \theta - \sin \theta = y$  এবং  $5 \cot \theta = 12$ .  
 ক.  $x = 1$  হলে, দেখাও যে,  $\sin \theta - \cos \theta = \pm 1$ . ২  
 খ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{y+1}{x-1} = \frac{\sin \theta}{1-\cos \theta}$ . ৪  
 গ. তৃতীয় সমীকরণ হতে  $\sin \theta$  ঋণাত্মক হলে প্রমাণ কর যে,  
 $\frac{\cos \theta - \sin(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta} = \frac{51}{26}$ . ৪
- ৮ ▶ একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো। অন্যদিকে জামান ৩০ থেকে ৫০ পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করল।  
 ক. দৈব পরীক্ষা কী? ২  
 খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত প্রথম সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে প্রতিক্ষেত্রের একই ঘটনা না পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪  
 গ. দেখাও যে, সংখ্যাটি জোড় অথবা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা পার্থক্য  $\frac{8}{21}$ . ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

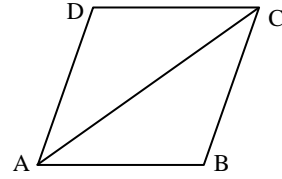
- ১ ▶  $f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}$ ,  $x \neq \frac{1}{2}$   
এবং  $Q(a) = \frac{3a^3}{(a-2)(a-3)(a-4)}$ .
- ক. উৎপাদক উপপাদ্যটি লিখ। ২
- খ.  $f^{-1}(x)$  ফাংশনটি এক-এক কিনা যাচাই কর। ৪
- গ.  $Q(a)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ ধর,  $m = x^2 - 6x$ .
- ক.  $x^2 - 1 = 0$  সমীকরণকে  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে  $a$ ,  $b$  ও  $c$  এর মান লিখ। ২
- খ.  $\sqrt{m+15} - \sqrt{m+13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $m = 7$  হলে, সমীকরণটি লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪
- ৩ ▶  $A = \ln \frac{7-x}{7+x}$ ,  
 $B = \frac{x(y+z-x)}{\log_k x} = \frac{y(z+x-y)}{\log_k y} = \frac{z(z+y-z)}{\log_k z}$ .
- ক. দেখাও যে,  $x \log_a y = y \log_a x$ . ২
- খ.  $A$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $B$  হতে দেখাও যে,  $x^y y^x = y^z z^y z^x x^z$ . ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ ৩ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ যার কর্ণদ্বয় AC ও BD।
- ক. বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে,  
 $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ . ৪
- গ. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার ভূমি বৃত্তটির ব্যাসের সমান, অপর দুই বাহুর পার্শ্বক্য বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান এবং শিরঃকোণ  $30^\circ$ । ৪
- ৫ ▶  $3x + 4y = 12$  ..... (i)
- ক.  $(k, 0)$  বিন্দুগামী এবং  $k$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ বের কর। ২
- খ. যদি  $p(x, y)$  বিন্দুটি (i)নং সরলরেখাটির অক্ষদ্বয়কে যে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে সে দুইটি বিন্দু সমদূরবর্তী হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $8x - 6y = 7$ . ৪

- গ. একটি কোণের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে যার উচ্চতা ৪ একক এবং যার ভূমির ব্যাস (i) নং সরলরেখাটির অক্ষদ্বয়কে ছেদ করায় উৎপন্ন রেখাংশের সমান। ৪

৬ ▶



যেকোনো চতুর্ভুজ ABCD এর AB, BC, CD, DA বাহুর এবং কর্ণ AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G, H এবং O।

- ক. এটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 11 সে.মি. এবং 3 সে.মি. দেখাও যে, ক্যাপসুলটির আয়তন  $81\pi$ । ২
- খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, EFGH একটি সামান্তরিক। ৪
- গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,  
 $\vec{AF} + \vec{CE} + \vec{BO} = \vec{0}$ . ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta = m$  একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।
- ক.  $m = \frac{5}{4}$  হলে  $\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta$  এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ.  $m = 2$  হলে দেখাও যে,  
 $\frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} = \frac{2 \cos \theta}{1 - \cos \theta}$ . ৪
- গ.  $m = -\sqrt{3}$  হলে,  $\theta$  এর মান নির্ণয় কর। যেখানে  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ . ৪
- ৮ ▶ দুইটি নিরপেক্ষ মুদ্রা ও একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। জনাব সুমন বললেন যে, “মুদ্রায় বিপরীত পিঠ এবং ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা” আসার সম্ভাবনা “মুদ্রায় একই পিঠ ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা” আসার সম্ভাবনা সমান।
- ক. Tree diagram ব্যবহার করে নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। ২
- খ. নিচের সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর :  
(i) মুদ্রায় দুইটি হেড ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা।  
(ii) মুদ্রায় দুইটি টেল ও ছক্কায় ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা। ৪
- গ. জনাব সুমনের বক্তব্যটি যাচাই কর। ৪

## জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

## উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

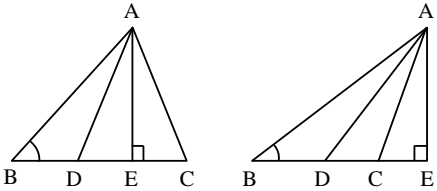
পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

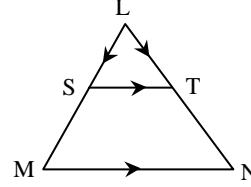
## ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶  $E = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0; a, b \in \mathbb{R}\}$   
 $F = \{3, 4\}$  এবং  $G = \{4, 5, 6\}$ .  
 ক. E এর উপাদানগুলো নির্ণয় কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G)$ . ৪  
 গ.  $\frac{x+2}{x^2-7x+12}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶  $(1+6x)^{-1} + (1+6x)^{-2} + (1+6x)^{-3} + \dots$   
 ক.  $x = 1$  হলে প্রাণ্ড ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $x = \frac{1}{3}$  হলে ধারাটির ১ম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসমীতক সমষ্টি থাকবে? সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।  
 ক. দ্বিপদী উপপাদ্যটি লিখ। ২  
 খ.  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$  এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের অর্ধেক হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে  $(1.01)^5$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ 
- ক. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি বিবৃতি কর। ২  
 খ. চিত্র হতে প্রমাণ কর যে,  
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ । ৪  
 গ. যদি  $\triangle ABC$  এর BC, CA এবং AB বাহু যথাক্রমে a, b, c এবং BC, CA এবং AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা যথাক্রমে d, e, f হয়, তবে দেখাও যে,  
 $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ । ৪

৫ ▶



- চিত্রে  $\triangle LMN$  এর LM ও LN বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T।  
 ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি বর্ণনা কর। ২  
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে,  
 $ST \parallel MN$  এবং  $ST = \frac{1}{2}MN$ . ৪  
 গ. যদি SMNT চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F ও G হয়, তবে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, DEFG একটি সামান্তরিক। ৪
- ৬ ▶ একটি সমবৃত্তীয় কোণক আকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 10 মিটার ও ভূমির ব্যাস 40 মিটার।  
 ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর। ২  
 খ. তাঁবুর আয়তন ও তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে তা নির্ণয় কর। ৪  
 গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 100 টাকা হলে, ক্যানভাস বাবদ কত টাকা খরচ হবে? ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $P = \frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1}$  ও  $Q = 10 \sin^2 \theta + 6 \cos^2 \theta$ ।  
 ক.  $\sin A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; যেখানে  $0 < A < \frac{3\pi}{2}$  হলে A এর মান নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $Q = 7$  হলে,  $\cot \theta$  এর মান নির্ণয় কর; যখন  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ . ৪  
 গ. দেখাও যে,  $P = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ । ৪
- ৮ ▶ একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।  
 ক. যদি ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করা হয়, তবে মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? ২  
 খ. উদ্দীপক হতে Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনাক্ষেত্রটি লেখ। ৪  
 গ. নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে সম্ভাবনা নির্ণয় কর : ৪  
 (i) ছক্কায় জোড় সংখ্যা এবং মুদ্রায় হেড।  
 (ii) ছক্কায় 3 এর গুণিতক এবং মুদ্রায় টেল।

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ বর্ণিত ফাংশন  $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$ ,  $x \neq 2$  এর ক্ষেত্রে  $f^{-1}$  বিদ্যমান।

ক. A, B সেটগুলো সার্বিক সেট U এর উপসেট হলে দেখাও যে,  $A' \setminus B' = B \setminus A$ . ২

খ. A, B, C সাত্ত সেট হলে প্রমাণ কর যে,  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ . ৪

গ.  $f^{-1}(a) = ab$  হলে, a এর সাপেক্ষে b কে প্রকাশ কর। ৪

২ ▶ (i)  $P = 1 + a^{y-z} + a^{y-x}$ ,  $Q = 1 + a^{z-x} + a^{z-y}$   
এবং  $R = 1 + a^{x-y} + a^{x-z}$

(ii)  $\frac{xy \log_k(xy)}{x+y} = \frac{yz \log_k(yz)}{y+z} = \frac{zx \log_k(zx)}{z+x}$

ক.  $a > 0$ ,  $m \in \mathbb{N}$  এবং  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n > 1$  হলে দেখাও যে,

$$\left(\frac{n}{\sqrt{a}}\right)^m = \frac{n}{\sqrt{a^m}} \quad ২$$

খ. (i) থেকে প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$  ৪

গ. (ii) থেকে প্রমাণ কর যে,  $x^x = y^y = z^z$ । ৪

৩ ▶  $\left(p - \frac{y}{3}\right)^7$  এর বিস্তৃতিতে  $p^3$  এর সহগ 560 এবং  $A = (1-x)^8$ ।

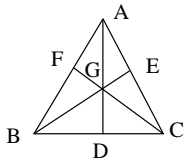
ক.  $p = 1$  হলে, চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. A এর বিস্তৃতির ফলাফল ব্যবহার করে  $(0.99)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



$\Delta ABC$  এর AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

ক. চিত্রসহ নববিন্দু বৃত্তের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. BC, AC এবং AB এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c এবং AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f হলে প্রমাণ কর যে,  $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ । ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  
 $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ । ৪

৫ ▶ A(5, 2), B(-3, 2), C(4, -1) এবং D(-2, -1) চারটি বিন্দু।

ক. AD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. ABDC চতুর্ভুজটির প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ABDC চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ (i) একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি.

এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.।

(ii) কোনক আকারের একটি তাবুর উচ্চতা 7.5 মিটার।

ক. প্রিজম এবং পিরামিডের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. (i) নং এর গোলকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলো। গোলকটির ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কী পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে? ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶  $A = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$

$$\text{এবং } B = \sin \frac{11\pi}{90} + \cos \frac{\pi}{30} + \sin \frac{101\pi}{90} + \cos \frac{31\pi}{30} + \cos \frac{5\pi}{3}$$

ক. 750 কি.মি. দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 8' কোণ উৎপন্ন করলে, পাহাড়ের উচ্চতা কত হবে? ২

খ.  $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  হলে  $\theta$  এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।  $[0 < \theta < 2\pi]$ । ৪

গ. দেখাও যে,  $B = \frac{1}{2}$ । ৪

৮ ▶ পরেশ সাগর লেকে 32 টি রুই, 26 টি কাতল এবং 42 টি মৃগেল, মাছ আছে। অন্যদিকে রামিম এর একটি লুডুর ছক্কা আছে।

ক. নমুনা বিন্দু এবং পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা কী? ২

খ. প্রতিস্থাপন না করে পর পর 3 টি মাছ ধরা হলে, 1ম মাছটি রুই, ২য় মাছটি কাতল এবং ৩য় মাছটি মৃগেল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. রামিম ছক্কাটিকে দুইবার নিক্ষেপ করল। নমুনাক্ষেত্র থেকে সংখ্যা দুয় এর সমষ্টি অনূর্ধ্ব 6 হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

## ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

## উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

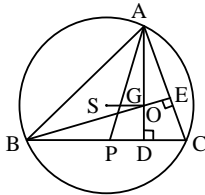
[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶  $f: x \rightarrow \frac{2x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$  এবং  $p(x) = x^3 - 25x$ .
- ক.  $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$  রাশিটি চক্রক্রমিক বা প্রতিসম কি-না যাচাই কর। ২
- খ.  $f^{-1}(x) = 3x$  হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $\frac{x^2}{p(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ (i)  $Y = \frac{\log_k(x+5)}{\log_k x}$
- (ii)  $P = \frac{2x}{x-1}$ .
- ক. দেখাও যে,  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$  একটি অনন্ত সেট। ২
- খ.  $Y = 2$  হলে দেখাও যে,  $x = \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ . ৪
- গ.  $6\sqrt{p} + \frac{5}{\sqrt{p}} = 13$  হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶  $(5x-4)^{-1} + (5x-4)^{-2} + (5x-4)^{-3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা এবং  $(p - \frac{x}{2})^6 = r - 96x + sx^2 + \dots$  একটি সমীকরণ।
- ক.  $(x^2 + \frac{2}{x})^6$  এর বিস্তৃতিতে ১ম চারটি পদ নির্ণয় কর। ২
- খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত অনন্ত গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $p, r, s$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



- চিত্রে  $\Delta ABC$  এর পরিকেন্দ্র S এবং P, BC এর মধ্যবিন্দু।
- ক.  $(-4, 5)$  ও  $(-6, -9)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AP^2 + BP^2)$  ৪
- গ. দেখাও যে, G,  $\Delta ABC$  এর ভরকেন্দ্র। ৪

- ৫ ▶ A(4, -7), B(6, 4), C(-4, 4) ও D(6, -7) বিন্দু চারটি একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।
- ক.  $y = -x - 7$  রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম। ৪
- গ. ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- ৬ ▶ (i) PQRS সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় PR ও QS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
- (ii) একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক আকারের তাঁবুর উচ্চতা 7 মিটার এবং তাঁবুটির ব্যাস 36 মিটার।
- ক. একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য  $\sqrt{48}$  মি. হলে এর আয়তন নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 136.50 টাকা হলে, ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে নির্ণয় কর। ৪
- গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, PQRS সামান্তরিকটির কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে। ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $A = x \cos \theta - y \sin \theta$  এবং  $B = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$
- ক.  $44^\circ 33' 22''$  কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২
- খ.  $A = z$  হলে, প্রমাণ কর যে,
- $$x \sin \theta + y \cos \theta = \pm \sqrt{x^2 + y^2 - z^2}. \quad ৪$$
- গ.  $B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  এবং  $0 < \theta \leq 2\pi$  হলে,  $\theta$  এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪
- ৮ ▶ (i) একটি ছক্কা এবং দুটি মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ করা হলো।
- (ii) একজন লোকের রাজশাহী হতে ঢাকায় ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা  $\frac{5}{8}$  এবং ঢাকা হতে কুমিল্লা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা  $\frac{2}{5}$ ।
- ক. একটি ঝুড়িতে ৪টি লাল, 10টি সাদা ও 7টি কালো মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলে মার্বেলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত? ২
- খ. (i) এর Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। ৪
- গ. (ii)নং হতে Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

## ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  এবং  $g(x) = 3^x$ .
- ক. ডোমেন  $f$  নির্ণয় কর। ২
- খ.  $g^{-1}(x)$  এবং রেঞ্জ  $g$  নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $f(x)$  ফাংশন এক-এক এবং সার্বিক কি-না যাচাই কর। ৪
- ২ ▶  $A = \left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ ,  $B = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^7$ ,  $C = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^8$
- ক.  $A$  এর বিস্তৃতিতে  $x$  মুক্ত পদের মান নির্ণয় কর। ২
- খ.  $B$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $C$  কে চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত করে উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে  $(0.99)^8$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶  $x, y, z$  এর একটি বহুপদী  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- এবং  $P(x) = \frac{1}{1+x^3}$ .
- ক.  $x^4 + 5x^3 + 7x^2 - b$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $x + 2$  হলে  $b$  এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ.  $P(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- গ. যদি  $x = 2(b + c - a)$ ,  $y = 2(c + a - b)$ ,  $z = 2(a + b - c)$  হয়, তবে দেখাও যে,  $F(a, b, c) : F(x, y, z) = 1 : 32$ . ৪

## খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶  $\Delta ABC$  এর পরিকেন্দ্র  $O$ , লম্ববিন্দু  $S$  এবং  $AP$  মধ্যমা।  $S, O$  সংযোগকারী রেখা  $AP$  কে  $G$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।
- ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্র আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর,  $G$  বিন্দু  $\Delta ABC$  এর ভরকেন্দ্র। ৪
- গ.  $ABC$  এর  $\angle C$  সমকোণ এবং  $CQ \perp AB$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $CQ^2 = AQ \cdot BQ$ . ৪

- ৫ ▶ (i)  $P(0, -1)$ ,  $Q(-2, 3)$ ,  $R(6, 7)$ ,  $S(x, y)$  একটি আয়তের চারটি শীর্ষবিন্দু।
- (ii)  $2x + by + 5 = 0$  রেখাটি  $x$  অক্ষকে  $A$  বিন্দুতে এবং  $ax + 5y + 1 = 0$  রেখাটি  $y$  অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয় পরস্পরকে  $(2, 3)$  বিন্দুতে ছেদ করে।
- ক.  $x + y = 6$  রেখাটি  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? ২
- খ.  $S(x, y)$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $a, b$  এর মান এবং  $AB$  রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
- ৬ ▶  $\Delta ABC$  এর  $AD, BE, CF$  তিনটি মধ্যমা এবং  $BCEF$  চতুর্ভুজ বিবেচনা করে এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $P, Q, R, S$ ।
- ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি চিত্রসহ লিখ। ২
- খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,
- $$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = 0. \quad ৪$$
- গ. প্রমাণ কর যে,  $PQRS$  একটি সামান্তরিক। ৪

## গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶  $\sin^2 A - \cos^2 A = \sin A$ ,  $\cot \theta = \frac{3}{4}$  এবং  $\cos \theta$  ঋণাত্মক।
- ক.  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  হলে,  $\alpha$  এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ.  $\frac{\cot(-\theta) + \operatorname{cosec} \theta}{\cos \theta + \sin(-\theta)}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $0 < A < 2\pi$  ব্যবধিতে  $A$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৮ ▶ (i) একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।
- (ii) একটি ঝুড়িতে 12টি সাদা বল ও 6টি কালো বল আছে।
- ক. দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে দুইটিই 6 আসার সম্ভাবনা কত? ২
- খ. Probability tree অঙ্কন করে ছক্কায় জোড় সংখ্যা ও মুদ্রায়  $H$  আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- গ. ঝুড়ি থেকে দৈবভাবে দুইটি বল তোলা হলে দুইটি বলই সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর যখন 1ম তোলা বলটি 2য় বলটি তোলার আগে (i) নং প্রতিস্থাপিত হয় (ii) নং প্রতিস্থাপিত হয় না। ৪